DOI: 10.7641/CTA.2017.60299

## 混合多目标粒子群优化算法在热精轧负荷分配优化中的应用

#### 黄佩秋<sup>†</sup>, 刘建昌, 谭树彬, 王洪海

(东北大学信息科学与工程学院,辽宁沈阳110819)

摘要:通过对热精轧负荷分配过程的分析,选取负荷均衡、板形良好和轧制功率最低为目标,建立了热精轧负荷 分配多目标优化模型.为了提高多目标优化算法解集的分布性和收敛性,提出了一种混合多目标粒子群优化算法 (HMOPSO),该算法根据Pareto支配关系得到Pareto前沿进而保证种群收敛;采用分解策略维护外部存档,该策略首 先根据Pareto前沿求出上界点对目标空间进行归一化处理,然后对种群进行分区处理进而保证种群的分布性能.仿 真结果表明,HMOPSO的收敛性和分布性都好于MOPSO和dMOPSO;采用模糊多属性决策的方法从Pareto最优解 集中选择一个Pareto最优解,通过与经验负荷分配方法相比,表明该Pareto最优解可以使轧制方案更加合理.

关键词:热精轧负荷分配;多目标优化;粒子群优化算法;Pareto支配;分解

中图分类号: TP18 TG333.7+1 文献标识码: A

### Application of the hybrid multi-objective particle swarm optimization algorithm in load distribution of hot finishing mills

HUANG Pei-qiu<sup>†</sup>, LIU Jian-chang, TAN Shu-bin, WANG Hong-hai

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China)

Abstract: Through the analysis of the process of load distribution of hot finishing mills, a multi-objective optimization model is established with load balancing, good strip shape and minimum power. In order to improve the diversity and convergence performance of Pareto optimal solutions obtained by multi-objective optimization algorithm, a hybrid multi-objective particle swarm optimization algorithm (HMOPSO) is proposed. HMOPSO obtains Pareto front based on the Pareto dominance which can promote population convergence towards Pareto front, and uses the decomposition to maintain external archive by the method of objective space being normalized based on the nadir point of Pareto front and population being partitioned, which can improve the distribution performance of population. Simulation results show that the convergence and distribution performance of the Pareto optimal solutions obtained by HMOPSO are competitive with respect to MOPSO and dMOPSO; the fuzzy multi-attribute decision-making method is adopted to select a Pareto optimal solution from Pareto optimal solution set, and the results show that the solution can get a more reasonable rolling plan compared with the empirical load distribution method.

**Key words:** load distribution of hot finishing mills; multi-objective optimization; particle swarm optimization algorithm; Pareto dominance; decomposition

#### 1 引言(Introduction)

科学研究和工程实践中的许多优化问题都是由多 个目标组成,通常这些目标之间是相互冲突的,一个 目标性能的改善就会导致另外一个或多个目标性能 降低,这类问题被称为多目标优化问题(multi-objective optimization problems, MOPs).多目标优化问题 不存在单一的最优解而是一个由多个Pareto最优解组 成的Pareto最优解集,通常希望得到的Pareto最优解可 以收敛到真实的Pareto前沿上并且尽可能的均匀分布<sup>[1]</sup>.

轧制负荷分配是轧制过程中的一个重要环节,它 根据来料的初始数据(如钢种、厚度、宽度等)和要求 的成品规格,合理地分配各机架的出口厚度.当各机 架的厚度分配确定后,它们的轧前厚度、轧后厚度及 压下量等主要工艺参数就确定了,从而其轧制力、力 矩、功率等负荷参数也就被唯一确定<sup>[2]</sup>.合理的轧制

本文责任编委: 胡跃明.

收稿日期: 2016-05-08; 录用日期: 2016-11-08.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: huangpeiqiu1991@163.com; Tel.: +86 24-83678396.

国家自然科学基金项目(61374137), 流程工业综合自动化国家重点实验室基础科研业务项目(2013ZCX02-03)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374137) and State Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry Technology and Research Center of National Metallurgical Automation Fundamental Research Funds (2013ZCX02–03).

负荷分配方案不仅有利于改善产品质量,而且可以提 高设备利用率,降低能耗.轧制负荷分配是一个复杂 的优化问题,通常在制定轧制负荷分配方案时需要考 虑多个因素,而这些因素之间往往是相互冲突的,因 此轧制负荷分配问题是一个典型的多目标优化问题. 由于智能优化算法(如进化算法、粒子群优化算法和 蚁群算法等)具有并行高效、鲁棒性、通用性强等优 点,已被广泛的应用于求解轧制负荷分配问题.文献 [3]采用遗传算法优化轧制负荷问题,在优化轧制负荷 分配时考虑了轧制过程中轧制力、板形、前滑等因素. 文献[4]建立了兼顾板形和负荷均衡的热精轧负荷分 配模型,并设计了一种免疫遗传算法求解该问题.文 献[5]提出一种基于适应度方差的权重梯度方向变异 的改进粒子群优化算法(improved particle swarm optimization, IPSO), 改善了粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)的早熟收敛和易于陷入局 部极值的问题,在实现各机架负荷分配均衡的同时提 高板形质量. 文献[6]针对蚁群算法在迭代中可能出现 的停滞现象,提出一种改进的蚁群算法,并将该方法 应用于热精轧负荷分配的优化计算.但是以上的文献 都是采用加权法将多目标优化问题转化为单目标优 化问题解决,虽然这样处理可以简化问题,但是由于 各目标的量纲不同,加权系数不易确定,人为因素对 权重影响较大.

