第 33 卷第 11 期
2016 年 11 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 33 No. 11
Nov. 2016

DOI: 10.7641/CTA.2016.60338

# 欠驱动飞艇三维路径跟踪控制

王欣欣, 左宗玉†

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100191)

**摘要**: 针对欠驱动飞艇的路径跟踪控制问题, 提出了一种基于制导向量场的三维路径跟踪控制方法. 首先, 引入向量场理论. 接着基于牛顿–欧拉方程建立欠驱动飞艇动力学模型. 基于所提模型和向量场理论构造制导向量场以获得期望姿态角和期望速度. 然后结合反步法和PD控制设计路径跟踪控制器, 用指令滤波器对控制器设计过程中虚拟控制的导数进行估计, 避免了复杂的解析计算. 所设计的控制器是由制导向量场子系统、姿态稳定环和速度跟踪环组成的内外环结构. 稳定性分析证明了飞艇的路径跟踪误差最终一致有界. 最后仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词**: 制导向量场; 路径跟踪; 欠驱动飞艇; 反步法; 指令滤波器

**中图分类号**: TP273　　　**文献标识码**: A

# Three dimensional path-following control for an under-actuated airship

WANG Xin-xin, ZUO Zong-yu†

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
The Seventh Research Division, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A new three dimensional path-following control algorithm for under-actuated airships based on guidance vector field is presented in this paper. Firstly, the vector field theory is described. Nextly the under-actuated airship dynamic is established based on Newton-Euler equations. Based on this model and the vector field theory, the guidance vector field is constructed to obtain the desired attitude angles and desired velocity. Then the path-following controller is proposed by using Backstepping technique and PD control technique. Command filters are utilized to estimate derivatives of the virtual controls during the controller design progress such that complex analytical calculations can be avoided. The resultant control system possesses a cascaded structure, which consists of a guidance vector field subsystem, an attitude stabilization control loop and a velocity tracking control loop. The stability analysis shows that path-following error of the airship is ultimately uniformly bounded. Finally, simulation results for the airship are illustrated to verify the effectiveness of the proposed design.

**Key words:** guidance vector field; path-following; under-actuated airships; backstepping; command filter

## 1　引言(Introduction)

飞艇是一种轻于空气的浮空器, 与飞机相比, 飞艇具有垂直起降、载荷能力大、驻空时间长等优点, 在军事和民用领域展现了广阔的应用前景, 近年来成为各国研究的重点[1–3].

飞艇的运动控制包括轨迹跟踪控制和路径跟踪控制[4]. 轨迹跟踪是指控制飞艇跟踪以时间为参考的期望轨迹[5], 主要的控制方法有反步法[6]和轨迹线性化控制方法[7]等. 不同于轨迹跟踪问题, 路径跟踪对于期望位置无时间跟踪要求, 鉴于飞艇体积大、运动缓慢、操纵性差的特点, 路径跟踪控制具有更为实际的意义. 近年来关于非线性系统路径跟踪的研究结果可参考文献[8]. 目前路径跟踪控制问题主要有两种解决方案: 一种解决方案是基于参数化的路径跟踪控制, 目标是设计路径参数更新律来跟踪期望路径上的虚拟点[9–11]; 另外一种是设计控制器来镇定由隐式函数表示的路径跟踪误差[12–14]. 至于飞艇的路径跟踪控制, 近年来也取得了一定成果. 文献[15]基于反步法实现了对期望路径上虚拟点的跟踪; 文献[16–17]在基于参数化的制导路径跟踪理论下, 分别用轨迹线性化

收稿日期: 2016−05−19; 录用日期: 2016−09−07.
†通信作者. E-mail: zzybobby@buaa.edu.cn; Tel.: +86 10-82339739.
本文责任编委: 胡跃明.
国家自然科学基金项目(61673034), 航空科学基金项目(2012CZ51029), 航天支撑技术基金项目资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (61673034), Aeronautic Science Foundation of China (2012CZ51029) and Aerospace Support Technology Foundation of China.

方法和反步法实现了欠驱动飞艇对平面期望路径的跟踪, 文献[18]基于参数化的制导路径跟踪理论和轨迹线性化控制实现了三维路径跟踪控制.

然而关于飞艇的三维路径跟踪控制的研究少之又少, 并且上述飞艇的路径跟踪控制大都是跟踪期望路径上的虚拟参考点实现的, 可能导致飞艇暂时偏离期望路径较远. 受文献[19]的启发, 提出了一种基于制导向量场的三维隐式路径跟踪控制方法, 使得期望路径为一个不变集, 飞艇一旦到达期望路径附近, 便始终保持在期望路径附近, 不再离开[20]. 本文首先基于向量场理论构造了制导向量场以获得期望姿态角和期望速度, 然后结合反步法和PD控制设计了路径跟踪控制器并给出参数选取条件, 鉴于解析求导的复杂性, 利用指令滤波器对控制器设计过程中虚拟控制的导数进行估计. 闭环系统稳定性分析证明: 所设计的控制器可实现路径跟踪误差的最终一致有界性.

## 2 预备知识(Preliminaries)

在本文中: $|\cdot|$表示标量的绝对值, $\|\cdot\|$表示向量的欧几里得范数, $\mathrm{atan2}(\cdot,\cdot)$表示四象限反正切函数, $\arcsin(\cdot)$ 表示反正弦函数, $\min(\cdot)$和$\max(\cdot)$分别表示取最小值和最大值, $F_{(\cdot)}, G_{(\cdot)}, f_{(\cdot)}$和$g_{(\cdot)}$表示求偏导数. 对于$x\in\mathbb{R}$, 定义双曲正切函数和双曲正割函数分别为$\tanh x=\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$和$\mathrm{sech}\,x=\dfrac{2}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$.

**引理 1** 对于光滑函数$\alpha(t):\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, 其导数$\dot\alpha$可以用以下指令滤波器估计[21–22]:

$$\hat{\dot\alpha}=\frac{\omega_\mathrm{n}^2 s}{s^2+2\xi\omega_\mathrm{n}+\omega_\mathrm{n}^2}\alpha, \tag{1}$$

其中$\xi$和$\omega_\mathrm{n}$分别为阻尼比和自然振荡频率.

**注 1** 上述指令滤波器的估计误差$\tilde{\dot\alpha}=\dot\alpha-\hat{\dot\alpha}$有界. 充分大的$\omega_\mathrm{n}$可以确保估计精度. 对于指令滤波器(1),给定阻尼比$\xi$, 某一有限时间$T>0$, 以及正数$\sigma>0$, 则总能找到自然振荡频率$\omega_\mathrm{n}(T,\sigma)>0$, 使得当$t>T$时, $|\tilde{\dot\alpha}|<\sigma$.

**注 2** 反步法中虚拟控制的导数可用指令滤波器(1)进行估计, 这样就可以避免复杂的解析计算.

对于空间中的一个运动体, 其位置矢量和速度矢量在惯性坐标系中的坐标表示分别为$\boldsymbol{\eta}_\mathrm{p}=[x_\mathrm{p}\ \ y_\mathrm{p}\ \ z_\mathrm{p}]^\mathrm{T}\in\mathbb{R}^3$和$\dot{\boldsymbol{\eta}}_\mathrm{p}=[\dot x_\mathrm{p}\ \ \dot y_\mathrm{p}\ \ \dot z_\mathrm{p}]^\mathrm{T}\in\mathbb{R}^3$, 则该运动体在惯性系中的运动可以描述为

$$\begin{cases}\dot x_\mathrm{p}=V_\mathrm{p}\cos\varphi\cos\chi,\\ \dot y_\mathrm{p}=V_\mathrm{p}\cos\varphi\sin\chi,\\ \dot z_\mathrm{p}=V_\mathrm{p}\sin\varphi,\end{cases} \tag{2}$$

其中: $V_\mathrm{p}=\sqrt{\dot x_\mathrm{p}^2+\dot y_\mathrm{p}^2+\dot z_\mathrm{p}^2}$, $\chi=\mathrm{atan2}(\dot y_\mathrm{p},\dot x_\mathrm{p})$和$\varphi=\mathrm{atan2}(\dot z_\mathrm{p},\sqrt{\dot x_\mathrm{p}^2+\dot y_\mathrm{p}^2})$分别表示航迹方位角和航迹倾斜角. 空间中的期望路径$\boldsymbol{\iota}$, 可由两个三元隐函数$\{F(x_\mathrm{p},y_\mathrm{p},z_\mathrm{p})=0,\ G(x_\mathrm{p},y_\mathrm{p},z_\mathrm{p})=0\}$描述, 定义路径跟踪误差$\epsilon=\sqrt{F^2(x_\mathrm{p},y_\mathrm{p},z_\mathrm{p})+G^2(x_\mathrm{p},y_\mathrm{p},z_\mathrm{p})}$, 当$\epsilon=0$意味着运动体位于期望路径上. 可以得到期望路径$\boldsymbol{\iota}$的单位梯度向量场[19]

$$\boldsymbol{n}_\mathrm{c}=\frac{1}{M_\mathrm{c}}\begin{bmatrix}FF_{\mathrm{x_p}}+GG_{\mathrm{x_p}}\\ FF_{\mathrm{y_p}}+GG_{\mathrm{y_p}}\\ FF_{\mathrm{z_p}}+GG_{\mathrm{z_p}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

