

康复机器人上肢传递系统的周期稳态与自主控制

陶跃钢[†], 王彩璐, 王晓周, 杨 鹏

(河北工业大学 控制科学与工程学院, 天津 300130)

摘要: 研究康复机器人上肢传递系统的周期稳态和自主控制. 运用计时事件图和极大-加代数方法, 建立康复机器人上肢传递系统的数学模型, 给出传递系统的周期计算公式、周期稳态的扰动估计范围和自主控制策略, 并分析周期稳态相对于参数扰动的鲁棒性. 周期稳态的扰动估计可用于提高上肢康复机器人工作的精确性和柔顺性, 而自主控制策略有益于保证上肢康复机器人工作的实时性和安全性. 扰动估计和自主控制方法易于计算, 并有助于上肢康复机器人传递运动智能辅助系统的设计、控制和优化.

关键词: 极大-加代数; 计时事件图; 康复机器人; 上肢传递系统; 周期稳态; 扰动估计; 自主控制; 离散事件系统

引用格式: 陶跃钢, 王彩璐, 王晓周, 等. 康复机器人上肢传递系统的周期稳态与自主控制. 控制理论与应用, 2018, 35(1): 103 – 109

中图分类号: O23 **文献标识码:** A

Period steady-state and autonomous control of the upper limb transfer system of rehabilitation robots

TAO Yue-gang[†], WANG Cai-lu, WANG Xiao-zhou, YANG Peng

(School of Control Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: This paper investigates the period steady-state and autonomous control of the upper limb transfer system of rehabilitation robots. By using timed event graph and max-plus algebra, the mathematical model of the transfer system is established. The period formula, range of disturbance estimation and strategy of autonomous control are presented, and the robust stability with respect to the parameter perturbation is analyzed. The disturbance estimation of the period steady state can be used to improve the accuracy and compliance of the upper limb rehabilitation robot work, and the strategy of autonomous control is beneficial to ensure the real-time and safety of the robot work. The proposed estimation and control methods are easy to implement and can help to design, control and optimize the intelligent auxiliary system of the upper limb transfer movement of rehabilitation robots.

Key words: max-plus algebra; timed event graph; rehabilitation robot; upper limb transfer system; period steady-state; disturbance estimation; autonomous control; discrete event system

Citation: TAO Yuegang, WANG Cailu, WANG Xiaozhou, et al. Period steady-state and autonomous control of the upper limb transfer system of rehabilitation robots. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(1): 103 – 109

1 引言(Introduction)

康复机器人是康复医学和机器人的结合, 其研究涵盖康复医学、机器人学、控制科学、生物力学、人工智能等领域. 康复机器人的研究已经引起了康复医疗和自动控制领域研究者的极大兴趣^[1-3].

由脑卒中、脊髓损伤、脑外伤等造成的肢体残障的根本原因不是肢体本身受到伤害造成骨骼和肌肉功能丧失或衰退, 而是中枢神经系统受到损伤无法控制肢体运动, 导致患者部分肢体行为能力丧失. 对于

这类肢体残障患者, 在药物和手术治疗的同时, 可以实施康复训练, 重新建立肢体与受损脑部中枢神经之间的联络, 以控制肢体行为^[2,4-5]. 康复训练可以由理疗师与患者通过一对一的直接肢体接触来进行大量重复性肢体运动, 以逐渐刺激受损脑部中枢神经, 达到重新建立中枢神经与肢体之间联络的目的. 理疗师与患者一对一的直接肢体接触的训练模式的效率较低, 成本较高, 而且还受到时间限制, 也不宜在家里操作. 机器人作为一种能长时间重复繁杂性工作、减轻

收稿日期: 2016-11-24; 录用日期: 2017-07-04.

通信作者. E-mail: yuegangtao@hebut.edu.cn; Tel.: +86 22-60202297.

本文责任编辑: 赵千川.

国家自然科学基金项目(60774007, 61305101)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (60774007, 61305101).

理疗师的繁重体力劳动、提高康复训练精度的机械系统,可用于这类肢体残障患者的康复训练。

在由脑卒中、脊髓损伤、脑外伤等造成的肢体残障患者的康复训练中,康复机器人具有实时控制运动变化和运动力度、监测参数变化、记录理疗数据、保障治疗安全等功能,也具有成本低廉、定量准确、自主治疗等优点。随着机器人、计算机、控制、传感、人工智能、生物医学等技术的迅速发展,机器人领域与康复医学领域的研究者对康复机器人技术做了许多研究。康复机器人主要有上肢康复机器人和下肢康复机器人。人的上肢要完成比下肢更多的动作,其中枢神经系统更加复杂,损伤后恢复较为缓慢。因而上肢的康复训练显得尤为重要。上肢康复机器人可以分为两大类,一类是末端牵引式上肢康复机器人,另一类为外骨骼式上肢康复机器人。前者是一种以普通连杆装置或串联机器人为主体的,末端与患者手臂连接的机器人系统。它通过机器人运动带动患者上肢运动来达到康复训练目的。这种机器人系统与患者相对独立,只是通过患者手部与机器人的末端相连^[6-12]。后者是一种各关节与穿戴者手臂关节相一致,紧紧依附于手臂表面的机器人系统。它可以实时直接地进行力、位置和其他信息的传递,以保证训练的准确性,从而达到康复训练目的。这种机器人系统与人的上肢运动系统相似,模拟上肢运动较为真实^[13-19]。