文献[7]建立了综合考虑轧制力裕量均衡、轧辊磨 损控制与板形控制的轧制负荷分配多目标优化模型, 并提出一种改进的多目标差分进化算法,该算法通过 差分进化算法产生子代,然后采用改进的最大最小策 略对种群进行精英选择.文献[8]首先采用改进型的人 工神经网络建立了轧制力预测模型,然后采用多目标 差分进化算法求解热连轧负荷分配问题.文献[9]提出 一种基于差分进化算法的多目标进化算法,通过与 NSGA-II<sup>[10]</sup>比较,表明该算法在热精轧负荷分配问题 中的效果更好.以上的文献中的方法可以在一次运行 后得到多个解,并且不需要加权系数.

随着性能良好的多目标优化算法不断被提出,如 何利用这些算法求解轧制负荷分配问题并根据问题 的特点改进这些算法是目前的研究热点.目前应用于 轧制负荷分配中的多目标优化算法大多数都是基于 Pareto支配关系进行个体选择,该类算法首先采用 Pareto支配关系促进种群收敛,然后通过分布度维持 机制(如拥挤距离、聚类和网格技术等)保持种群的分 布性, NSGA-II 是该类算法中具有代表性的算法.由 于该类算法机制简单,易于操作,已经被大量应用于 求解实际优化问题<sup>[11-12]</sup>,但是该类算法解决复杂的实 际问题的能力还有待提高<sup>[13]</sup>.基于分解的多目标优化 算法将多目标优化问题转化为多个单目标优化问题 协同求解,这类算法具有较低的时间复杂度,并通过 方向向量引导种群进化,种群可以获得较好的收敛性和分布性,MOEA/D<sup>[14]</sup>和DBEA<sup>[15]</sup>等算法是这类算法中具有代表性的算法.由于实际问题中的各个目标函数的量纲可能不相等,该类算法在使用时需要对目标空间进行归一化处理,而在归一化处理时需要求得每个目标的上界点,但是在该类算法中通常很难得到这些上界点,所以这类算法在求解实际问题时效果有时并不理想<sup>[16]</sup>.

由于基于分解的多目标优化可以很好地保持种群的分布性但是很难求得上界点,而基于Pareto支配的方法可以得到每一代种群中的Pareto前沿,由Pareto前沿动可以准确地计算出上界点,因此本文将Pareto支配与分解结合,提出一种混合多目标粒子群优化算法(hybrid multi-objective particle swarm optimization algorithm, HMOPSO),该算法首先根据Pareto支配关系促进种群收敛并计算出上界点,然后采用分解策略维护外部存档保持种群的分布性,从而提高Pareto最优解的收敛性和分布性,实验结果表明HMOSPO在轧制负荷分配问题中具有良好的性能.

# 负荷分配多目标优化模型(Mode of load distribution multi-objective optimization)

下面将首先介绍多目标优化问题的相关定义,然 后根据热精轧的工艺特点和轧制经验给出热精轧负 荷分配优化中决策变量、目标函数、约束条件以及主 要的轧制模型.

## **2.1** 多目标优化问题(Multi-objective optimization problem)

不失一般性,以最小化为例,多目标优化问题可以 描述为以下的形式:

min 
$$F(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \cdots \ f_m(x)],$$

s.t. 
$$\begin{cases} g_j(x) \le 0, \ j = 1, 2, \cdots, J, \\ h_k(x) = 0, \ k = 1, 2, \cdots, K, \ x \in \Omega, \end{cases}$$
(1)

式中: J和K表示不等式约束和等式约束的数目,  $\Omega = \prod_{i=1}^{n} [a_i, b_i] \subseteq \mathbb{R}^n$ 是决策变量空间,  $x = (x_1, \cdots, x_n) \in \Omega$ 是一个候选解.  $F: \Omega \to \mathbb{R}^m$ 包含了m个相互冲突的目标,  $\mathbb{R}^m$ 称为目标空间.

**定义1** 对于给定的两个决策变量x, y,称x Pareto支配y,或y被x Pareto支配, 记作 $x \prec y,$ 当且仅 当

$$\forall i = 1, 2, \cdots, m, \ f_i(x) \leq f_i(y) \land$$
  
$$\exists j = 1, 2, \cdots, m, \ f_i(x) < f_i(y).$$
 (2)

**定义 2** 一个解*x*\*被称为Pareto最优解,当且仅 当

$$\nexists x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n : x \prec x^*. \tag{3}$$

**定义3** 所有 Pareto 最优解组成的集合称为 Pareto最优解集(Pareto-optimal set, PS).

**定义4** 所有的Pareto最优解的目标函数值所形成的区域称为Pareto前沿(Pareto-optimal front, PF).

**定义5** 理想点 $Z^* = (z_1^*, z_2^*, \cdots, z_m^*)$ ,其中 $z_i^* = \min_{x \in \Omega} f_i(x), i = 1, 2, \cdots, m$ .

**定义 6** 上界点 $Z^{\text{nad}} = (z_1^{\text{nad}}, z_2^{\text{nad}}, \cdots, z_m^{\text{nad}}),$ 其 中 $z_i^{\text{nad}} = \max_{x \in PS} f_i(x), i = 1, 2, \cdots, m.$ 