和单位旋度向量场

$$\boldsymbol{n}_\mathrm{s}=\frac{1}{M_\mathrm{s}}\begin{bmatrix}F_{\mathrm{y_p}}G_{\mathrm{z_p}}-F_{\mathrm{z_p}}G_{\mathrm{y_p}}\\ F_{\mathrm{z_p}}G_{\mathrm{x_p}}-F_{\mathrm{x_p}}G_{\mathrm{z_p}}\\ F_{\mathrm{x_p}}G_{\mathrm{y_p}}-F_{\mathrm{y_p}}G_{\mathrm{x_p}}\end{bmatrix}, \tag{4}$$

$M_\mathrm{c}$和$M_\mathrm{s}$的表达式:

$$\begin{cases}M_\mathrm{c}=\sqrt{(FF_{\mathrm{x_p}}+GG_{\mathrm{x_p}})^2+(FF_{\mathrm{y_p}}+GG_{\mathrm{y_p}})^2+(FF_{\mathrm{z_p}}+GG_{\mathrm{z_p}})^2},\\ M_\mathrm{s}=\sqrt{M_\mathrm{s1}^2+M_\mathrm{s2}^2+M_\mathrm{s3}^2},\end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$M_\mathrm{s1}=F_{\mathrm{y_p}}G_{\mathrm{z_p}}-F_{\mathrm{z_p}}G_{\mathrm{y_p}},$$
$$M_\mathrm{s2}=F_{\mathrm{z_p}}G_{\mathrm{x_p}}-F_{\mathrm{x_p}}G_{\mathrm{z_p}},$$
$$M_\mathrm{s3}=F_{\mathrm{x_p}}G_{\mathrm{y_p}}-F_{\mathrm{y_p}}G_{\mathrm{x_p}}.$$

对于空间中的正则曲线$\boldsymbol{\iota}$, $M_\mathrm{c}>0$[21]且其余切向量

$$\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\iota}}\times\frac{\partial g}{\partial\boldsymbol{\iota}}=[M_\mathrm{s1}\ \ M_\mathrm{s2}\ \ M_\mathrm{s3}]^\mathrm{T}\neq 0,$$

因此$M_\mathrm{s}>0$. 构造单位制导向量场$\boldsymbol{n}_\mathrm{d}$为

$$\boldsymbol{n}_\mathrm{d}=-\boldsymbol{n}_\mathrm{c}\tanh(\kappa\epsilon)+\varrho\,\boldsymbol{n}_\mathrm{s}\mathrm{sech}(\kappa\epsilon), \tag{6}$$

其中: $\kappa>0$为待设计参数, $\varrho=\pm1$决定了向量场$\boldsymbol{n}_\mathrm{d}$的方向. 定义期望惯性速度$\dot{\boldsymbol{\eta}}_\mathrm{p}^d=[\dot x_\mathrm{p}^d\ \ \dot y_\mathrm{p}^d\ \ \dot z_\mathrm{p}^d]^\mathrm{T}$, 设计期望惯性速度为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_\mathrm{p}^d=V_\mathrm{p}\boldsymbol{n}_\mathrm{d}. \tag{7}$$

选取Lyapunov函数

$$L_\epsilon=\frac{1}{2}\epsilon^2. \tag{8}$$

式(8)对时间求导并由式(5)得

$$\dot L_\epsilon=\epsilon\dot\epsilon=-V_\mathrm{p}M_\mathrm{c}\tanh(\kappa\epsilon). \tag{9}$$

由于$V_\mathrm{p}>0,\ M_\mathrm{c}>0,\ \kappa>0,\ \epsilon\geqslant0\Rightarrow\tanh(\kappa\epsilon)\geqslant0$, 因此$\dot L_\epsilon\leqslant0$, 由Lyapunov稳定性理论可知当运动体惯性速度取式(7)时, 路径跟踪误差$\epsilon$渐近收敛到零.

由式(2)可以得到期望航迹倾斜角$\varphi_\mathrm{d}$和期望航迹方位角$\chi_\mathrm{d}$为

$$\begin{cases}\varphi_\mathrm{d}=\mathrm{atan2}(\dot z_\mathrm{p}^\mathrm{d},\sqrt{(\dot x_\mathrm{p}^\mathrm{d})^2+(\dot y_\mathrm{p}^\mathrm{d})^2}),\\ \chi_\mathrm{d}=\mathrm{atan2}(\dot y_\mathrm{p}^\mathrm{d},\dot x_\mathrm{p}^\mathrm{d}).\end{cases} \tag{10}$$

## 3 欠驱动飞艇模型(Under-actuated airship model)

本文研究的欠驱动飞艇采用椭球体构型, 艇体沿纵轴对称, 飞艇质心位于体心正下方, 结构如图1所示. 推力由一对同步矢量桨产生, 可绕$Oy$轴旋转, $\{T,\mu\}$表示单个螺旋桨的推力大小以及螺旋桨绕$Oy$轴旋转的角度, 上下方向舵为联动而左右升降舵可差动, $\delta_{\rm R}$和$\{\delta_{\rm EL},\delta_{\rm ER}\}$分别表示方向舵偏角以及左右升降舵偏角. $\{T,\mu,\delta_{\rm R},\delta_{\rm EL},\delta_{\rm ER}\}$构成了飞艇的控制量, 而飞艇具有6个自由度, 因此该飞艇属于欠驱动系统.

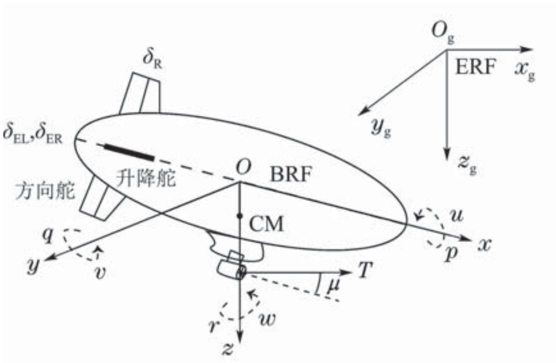



图 1 飞艇结构概图

Fig. 1 Airship structure sketch

以飞艇体积中心$O$为原点建立艇体坐标系(body reference frame, BRF)$Oxyz$, $Ox$轴指向艇首, $Oz$轴垂直于$Ox$轴指向下方. 选择地面上某一固定点$O_{\rm g}$为原点建立地面惯性坐标系(earth reference frame, ERF)$O_{\rm g}x_{\rm g}y_{\rm g}z_{\rm g}$, $O_{\rm g}x_{\rm g}$轴指向北, $O_{\rm g}z_{\rm g}$轴指向地心. $\boldsymbol{\eta}=[x\ \ y\ \ z]^{\rm T}$表示飞艇体心在ERF中的坐标; $\boldsymbol{\zeta}=[\phi\ \ \theta\ \ \psi]^{\rm T}$表示BRF相对于ERF的姿态角; $\boldsymbol{v}=[u\ \ v\ \ w]^{\rm T}$表示飞艇体心速度在BRF中的坐标; $\boldsymbol{\omega}=[p\ \ q\ \ r]^{\rm T}$表示飞艇体心角速度在BRF 中的坐标.

### 3.1 运动学方程(Kinematics equations)

根据文献[17]可得飞艇模型如下:

位置运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}=\begin{bmatrix}{\rm c}_\theta{\rm c}_\psi & {\rm s}_\theta{\rm c}_\psi{\rm s}_\phi-{\rm s}_\psi{\rm c}_\phi & {\rm s}_\theta{\rm c}_\psi{\rm c}_\phi+{\rm s}_\psi{\rm s}_\phi\\ {\rm c}_\theta{\rm s}_\psi & {\rm s}_\theta{\rm s}_\psi{\rm s}_\phi+{\rm c}_\psi{\rm c}_\phi & {\rm s}_\theta{\rm s}_\psi{\rm c}_\phi-{\rm c}_\psi{\rm s}_\phi\\ -{\rm s}_\theta & {\rm c}_\theta{\rm s}_\phi & {\rm c}_\theta{\rm c}_\phi\end{bmatrix}\boldsymbol{v}\triangleq {}^{\rm g}R_{\rm b}(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{v}. \tag{11}$$

姿态运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}=\begin{bmatrix}1 & {\rm t}_\theta{\rm s}_\phi & {\rm t}_\theta{\rm c}_\phi\\ 0 & {\rm c}_\phi & -{\rm s}_\phi\\ 0 & {\rm s}_\phi/{\rm c}_\theta & {\rm c}_\phi/{\rm c}_\theta\end{bmatrix}\boldsymbol{\omega}\triangleq W_\zeta\boldsymbol{\omega}. \tag{12}$$

其中: 符号${\rm s}_{(\cdot)}\triangleq\sin(\cdot)$, ${\rm c}_{(\cdot)}\triangleq\cos(\cdot)$, ${\rm t}_{(\cdot)}\triangleq\tan(\cdot)$.