相对于末端牵引式上肢康复机器人而言,外骨骼式上肢康复机器人的训练效果更为明显。然而,由于手臂运动的复杂性,无论是末端牵引式上肢康复机器人,还是外骨骼式上肢康复机器人,都存在工作的精确性、柔顺性、舒适性、灵巧性、实时性、安全性等问题。譬如说,采用末端牵引式上肢康复机器人对患者进行训练,对整个手臂是合适的,但具体针对手部时,其训练效果非常有限,而且还会产生不必要的康复运动。事实上,人的手部结构十分精细,动作极为精巧,功能非常复杂,并在中枢神经直接控制下来完成所有动作。从目前工程技术来看,要完全模拟手部运动有相当的难度。

研究表明,建立由脑卒中、脊髓损伤、脑外伤等造成的肢体残障患者的肢体与中枢神经之间的联络,通过进行大量重复的固定动作的练习可以取得一定的疗效。本文将研究康复机器人上肢传递运动时间层面上的周期稳态、扰动估计和自主控制。所考虑的康复机器人上肢传递系统由左上肢和右上肢组成,运动方式是右手抓握物件,并把物件传递给左手,左手接收物件,并把物件放置到指定位置。患者上肢传递功能的恢复性训练由上肢康复机器人和患者一起完成。在此训练过程中,患者上肢随着机器人作传递运动。这一传递功能的恢复训练的实际意义是明显的。本文希望通过精确和实时地控制康复机器人上肢传递系统的运行时间来改善上肢康复机器人工作的精确性、柔

顺性、实时性和安全性。计时事件图可以表征同步、并发等非线性现象,在系统的建模、分析、控制与优化中扮演着重要的角色。它的动态演化过程可以用极大-加代数上线性方程来描述^[20-22]。本文将用计时事件图来建立康复机器人上肢传递系统的数学模型。通过对数学模型的分析,本文得到了康复机器人上肢传递系统的周期计算公式,并以此设置训练参数,为患者提供不同强度的康复训练。

周期性能保证对患者进行有规律的、均匀强度的康复训练。在训练过程中,如果康复机器人上肢行为和患者上肢行为配合得当,那么可以维持训练过程稳定进行;否则,可能破坏动态平衡而中断训练,甚至造成伤害事故。例如,在采用上肢康复机器人对患者进行康复训练时,患者中枢神经不能对手臂进行有效控制,手臂会不自主地出现不同程度的震颤,致使训练过程不稳定。为此,本文还对周期稳态的扰动进行估计,有助于提高上肢康复机器人工作的精确性和柔顺性。同时,本文对上肢康复机器人运动执行的次数、运动速度以及动作的暂停与继续进行自主控制,以保证机器人工作的实时性和安全性。

不同于文献[6-19],本文关注康复机器人上肢传递运动时间层面上的分析、控制与优化。Lopes等运用极大-加代数方法研究了多足机器人步态的优化与控制问题^[22]。基于计时事件图和极大-加代数方法,本文将建立上肢传递系统在极大-加代数意义下的线性模型,进而运用极大-加线性系统理论分析系统的周期性和鲁棒性,并实现系统的自主控制,有助于康复机器人上肢传递运动智能辅助系统的设计、控制与优化。

2 预备知识与问题建模(Preliminary and modeling)

康复机器人上肢传递系统由左上肢和右上肢组成,其运行过程是:右手抓握物件,并传递给左手;左手接过物件,并放到指定位置;如此循环反复。这样的传递训练对于建立患者上肢与中枢神经之间的联络,恢复患者上肢功能有着积极的作用。在具体实施时,需要考虑这一传递系统的周期稳态行为,也就是传递系统的周期性、鲁棒性及其扰动估计。上述上肢传递系统可用计时事件图来表征,如图1所示。

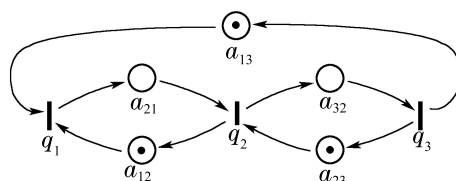


图1 上肢传递系统的计时事件图

Fig. 1 Timed event graph of an upper-limb transfer system

在图1中: q_1 表示右手抓握物件, q_2 表示左手接过物件, q_3 表示左手放下物件; a_{21} 表示右手将物件传递

到接物件位置所用时间, a_{32} 表示左手将物件传递到放物件位置所用时间. 传递过程如下:

右手抓物件 $\xrightarrow{\text{传递}}$ 左手接物件 $\xrightarrow{\text{传递}}$ 左手放物件.

事件的发生遵循以下约束条件:

1) 右手把物件传递给左手后, 需返回到抓握物件的位置, 方可抓握下一物件. 右手的返回时间设为 a_{12} .