#### 2.2 决策变量(Decision variables)

在轧制过程中,当各机架的出口厚度确定后,它们 的轧制力、力矩、功率、速度等参数就都会被确定,因 此通过各机架的出口厚度就可以计算出各个目标函 数和约束条件的值.对于七机架的热连轧机组,由于 末机架的出口厚度是板带的目标厚度,选用前6个机 架的出口厚度作为负荷分配的决策变量.因为经验负 荷分配具有一定的合理性,所以可以在经验负荷分配 的基准值附近搜索最优值<sup>[4]</sup>:

$$h_i^0 = H_0 \exp(\frac{C_2 - \sqrt{C_2 + 4C_1\varphi_i\alpha_n}}{2C_1}), \quad (4)$$

$$\alpha_n = C_1 \left( \ln \frac{H_0}{h_n} \right)^2 + C_2 \ln(\frac{H_0}{h_n}), \tag{5}$$

式中:  $h_i^0$ 表示第i个机架的出口厚度,  $H_0$ 表示来料的 厚度,  $h_n$ 表示成品厚度;  $C_1$ ,  $C_2$ 表示统计学习系数;  $\varphi_i$ 表示第i机架的累积能量分配系数;  $\alpha_n$ 表示初始参数.

## **2.3** 目标函数和约束条件(Objective functions and constraint conditions)

以负荷均衡、板形良好和轧制功率最低为优化目标,前3个机架主要考虑负荷均衡,在设备能力范围内提供尽可能大的压下量,但是考虑到来料厚差以及温度波动带来的板带厚度变化,因此第一机架的压下量需要留有一定的空间;后4个机架主要考虑板形良好,根据板形良好的条件应该使后4个机架板带的入口和出口的相对凸度尽量保持一致,并且轧制后的板带的凸度可以达到目标凸度的要求;并在整个轧制过程中考虑轧制功率最低.根据文献[7]建立七机架热精轧负荷分配优化的目标函数:

$$\min \begin{cases} f_1 = (P_1 - K_1 P_2)^2 + (P_2 - K_2 P_3)^2, \\ f_2 = \sum_{i=4}^{7} (\frac{CR_i}{h_i} - \frac{CR_n}{h_n})^2, \\ f_3 = \sum_{i=1}^{7} N_i (h_{i-1}, h_i), \end{cases}$$
(6)

式中:  $K_i$ 表示轧制力比例系数,  $K_1$ 一般取0.9,  $K_2$ 取1;  $P_i$ 表示第*i*个机架的轧制力;  $\frac{CR_i}{h_i}$ 表示第*i*个机架的相 对凸度,  $\frac{CR_n}{h_n}$ 表示期望的成品的相对凸度;  $N_i(h_{i-1}, h_i)$ 表示第*i*个机架的轧制功率.

因为在最终做决策时需要权衡各个目标,通常很 难使其中的某个目标达到最优值.对于上面的模型 中f2目标,由于权衡其他目标而使其取不到最优值 时(即目标值无法趋向于0),  $\frac{CR_7}{h_7}$ 很可能不等于 $\frac{CR_n}{h_7}$ , 甚至两者差别较大.因为经过第七机架轧制后的板带 即为成品,又因为在设置决策变量时将h7设定为hn, 所以当 $\frac{CR_7}{h_7}$ 不等于 $\frac{CR_n}{h_n}$ 时就会导致 $CR_7$ 不等于 CR<sub>n</sub>,那么轧制后的板带无法达到目标凸度要求.因 此本文将 $CR_7$ 的值设定为 $CR_n$ ,此时 $\frac{CR_7}{h_7}$ 就等于  $\frac{CR_n}{h_n}$ ,然后再推算出第七机架的轧制力等设定参数, 而四至六机架的出口相对凸度 $\frac{CR_i}{h_i}$ (i = 4 - 6)仍然 要求与成品相对凸度 $\frac{CR_n}{h_n}$ 尽可能相等.这样不仅可 以避免权衡各目标带来的误差对成品板带凸度的影 响,使轧制后的板带满足目标凸度要求,而且可以保 证四至七机架的板带相对凸度尽量保持一致.修改后 的 f2 目标为

$$f_2 = \sum_{i=4}^{6} \left(\frac{CR_i}{h_i} - \frac{CR_n}{h_n}\right)^2.$$
 (7)

在实际的轧制过程中,需要考虑轧制设备和工艺 等约束条件,根据热精轧机组的特点,本文考虑以下 几个约束条件:

1) 各机架的轧制力和功率应小于最大值;

2) 各机架的出口厚度应小于入口厚度.

因此, 轧制过程中的约束条件可写成下面的形式:

$$\begin{cases} 0 < P_i \leqslant P_{\max}, \\ 0 < N_i \leqslant N_{\max}, \\ h_{i+1} < h_i, \end{cases}$$
(8)