### 3.2 动力学方程(Dynamics equations)

动力学方程为

$$\bar{A}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{v}}\\ \dot{\boldsymbol{\omega}}\end{bmatrix}=\bar{N}+\bar{G}+\bar{B}\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\rm F}\\ \boldsymbol{u}_\delta\end{bmatrix}, \tag{13}$$

其中$\bar{A}$, $\bar{N}$, $\bar{G}$和$\bar{B}$的表达式如下:

$$\bar{A}=\begin{bmatrix}m+\rho\nabla k_1 & 0 & 0 & 0 & mz_{\rm c} & 0\\ 0 & m+\rho\nabla k_2 & 0 & -mz_{\rm c} & 0 & 0\\ 0 & 0 & m+\rho\nabla k_2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -mz_{\rm c} & 0 & I_{\rm x} & 0 & -I_{\rm xz}\\ mz_{\rm c} & 0 & 0 & 0 & I_{\rm y}+\rho\nabla k_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -I_{\rm xz} & 0 & I_z+\rho\nabla k_3\end{bmatrix},$$

$$\bar{N}=\begin{bmatrix}(m+\rho\nabla k_2)(vr-wq)-mz_{\rm c}pr+X_{\rm a}\\ (m+\rho\nabla k_2)wp-(m+\rho\nabla k_1)ur-mz_{\rm c}qr+Y_{\rm a}\\ (m+\rho\nabla k_1)uq-(m+\rho\nabla k_2)vp+mz_{\rm c}\left(q^2+p^2\right)+Z_{\rm a}\\ (I_{\rm y}-I_{\rm z})qr+I_{\rm xz}pq+mz_{\rm c}(ur-wp)+L_{\rm a}\\ (\rho\nabla k_3+I_{\rm z}-I_{\rm x})pq-I_{\rm xz}\left(p^2-r^2\right)+mz_{\rm c}(vr-wq)+M_{\rm a}\\ (I_{\rm x}-I_{\rm y}-\rho\nabla k_3)pq-I_{\rm xz}qr+N_{\rm a}\end{bmatrix},$$

$$\bar{G}=\begin{bmatrix}(B-G)\sin\theta\\ -(B-G)\cos\theta\sin\phi\\ -(B-G)\cos\theta\cos\phi\\ -z_{\rm c}G\cos\theta\sin\phi\\ -z_{\rm c}G\sin\theta\\ 0\end{bmatrix},\ \bar{B}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & QC_{\rm Y4} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -QC_{\rm Z4} & -QC_{\rm Z4}\\ 0 & 0 & 0 & QC_{\rm L4} & -QC_{\rm L4}\\ z_{\rm t} & -x_{\rm t} & 0 & -QC_{\rm M4} & -QC_{\rm M4}\\ 0 & 0 & -QC_{\rm N4} & 0 & 0\end{bmatrix},$$

其中: $m$和$\nabla$表示飞艇质量和体积, $G$和$B$表示飞艇的重力和受到的浮力, $z_{\mathrm{c}}$为飞艇质心表示在BRF中的坐标, $\{k_1, k_2, k_3\}$为飞艇椭球惯性因子, $\{I_{\mathrm{x}}, I_{\mathrm{y}}, I_z\}$和$I_{\mathrm{xz}}$分别为转动惯量和惯性积, $Q=\rho V_{\infty}^2/2$和$V_{\infty}=\sqrt{u^2+v^2+w^2}$为动压系数和飞艇空速, $\{C_{\mathrm{L4}}, C_{\mathrm{M4}}, C_{\mathrm{N4}}, C_{\mathrm{Y4}}, C_{\mathrm{Z4}}\}$为气动力系数, $\{X_{\mathrm{a}}, Y_{\mathrm{a}}, Z_{\mathrm{a}}\}$和$\{L_{\mathrm{a}}, M_{\mathrm{a}}, N_{\mathrm{a}}\}$为表示在BRF中的气动力和气动力矩, 具体表达式见文献[23]. 在式(13)中, $\boldsymbol{u}_\delta \triangleq [\delta_{\mathrm{R}}\ \delta_{\mathrm{EL}}\delta_{\mathrm{ER}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}} \triangleq [F_{\mathrm{T,x}}\ \ 0\ \ F_{\mathrm{T,x}}]^{\mathrm{T}}$, $F_{\mathrm{T,x}} = 2T\cos\mu$, $F_{\mathrm{T,z}} = 2T\sin\mu$. $\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}$和实际控制输入$\{T, \mu\}$之间的关系由下式确定:

$$
\mu = \mathrm{atan2}\,(F_{\mathrm{T,z}}, F_{\mathrm{T,x}}),\quad
T = \begin{cases} \dfrac{F_{\mathrm{T,x}}}{2\cos\mu}, & \cos\mu \neq 0, \\ \dfrac{F_{\mathrm{T,z}}}{2}, & \cos\mu = 0. \end{cases} \tag{14}
$$

**假设 1** 飞艇始终处于中性浮力状态, 即$G \equiv B$[7].

为了方便后续控制器设计, 将动力学方程(11)写成如下形式(见式(15)). 在式(15)中$n_{kj}, n_{k\mathrm{g}}, n_{uij}$ $(k = u, v, w, p, q, r; i = 1, 2; j = 1, 2, \cdots, 7)$是计算得到的常系数.

$$
\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{v}} = \begin{bmatrix} n_{\mathrm{u1}}(wq - vr) + n_{\mathrm{u2}}(p^2 - r^2) + n_{\mathrm{u3}}pr + n_{\mathrm{u4}}M_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{u5}}X_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{ug}}\mathrm{s}_\theta \\ pw + n_{\mathrm{v1}}ur + n_{\mathrm{v2}}qr + n_{\mathrm{v3}}pq + n_{\mathrm{v4}}L_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{v5}}N_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{v6}}Y_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{v}g}\mathrm{c}_\theta\mathrm{s}_\phi \\ -vp + n_{\mathrm{w1}}uq + n_{\mathrm{w2}}(p^2 + q^2) + n_{\mathrm{w3}}Z_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{w}g}\mathrm{c}_\theta\mathrm{c}_\phi \end{bmatrix} + \\
\qquad \begin{bmatrix} n_{\mathrm{u21}} & n_{\mathrm{u22}} & 0 & Qn_{\mathrm{u23}} & Qn_{\mathrm{u23}} \\ 0 & 0 & Qn_{\mathrm{u24}} & Qn_{\mathrm{u25}} & -Qn_{\mathrm{u25}} \\ 0 & n_{\mathrm{u26}} & 0 & Qn_{\mathrm{u27}} & Qn_{\mathrm{u27}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{F}} \\ \boldsymbol{u}_\delta \end{bmatrix} \triangleq \boldsymbol{N}_{\mathrm{v}} + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{v}}, \\
\dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} n_{\mathrm{p1}}ur + n_{\mathrm{p2}}wp + n_{\mathrm{p3}}qr + n_{\mathrm{p4}}pq + n_{\mathrm{p5}}L_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{p6}}N_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{p7}}Y_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{pg}}\mathrm{c}_\theta\mathrm{s}_\phi \\ n_{\mathrm{q1}}(wq - vr) + n_{\mathrm{q2}}(p^2 - r^2) + n_{\mathrm{q3}}pr + n_{\mathrm{q4}}M_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{q5}}X_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{qg}}\mathrm{s}_\theta \\ n_{\mathrm{r1}}ur + n_{\mathrm{r2}}wp + n_{\mathrm{r3}}qr + n_{\mathrm{r4}}pq + n_{\mathrm{r5}}L_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{r6}}N_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{r7}}Y_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{r}g}\mathrm{c}_\theta\mathrm{s}_\phi \end{bmatrix} + \\
\qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & Qn_{\mathrm{u11}} & Qn_{\mathrm{u12}} & -Qn_{\mathrm{u12}} \\ n_{\mathrm{u13}} & n_{\mathrm{u14}} & 0 & Qn_{\mathrm{u15}} & Qn_{\mathrm{u15}} \\ 0 & 0 & Qn_{\mathrm{u16}} & Qn_{\mathrm{u17}} & -Qn_{\mathrm{u17}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{F}} \\ \boldsymbol{u}_\delta \end{bmatrix} \triangleq \boldsymbol{N}_\omega + \boldsymbol{\tau}_\omega.
\end{cases} \tag{15}
$$

### 3.3 控制目标(Control objectives)

本文的控制目标是对于满足条件(27)的期望路径$\boldsymbol{l}_3$: $\{f(x, y, z) = 0,\ g(x, y, z) = 0\}$, 设计控制输入$\{T, \mu, \delta_{\mathrm{R}}, \delta_{\mathrm{EL}}, \delta_{\mathrm{ER}}\}$, 使得闭环系统满足:

1) 路径跟踪误差最终一致有界, 且一致收敛到原点的邻域内;

2) 姿态角最终一致收敛到期望姿态角的邻域内.

## 4 控制器设计(Controller design)

控制器结构如图2所示, 该控制器包括3部分: 制导向量场子系统、姿态控制环和速度控制环. 制导向量场子系统通过构造制导向量场获得期望姿态角, 姿态稳定环采用反步法跟踪期望姿态角, 由于速度跟踪环相对独立, 故采用PD控制跟踪期望速度.

