

PID控制器的状态空间描述和二次型优化设计

王进华[†], 陈 剑

(福州大学 福建省新能源发电与电能变换重点实验室, 福建 福州 350116)

摘要: 提出了一种双输入双输出的状态空间描述, 用于表达PID控制系统. 这种描述方法, 忠实地反映了PID控制的结构、信号关系, 避免了现有PID控制系统状态空间描述过程中的近似或冗余. 可以在此描述的基础上, 用状态空间的方法, 讨论跟踪控制、优化控制等各种PID的控制问题. 在PID控制系统的状态空间描述的基础上, 讨论了满足二次型性能的PID 控制器优化设计, 并给出例子说明本文提出方法的有效性. 这些例子说明, 与现有的二次型优化PID控制器设计方法比较, 本文方法更加灵活、控制器更加实用, 且适用于各种阶次的被控对象.

关键词: PID控制; 二次型控制; 输出反馈

引用格式: 王进华, 陈剑. PID控制器的状态空间描述和二次型优化设计. 控制理论与应用, 2018, 35(2): 267–271

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

State space description of PID control system and its LQ controller

WANG Jin-hua[†], CHEN Jian

(Key Laboratory of Fujian Province for New Energy Power Generation and Power Conversion,
Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350116, China)

Abstract: A state space description with two inputs two outputs is given to express the PID control system. The description has the same control structure and signal transfer relations with the PID control system and avoids the approximations and redundancies of existing methods. Upon this description, PID parameters can be tuned by state space methods such as tracking control, optimal control, etc. Then the PID optimal controller based LR is discussed. Some samples are given to verify the effectiveness of our method. The method given here is more flexible, more utility than existing methods, and can be used on different degree systems.

Key words: PID control; linear quadratic control; output feedback

Citation: WANG Jinhua, CHEN Jian. State space description of PID control system and its LQ controller. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(2): 267–271

1 引言(Introduction)

出现在1915–1940年间的PID控制器, 由于具有简单的结构、令人满意的控制性能和具有良好的鲁棒性, 一直是工业控制中应用最多的控制器^[1–2]. 经过近百年的发展, 仍然有新的问题和方法, 不断地提出来并得到研究^[3–4]. 有关PID控制器研究最多的, 就是其参数整定方法, 主要可分为时域响应整定、频域整定、性能指标优化整定和智能参数整定^[1,5].

二次型最优方法, 是优化控制中最常用的一种方法, 它综合考虑了系统变化过程中的动静态性能, 具有良好的控制效果. 利用二次型性能指标, 优化PID控制器的参数, 一直是人们努力的方向, 并取得了一定的成果. 目前应用的主要方法, 可总结成如下3种.

1) 讨论低阶系统二次型性能的PID参数优化问

题^[6–10]. 特别是对二阶系统, 将二次型最优的PID参数问题, 描述成三阶系统的二次型最优状态反馈问题. 但这种方法仅用在二阶系统, 其局限性也是明显的.

2) 因为PID控制器的分母是一阶的, 而分子是二阶的, 没法单独将控制器表达成状态空间描述形式. 为了解决该问题, 将控制器 $K(s)$ 与对象 $G(s)$ 串联表达成 $K(s)G(s) = [\frac{K(s)}{s}][sG(s)]$, 然后将 $[\frac{K(s)}{s}]$ 和 $s[G(s)]$ 分别写成状态空间描述形式, 用最优控制的方法, 求出相应的PID参数^[11]. 若对象是 n 阶的, 加上PID控制器后, $K(s)G(s)$ 的阶次为 $n+1$, 但 $[\frac{K(s)}{s}]$ 和 $[sG(s)]$ 用状态空间描述的闭环系统, 是 $n+2$ 阶的. 也就是说, 在这种方法中, 用 $n+2$ 阶不是完全能控能观测的系统, 去设计实际为 $n+1$ 阶系统的控制参数. 虽

收稿日期: 2016–12–14; 录用日期: 2017–12–04.

[†]通信作者. E-mail: 980013897@qq.com; Tel.: +86 13960821541.

本文责任编辑: 胡跃明.

福建省自然科学基金项目(2015J01245)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of Fujian Province (2015J01245).