式中:  $P_{\text{max}} 和 N_{\text{max}} 分别为轧制力和轧制功率的最大值.$ 

#### 2.4 主要轧制模型(Main rolling model)

下面介绍在求解目标函数和约束条件时使用到的 轧制模型<sup>[2]</sup>. 其中轧制力模型为

$$P = 1.15Bl'_{\rm c}Q_{\rm p}\sigma,\tag{9}$$

$$U_{\rm c}' = \sqrt{R' \Delta h},$$
 (10)

$$R' = R(1 + 2.2 * 10^{-1} \frac{P}{B\Delta h}), \tag{11}$$

$$Q_{\rm p} = 0.8205 + 0.2376 \frac{l_{\rm c}}{h_m} + 0.1006\varepsilon \frac{l_{\rm c}}{h_m} - 0.3768\varepsilon, \qquad (12)$$
$$\sigma = \sigma_0 \exp(a_1 T + a_2) \left(\frac{u_m}{10}\right)^{(a_3 T + 4)}.$$

$$[a_6(\frac{e}{0.4})^{a_5} - (a_6 - 1)(\frac{e}{0.4})], \qquad (13)$$

式中: B表示板带宽度, 实际计算时认为轧制过程宽 度不变, 即为一个常数;  $l_c$ 和 $l'_c$ 分别表示未考虑和考虑 压扁后的轧辊与轧件接触弧长的水平投影;  $Q_p$ 表示考 虑接触弧长摩擦力造成应力状态的影响系数;  $\sigma$ 表示 金属塑性变形阻力; R和R'分别表示未考虑和考虑轧 扁后的轧辊半径;  $\Delta h$ 表示压下量;  $h_m$  表示轧制时轧 件入口厚度和出口厚度平均值;  $\varepsilon$  表示相对变形程度;  $\sigma_0$ 表示 T = 1.273 K,  $u = 10s^{-1}$ , e = 0.4时的变形 阻力; T表示轧制温度;  $u_m$ 表示变形速度; e表示真正 变形程度;  $a_1-a_6$ 为钢种决定的系数.

由式(9)-(11)可知,在计算P和R'时两者存在代数环,通常采用循环迭代的方法求解,但是这样处理耗时较长且精度低.因此本文将式(9)-(11)联立求解,可解得

$$R' = \left[\frac{0.253\sigma Q_{\rm p}R + \sqrt{(0.253\sigma Q_{\rm p}R)^2 + 4R\Delta h}}{2\sqrt{\Delta h}}\right]^2.$$
(14)

然后将式(14)代入式(9)-(10)即可求出轧制力P. 轧制功率模型为

$$M = 2Pl_{\rm c}\varphi,\tag{15}$$

$$N = \frac{Mn}{971},\tag{16}$$

式中: $\varphi$ 为力臂系数,M为轧制力矩,n为轧辊转速.

考虑影响板形的各项因素,可给出式(17)所示的 凸度方程

$$CR = \frac{P}{K_{\rm p}} + \frac{F}{K_{\rm F}} + E_{\omega}(\omega_{\rm H} + \omega_{\rm W} + \omega_0) + E_{\rm C}\omega_{\rm C} + CR_0, \qquad (17)$$

式中: F表示弯辊力;  $K_p$ 表示轧机横向刚度系数,  $K_F$ 表示横向弯辊刚度系数;  $E_\omega$ 表示工作辊综合辊型影响 系数,  $E_C$ 表示可控辊型影响系数;  $\omega_H$ 表示热辊型,  $\omega_W$ 表示磨损辊型,  $\omega_0$ 表示原始辊型,  $\omega_C$ 表示可控辊型;  $CR_0$ 表示常数项.

 混合多目标粒子群优化算法(HMOPSO) (Hybrid multi-objective particle swarm optimization algorithm, HMOPSO)

下面将首先介绍本文提出的外部存档维护策略, 然后详细描述HMOPSO算法的整体流程.

# **3.1** 基于分解的外部存档维护策略(External archive maintenance strategy based on decomposition)

当外部存档中的个体数目超过设置的规模时需要 对外部存档进行维护,本文采用分解策略维护多目标 粒子群算法中的外部存档,通过分区处理不断促进种 群向方向向量靠近,实现种群的均匀分布.该策略包括3个部分:目标空间归一化、分区处理和个体选择.

首先对目标空间进行归一化处理,如式(18)所示:

$$\widetilde{f}_{i}(x) = \frac{f_{i}(x) - z_{i}^{*}}{z_{i}^{\text{nad}} - z_{i}^{*}}, \ i = 1, 2, \cdots, m,$$
(18)

式中的理想点z<sup>\*</sup>,可由种群中的第i个目标值的最小值 得到,由于在基于分解的多目标优化算法中种群的上 界点z<sup>nad</sup>一般很难求得,通常采用每个目标函数的最 大值代替,当种群中某个个体远离种群较远时,会导 致归一化处理不准确,而本文中外部存档中的个体全 部是Pareto最优解,所以可以采用式(19)-(20)得到种 群的上界点.

$$z^{\text{nad}} = (z_1^{\text{nad}}, z_2^{\text{nad}}, \cdots, z_m^{\text{nad}}),$$
 (19)

$$z_i^{\text{nad}} = \max_{x \in \text{Archive}} f_i(x), \ i = 1, 2, \cdots, m.$$
(20)

然后对种群进行分区处理. 计算每个个体与所有 的方向向量的夹角, 找到与个体夹角最小的方向向量, 则该个体属于这个方向向量所在的区域. 计算公式如 式(21)-(22)所示:

$$\theta_i(x) = \arccos \frac{\tilde{f}^{\mathrm{T}}(x)w_i}{\|\tilde{f}(x)\|\|w_i\|},\tag{21}$$

$$\Phi_i(x) = \{x | \theta_i(x) \le \theta_j(x)\}, \ i, j = 1, 2, \cdots, N,$$
(22)

式中: N表示方向向量的个数,  $\theta_i$ 表示 $\hat{f}(x)$ 与方向向量 $w_i$ 的夹角,  $\Phi_i(x)$ 表示个体x属于方向向量 $w_i$ 所在的区域.