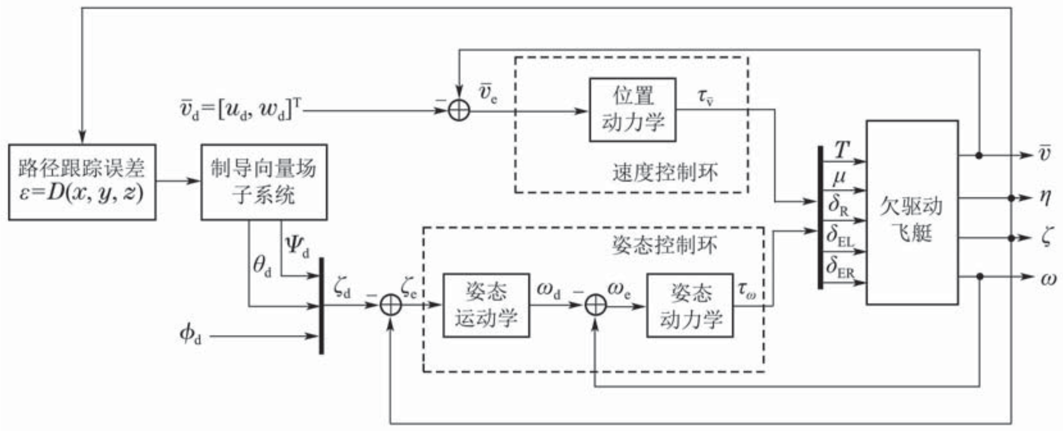



图 2 控制器结构框图

Fig. 2 Controller structure diagram

### 4.1 制导向量场子系统(Guidance vector field subsystem)

与式(3)和式(4)类似, 可以得到期望路径$\boldsymbol{l}_3$: $\{f(x,y,z)=0, g(x,y,z)=0\}$的单位梯度向量场$\boldsymbol{\sigma}_{\rm c}$和单位旋度向量场$\boldsymbol{\sigma}_{\rm s}$为

$$\boldsymbol{\sigma}_{\rm c}=\frac{1}{N_{\rm c}}\begin{bmatrix}ff_{\rm x}+gg_{\rm x}\\ ff_{\rm y}+gg_{\rm y}\\ ff_{\rm z}+gg_{\rm z}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_{\rm s}=\frac{1}{N_{\rm s}}\begin{bmatrix}f_{\rm y}g_{\rm z}-f_{\rm z}g_{\rm y}\\ f_{\rm z}g_{\rm x}-f_{\rm x}g_{\rm z}\\ f_{\rm x}g_{\rm y}-f_{\rm y}g_{\rm x}\end{bmatrix}, \tag{16}$$

其中:

$$N_{\rm c}=\sqrt{(ff_{\rm x}+gg_{\rm x})^2+(ff_{\rm y}+gg_{\rm y})^2+(ff_{\rm z}+gg_{\rm z})^2},$$

$$N_{\rm s}=\sqrt{(f_{\rm y}g_{\rm z}-f_{\rm z}g_{\rm y})^2+(f_{\rm z}g_{\rm x}-f_{\rm x}g_{\rm z})^2+(f_{\rm x}g_{\rm y}-f_{\rm y}g_{\rm x})^2}.$$

定义期望速度$\bar{\boldsymbol{v}}_{\rm d}=[u_{\rm d}\ \ w_{\rm d}]^{\rm T}$, 取期望速度和期望滚转角$\phi_{\rm d}$为

$$\begin{cases}u_{\rm d}=V_{\rm d}\beta,\ w_{\rm d}=V_{\rm d}\sqrt{1-\beta^2},\ \beta\in(0,1),\\ \phi_{\rm d}={\rm atan2}\,(v,w_{\rm d}),\end{cases} \tag{17}$$

其中$V_{\rm d}>0$表示飞艇期望运动速率.

**假设 2** 通过姿态控制环和速度控制环的控制, 状态量$\{\phi,u,w\}$已经趋近期望值, 即$\{\phi,u,w\}\to\{\phi_{\rm d},u_{\rm d},w_{\rm d}\}$.

在假设2的条件下, 式(11)的位置运动学方程可以改写为

$$\begin{cases}\dot{x}=V_{\rm g}\cos\gamma\cos\psi,\\ \dot{y}=V_{\rm g}\cos\gamma\sin\psi,\\ \dot{z}=-V_{\rm g}\sin\gamma,\end{cases} \tag{18}$$

其中:

$$\gamma=\theta-{\rm atan2}\,(v\sin\phi+w_{\rm d}\cos\phi,u_{\rm d})\triangleq\theta-\gamma_{\rm p},$$

$$V_{\rm g}=\sqrt{u_{\rm d}^2+(v\sin\phi+w_{\rm d}\cos\phi)^2}.$$

定义期望惯性速度$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{\rm d}=[\dot{x}_{\rm d}\ \ \dot{y}_{\rm d}\ \ \dot{z}_{\rm d}]^{\rm T}$和路径跟踪误差$\varepsilon=\sqrt{f^2(x,y,z)+g^2(x,y,z)}\triangleq D(x,y,z)$, 与式(4)和式(5)类似, 取单位制导向量场$\boldsymbol{\sigma}_{\rm d}$和期望惯性速度$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{\rm d}$为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\sigma}_{\rm d}=-\boldsymbol{\sigma}_{\rm c}\tanh(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)+\varrho\boldsymbol{\sigma}_{\rm s}{\rm sech}(V_{\rm g}\kappa\varepsilon),\\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{\rm d}=V_{\rm g}\boldsymbol{\sigma}_{\rm d}.\end{cases} \tag{19}$$

进一步,

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{\rm d}\\ \dot{y}_{\rm d}\\ \dot{z}_{\rm d}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{-V_{\rm g}(ff_{\rm x}+gg_{\rm x})\tanh(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm c}}+\varrho\dfrac{V_{\rm g}(f_{\rm y}g_{\rm z}-f_{\rm z}g_{\rm y}){\rm sech}(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm s}}\\ \dfrac{-V_{\rm g}(ff_{\rm y}+gg_{\rm y})\tanh(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm c}}+\varrho\dfrac{V_{\rm g}(f_{\rm z}g_{\rm x}-f_{\rm x}g_{\rm z}){\rm sech}(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm s}}\\ \dfrac{-V_{\rm g}(ff_{\rm z}+gg_{\rm z})\tanh(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm c}}+\varrho\dfrac{V_{\rm g}(f_{\rm x}g_{\rm y}-f_{\rm y}g_{\rm x}){\rm sech}(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)}{N_{\rm s}}\end{bmatrix} \tag{20}$$

与式(10)类似, 由式(19)和式(20)可以得到期望俯仰角$\theta_{\rm d}$和期望偏航角$\psi_{\rm d}$:

$$\begin{cases}\theta_{\rm d}={\rm atan2}(-\dot{z}_{\rm d},\sqrt{(\dot{x}_{\rm d})^2+(\dot{y}_{\rm d})^2})+\gamma_{\rm p},\\ \psi_{\rm d}={\rm atan2}(\dot{y}_{\rm d},\dot{x}_{\rm d}),\end{cases} \tag{21}$$

则$\gamma_{\rm d}=\theta_{\rm d}+\gamma_{\rm p}$, 因此期望惯性速度$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{\rm d}$和期望姿态角之间的关系为

$$\begin{cases}\dot{x}_{\rm d}=V_{\rm g}\cos\gamma_{\rm d}\cos\psi_{\rm d},\\ \dot{y}_{\rm d}=V_{\rm g}\cos\gamma_{\rm d}\sin\psi_{\rm d},\\ \dot{z}_{\rm d}=-V_{\rm g}\sin\gamma_{\rm d}.\end{cases} \tag{22}$$

定义期望姿态角$\boldsymbol{\zeta}_{\rm d}=[\phi_{\rm d}\ \ \theta_{\rm d}\ \ \psi_{\rm d}]^{\rm T}$, 令

$$\phi_{\rm e}=\phi-\phi_{\rm d},\ \theta_{\rm e}=\theta-\theta_{\rm d},$$

$$\psi_{\rm e}=\psi-\psi_{\rm d},\ \boldsymbol{\zeta}_{\rm e}=[\phi_{\rm e}\ \ \theta_{\rm e}\ \ \psi_{\rm e}]^{\rm T},$$

类似于式(8), 选取Lyapunov函数

$$L_\varepsilon=\frac{1}{2}\varepsilon^2, \tag{23}$$

求导得

$$\begin{aligned}\dot{L}_\varepsilon=&-V_{\rm g}N_{\rm c}\tanh(V_{\rm g}\kappa\varepsilon)\cos\theta_{\rm e}\cos\psi_{\rm e}+\\ &\dot{z}_{\rm d}[(ff_{\rm x}+gg_{\rm x}){\rm c}_\psi+(ff_{\rm y}+gg_{\rm y}){\rm s}_\psi]\sin\theta_{\rm e}+\\ &(ff_{\rm x}+gg_{\rm x})\sin\psi\sqrt{v^2+w_{\rm d}^2}\sin\phi_{\rm e}-\\ &(ff_{\rm y}+gg_{\rm y})\cos\psi\sqrt{v^2+w_{\rm d}^2}\sin\phi_{\rm e}+\\ &(ff_{\rm z}+gg_{\rm z})\dot{z}_{\rm d}\cos\theta_{\rm e}(1-\cos\psi_{\rm e})-\\ &(ff_{\rm x}+gg_{\rm x})\dot{y}_{\rm d}\cos\theta_{\rm e}\sin\psi_{\rm e}+\\ &(ff_{\rm y}+gg_{\rm y})\dot{x}_{\rm d}\cos\theta_{\rm e}\sin\psi_{\rm e}-\\ &(ff_{\rm z}+gg_{\rm z})\sqrt{\dot{x}_{\rm d}^2+\dot{y}_{\rm d}^2}\sin\theta_{\rm e}.\end{aligned} \tag{24}$$

**假设 3** $\{|\phi_{\rm e}|,|\theta_{\rm e}|,|\psi_{\rm e}|\}$满足

$$\{|\phi_{\rm e}|,|\theta_{\rm e}|,|\psi_{\rm e}|\}\leqslant\arcsin\frac{1}{10}\triangleq\nu_{\rm s},$$

$$\nu_{\rm s}\in(0,\frac{\pi}{2}).$$

由式(18)中$V_{\rm g}$的表达式再结合假设3可知

$$V_{\rm g}\geqslant\sqrt{(v^2+w_{\rm d}^2)}\cos\phi_{\rm e}=\frac{3\sqrt{11}}{10}\sqrt{(v^2+w_{\rm d}^2)}. \tag{25}$$

令$f_1=\sqrt{(ff_{\mathrm{x}}+gg_{\mathrm{x}})^2+(ff_{\mathrm{y}}+gg_{\mathrm{y}})^2}$, 则有$f_1\leqslant N_{\mathrm{c}}$, 式(24)化简为

$$\begin{aligned}\dot{L}_{\varepsilon}\leqslant &-V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\tanh(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\cos\theta_{\mathrm{e}}\cos\psi_{\mathrm{e}}+\\ &V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\tanh(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left(|\sin\theta_{\mathrm{e}}|+|\sin\phi_{\mathrm{e}}|\right)+\\ &V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left(|\theta_{\mathrm{e}}|+|\psi_{\mathrm{e}}|\right)+\\ &V_{\mathrm{g}}f_1\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\phi_{\mathrm{e}}\right|.\end{aligned}\tag{26}$$

若期望路径$\boldsymbol{l}_3$满足

$$M_1\varepsilon\leqslant N_{\mathrm{c}}\leqslant M_2\varepsilon,\ f_1\leqslant M_3\varepsilon,\tag{27}$$

其中$M_1$和$M_2$为正常数.