然没有研究讨论这种方法会带来什么样的问题,但可以肯定地说,这是一种间接的、近似的方法。

3) 将微分控制部分表达成 $k_d \dot{e} = k_d(\dot{r} - \dot{y})$, 其中 e, r 和 y 分别为误差、输入和输出信号, 去构造控制信号。也就是说, 用测速反馈代替微分控制^[7]。测速反馈和微分控制, 其主要差别就是闭环传递函数会差一个零点, 控制效果是不一样的。

综上所述, 由于PID控制系统, 没有一个严格按传递函数描述来表达的状态空间描述形式, 使得现有利用二次型最优整定PID参数方法, 或多或少存在一些不足。本文将提出一种双输入双输出的PID控制系统状态空间描述, 该描述严格遵循PID控制系统的传递函数, 是其一个最小实现。PID控制器的3个参数, 可直接由状态空间描述的输出反馈阵得到, 便于利用状态空间描述的方法, 整定PID参数, 实现各种控制目标。然后讨论利用静态输出反馈, 使得给定二次型性能最优反馈控制器设计, 从而给出利用LQR设计PID控制器的方法。最后通过一个例子, 说明本文提出的控制器设计方法及其效果。

2 PID控制系统的状态空间描述(State space description of PID control system)

考虑单输入单输出 n 阶被控系统的开环传递函数为 $G(s)$, 其 n 维状态空间描述为

$$G(s) : \begin{cases} \dot{x} = Ax + bu, \\ y = cx, \end{cases} \quad (1)$$

在PID控制器控制下, 闭环系统的结构图可表示如图1。

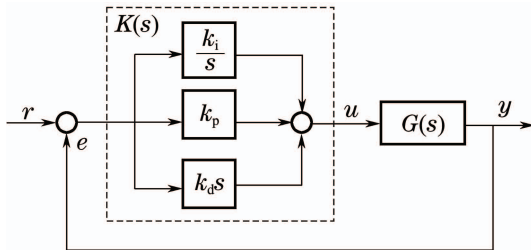


图1 PID控制系统结构图

Fig. 1 Diagram of PID control system

结论1 式(1)描述的系统, 用图1所示PID控制器进行控制, 等价于式(2)系统:

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = \bar{A}\bar{z} + \bar{B}u + \bar{b}_r r, \\ \bar{w} = \bar{C}\bar{z} + \bar{D}u + \bar{d}_r r \end{cases} \quad (2)$$

的静态输出反馈控制, 即 $u = K\bar{w}$ 。若记

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix},$$

则两种表示方法之间满足: $k_p = k_{11} + k_{22}$, $k_d = k_{21}$, $k_i = k_{12}$ 。

其中:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \begin{bmatrix} z \\ x_{n+1} \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B} &= \begin{bmatrix} b & Ab \\ 0 & -cb \end{bmatrix}, \bar{b}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} -c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \bar{D} &= \begin{bmatrix} 0 & -cb \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{d}_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, z = x - bu_2. \end{aligned}$$

证 考虑到控制器包含一个积分环节, 闭环系统的阶次为 $n+1$, 设增加的一个状态变量为 $\dot{x}_{n+1} = e$ 。则图1的PID控制规律可记为

$$u = k_p e + k_i x_{n+1} + k_d \dot{e}. \quad (3)$$

同时, 在上述记号下有

$$\bar{w} = [e \ x_{n+1}]^T, \quad (4)$$

$$u = K\bar{w} = \begin{bmatrix} k_{11}e + k_{12}x_{n+1} \\ k_{21}e + k_{22}x_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由式(2), 有

$$\dot{z} = Az + bu_1 + Abu_2. \quad (6)$$

将式(5)代入式(6), 整理后, 可得

$$\dot{z} = Ax + b[(k_{11} + k_{22})e + k_{12}x_{n+1} + k_{21}\dot{e}], \quad (7)$$

比较式(1)(3)与式(7), 即可得到结论。证毕。

由于状态空间描述, 在数学上处理起来更加简便、灵活。将PID控制系统表达成式(2)描述后, 可以方便地用状态空间方法, 整定PID控制器参数。比如PID控制的渐近跟踪问题、极点配置问题、鲁棒控制问题。

另外若被控对象 $G(s)$ 的相对阶大于或等于2, 这时有 $cb = 0$, 即在式(2)的输出方程中, 控制信号的系数矩阵为0, 在输出方程中, 将不出现控制信号相关项, 可使分析、计算更为简便。一般而言, 在系统控制中, 系统开环传递函数都是严格真的有理分式, 即 $K(s)G(s)$ 的分母阶次高于分子阶次, 这时 $G(s)$ 的相对阶大于或等于2。也就是说, 在大多数系统控制问题中, 式(2)的输出方程中, 都不会出现控制信号项。

3 二次型最优的PID控制器(Quadratic optimal PID controller)