最后从种群中选取个体.如果某个方向向量所在的区域中只有一个个体,则直接保留这个个体;如果 某个方向向量所在的区域中的个体数目大于一个,则 选择该区域内基于惩罚的边界交集法(penalty-based boundary intersection, PBI)聚合函数值最小的个体; 如果某个方向向量所在的区域中没个体则选择整个 外部存档内PBI聚合函数值最小的个体, PBI聚合函数 的计算公式如下:

$$\begin{cases} \min g(x|w,\theta) = d_1 + \theta d_2, \\ d_1 = \frac{\|\tilde{f}^{\mathrm{T}}(x)w\|}{\|w\|}, \\ d_2 = \|\tilde{f}(x) - d_1 \frac{w}{\|w\|}\|, \end{cases}$$
(23)

式中θ是权衡收敛性和分布性的参数,通常取5.0.

图1是基于分解的外部存档维护策略示意图. 图中 有4个方向向量 $w_1 \sim w_4$ ,外部存档的规模为4,图1所 示的档案中存在5个个体因此需要对外部存档进行维 护.  $\Phi_1$ 区域中有两个个体 $x_1$ 和 $x_2$ , $x_1$ 在方向向量 $w_1$ 上 的PBI聚合函数值更小,选择 $x_1$ 个体; $\Phi_2$ 区域中只有 一个个体 $x_3$ ,因此直接选择 $x_3$ 个体.由于 $x_2$ 相对 于 $x_3$ 在方向向量 $w_2$ 上的PBI聚合函数值更小,若没有 分区处理则会选择 $x_2$ 个体,而一般认为 $x_3$ 个体更有利 于种群在 $\Phi_2$ 区域搜索<sup>[12]</sup>.  $\Phi_3$ 区域中有两个个体 $x_4$ 和 $x_5$ ,  $x_4$ 在方向向量 $w_3$ 上的PBI聚合函数值更小,选 择 $x_4$ 个体;  $\Phi_4$ 区域中有没有个体,  $x_5$ 在方向向量 $w_4$ 上 的PBI聚合函数值最小,选择 $x_5$ 个体.上述的维护策略 存档有利于引导种群向方向向量靠近,实现种群的均 匀分布.



图 1 基于分解的外部存档维护策略示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the external archive maintenance strategy based on decomposition

**3.2 HMOPSO**的整体流程(Whole process of HMOPSO)

#### HMOPSO算法的整体流程如下:

步骤1 确定参数. 设定种群规模 $N_{\rm p}$ ,最大进化 代数 $G_{\rm max}$ ,外部存档的规模 $N_{\rm A}$ ,惯性常数 $\omega$ ,学习因 子 $c_1, c_2$ ,变异率 $p_{\rm m}$ .

步骤 2 初始化种群. 在目标空间中随机生成粒子种群 $S = x^1, x^2, \cdots, x^{N_P}$ , 计算粒子的适应度值,并将每个粒子的速度设为0; 令当前的粒子为它们的个体最优解 $x_{pb}$ ,并采用文献[17]中的方法选出所有的Pareto最优解放入外部存档中.

步骤3 更新粒子速度和位置. 从外部档案中随机选取一个粒子作为全局最优解 $x_{gb}$ , 按照式(24)–(25)更新粒子的速度和位置, 如果rand  $< p_{m}$ , 则对粒子进行均匀变异.

$$v_i^{t+1} = \omega v_i^t + c_1 r_1 (x_{\text{pb},i}^t - x_i^t) + c_2 r_2 (x_{\text{gb}}^t - x_i^t),$$
(24)

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}, (25)$$

式中:  $v_i^t$ 表示第t代的第i个粒子的速度,  $x_{\text{pb},i}^t$ 表示第t代的第i个个体最优粒子;  $x_i^t$ 表示第t代的第i个粒子的位置,  $x_{\text{gb}}^t$ 表示第t代的全局最优粒子;  $r_1, r_2$ 是两个[0, 1]之间的随机数.

步骤4 更新个体最优解.如果新产生的解和个体最优解都是可行解,当个体最优解被新产生的解 Pareto支配时,新产生的解为该粒子的个体最优解,当 新产生的解被个体最优解Pareto支配时,该粒子的个体最优解保持不变;当两者是Pareto非支配关系,则随 机选择其中一个为该粒子的个体最优解.如果两者中 有一个解是不可行解,那么其中的可行解为该粒子的 个体最优解;如果两者都是不可行解,违反约束量小 的解为该粒子的个体最优解,违反约束量的计算公式 如式(26)所示:

$$CV = \sum_{i=1}^{7} \max(0, \frac{P_i - P_{\max,i}}{P_{\max,i}}) + \sum_{i=1}^{7} \max(0, \frac{N_i - N_{\max,i}}{N_{\max,i}}).$$
 (26)

步骤 5 外部存档维护. 将新产生的解和外部存 档中的解合并,选出所有的Pareto最优可行解进入档 案. 当档案中的解规模大于*N*<sub>A</sub>时,采用基于分解的外 部存档维护策略对档案进行维护.

步骤6 终止条件判断.如果满足终止条件则输出外部存档,否则返回步骤3.