**注 3** 对于空间中的典型曲线, 条件(27)是容易满足的, 下面以两种最常见的曲线为例进行讨论:

i) 三维直线:

$$x=a_1\varpi,\ y=a_2\varpi,\ z=a_3,$$

其中$a_1a_2a_3\neq 0$. 可取

$$(x,y,z)=\frac{x}{a_1}-\frac{z}{a_3},\ g(x,y,z)=\frac{y}{a_2}-\frac{z}{a_3},$$

并且

$$N_{\mathrm{c}}=\sqrt{\frac{f^2}{a_1^2}+\frac{g^2}{a_2^2}+\frac{(f+g)^2}{a_3^2}},\ f_1=\sqrt{\frac{1}{a_1^2}f^2+\frac{1}{a_2^2}g^2}.$$

可取

$$M_1=\min\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}}\},$$

$$M_2=\max\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}+\frac{2}{a_3^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}+\frac{2}{a_3^2}}\},$$

$$M_3=\max\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}}\},$$

则$M_1\varepsilon\leqslant N_{\mathrm{c}}\leqslant M_2\varepsilon$且$f_1\leqslant M_3\varepsilon$.

ii) 三维螺旋线:

$$x=a_1\cos\varpi,\ y=a_2\sin\varpi,\ z=a_3\varpi,$$

其中$a_1a_2a_3\neq 0$. 可取

$$f(x,y,z)=\frac{x}{a_1}-\cos\frac{z}{a_3},\ g(x,y,z)=\frac{y}{a_2}-\sin\frac{z}{a_3},$$

并且

$$N_{\mathrm{c}}=\sqrt{\frac{f^2}{a_1^2}+\frac{g^2}{a_2^2}+\frac{1}{a_3^2}[f\sin\frac{z}{a_3}+g\cos\frac{z}{a_3}]^2},$$

$$f1=\sqrt{\frac{f^2}{a_1^2}+\frac{g^2}{a_2^2}}.$$

可取

$$M_1=\min\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}}\},$$

$$M_2=\max\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}+\frac{1}{a_3^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}+\frac{1}{a_3^2}}\},$$

$$M_3=\max\{\sqrt{\frac{1}{a_1^2}},\sqrt{\frac{1}{a_2^2}}\},$$

则$M_1\varepsilon\leqslant N_{\mathrm{c}}\leqslant M_2\varepsilon$且$f_1\leqslant M_3\varepsilon$.

利用条件(27), 式(26)变为

$$\begin{aligned}&\dot{L}_{\varepsilon}\leqslant\\ &-\frac{3}{4}V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\tanh(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)+V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\theta_{\mathrm{e}}\right|+\\ &V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\psi_{\mathrm{e}}\right|+V_{\mathrm{g}}M_3\varepsilon\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\phi_{\mathrm{e}}\right|\leqslant\\ &-V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\frac{3\delta\tanh(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)}{4}+\frac{V_{\mathrm{g}}^2N_{\mathrm{c}}^2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)}{M_2}+\\ &\frac{V_{\mathrm{g}}^2M_3}{4}\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)+M_3\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\phi_{\mathrm{e}}\right|^2+\\ &\frac{1}{4}M_2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)(\left|\theta_{\mathrm{e}}\right|^2+\left|\psi_{\mathrm{e}}\right|^2)-\\ &\frac{3\,(1-\delta)}{4}V_{\mathrm{g}}N_{\mathrm{c}}\tanh(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon),\end{aligned}\tag{28}$$

其中$\delta\in(0,1)$.

**注 4** 实际上$\nu_{\mathrm{s}}$不一定要取$\arcsin\frac{1}{10}$, 由式(26)可知, 只要满足$\cos^2\nu_{\mathrm{s}}>2\sin\nu_{\mathrm{s}}$即可.

### 4.2 姿态稳定环(attitude stabilization control loop)

#### 4.2.1 姿态运动学子系统(Attitude kinematics control subsystem)

选取Lyapunov函数

$$V_1=L_{\varepsilon}+\frac{1}{2}\lambda\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}},\ \lambda>0.\tag{29}$$

令

$$F(\varepsilon)=\mathrm{e}^{\varepsilon}-\mathrm{e}^{-\varepsilon}-2\varepsilon(\varepsilon\geqslant 0),$$

则

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\varepsilon}=\mathrm{e}^{\varepsilon}+\mathrm{e}^{-\varepsilon}-2\geqslant 0.\tag{30}$$

又$F(0)=0$, 因此$\mathrm{e}^{\varepsilon}-\mathrm{e}^{-\varepsilon}\geqslant 2\varepsilon$, 于是由式(28)得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant &-(\frac{3}{4}\kappa-1-\frac{M_3}{4M_1})M_1V_{\mathrm{g}}^2\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)+\\ &M_3\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\phi_{\mathrm{e}}\right|^2+\lambda\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}(W_{\zeta}\boldsymbol{\omega}-\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathrm{d}})+\\ &\frac{1}{4}M_2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)(\left|\theta_{\mathrm{e}}\right|^2+\left|\psi_{\mathrm{e}}\right|^2).\end{aligned}\tag{31}$$

设计期望角速度为

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}=[p_{\mathrm{d}}\ \ q_{\mathrm{d}}\ \ r_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}}=W_{\zeta}^{-1}(-k_{\zeta}\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}+\hat{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}),\tag{32}$$

其中: $k_{\zeta}>0$, $\hat{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}$是$\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{d}}$是经过指令滤波器(1)获得的虚拟导数. 令$\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}=\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathrm{d}}-\hat{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}$, 将式(32)代入式(31)得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1\leqslant\\ &-k_1\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)+M_3\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)\left|\phi_{\mathrm{e}}\right|^2+\\ &\frac{1}{4}M_2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)(\left|\theta_{\mathrm{e}}\right|^2)+\left|\psi_{\mathrm{e}}\right|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}\|^2-\\ &\lambda(k_{\zeta}-\frac{1}{16})\|\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}\|^2,\end{aligned}\tag{33}$$

其中 $k_1=(\frac{3}{4}\kappa-1-\frac{M_3}{4M_1})M_1V_g^2$. 若控制器参数 $\{\kappa,\lambda,k_\zeta\}$满足

$$\begin{cases}\frac{3}{4}\kappa-1-\frac{M_3}{4M_1}>0,\\ \lambda(k_\zeta-\frac{1}{16})>\max\{M_3,\frac{1}{4}M_2\},\end{cases}\tag{34}$$

则式(33)变为

$$\dot V_1\leqslant -k_1\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)-k_2\|\boldsymbol{\zeta}_e\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_d\|^2,\tag{35}$$

其中

$$k_2=\lambda(k_\zeta-\frac{1}{16})-\max\{M_3,\frac{1}{4}M_2\}.$$

### 4.2.2 姿态动力学子系统(Attitude dynamics control subsystem)

定义角速度跟踪误差 $\boldsymbol{\omega}_e=\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\omega}_d$, 选取Lyapunov函数

$$V_2=V_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_e^{\mathrm T}\boldsymbol{\omega}_e,\tag{36}$$

求导得

$$\dot V_2\leqslant -k_1\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)-k_2\|\boldsymbol{\zeta}_e\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_d\|^2+\lambda\boldsymbol{\zeta}_e^{\mathrm T}W_\zeta\boldsymbol{\omega}_e+\boldsymbol{\omega}_e^{\mathrm T}(\boldsymbol{N}_\omega+\boldsymbol{\tau}_\omega-\dot{\boldsymbol{\omega}}_d).\tag{37}$$

设计控制量$\boldsymbol{\tau}_\omega$为

$$\boldsymbol{\tau}_\omega=-\boldsymbol{N}_\omega+\hat{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d-W_\zeta^{\mathrm T}\boldsymbol{\zeta}_e-k_\omega\boldsymbol{\omega}_e,\tag{38}$$

其中: $k_\omega>0$, $\boldsymbol{\omega}_d$是经过指令滤波器(1)获得的虚拟导数. 令$\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d=\dot{\boldsymbol{\omega}}_d-\hat{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d$, 将式(38)代入式(37)得

$$\dot V_2\leqslant -k_1\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)-k_2\|\boldsymbol{\zeta}_e\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_d\|^2-(k_\omega-\frac{1}{2})\|\boldsymbol{\omega}_e\|^2+\frac{1}{2}\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d\|^2.\tag{39}$$