2) 左手放下物件后, 需返回到接物件的位置, 方可接下一物件. 左手的返回时间设为 a_{23} .

3) 一次传递运动完成到下一次传递运动开始的缓冲时间为 a_{13} .

4) 抓物件、接物件和放物件的动作皆发生在瞬间.

若用 $x_i(k)$ 表示事件 q_i 第 k 次发生的开始时刻, 则这样的康复机器人上肢传递系统可以由动态方程组描述为

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \max\{x_2(k) + a_{12}, x_3(k) + a_{13}\}, \\ x_2(k+1) = \max\{x_1(k+1) + a_{21}, x_3(k) + a_{23}\}, \\ x_3(k+1) = x_2(k+1) + a_{32}, \end{cases}$$

其中 $k \in \mathbb{N}$ (自然数集). 为表述方便起见, 此系统记为 H . 容易看出, 系统 H 是非线性的. 下面运用极大-加代数方法将其转化为极大-加线性系统. 首先, 引入一些关于极大-加代数的概念和结论. 这些概念和结论的详细论述请见文献[21–22].

$\mathbb{R}$ 是实数集, ϵ 是一个元素. 对于任意 $x \in \mathbb{R}$, 规定:

$$\max(x, \epsilon) = x, \quad x + \epsilon = \epsilon,$$

$$\max(\epsilon, \epsilon) = \epsilon, \quad \epsilon + \epsilon = \epsilon.$$

在集合 $\mathbb{R} \cup \{\epsilon\}$ 上, 定义加法运算 $\oplus$ 和乘法运算 $\otimes$:

$$x \oplus y = \max(x, y), \quad x \otimes y = x + y,$$

其中 $x, y \in \mathbb{R} \cup \{\epsilon\}$. 集合 $\mathbb{R} \cup \{\epsilon\}$ 关于 $\oplus$ 运算和 $\otimes$ 运算构成极大-加代数, 记为 $\mathbb{R}_{\max}$. 在 $\mathbb{R}_{\max}$ 中: ϵ 是关于加法运算的零元: $\epsilon \oplus x = x$; 0 是关于乘法运算的单位元: $0 \otimes x = x$.

$\mathbb{R}_{\max}^{m \times n}$ 表示 $\mathbb{R}_{\max}$ 上 $m \times n$ 矩阵的集合. $\mathbb{R}_{\max}^{m \times n}$ 上的加法、乘法和标量运算分别定义如下:

$$(A \oplus B)_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij},$$

其中: $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}_{\max}^{m \times n}$;

$$(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^p a_{ik} \otimes b_{kj},$$

其中: $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}_{\max}^{m \times p}, B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}_{\max}^{p \times n}$;

$$(r \circ A)_{ij} = r \otimes a_{ij},$$

其中: $r \in \mathbb{R}_{\max}, A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}_{\max}^{m \times n}$. 在分别进行 $\mathbb{R}_{\max}$ 中元素的 $\otimes$ 和 $\oplus$ 混合运算和 $\mathbb{R}_{\max}$ 上矩阵的 $\otimes$ 和 $\oplus$ 混合运算时, 如果没有特别标明, $\otimes$ 总是优先于 $\oplus$. 在不引起混淆的情况下, 乘法运算符号 $\otimes$ 和标量运算符

号 $\circ$ 通常省略不写. $\mathbb{R}_{\max}^{n \times n}$ 中的零矩阵和单位矩阵分别为

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} \epsilon & \epsilon & \cdots & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \cdots & \epsilon \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \epsilon & \epsilon & \cdots & \epsilon \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon & \cdots & \epsilon \\ \epsilon & 0 & \cdots & \epsilon \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \epsilon & \epsilon & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

对于 $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}_{\max}^{n \times n}$, 矩阵 A 的前趋图 $\mathcal{G}(A)$ 是一个有 n 个结点 $1, 2, \dots, n$ 的赋权有向图. 当 $a_{ij} = \epsilon$ 时, 没有从结点 j 到结点 i 的有向边; 当 $a_{ij} \neq \epsilon$ 时, 有一条从结点 j 到结点 i 且权重为 a_{ij} 的有向边.

设 $x(\cdot) = (x_1(\cdot) \ x_2(\cdot) \ x_3(\cdot))^T \in \mathbb{R}^3$, 则康复机器人上肢传递系统 H 可以用极大-加线性方程表示为

$$x(k+1) = A_0 x(k+1) \oplus A_1 x(k), \quad (1)$$

其中:

$$A_0 = \begin{pmatrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ a_{21} & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & a_{32} & \epsilon \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} \epsilon & a_{12} & a_{13} \\ \epsilon & \epsilon & a_{23} \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{pmatrix}.$$

迭代方程(1)可得

$$x(k+1) = A_0^3 x(k+1) \oplus (A_0^2 \oplus A_0 \oplus I) A_1 x(k).$$

经过计算, 有 $A_0^3 = \mathcal{E}$, 即 A_0 为3次幂零矩阵. 因此

$$x(k+1) = (A_0^2 \oplus A_0 \oplus I) A_1 x(k) := Ax(k), \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} \epsilon & a_{12} & a_{13} \\ \epsilon & a_{12}a_{21} & a_{13}a_{21} \oplus a_{23} \\ \epsilon & a_{12}a_{21}a_{32} & a_{13}a_{21}a_{32} \oplus a_{23}a_{32} \end{pmatrix}.$$

矩阵 A 的前趋图 $\mathcal{G}(A)$ 如图2所示.