#### 4 仿真实验及结果分析(Simulation experiment and result analysis)

本文以某钢厂热连轧生产现场Q235B钢坯的轧制 负荷分配为例进行仿真实验研究. 仿真实验的数据: 板带宽度B = 1535 mm, 来料厚度 $H_0 = 36.7$  mm, 成 品厚度 $h_n = 5.7$  mm, 粗轧出口温度 $t_{RC} = 1067^{\circ}C$ , 精 轧 出 口 温 度  $t_{FC} = 891^{\circ}C$ , 目 标 凸 度  $CR_n =$ 0.01 mm, 表1给出了相关的设备参数.

由式(4)-(5)可以得到经验负荷分配的7个机架的 出口厚度基准值分别为25.5, 18.5, 12.7, 9.5, 7.8, 6.5 和5.7, 采用文献[3]中的方法将决策变量区间设置为

 $\begin{array}{l} 22.0 \leqslant x_1 \leqslant 36.7, \ 15.6 \leqslant x_2 \leqslant 22.0, \\ 11.1 \leqslant x_3 \leqslant 15.6, \ 8.65 \leqslant x_4 \leqslant 11.1, \\ 7.15 \leqslant x_5 \leqslant 8.65, \ 6.10 \leqslant x_6 \leqslant 7.15. \end{array}$ 

	表 1 设备参数
Table 1	Parameters of equipment

机架号	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$
轧辊直径/mm	800	800	800	760	760	760	760
电机功率/kW	12000	12000	12000	12000	10000	10000	10000
最大轧制力/kN	50000	50000	50000	50000	40000	40000	40000

为了验证提出的HMOPSO在热精轧轧制负荷分 配中的性能,将其与一种基于Pareto支配关系的多目 标粒子群优化算法(multi-objective particle swarm optimization, MOPSO)<sup>[18]</sup>和一种基于分解的多目标粒子 群优化算法(decomposition-based multi-objective particle swarm optimizer, dMOPSO)<sup>[19]</sup>进行对比,同时, MOPSO根据Pareto支配关系更新种群的全局最优粒 子和个体最优粒子,并采用网格策略维护外部存档; dMOPSO根据聚合函数值更新种群的全局最优粒子 和个体最优粒子,并对多次停滞不动的粒子采用一种 重置策略更新粒子的位置,保持种群的多样性.为了 保证对比的公平性,每种算法都进行30次独立实验, 且每种算法的种群规模都设为300个,迭代次数均 为300代.HMOPSO的外部存档的规模与种群规模一 样,学习因子 $c_1, c_2 = 2.0$ ,惯性常数 $\omega$ 随着代数变化 从0.9降到0.4,变异率 $p_{\rm m} = 0.5$ .其他算法中相关参数 参考相应的文献[18-19].

为了定量评价不同的多目标优化算法的性能,通过*I*<sub>c</sub>和*I*<sub>H</sub>两个指标来衡量算法的性能.

1) Ic指标的计算公式如下:

$$I_{c}(A,B) = \frac{|\{b \in B; \exists a \in A : a \leq b\}|}{|B|}, \quad (27)$$

式中: A, B是两个近似的Pareto最优解集, 分子表示 解集B中被解集A支配的个体数目, 分母表示解集B中个体的总数.  $I_c(A, B) = 1$ 表示解集B中的解都被 集合A支配,  $I_c(A, B) = 0$ 表示解集B中没有任何解 被集合A支配.  $I_c$ 指标可以用来比较两种算法的收敛 性. 表2是3种算法 $I_c$ 性能指标值, 每个表格中的两个 数分别代表性能指标的平均值和标准差.

2) I<sub>H</sub>指标的计算公式如下:

$$I_{\mathrm{H}}(A,r) = \operatorname{volume}(\bigcup_{f \in A} [f_1, r_1] \times \cdots \times [f_{\mathrm{m}}, r_{\mathrm{m}}]), (28)$$

式中: r是参考点,本文中的参考点r取(3,8,3); A是最 终得到的解集, I<sub>H</sub>表示解集A和参考点围成的区域的 体积,本文根据文献[20]中提出的方法,采用蒙特卡洛 采样方法估算得到I<sub>H</sub>指标值,其中采样点取10<sup>6</sup>个. I<sub>H</sub> 值越大说明算法的收敛性和分布性的整体效果越好. 图2是3种算法的I<sub>H</sub>指标值盒状图.





由图3-5可知, HMOPSO和MOPSO在热精轧负荷 分配问题中的效果远远好于dMOPSO, dMOPSO只找 到Pareto前沿上的部分解, 且分布性能较差, 这是由于 dMOPSO在归一化时没有选择合适的最低点导致的, 使种群出现了聚集的情况. 此外HMOPSO得到的解 集的分布性好于 MOPSO得到的解集, 这是由于 HMOPSO中基于分解技术的外部存档保持策略相对 于MOPSO中基于网格的外部存档保持策略可以更加 有效地维持了种群的分布性.







图 4 dMOPSO得到的Pareto前沿 Fig. 4 Pareto front obtained by dMOPSO





从表 2 中可知, HMOPSO 得到的解集中只有 5.66%和5.50%的解分别被MOPSO和dMOPSO得到 的解集支配, 而MOPSO和dMOPSO得到的解集中分 别有13.15%和24.50%的解被HMOPSO得到的解集支 配, 说明HMOPSO在热精轧负荷分配问题中的收敛性 好于MOPSO和dMOPSO. 这是由于HMOPSO使种群 保持了很好的分布度, 促使种群找到了更好的位置, 第1期

此外外部存档中的PBI聚合函数在保持种群多样性的同时也可以促进种群收敛.