上述推导是基于假设 3 成立, 若假设 3 不成立, 选取Lyapunov函数

$$L_\zeta=\frac{\lambda}{2}\boldsymbol{\zeta}_e^{\mathrm T}\boldsymbol{\zeta}_e+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_e^{\mathrm T}\boldsymbol{\omega}_e,\tag{40}$$

求导得

$$\dot L_\zeta=-\lambda(k_\zeta-\frac{1}{16})\|\boldsymbol{\zeta}_e\|^2-(k_\omega-\frac{1}{2})\|\boldsymbol{\omega}_e\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_d\|^2+\frac{1}{2}\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d\|^2\leqslant -c_\zeta L_\zeta+\mu_\zeta,\tag{41}$$

其中:

$$c_\zeta=\min\{\frac{\lambda(k_\zeta-\frac{1}{16})}{c_m},\frac{k_\omega-\frac{1}{2}}{c_m}\},$$

$$c_m=\max\{\frac{\lambda}{2},\frac{1}{2}\},\ \mu_\zeta=4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_d\|^2+\frac{\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_d\|^2}{2}.$$

意味着

$$L_\zeta\leqslant(L_\zeta(0)-\frac{\mu_\zeta}{c_\zeta})\mathrm e^{-c_\zeta t}+\frac{\mu_\zeta}{c_\zeta},\tag{42}$$

进一步

$$\|\boldsymbol{\zeta}_e\|\leqslant\sqrt{2(L_\zeta(0)-\frac{\mu_\zeta}{c_\zeta})\mathrm e^{-c_\zeta t}+2\frac{\mu_\zeta}{c_\zeta}}.\tag{43}$$

由引理1可知可以通过选择适当大的自然频率$\omega_n$使得当$t>T_0>0$时, $\|\boldsymbol{\zeta}_e\|\leqslant\nu_s$, 假设3成立.

**注 5** $\omega_n$不宜选择过大, 较大的$\omega_n$会引入较大的高频干扰.

## 4.3 速度跟踪环(Velocity tracking control loop)

由于速度跟踪环相较于姿态稳定环相对独立, 故速度跟踪环采用PD控制. 定义速度跟踪误差$\bar{\boldsymbol{v}}_e=[u_e,w_e]^{\mathrm T}=\bar{\boldsymbol{v}}-\bar{\boldsymbol{v}}_d$, 选取Lyapunov函数

$$L_{\bar v}=\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{v}}_e^{\mathrm T}\bar{\boldsymbol{v}}_e,\tag{44}$$

求导得

$$\dot L_{\bar v}=\bar{\boldsymbol{v}}_e^{\mathrm T}(\boldsymbol{\tau}_{\bar v}+\boldsymbol{N}_{\bar v}-\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}_d),\tag{45}$$

其中$\{\boldsymbol{N}_{\bar v},\boldsymbol{\tau}_{\bar v}\}$是式(15)中定义的$\{\boldsymbol{N}_v,\boldsymbol{\tau}_v\}$的第1行和第3行. 设计控制量$\boldsymbol{\tau}_{\bar v}$为

$$\boldsymbol{\tau}_{\bar v}=-\boldsymbol{N}_{\bar v}+\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}_d-k_{\bar v}\bar{\boldsymbol{v}}_e,\tag{46}$$

其中$k_{\bar v}>0$. 将式(41)代入式(39)得

$$\dot L_{\bar v}\leqslant -k_{\bar v}\|\bar{\boldsymbol{v}}_e\|^2\leqslant 0.\tag{47}$$

## 4.4 稳定性分析(Stability analysis)

**定理 1** 考虑由式(11)–(15)描述的欠驱动飞艇模型, 对于满足条件 (27) 的期望路径 $\boldsymbol{l}_3$, 根据式(38)和(46)设计控制律, 且当控制参数满足条件(25)和(34)时, 可以保证闭环系统满足:

1) 存在一个有限时间$T_s\geqslant T_0$, 使得当$t\geqslant T_s$时, 路径跟踪误差$\varepsilon$一致有界.

2) 闭环系统的路径跟踪误差$\varepsilon$和姿态角误差$\boldsymbol{\zeta}_e$最终一致有界, 且路经跟踪误差$\varepsilon$可由控制参数调节.

**证** 1) 由式(40)–(43)可知, 可通过选择适当大的自然振荡频率$\omega_n$, 使得当$t\geqslant T_0$时, 满足假设3, 即$\|\boldsymbol{\zeta}_e\|\leqslant\nu_s$, 又因为$f_1\leqslant N_c$, 此时由式(24)和(26)可知

$$\begin{aligned}&\dot L_\varepsilon\leqslant\\&V_gN_c\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)(|\sin\phi_e|+|\sin\theta_e|)+\\&V_gN_c\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)|\sin\psi_e|-\frac{3}{4}V_gN_c\tanh(V_g\kappa\varepsilon)\leqslant\\&V_gN_c[-\frac{3\tanh(V_g\kappa\varepsilon)}{4}+\frac{3\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon)}{10}].\end{aligned}\tag{48}$$

令

$$G(\varepsilon)=-\frac{3}{4}\tanh(V_g\kappa\varepsilon)+\frac{3}{10}\mathrm{sech}(V_g\kappa\varepsilon),$$

取$\varepsilon=\varepsilon_0$满足

$$G(\varepsilon_0)=0\Rightarrow \mathrm{e}^{V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}-\mathrm{e}^{-V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}=\frac{4}{5},\tag{49}$$

由于$V_{\mathrm{g}}\geqslant\sqrt{V_{\mathrm{d}}^2+v^2}>V_{\mathrm{d}}$, 而$\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}-\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}>\dfrac{4}{5}$, 因此$\varepsilon_0<\dfrac{1}{2\kappa V_{\mathrm{d}}}$.

i) 当$t=T_0$时, 即刚刚满足假设3时, $\dot{L}_\varepsilon>0$, 则此时必有$\varepsilon<\varepsilon_0$, 否则$\dot{L}_\varepsilon<0$. 由$\dot{L}_\varepsilon>0$可知$\varepsilon$增大, 则存在正常数$M_\varepsilon<\varepsilon_0$以及有限时间$T_{\mathrm{s}}>T_0$, 当$t=T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon=M_\varepsilon$且此时$\dot{L}_\varepsilon=0$, 因此当$t>T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon\leqslant M_\varepsilon$, 而$M_\varepsilon$与时间$T_0$无关, 于是当$t\geqslant T_{\mathrm{s}}$, $\varepsilon$一致有界.

ii) 当$t=T_0$时, $\dot{L}_\varepsilon\leqslant 0$, 若此时$\varepsilon\leqslant\varepsilon_0$, 则存在正常数$M_\varepsilon<\varepsilon_0$, 使得当$t>T_0$时$\varepsilon\leqslant M_\varepsilon$; 若此时$\varepsilon>\varepsilon_0$, 则必有$\dot{L}_\varepsilon<0$, 这意味着$\varepsilon$在减小, 则存在正常数$M_\varepsilon<\varepsilon_0$以及有限时间$T_{\mathrm{s}}>T_0$, 当$t=T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon=M_\varepsilon$且此时$\dot{L}_\varepsilon=0$, 因此当$t>T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon\leqslant M_\varepsilon$, 而$M_\varepsilon$与时间$T_0$无关, 于是当$t\geqslant T_{\mathrm{s}}$, $\varepsilon$一致有界.

综上, 存在正常数$M_\varepsilon<\varepsilon_0$以及有限时间$T_{\mathrm{s}}>T_0$, 当$t\geqslant T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon\leqslant M_\varepsilon<\varepsilon_0<\dfrac{1}{\kappa V_{\mathrm{d}}}$. 证毕.

2) 选取Lyapunov函数

$$V_3=V_2+L_{\bar{v}},\tag{50}$$

求导并由式(39)和(47)得

$$\begin{aligned}\dot{V}_3\leqslant&-k_1\varepsilon^2\mathrm{sech}(V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon)-k_2\|\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}\|^2-\\&(k_\omega-\frac{1}{2})\|\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}\|^2-k_{\bar{v}}\|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{e}}\|^2+\frac{1}{2}\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_{\mathrm{d}}\|^2.\end{aligned}\tag{51}$$

在前面已证当$t\geqslant T_{\mathrm{s}}$时, $\varepsilon\leqslant M_\varepsilon$, 而$M_\varepsilon<\varepsilon_0$, 因而$\mathrm{e}^{V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}-\mathrm{e}^{-V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}<\dfrac{4}{5}$, 进而$\mathrm{e}^{V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}+\mathrm{e}^{-V_{\mathrm{g}}\kappa\varepsilon}<3$, 进一步式(51)变为

$$\begin{aligned}\dot{V}_3\leqslant&-\frac{k_1}{3}\varepsilon^2-k_2\|\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}\|^2-k_{\bar{v}}\|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{e}}\|^2+4\lambda\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\zeta}}}_{\mathrm{d}}\|^2-\\&(k_\omega-\frac{1}{2})\|\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}\|^2+\frac{1}{2}\|\tilde{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_{\mathrm{d}}\|^2\leqslant\\&-c_\varepsilon V_3+\mu_\zeta,\end{aligned}\tag{52}$$

其中$c_\varepsilon=\min\{\dfrac{k_1}{3},k_2,k_{\bar{v}},k_\omega-\dfrac{1}{2}\}$, $\mu_\zeta$在式(41)中定义, 因此由式(52)可得

$$\dot{V}_3\leqslant[V_3(T_{\mathrm{s}})-\frac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon}]\mathrm{e}^{-c_\varepsilon(t-T_{\mathrm{s}})}+\frac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon},\tag{53}$$

所以闭环系统的路径跟踪误差$\varepsilon$和姿态角误差$\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}$最终一致有界, 且

$$\begin{cases}\varepsilon\leqslant\sqrt{2[V_3(T_{\mathrm{s}})-\dfrac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon}]\mathrm{e}^{-c_\varepsilon(t-T_{\mathrm{s}})}+2\dfrac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon}},\\\|\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{e}}\|\leqslant\sqrt{\dfrac{2}{\lambda}[V_3(T_{\mathrm{s}})-\dfrac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon}]\mathrm{e}^{-c_\varepsilon(t-T_{\mathrm{s}})}+\dfrac{2}{\lambda}\dfrac{\mu_\zeta}{c_\varepsilon}},\end{cases}\tag{54}$$

其中$c_\varepsilon$与控制器参数有关, 控制器参数越大, 则$c_\varepsilon$越大, 闭环系统跟踪误差越小. 证毕.