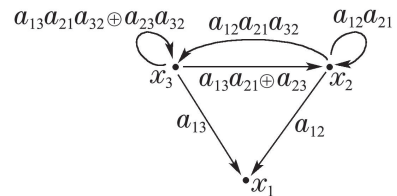


图2 矩阵 A 的前趋图 $\mathcal{G}(A)$

Fig. 2 Precedence graph $\mathcal{G}(A)$ of matrix A

3 周期稳态(Periodic steady state)

系统(2)的周期 λ 表示由状态 $x(k)$ 到状态 $x(k+1)$ 的平均时间间隔, 它可由状态矩阵 A 的特征值 ($\mathcal{G}(A)$ 的极大回路均值) 计算而得. 由图2可知, 系统 H 的周期为

$$\lambda = a_{12}a_{21} \oplus a_{13}a_{21}a_{32} \oplus a_{23}a_{32}. \quad (3)$$

当空手返回的时间不超过传递物件的时间时, 系统的周期为 $a_{13}a_{21}a_{32}$; 否则, 当右手将物件传递给左手的时间与右手返回时间之和大于(小于)左手将所接物件放到指定位置的时间与左手返回时间之和时, 系统的

周期为 $a_{12}a_{21}(a_{23}a_{32})$. 有关极大-加代数上矩阵特征值和特征向量的刻画与计算请见文献[23–26].

在康复训练过程中, 可以根据患者的残障程度用周期公式(3)来精确设置训练参数指标, 为患者提供不同强度的康复训练. 譬如, 当患者上肢残障程度较为严重时, 可把参数值设置的较大一些, 亦即重复动作较为缓慢一些. 下面给出一个数值仿真实验.

例1 设康复机器人上肢传递系统 H 中的参数为

$$a_{13} = 3, a_{21} = 4, a_{32} = 3, a_{12} = 2, a_{23} = 2, \quad (4)$$

且右手首次抓取物件的时刻为0, 即 $x_1(0) = 0$. 该传递过程中各动作发生时间的实验数据如表1所示. 由表1可以看出, 每个动作连续发生的时间间隔(周期)均为10, 即

$$x(k+1) = 10x(k), \quad k = 1, 2, \dots$$

康复机器人上肢传递系统各动作发生的时序关系如图3所示. 这一实验结果可由(2)计算而得, 其中

$$A = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 3 \\ \epsilon & 6 & 7 \\ \epsilon & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

表1 实验数据

Table 1 Simulation data

	第1次	第2次	第3次	第4次	...
右手抓物	0	10	20	30	...
左手接物	4	11	21	31	...
左手放物	7	17	27	37	...

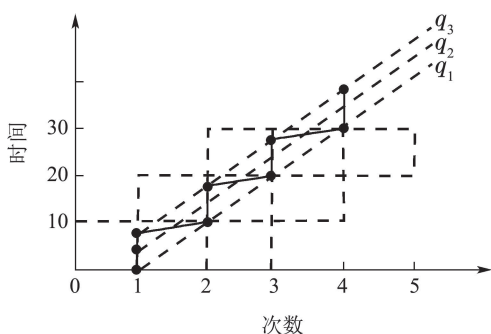


图3 时序图

Fig. 3 Timing sequence diagram

4 扰动估计(Disturbance estimation)

对于患者中枢神经对上肢完全无支配的情况, 在确定参数后, 患者上肢的前臂、腕关节、指关节等在康复机器人的带动下反复运动, 其周期稳态基本能得到保证. 但是, 在由脑卒中而引起的上肢残障的患者中, 很多患者的手臂时常会出现不同程度的震颤, 而导致抓握物件、传递物件、放下物件出现延迟或提前, 从而出现传递周期的扰动.

设康复机器人上肢传递系统(2)的扰动矩阵为

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \epsilon & \hat{a}_{12} & \hat{a}_{13} \\ \epsilon & \hat{a}_{12}\hat{a}_{21} & \hat{a}_{13}\hat{a}_{21} \oplus \hat{a}_{23} \\ \epsilon & \hat{a}_{12}\hat{a}_{21}\hat{a}_{32} & \hat{a}_{13}\hat{a}_{21}\hat{a}_{32} \oplus \hat{a}_{23}\hat{a}_{32} \end{pmatrix},$$

且系统矩阵 A 和扰动矩阵 $\hat{A}$ 的特征值分别为 λ 和 $\hat{\lambda}$, 则该康复机器人上肢传递系统的周期扰动量为

$$\rho(\lambda) = |\lambda - \hat{\lambda}|. \quad (5)$$

令系统 H 的扰动量为

$$\rho(A) = \max\{|a_{13} - \hat{a}_{13}|, |a_{21} - \hat{a}_{21}|, |a_{32} - \hat{a}_{32}|, |a_{12} - \hat{a}_{12}|, |a_{23} - \hat{a}_{23}|\},$$