表 2 各算法的 $I_c$ 指标值 Table 2  $I_c$  indicator value of algorithms

set A	set B	$I_{ m c}(A,B)$	$I_{\rm c}(B,A)$
HMOPSO	MOPSO	13.15%(0.0660)	5.66%(0.0035)
HMOPSO	dMOPSO	24.50%(0.0478)	5.50%(0.0113)
MOPSO	dMOPSO	16.00%(0.0365)	2.53%(0.0112)

从图2可知, HMOPSO在热精轧负荷分配问题中 得到的解集的I<sub>H</sub>指标值最大, MOPSO的I<sub>H</sub>指标值 比HMOPSO小, 而dMOPSO的I<sub>H</sub>指标值远远小于前 两种算法. 说明HMPSO在该问题上的整体性能最好, MOPSO的整体性能次之, dMOPSO的整体性能最差.

为了验证本文提出的基本分解技术中外部存档策 略中的分区处理策略的有效性,下面将比较HMOPSO 与没有分区的HMOPSO在热精轧轧制负荷分配中的 性能.从图6可以看出没有分区的HMOPSO得到的解 集分布较均匀,但是相对于HMOPSO,没有分区的 HMOPSO只得到的解集中在中间区域,边缘区域很多 解没有搜索到.没有分区的HMOPSO得到的解集中 有8.2175%的被HMOPSO得到的解集支配,而HMOP SO得到的解集中有10.2833%的解被HMOPSO得到 的解集支配,没有分区的HMOPSO收敛性略好于 HMOPSO,但是两者差别不大.没有分区的HMOPSO 得到的解集的I<sub>H</sub>指标为13.5307, HMOPSO得到的解 集的I<sub>H</sub>指标为13.5731,表明HMOPSO的整体性能好 于没有分区的HMOPSO,说明本文的外部存档策略中的分区处理有利于提升算法的整体性能.



图 6 没有分区的HMOPSO得到的Pareto前沿 Fig. 6 Pareto front obtained by HMOPSO without partition

热精轧负荷分配问题经过HMOPSO优化可以得 到一组Pareto最优解,而实际生产时只需一种方案指 导生产<sup>[21]</sup>.本文根据解的满意度进行多属性决策,首 先利用模糊隶属度函数来分别表示每个Pareto最优解 对应的各个目标函数的满意度,式(29)是模糊隶属满 意度函数的表达式:

$$u_{i} = \frac{f_{i,\max} - f_{i}}{f_{i,\max} - f_{i,\min}},$$
(29)

式中:  $f_i$ 表示Pareto最优解在第i个目标函数上的函数 值;  $f_{i,max}$ 表示第i个目标函数的最大值;  $f_{i,min}$ 表示第 i个目标函数的最小值.  $f_i$  越小,  $f_i$ 相对于第i个目标的 满意度就越高, 其模糊隶属满意度函数值就越大且接 近于1.

对每个Pareto最优解求取该解对于所有目标函数的满意度的和,和最大者即为最优者.表3-4分别给出了两种轧制方案的负荷分配结果.

表 3	各机架经验负荷分配结果	
1100		

Table 3	The optimized	result of	empirical	load	distribution
---------	---------------	-----------	-----------	------	--------------

负荷参数	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$
<i>h/</i> mm	25.53	18.57	12.66	9.55	7.84	6.52	5.70
$\varepsilon$ /%	36.03	22.45	19.06	10.03	5.52	4.26	2.65
$l_{\rm c}^{\prime}$ /mm	96.52	76.92	71.95	51.7	38.94	34.85	27.85
R'/mm	834.11	850.07	876.05	859.58	886.93	919.98	945.95
P/kN	25977	23760	30646	22226	15577	15156	6430
CR	40.34	36.90	47.59	37.48	25.37	23.28	10.00
N/kW	4035.86	4044.17	7157.47	5204.96	3347.07	3503.92	1358.96

表 4 各机架HMOPSO负荷分配优化结果

Table 4 The optimized result of load distribution on HMOPSO

		-					
负荷参数	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$
h/mm	24.85	16.92	11.96	9.20	8.34	7.14	5.70
$\varepsilon$ /%	38.23	25.58	16.00	8.90	2.77	3.87	4.65
$l_{\rm c}^{\prime}/{ m mm}$	99.44	82.27	66.12	48.82	27.38	32.92	37.08
R'/mm	834.60	853.70	881.59	863.62	872.31	903.61	954.87
P/kN	27955	29036	27594	20527	6932	12368	6430
CR	43.41	45.08	42.84	34.61	11.29	18.99	10.00
$N/\mathbf{kW}$	4597.20	5802.14	6269.22	4711.84	984.76	2467.45	1809.34

由表3-4可知,由经验负荷分配方法得到的方案 对应的目标函数的值为(1.12, 24.34, 3.71),而按照 上述的决策方法从Pareto最优解集中选取的轧制方 案对应的目标函数的值为(0.09, 6.90, 3.39). 经验负 荷分配方案被该方案Pareto支配,从而说明了从Pareto最优解集中选择的轧制负荷分配方案比经验负 荷分配方案更加合理.