**注 6** 控制器参数过大可能导致姿态角过大, 因此控制器参数不宜选择过大.

## 5 仿真(Simulation)

利用MATLAB/Simulink仿真软件对所提控制器的有效性进行验证, 飞艇的相关系数和参数见文献[17].

期望路径为三维螺旋线:

$$\begin{cases}x=500\cos\dfrac{\varpi}{500},\\y=500\sin\dfrac{\varpi}{500},\\h=20000+0.2\varpi,\end{cases}$$

其中$h$表示飞艇的高度,考虑到之前ERF的定义,可以得到$h=-z$. 可取

$$f(x,y,z)=\frac{x}{500}-\cos\frac{z+20000}{100},$$
$$g(x,y,z)=\frac{y}{500}+\sin\frac{z+20000}{100},$$

则

$$M_1=\frac{1}{500},\ M_2\approx\frac{1}{100},\ M_3=\frac{1}{500}.$$

控制器参数

$$\{\beta,\kappa,\lambda,k_\zeta,k_\omega,k_{\bar{v}}\}=\{\frac{\sqrt{2}}{2},2,0.1,0.2,3,0.2\}.$$

自然振荡频率$\omega_{\mathrm{n}}=50$, 飞艇期望运动速率$V_{\mathrm{d}}=5\ \mathrm{m/s}$. 飞艇初始位置和初始速度分别为

$$\boldsymbol{\eta}_0=[600\ \ 0\ \ 20000]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{m},\ \boldsymbol{v}_0=[2\ \ 5\ \ 2]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{m/s},$$

初始姿态角$\boldsymbol{\zeta}_0=[0.1\ \ 0.1\ \ 0.1]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{rad}$, 其他初始状态为零. 为了验证本文提出的方法相对于基于参数化路径跟踪方法的优越性, 根据文献[18], 给出基于参数化方法的路径跟踪控制在$Oxy$平面的投影, 并与本文提出的方法作对比. 路径跟踪与速度和姿态角跟踪如图3–4所示.

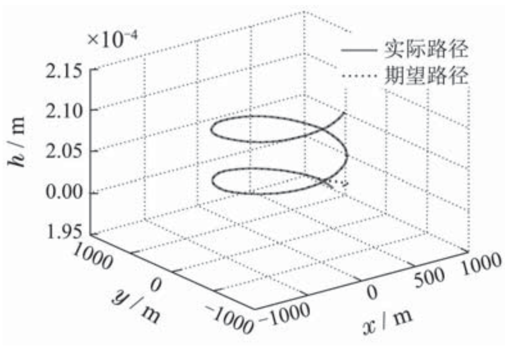



图 3 3D路径跟踪图

Fig. 3 3D path-following figure

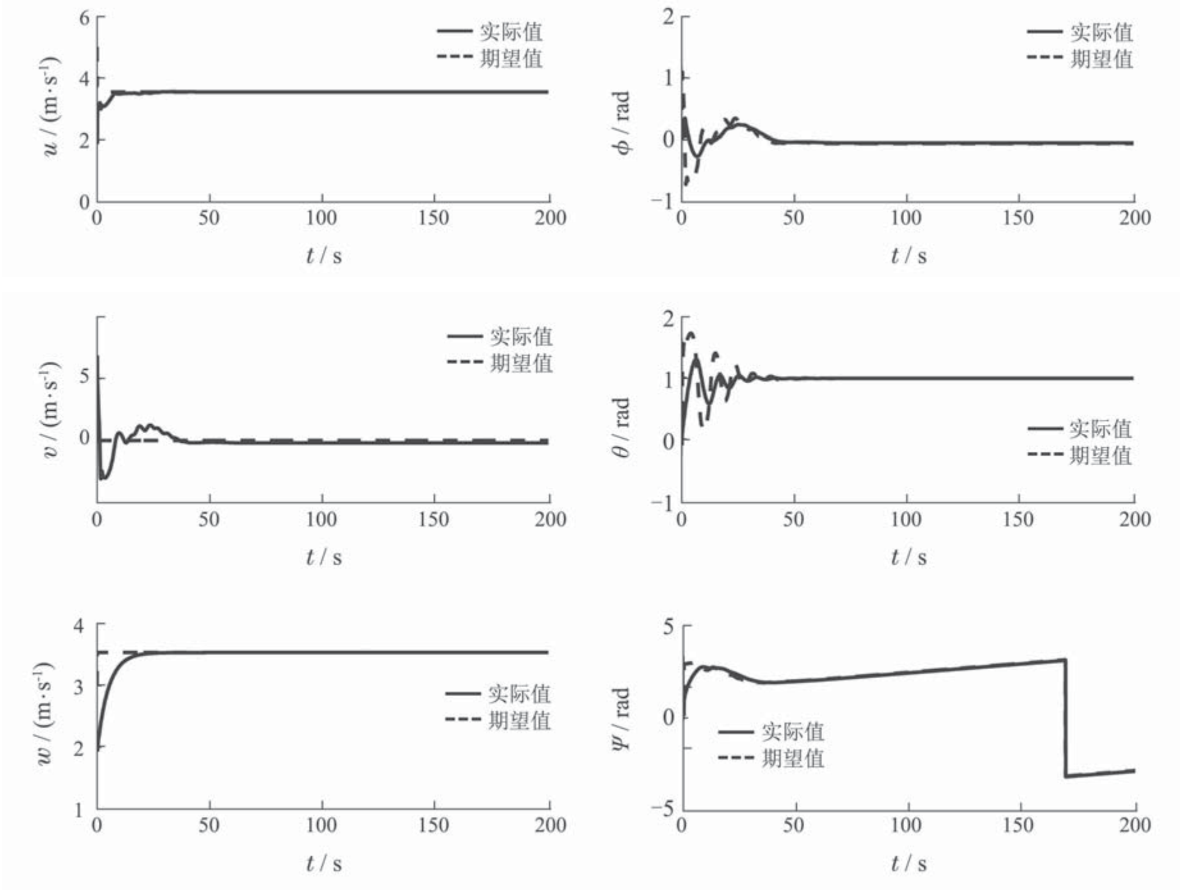



图 4 速度和姿态角跟踪图

Fig. 4 Velocity and attitude tracking figure

由图5可知当$t>30$ s时, $\|\boldsymbol{\zeta}_{\rm e}\|\leqslant\dfrac{1}{10}<\nu_{\rm s}$, 所以$\omega_{\rm n}$的取值是恰当的; 而由图6可知当$t>50$ s时, $\varepsilon<0.05=\dfrac{1}{2\kappa V_{\rm d}}$并且$\varepsilon$最终一致有界, 验证了定理1的正确性.

为了更清楚地考察闭环系统的性能, 可以定义闭环系统实际位置距期望路径的空间距离

$$d_{\rm s}=\ \min\|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{\eta}_r\|_{\boldsymbol{\eta}_{\rm r}\in {\rm l}_3},$$

则

$$d_{\rm s}=\min\sqrt{d_{\rm s2}^2+d_{\rm s1}^2+d_{\rm s3}^2},$$
$$d_{\rm s1}=x-500\cos\frac{\varpi}{500},$$
$$d_{\rm s2}=y-500\sin\frac{\varpi}{500},$$
$$d_{\rm s3}=h-20000-0.2\varpi,\ \varpi\in(0,\infty).$$

注意到当$\varpi=5\,(h-20000)$时,

$$\sqrt{d_{\rm s2}^2+d_{\rm s1}^2+d_{\rm s3}^2}=\varepsilon,$$

因此$d_{\rm s}\leqslant\varepsilon$, 而由图6可以看出路径跟踪误差$\varepsilon$经过一段时间后便始终保持在原点的小邻域内, 从而飞艇实际位置总能保持在期望路径附近.