则由式(3)可知

$$\begin{aligned} \rho(\lambda) &= |\max\{a_{12}+a_{21}, a_{13}+a_{21}+a_{32}, a_{23}+a_{32}\} - \max\{\hat{a}_{12}+\hat{a}_{21}, \hat{a}_{13}+\hat{a}_{21}+\hat{a}_{32}, \hat{a}_{23}+\hat{a}_{32}\}| = \\ &= \max\{|(a_{12}+a_{21}) - (\hat{a}_{12}+\hat{a}_{21})|, |(a_{13}+a_{21}+a_{32}) - (\hat{a}_{13}+\hat{a}_{21}+\hat{a}_{32})|, |(a_{23}+a_{32}) - (\hat{a}_{23}+\hat{a}_{32})|\} \leq \\ &= \max\{|a_{12} - \hat{a}_{12}| + |a_{21} - \hat{a}_{21}|, |a_{13} - \hat{a}_{13}| + |a_{21} - \hat{a}_{21}| + |a_{32} - \hat{a}_{32}|, |a_{23} - \hat{a}_{23}| + |a_{32} - \hat{a}_{32}|\} \leq \\ &= \max\{2\rho(A), 3\rho(A), 2\rho(A)\} = 3\rho(A). \end{aligned}$$

由等式(5)可知, 由参数扰动所导致的扰动稳态值 $\hat{\lambda}$ 的变化范围为

$$\lambda - 3\rho(A) \leq \hat{\lambda} \leq \lambda + 3\rho(A). \quad (6)$$

下面给出一个数值例子.

例2 设康复机器人上肢传递系统 H 中参数如(4)所示, 且扰动参数为

$$\hat{a}_{13} = 2.5, \hat{a}_{21} = 5, \hat{a}_{32} = 3.5, a_{12} = 1.5, a_{23} = 3.$$

容易看出, $\rho(A) = 1$, 并且 $\lambda = 10$. 由不等式(6)可得 $7 \leq \hat{\lambda} \leq 13$.

系统 H 的周期稳态相对于参数扰动的鲁棒性即为使系统 H 的特征值保持不变的参数 $a_{13}, a_{21}, a_{32}, a_{12}, a_{23}$ 的变化范围. 当 $\lambda = a_{13}a_{21}a_{32}$ 时, 系统的参数 a_{13}, a_{21}, a_{32} 中至少有两个是可扰动的. 如果系统 H 中只有一个可扰动参数, 那么这个参数无论是增性的, 还是减性的, $\hat{\lambda}$ 都不会等于 λ . 这种情况的实际意义也是明显的, 亦即: 要保持事件发生的平均时间间隔不变, 如果系统 H 中有一个事件的发生延迟, 那么必定有另一个事件的发生提前. 一般地, 在保持系统周期不变的前提下, 当系统扰动参数是两个时, 必然一个是增性的, 而另一个是减性的; 当系统扰动参数是3个时, 必然两个是增性的, 而一个是减性的, 或两个是减性的,

而一个是增性的. 注意到这样的参数增减关系有益于控制系统时参数的设置. 令

$$t_{13} = a_{13} - \hat{a}_{13}, t_{21} = a_{21} - \hat{a}_{21}, t_{32} = a_{32} - \hat{a}_{32}, \\ t_{12} = a_{12} - \hat{a}_{12}, t_{23} = a_{23} - \hat{a}_{23},$$

则系统 H 的周期不变当且仅当 $t_{13} + t_{21} + t_{32} = 0$. 当 $\lambda = a_{12}a_{21}(\lambda = a_{23}a_{32})$ 时, 参数 a_{12} 和 $a_{21}(a_{23}$ 和 $a_{32})$ 的扰动必然一个是增性的, 而另一个是减性的. 系统 H 的周期不变当且仅当 $t_{12} + t_{21} = 0(t_{23} + t_{32} = 0)$.

扰动矩阵的参数可根据患者上肢震颤程度来测定. 运用系统 H 的周期稳态扰动估计和鲁棒性条件, 可以考虑状态周期变化的最大振幅, 尽量使康复机器人上肢传递运动容许振幅与患者上肢震颤程度吻合, 以改善上肢康复机器人的柔顺性设计.

5 自主控制(Autonomous control)

在康复训练过程中, 考虑到患者残障程度、主观需求或应对意外情况, 常常需要患者或护理者通过自主控制传递动作的执行时间来调整训练强度. 本节将运用非自治计时事件图和极大-加代数方法, 对上肢康复机器人传递运动的次数、速度以及动作的暂停与继续进行建模、分析与控制.