#### 5 结论(Conclusions)

本文提出一种混合多目标粒子群优化算法 (HMOPSO),该算法根据Pareto支配关系促进种群 收敛,采用基于分解技术的外部存档保持策略维护 种群多样性,该策略首先根据Pareto前沿求出最低 点,然后对种群进行归一化处理,最后对种群进行 分区,促使区域内的粒子向方向向量飞行,从而提 高种群的分布性.仿真表明HMOPSO算法在轧制负 荷分配问题中得到的解集的收敛性和分布性都要好 于MOPSO和dMOPSO,与经验负荷分配方案比较, HMOPSO得到的轧制方案更加合理.

#### 参考文献(References):

- COELLO C A C, LAMONT G B, VELDHUIZEN D A V. Evolutionary Algorithms for Solving Multi-objective Problems [M]. [s.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.
- [2] SUN Yikang. The Model and Control of Hot Strip Mill [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002.
  (孙一康. 带钢热连轧的模型与控制 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2002.)
- [3] WANG D D, TIEU A K, BOER F G D, et al. Toward a heuristic optimum design of rolling schedules for tandem cold rolling mills [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2000, 13(4): 397 – 406.
- [4] WANG Yan, LIU Jinglu, SUN Yikang. Immune genetic algorithms (IGA) based scheduling optimization for finisher [J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2002, 24(3): 339 341. (王焱,刘景录,孙一康. 免疫遗传算法对精轧机组负荷分配的优化 [J]. 北京科技大学学报, 2002, 24(3): 339 341.)
- [5] WANG Jianhui, XU Lin, YAN Yongliang, et al. Improved PSO and its application to load distribution optimization of hot strip mills [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(12): 1379 – 1383.
  (王建辉, 徐林, 闫勇亮, 等. 改进粒子群算法及其对热连轧机负荷分 配优化的研究 [J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1379 – 1383.)
- [6] LI Dong, LIU Jianchang, TAN Shubin, et al. Application of improved ant colony algorithm in load distribution optimization of hot finishing mills [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8): 1077 – 1086. (李冬, 刘建昌, 谭树彬,等. 改进蚁群算法在热精轧负荷分配优化中 的应用 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 1077 – 1086.)
- [7] JIA S, LI W, LIU X, et al. Multi-objective load distribution optimization for hot strip mills [J]. *International Journal of Iron and Steel Research*, 2013, 20(2): 27 – 61.
- [8] HU Z, YANG J, ZHAO Z, et al. Multi-objective optimization of rolling schedules on aluminum hot tandem rolling [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 85(1): 85 – 87.
- [9] YAO Feng, YANG Weidong, ZHANG Ming. Multi-objective differential evolution used for load distribution of hot strip mills [J]. Control Theory & Applications, 2011, 27(7): 897 – 902.

(姚峰,杨卫东,张明.多目标差分进化在热连轧负荷分配中的应用[J]. 控制理论与应用, 2011, 27(7): 897 – 902.)

- [10] DEB K, PRATAP A, AGARWWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA–II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182 – 197.
- [11] LIU Tan, GAO Xianwen, WANG Lina. Multi-objective optimization for oil production process with compensating model error [J]. *Control Theory & Application*, 2015, 32(5): 615 – 622.
  (刘潭, 高宪文, 王丽娜. 补偿模型误差的采油过程多目标优化 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(5): 615 – 622.)
- [12] FU Yaping, HUANG Min, WANG Hongfeng, et al. Multi-objective optimization model and algorithm for hybrid parallel machine scheduling problem [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1510-1516.
  (付亚平, 黄敏, 王洪峰, 等. 混合并行机调度问题的多目标优化模型及算法 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1510-1516.)
- [13] LI K, KWONG S, DEB K. A dual-population paradigm for evolutionary multiobjective optimization [J]. *Information Sciences*, 2015, 309(1): 50 – 72.
- [14] ZHANG Q, LI H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712 – 731.
- [15] ASAFUDDOULA M, RAY T, SARKER R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(3): 445 – 460.
- [16] ZHANG Chunjiang, TAN Kay Chen, GAO Liang, et al. Multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition for engineering optimization [J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2015, 36(6): 38 – 46.
  (张春江, TAN Kay Chen, 高亮, 等. 基于分解的多目标进化算法在 工程优化中的应用 [J]. 郑州大学学报(工学版), 2015, 36(6): 38 – 46.)
- [17] ZHANG X, TIAN Y, CHENG R, et al. An efficient approach to nondominated sorting for evolutionary multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(2): 201 – 213.
- [18] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization [J]. *IEEE Transactions* on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256 – 279.
- [19] ZAPOTECAS M S, COELLO C A C. A multi-objective particle swarm optimizer based on decomposition [C] //Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York: ACM, 2011: 69 – 76.
- [20] BADER J, ZITZLER E. HypE: An algorithm for fast hypervolumebased many-objective optimization [J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45 – 76.
- [21] WANG R, PURSHOUSE R C, FLEMING P J. "Whatever works best for you" — a new method for a priori and progressive multi-objective optimisation [C] //Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Heidelberg: Springer, 2013: 337 – 351.

#### 作者简介:

#### 黄佩秋 (1991–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为多目标优化及

其应用, E-mail: huangpeiqiu1991@163.com;

**刘建昌** (1960-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制理论与应用、复杂过程建模、控制与优化、故障诊断, E-mail: liujian chang@ise.neu.edu.cn;

**谭树彬** (1974–), 男, 副教授, 目前研究方向为复杂工业过程控制 与优化, E-mail: tanshubin@ise.neu.edu.cn;

**王洪海** (1983–), 男, 讲师, 目前研究方向为复杂工业过程控制与 优化, E-mail: water.honghai@gmail.com.