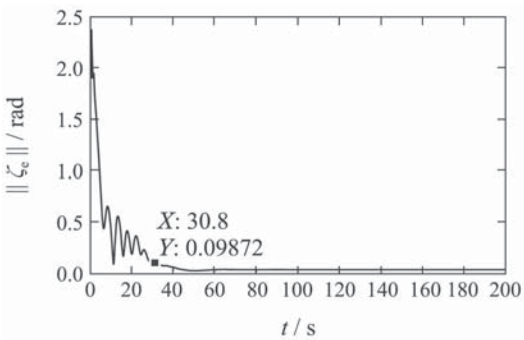



图 5 姿态角跟踪误差图

Fig. 5 Attitude tracking error figure

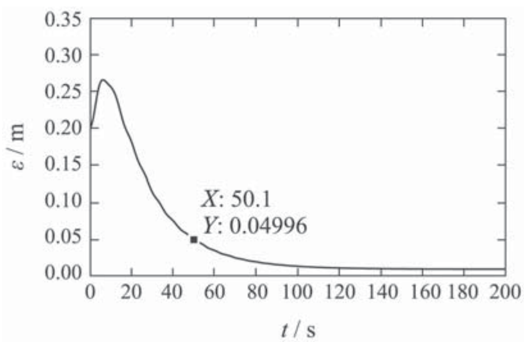
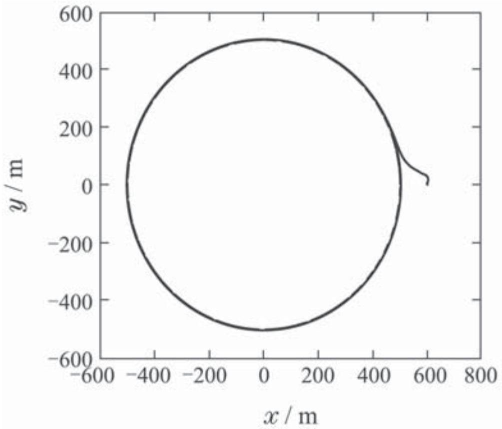


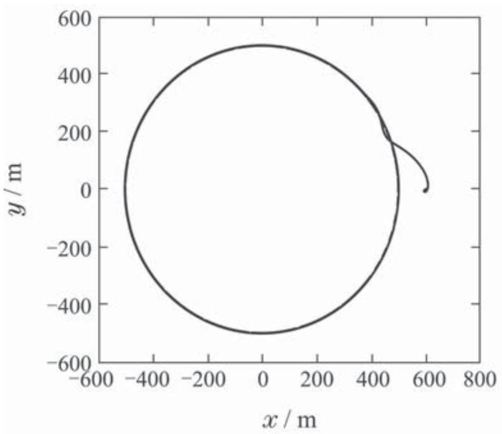

图 6 路径跟踪误差图

Fig. 6 Path-following error figure

而由图7和图8可以看出基于本文所提出的方法，飞艇一旦到达期望路径附近，就始终保持在期望路径的邻域内，而不会出现基于参数化的短暂偏离期望路径较远的现象，验证了本文提出方法的优越性.



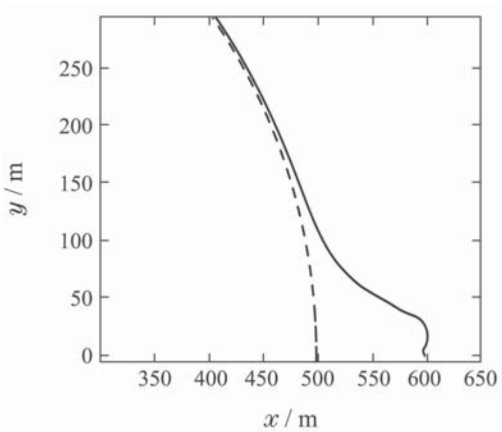

(a) 本文提出的方法



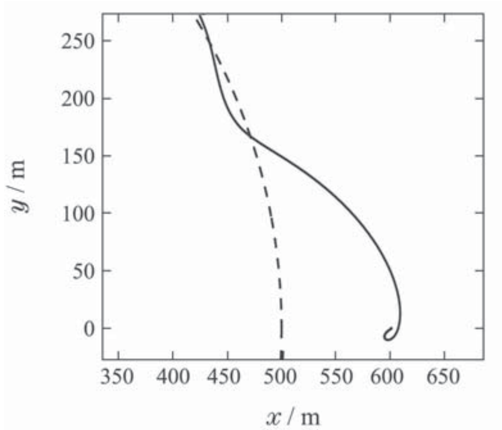

(b) 基于参数化的方法

图 7 $Oxy$面投影图

Fig. 7 $Oxy$ plane projection figure




(a) 本文提出的方法




(b) 基于参数化的方法

图 8 $Oxy$面投影局部放大图

Fig. 8 Local zoomed figure of $Oxy$ plane projection

## 6 结论(Conclusions)

本文针对欠驱动飞艇提出了一种基于制导向量场的隐式三维路径跟踪控制方法. 该方法根据向量场理论构造制导向量场得到期望姿态角; 然后结合反步法和PD控制设计了路径跟踪控制律并给出稳定性分析和参数取值条件; 最后通过仿真验证了本文方法的有效性

## 参考文献(References):


[1] YOSHIKAZU I, KATSUYA S, KOUICHI S. Flight control testing for the development of stratospheric platform airships [C] //*The AIAA's 3rd Annual Aviation Technology, Integration and Operations (ATIO) Forum*. Denver: AIAA, 2003, 11: 1 – 11.

[2] LEE Y G, KIM D M, YEOM C H. Development of Korean high altitude platform systems [J]. *International Journal of Wireless Information Networks*, 2006, 13(1): 31 – 42.

[3] LEE M, SMITH S, ANDROULAKAKIS S. The high altitude lighter than air airship efforts at the US army space and missile defense command/army forces strategic command [C] //*The 18th AIAA Lighter-Than-Air Systems Technology Conference*. Seattle: AIAA, 2009, 5: 1 – 26.

[4] AGUILAR A, HESPANHA J P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1362 – 1379.

[5] ZHANG Y, QU W D, XI Y G. Adaptive stabilization and trajectory tracking of airship with neutral buoyancy [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(11): 1437 – 1441.

[6] LEE S J, LEE H C,WON D Y, et al. Backstepping approach of trajectory tracking control for the mid-altitude unmanned airship [C] //*AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. South Carolina: AIAA, 2007, 8: 1 – 14.

[7] ZHENG Z W, HUO W, WU Z. Trajectory tracking control for underactuated stratospheric airship [J]. *Advances in Space Research*, 2012, 50(7): 906 – 917.

[8] DACIC D B, NESIC D, TEEL A R, et al. Path following for nonlinear systems with unstable zero dynamic: an averaging solution [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(4): 880 – 886.

[9] LAPIERRE L, SOETANTO D. Nonlinear path following control of an AUV [J]. *Ocean Engineering*, 2007, 34(11): 1734 – 1744.

[10] WANG Hongjian, CHEN Ziyin, JIA Heming, et al. Three-dimensional path-following control of underactuated unmanned underwater vehicle using feedback gain backstepping [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 66 – 77.
(王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 等. 基于反馈增益反步法欠驱动动无人水下航行器三维路径跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(1): 66 – 77.)

[11] ZHENG Zewei, HUO Wei, ZHU Bing. Global path-following control for nonholonomic mobile robots [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 741 – 746.
(郑泽伟, 霍伟, 诸兵. 非完整移动机器人全局路径跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 741 – 746.)

[12] NIELSEN C, FULFORD C, MAGGIORE M. Path following using transverse feedback linearization: application to a maglev positioning system [J]. *Automatica*, 2010, 46(3), 585 – 590.

[13] ZUO Z Y, CICHELLA V, XU M, et al. Three dimensional coordinated path-following control for secondorder multi-agent networks [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(9): 3858 – 3872.

[14] ZHU B, HUO W. 3–D path-following control for a model-scaled autonomous helicopter [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(5): 1927 – 1934.

[15] AZINHEIRA J R, MOUTINHO A, DE PAIVA E C. A backstepping controller for path-tracking of an underactuated autonomous airship [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, 19(4): 418 – 441.

[16] ZHENG Z W, HUO W. Planar path following control for stratospheric airship [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(2): 185 – 201.

[17] ZHENG Z W, WU Z. Global path following control for underactuated stratospheric airship [J]. *Advances in Space Research*, 2013, 52(52): 1384 – 1395.

[18] ZHENG Z W, HUO W, WU Z. Autonomous airship path following control: Theory and experiments [J]. *Control Engineering Practice*, 2013, 21(6): 769 – 788.

[19] LIANG Y Q, JIA Y M. Combined vector field approach for 2D and 3D arbitrary twice differentiable curved path following with constrained UAVs [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2016, 83(1): 133 – 160.

[20] NIELSEN C, FULFORD C, MAGGIORE M. Path following using transverse feedback linearization: application to a maglev positioning system [J]. *Automatica*, 2010, 46(3): 585 – 590.

[21] HU J C, ZHANG H H. Immersion and invariance based commandfiltered adaptive backstepping control of VTOL vehicles [J]. *Automatica*, 2013, 49(7): 2160 – 2167.

[22] ZHU B. *Nonlinear control systems design for small-scale unmanned helicopter* [D]. Beijing: Beihang University, 2013.

[23] JOSEPH B M, MICHAEL A P. Development of an aerodynamic model and control law design for a high altitude airship [C] //*The AIAA 3rd “Unmanned Unlimited” Technical Conference, Workshop and Exhibit*. Chicago: AIAA, 2004, 9: 1 – 7.

## 作者简介:

**王欣欣**　(1991–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为欠驱动飞行器跟踪控制, E-mail: wangxinxinhust@126.com;

**左宗玉**　(1982–), 男, 讲师, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性控制、无人飞行器控制、自适应控制, E-mail: zzybobby@buaa.edu.cn.