图4是具有自主控制的康复机器人上肢传递系统的非自治计时事件图模型, 其中外部输入 u 为控制传递运动开始的按钮. 右手抓握物件, 除了满足原有约束条件外, 还受到 u 的制约. 这样的康复机器人上肢传递系统可以用动态方程组

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \max\{x_2(k) + a_{12}, x_3(k) + a_{13}, \\ u(k+1)\}, \\ x_2(k+1) = \max\{x_1(k+1) + a_{21}, x_3(k) + a_{23}\}, \\ x_3(k+1) = x_2(k+1) + a_{32} \end{cases}$$

来表示. 为表述方便起见, 此系统记为 $\bar{H}$. 系统 $\bar{H}$ 可以用极大-加线性方程表示为

$$x(k+1) = A_0x(k+1) \oplus A_1x(k) \oplus Bu(k+1), \quad (7)$$

其中: $u(\cdot) \in \mathbb{R}$ 为输入向量, A_0 和 A_1 与式(1)中的矩阵相同, $B = (0 \ \epsilon \ \epsilon)^T$. 迭代方程(7)可得

$$x(k+1) = A_0^3x(k+1) \oplus (A_0^2 \oplus A_0 \oplus I)A_1x(k) \oplus (A_0^2 \oplus A_0 \oplus I)Bu(k+1).$$

因为 $A_0^3 = \mathcal{E}$, 所以

$$x(k+1) = (A_0^2 \oplus A_0 \oplus I)(A_1x(k) \oplus Bu(k+1)).$$

经计算得

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} \epsilon & a_{12} & a_{13} \\ \epsilon & a_{12}a_{21} & a_{13}a_{21} \oplus a_{23} \\ \epsilon & a_{12}a_{21}a_{32} & a_{13}a_{21}a_{32} \oplus a_{23}a_{32} \end{pmatrix} x(k) \oplus$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ a_{21} \\ a_{21}a_{32} \end{pmatrix} u(k+1). \quad (8)$$

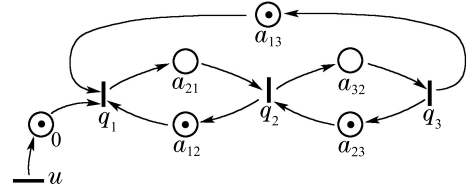


图 4 上肢传递系统的非自治计时事件图

Fig. 4 Non-autonomous timed event graph of the upper-limb transfer system

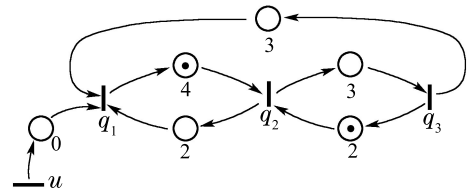
通过设置输入序列 $\{u(k)\}$, 可实现对康复机器人上肢传递系统的自主控制. 一方面, 输入序列的长度 k 决定传递运动重复发生的次数. 另一方面, 向量 $u(k)$ 的分量大小决定第 k 次传递运动开始的时间.

例 3 设非自治康复机器人上肢传递系统 $\bar{H}$ 中的参数如式(4)所示, 且初始条件为 $x(0) = (0 \ 0 \ 0)^T$, 控制序列为 $\{u(1)=0, u(2)=10, u(3)=24\}$. 图4是系统 $\bar{H}$ 的初始状态. 各时刻系统 $\bar{H}$ 的状态可由如图5所示的计时事件图来表征. 由图5和式(8)可得

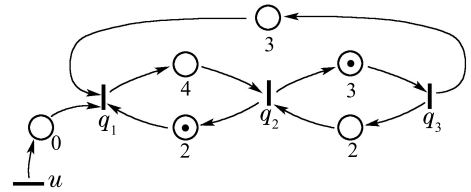
$$x(1) = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 3 \\ \epsilon & 6 & 7 \\ \epsilon & 9 & 10 \end{pmatrix} x(0) \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} u(1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix},$$

$$x(2) = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 3 \\ \epsilon & 6 & 7 \\ \epsilon & 9 & 10 \end{pmatrix} x(1) \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} u(2) = \begin{pmatrix} 13 \\ 17 \\ 20 \end{pmatrix},$$

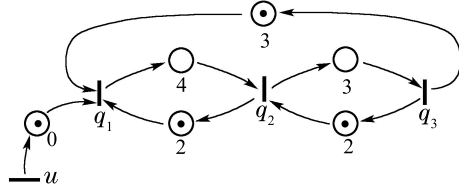
$$x(3) = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 3 \\ \epsilon & 6 & 7 \\ \epsilon & 9 & 10 \end{pmatrix} x(2) \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} u(3) = \begin{pmatrix} 24 \\ 28 \\ 31 \end{pmatrix}.$$



(a) 3时刻: 变迁 q_1 第1次发生, 表示右手抓物件



(b) 7时刻: 变迁 q_2 第1次发生, 表示左手接物件



(c) 10时刻: 变迁 q_3 第1次发生, 表示左手放物件

图5 不同时刻上肢传递系统的状态描述

Fig. 5 State descriptions of the upper-limb transfer system at various moments

对系统(8)施加状态反馈

$$u(k+1) = ax_3(k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (9)$$

则闭环系统的状态方程为

$$x(k+1) = Dx(k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (10)$$

其中

$$D = \begin{pmatrix} \epsilon & a_{12} & t \\ \epsilon & a_{12}a_{21} & ta_{21} \oplus a_{23} \\ \epsilon & a_{12}a_{21}a_{32} & ta_{21}a_{32} \oplus a_{23}a_{32} \end{pmatrix},$$