考虑式(1)描述的系统, 其PID控制的二次型最优问题可以表述为: 在参考输入 $r = 0$, 系统的初始状态为 x_0 时, 寻找一个控制规律, 满足式(3), 使得性能指标

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + ru^2) dt \quad (8)$$

取得极小值, 其中: $Q > 0$, $r > 0$ 。

因为本文将PID控制系统的状态空间描述写成式(2)所示, 考虑到参考输入 $r = 0$, 也可以将PID控制的二次型最优问题可以表述为

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = \bar{A}\bar{z} + \bar{B}u, \\ \bar{w} = \bar{C}\bar{z} + \bar{D}u, \end{cases} \quad (9)$$

其初始状态为 $\bar{z}_0$, 寻找一个输出静态反馈控制规律 $u = \bar{K}\bar{w}$, 使得性能指标

$$\bar{J} = \int_0^\infty (\bar{z}^T \bar{Q} \bar{z} + u^T \bar{R} u) dt, \quad (10)$$

取得极小值, 其中: $\bar{Q} > 0$, $\bar{R} > 0$.

由于 x 和 z 有式(2)中的关系, 由式(1)(8)表述的二次型最优PID控制器, 和式(9)–(10)表述的二次型最优PID控制器, 不太容易完全等效. 但从给出一种设计方法, 使得得到的PID控制器有良好的性能. 上述这两种二次型最优PID控制器的差异, 完全可以不用考虑. 对式(9)表示的系统, 有如下结论.

结论2 若式(11)描述的系统, 存在输出静态反馈控制规律 $u = \bar{K}\bar{w}$, 使得性能指标式(10)极小, 等价于式(9)描述的系统, 存在输出静态反馈控制规律 $u = K\bar{w}$, 使得性能指标式(10)极小:

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = \bar{A}\bar{z} + \bar{B}u, \\ \bar{w} = \bar{C}\bar{z}, \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$K = (1 + \bar{D}\bar{K})^{-1} \bar{K}. \quad (12)$$

证 将 $u = K\bar{w}$ 应用到式(8), 有

$$\bar{w} = (I - \bar{D}K)^{-1} \bar{C}\bar{z}$$

即

$$\begin{aligned} u &= K\bar{w} = K(I - \bar{D}K)^{-1} \bar{C}\bar{z} = \\ &K(I - \bar{D}K)^{-1} \bar{w} = \bar{K}\bar{w}. \end{aligned}$$

上述结论表明, 将系统的PID控制, 用式(2)的状态空间形式来描述时, 不论状态空间描述的传输项是否为零, 在设计静态输出反馈控制器时, 都可按式(11)的情况处理. 若传输阵不为零, 最终的反馈阵, 可由式(12)算得.

结论3 式(11)描述的系统, 存在输出静态反馈控制规律 $u = \bar{K}\bar{w}$, 使得性能指标式(10)极小的充分必要条件是方程

$$\begin{aligned} &\bar{A}^T P + P\bar{A} - P\bar{B}\bar{R}^{-1}\bar{B}^T P + \bar{Q} + \\ &[I + \bar{C}^T(\bar{C}\bar{C}^T)^{-1}\bar{C}]P\bar{B}\bar{R}^{-1}\bar{B}^T P. \\ &[I + \bar{C}^T(\bar{C}\bar{C}^T)^{-1}\bar{C}] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

有对称正定解 P , 且使得 $\bar{A} + \bar{B}\bar{K}\bar{C}$ 是稳定阵, 其中

$$\bar{K} = -\bar{R}^{-1}\bar{B}^T P \bar{C}^T (\bar{C}\bar{C}^T)^{-1}. \quad (14)$$

证 若式(11)系统, 在控制规律 $u = \bar{K}\bar{w}$ 作用下, 闭环系统稳定, 则其性能指标式(10)可表示为^[6]

$$\bar{J} = \int_0^\infty (\bar{z}^T \bar{Q} \bar{z} + u^T \bar{R} u) dt =$$

$$\int_0^\infty \bar{z}^T (\bar{Q} + \bar{C}^T \bar{K}^T \bar{R} \bar{K} \bar{C}) \bar{z} dt = \bar{z}_0^T P \bar{z}_0, \quad (15)$$

其中 P 满足下述方程:

$$\begin{aligned} &(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}\bar{C})^T P + P(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}\bar{C}) + \\ &\bar{Q} + \bar{C}^T \bar{K}^T \bar{R} \bar{K} \bar{C} = 0. \end{aligned}$$