$t = a_{13} \oplus a$. 矩阵 D 的前趋图 $\mathcal{G}(D)$ 如图6所示. 由图6可知, 闭环系统(10)的周期为

$$\tilde{\lambda} = a_{12}a_{21} \oplus ta_{21}a_{32} \oplus a_{23}a_{32}. \quad (11)$$

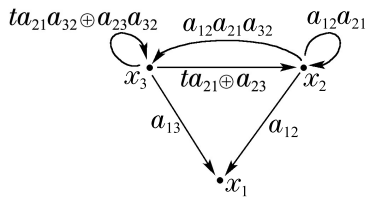


图6 矩阵 D 的前趋图 $\mathcal{G}(D)$

Fig. 6 Precedence graph $\mathcal{G}(D)$ of matrix D

状态反馈可以调整康复机器人上肢传递系统的周期, 以设定训练强度. 下面讨论康复机器人上肢传递系统的周期稳态性能相对于反馈参数 a 的鲁棒性, 确定使稳态性能保持不变的反馈参数 a 的调节范围.

定理1 康复机器人上肢传递系统 H 的周期 λ 对于反馈参数 a 是鲁棒的, 其调节范围是 $a \leq a_{13}$ 或

$$a_{13} < a \leq \max\{a_{12} - a_{32}, a_{23} - a_{21}\}.$$

证 当 $a \leq a_{13}$ 时, $t = a_{13} \oplus a = a_{13}$. 于是 $\tilde{\lambda} = \lambda$. 当 $a_{13} < a \leq \max\{a_{12} - a_{32}, a_{23} - a_{21}\}$ 时,

$$ta_{21}a_{32} = aa_{21}a_{32} \leq \max\{a_{12} + a_{21}, a_{23} + a_{32}\} = a_{12}a_{21} \oplus a_{23}a_{32},$$

$$a_{13}a_{21}a_{32} < aa_{21}a_{32} \leq a_{12}a_{21} \oplus a_{23}a_{32}.$$

于是 $\tilde{\lambda} = \lambda = a_{12}a_{21} \oplus a_{23}a_{32}$. 证毕

例4 对例3中的康复机器人上肢传递系统 $\bar{H}$ 施加状态反馈(9). 由于

$$a_{13} = 3 > -1 = \max\{a_{12} - a_{32}, a_{23} - a_{21}\},$$

因此, 使得该系统的周期稳态性能保持不变的反馈参数 a 的调节范围为 $a \leq a_{13} = 3$. 例如, 取 $a = 2$, 则闭环系统(10)的状态矩阵与例1中的系统 H 的状态矩阵相同, 即

$$D = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 3 \\ \epsilon & 6 & 7 \\ \epsilon & 9 & 10 \end{pmatrix} = A.$$

于是系统的周期保持不变, 仍为10. 再如, 取 $a = 4$, 则闭环系统(10)的状态矩阵为

$$D = \begin{pmatrix} \epsilon & 2 & 4 \\ \epsilon & 6 & 8 \\ \epsilon & 9 & 11 \end{pmatrix}.$$

这一反馈使得系统的周期变为11.

6 结论(Conclusions)

本文研究了康复机器人上肢传递系统的周期稳态及其扰动估计和自主控制. 基于计时事件图和极大-加代数方法, 建立了康复机器人上肢传递系统的数学模型, 给出了系统的周期计算公式以及实验数据. 在此基础上, 给出了系统周期稳态的扰动估计范围, 提出了自主控制策略. 本文的结果有助于上肢康复机器人传递运动智能辅助系统的设计、控制和优化, 以实现对患者进行精确、柔顺、实时、安全的辅助治疗. 下一步研究将结合临床实验考虑不同患者的需求, 以提高训练的可靠性和有效性. 下肢康复机器人已有许多研究[5, 27-28]. 本文的方法也可用于下肢康复机器人腿部运动系统周期稳态的研究.

参考文献(References):

- [1] MACIEJASZ P, ESCHWEILER J, GERLACH-HAHN K, et al. A survey on robotic devices for upper limb rehabilitation [J]. *Journal of Neuro Engineering and Rehabilitation*, 2014, 11(1): 3-32.
- [2] KLAMROTH-MARGANSKA V, BLANCO J, CAMPEN K, et al. Three-dimensional, task-specific robot therapy of the arm after stroke: a multicentre, parallel-group randomised trial [J]. *The Lancet Neurology*, 2014, 13(2): 159-166.
- [3] PENG Liang, HOU Zengguang, WANG Weiqun. Synchronous active interaction control and its implementation for a rehabilitation robot [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(11): 1837-1846. (彭亮, 侯增广, 王卫群. 康复机器人的同步主动交互控制与实现 [J]. *自动化学报*, 2015, 41(11): 1837-1846.)
- [4] LO A C, GUARINO P D, RICHARDS L G, et al. Robot-assisted therapy for long-term upper-limb impairment after stroke [J]. *New England Journal of Medicine*, 2010, 362(19): 1772-1783.
- [5] HU Jin, HOU Zengguang, CHEN Yixiong, et al. Lower limb rehabilitation robots and interactive control methods [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(11): 2377-2390. (胡进, 侯增广, 陈翼雄, 等. 下肢康复机器人及其交互控制方法 [J]. *自动化学报*, 2014, 40(11): 2377-2390.)
- [6] KAN P, HUQ R, HOEY J. The development of an adaptive upper-limb stroke rehabilitation robotic system [J]. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2011, 8(1): 33.