可得到

$$\begin{aligned} &\bar{A}^T P + P\bar{A} - P\bar{B}\bar{R}^{-1}\bar{B}^T P + \bar{Q} + (\bar{B}^T P + \\ &\bar{R}\bar{K}\bar{C})^T \bar{R}^{-1} (\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}\bar{C}) = 0. \end{aligned}$$

记

$$\bar{Q}_k = \bar{Q} + (\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}\bar{C})^T \bar{R}^{-1} (\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}\bar{C}),$$

则上式可记为

$$\bar{A}^T P + P\bar{A} - P\bar{B}\bar{R}^{-1}\bar{B}^T P + \bar{Q}_k = 0, \quad (16)$$

显然, 若 $\bar{Q} > 0$, 则 $\bar{Q}_k > 0$. 对式(16), 容易验证, 若有 $\bar{Q}_{K1} > \bar{Q}_{K2}$, 则其解 P_1 和 P_2 满足 $P_1 > P_2$. 因此, 控制律使式(14)的性能指标达到极小, 等价于控制律使式(16)的解阵 P 达到极小, 进而等价于使得 $\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}\bar{C} = 0$ 的平方误差达到极小. 即可得到结论.

证毕.

式(13)的解, 可通过如下的迭代过程, 得到数值解.

1) 初始化 $\bar{K}_0$, 任意给定一个 $\bar{K}_0$, 使得 $\bar{A} + \bar{B}\bar{K}_0\bar{C}$ 是稳定阵;

2) 计算 $\bar{Q}_{Li} = \bar{Q} + (\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}_{i-1}\bar{C})^T \bar{R}^{-1} (\bar{B}^T P + \bar{R}\bar{K}_{i-1}\bar{C})$;

3) 解式(16)所示Riccati方程, 得到 P_i ;

4) 利用式(14), 计算 $\bar{K}_i$;

5) 重复步骤2)–4), 直至满意的精度.

4 控制器设计举例 (Examples of controller design)

下面举一些例子, 说明本文提出的满足二次型性能指标最优的PID控制器设计, 并通过对比, 说明本文提出方法的有效性.

例1 第1个例子取自文献[8], 它是一个搅拌槽的控制问题, 被控对象传递函数为

$$G(s) = \frac{0.0922}{s^2 + 9.251s + 22.19}.$$

在文献[8]中, 选取 $x_1 = e$, $x_2 = \dot{e}$, $x_3 = \int e dt$ 3个状态变量, 列写PID控制的状态空间描述, 将PID控制的3个参数整定问题, 转化为状态反馈增益阵的确定问题. 文献[8]中的二次型性能的权矩阵取为: $Q = I$, $r = 0.0001$. 据此, 文献[8]中给出的二次型最优PID控制器的参数为

$$[k_p \ k_d \ k_i] = [525.2879 \ 44.1394201.5365].$$

在这组PID参数下, 闭环系统传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{4.0697s^2 + 48.4315s + 18.5816}{s^3 + 13.3207s^2 + 70.6215s + 18.5816}.$$

3个闭环极点为

$$s_1 = -0.2773, s_{2,3} = -6.5217 \pm j4.9469.$$

将上述被控对象, 写成本文提出的PID控制器的状态空间描述为

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -22.19 & -9.251 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{z} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0922 \\ 0.0922 & -0.8529 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u, \\ \tilde{w} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{z}. \end{cases}$$

二次型性能的权矩阵取为: $Q = I$, $R = 0.0001I$, 根据上节讨论的算法, 可算得反馈增益阵

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 54.0530 & 98.8168 \\ 34.9356 & 15.3373 \end{bmatrix},$$

闭环系统的系统阵为

$$\bar{A} + \bar{B}\bar{K}\bar{C} = \begin{bmatrix} -3.2211 & 1 & 1.4141 \\ 2.6211 & -9.2510 & -3.9695 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由PID参数与上述反馈增益阵的关系, 有

$$[k_p \ k_d \ k_i] = [69.3903 \ 34.9356 \ 98.8168].$$

在这组PID参数下, 闭环系统传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{3.2211s^2 + 6.3978s + 9.1109}{s^3 + 12.4721s^2 + 28.5878s + 9.1109},$$

3个闭环系统极点和闭环系统系统阵的特征根分别为: $[-0.3797 \ -2.5026 \ -9.5897]$.