- [7] XU B, PENG S, SONG A, et al. Robot-aided upper-limb rehabilitation based on motor imagery EEG [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2011, 8(4): 88 – 97.
- [8] LAM P, HEBERT D, BOGER J, et al. A haptic-robotic platform for upper-limb reaching stroke therapy: Preliminary design and evaluation results [J]. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2008, 5(1): 15.
- [9] KREBS H I, DIPIETRO L, LEVY-TZEDEK S, et al. A paradigm shift for rehabilitation robotics [J]. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 2008, 27(4): 61 – 70.
- [10] ROSATI G, GALLINA P, MASIERO S. Design, implementation and clinical tests of a wire-based robot for neurorehabilitation [J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2007, 15(4): 560 – 569.
- [11] JU M, LIN C, LIN D, et al. A rehabilitation robot with force-position hybrid fuzzy controller: hybrid fuzzy control of rehabilitation robot [J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2005, 13(3): 349 – 358.
- [12] ZHANG Y, WANG Z, JI L, et al. The clinical application of the upper extremity compound movements rehabilitation training robot [J]. *IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*. Piscataway, USA: IEEE, 2005: 91 – 94.
- [13] KIGUCHI K, HAYASHI Y. An EMG-based control for an upperlimb power-assist exoskeleton robot [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2012, 42(4): 1064 – 1071.
- [14] HAN J, DING Q, XIONG A, et al. A state-space EMG model for the estimation of continuous joint movements [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(7): 4267 – 4275.
- [15] WANG J, JIANG Z, WANG X, et al. Kinematics simulation of upper limb rehabilitant robot based on virtual reality techniques [C] // *International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce*. USA: IEEE, 2011: 6681 – 6683.
- [16] YOON J, NOVANDY B, YOON C H, et al. A 6-DOF gait rehabilitation robot with upper and lower limb connections that allows walking velocity updates on various terrains [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2010, 15(2): 201 – 215.
- [17] PERRY J C, ROSEN J, BURNS S. Upper-limb powered exoskeleton design [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2007, 12(4): 408 – 417.
- [18] SUGAR T G, HE J P, KOENEMAN E J, et al. Design and control of RUPERT: a device for robotic upper extremity repetitive therapy [J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2007, 15(3): 336 – 344.
- [19] LI Q, WANG D, D U Z, et al. SEMG based control for 5 DOF upper limb rehabilitation robot system [J]. *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. Piscataway, USA: IEEE, 2006: 1305 – 1310.
- [20] LOPES G A D, KERSBERGEN B, VAN DEN BOOM T, et al. Modeling and control of legged locomotion via switching max-plus models [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(3): 652 – 665.
- [21] BACCELLI F, COHEN G, OLSDER G J, et al. *Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1992.
- [22] HEIDERGOTT B, OLSDER G J, VAN DER WOUDE J. *Max-Plus at Work: Modeling and Analysis of Synchronized Systems* [M]. New Jersey: Princeton University Press, 2006.
- [23] CHEN W, Qi X, DENG S. The eigen-problem and period analysis of the discrete event system [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Science*, 1990, 3(3): 243 – 260.
- [24] GAUBERT S. Théorie des Systèmes Linéaires dans les Dioides (in French) [D]. Paris: L'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992.
- [25] GAUBERT S, GUNAWARDENA J. The duality theorem for min-max functions [J]. *Comptes Rendus Académie des Sci Paris*, 1998, 326(1): 43 – 48.
- [26] ZHAO Q. A remark on inseparability of min-max systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(6): 967 – 970.
- [27] GWIN JT, FERRIS DP. An EEG-based study of discrete isometric and isotonic human lower limb muscle contractions [J]. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2012, 9(1): 35 – 45.
- [28] ESQUENAZI A, TALATY M, PACKEL A, et al. The ReWalk powered exoskeleton to restore ambulatory function to individuals with thoracic-level motor-complete spinal cord injury [J]. *American Journal of Physical Medicine and Rehabilitation*, 2012, 91(11): 911 – 921.

作者简介:

陶跃钢 (1958–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为离散事件系统建模、控制与优化, E-mail: yuegangtao@hebut.edu.cn;

王彩璐 (1991–), 女, 博士研究生, 研究方向为离散事件系统控制与优化, E-mail: cailu_wang@163.com;

王晓周 (1990–), 男, 硕士研究生, 研究方向为康复机器人控制, E-mail: zhou112970@163.com;

杨 鹏 (1960–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统建模与控制, E-mail: yangp@hebut.edu.cn.