从上面的结果, 可以看出, 虽然两种方法, 权矩阵取的相似, 但得到的闭环极点有较大差别. 也就是说, 按照式(1)的状态空间描述, 利用式(8)的性能指标, 优化PID控制器; 与按照式(11)的描述式(10)的性能指标优化PID控制器, 是有一些地方不同的. 如果选择 $Q = I$, $R = \text{diag}\{0.0001 \ 0.1\}$, 经过计算可得到PID参数为

$$[k_p \ k_d \ k_i] = [68.4232 \ 1.1727 \ 99.1656],$$

相应的闭环极点为

$$s_1 = -0.3623, s_{2,3} = -4.4984 \pm j2.2369.$$

此时的极点配置情况与文献[8]的非常相似, 但是本文的PID参数比文献[8]给出的PID参数要小得多, 在实现方面, 有更好的性能. 这也表明, 我们采用两个输入信号的描述, 在优化过程中, 可以通过选取 R 阵的数值, 灵活调整微分与积分系数的关系, 获得更好的系统综合性能.

例2 设被控对象传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{s^4 + 4.1s^3 + 8.9s^2 + 6.4s - 6}.$$

将其表示为式(1)的状态空间形式, 有

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & -6.4 & -8.9 & -4.1 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

将其写成式(11)所示的PID控制系统的状态空间形式, 取权矩阵 $Q = 2I$, $R = I$, 可算得反馈增益阵

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 9.7256 & 0.3896 \\ 12.8055 & 1.3595 \end{bmatrix}.$$

相应的PID控制器参数为 $[k_p \ k_d \ k_i] = [11.0851 \ 12.8055 \ 0.3896]$.

在这组PID参数下, 闭环系统传递函数为:

$$\Phi(s) = \frac{12.8055s^2 + 11.085s + 0.3896}{s^5 + 4.1s^4 + 8.9s^3 + 19.2055s^2 + 5.0851s + 0.3896}.$$

这个例子说明, 本文给出的方法, 对高阶系统同样是适用的.

5 结束语(Conclusions)

本文提出了一种双输入双输出的状态空间描述, 用于表达PID控制系统. 这种描述方法, 忠实地反映了PID控制的结构、信号关系, 避免了现有PID控制系统状态空间描述过程中的近似或冗余. 可以在此描述的基础上, 用状态空间的方法, 讨论跟踪控制、优化控制等各种PID的控制问题.

在上述PID控制系统的状态空间描述的基础上, 本文讨论了满足二次型性能的PID控制器优化设计, 并给出例子说明本文提出方法的有效性. 这些例子说明, 与现有的二次型优化PID控制器设计方法比较, 本文方法更加灵活、控制器更加实用, 且适用于各种阶次的被控对象.

参考文献(References):

- [1] WANG Wei, ZHANG Jingtao, CHAI Tianyou. A survey of advanced PID parameter tuning methods [J]. *Acta Automatic Sinica*, 2000, 26(3): 347 – 355.
(王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID参数先进整定方法综述 [J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 347 – 355.)
- [2] SRIVASTAVA S, MISRA A, THAKUR S K, et al. An optimal PID controller via LQR for standard second order plus time delay systems [J]. *ISA Transactions*, 2016, 60: 244 – 255.
- [3] SHAHA P, AGASHE S. Review of fractional PID controller [J]. *Mechatronics*, 2016, 38: 29 – 41.
- [4] YAN Jingwen, HOU Zhongsheng. Convergence analysis of learning-enhanced PID control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(6): 761 – 768.
(晏静文, 侯忠生. 学习增强型PID控制系统的收敛性分析 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(6): 761 – 768.)
- [5] GRIMBLE M J, JOHNSON M A. Algorithm for PID controller tuning using LQG cost minimization [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. San Diego, California: [s.n.], 1999: 4368 – 4372.
- [6] LI X H, YU H B, YUAN M Z. Design of an optimal PID controller based on Lyapunov approach [C] // *2009-Proceedings of International Conference on Information Engineering and Computer Science (ICIECS-2009)*. Wuhan: [s.n.], 2009: 1 – 5.
- [7] KUMAR V, JOVITHA JEROME E. LQR based optimal tuning of PID controller for trajectory tracking of magnetic levitation system [J]. *Procedia Engineering*, 2013, 64(7): 254 – 264.
- [8] MIRANDA M F, VAMVOUDAKIS K G. Online optimal auto-tuning of PID controllers for tracking in a special class of linear systems [C] // *2016 American Control Conference (ACC)*. Boston, MA: [s.n.], 2016: 5443 – 5448.
- [9] ARGENTIM L M, REZENDE W C, SANTOS P E, et al. PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform [C] // *(ICIEV) 2013 International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV)*. Dhaka, Bangladesh: IEEE, 2013: 1 – 6.
- [10] RUSNAK I. The Optimality of PID Controllers [C] // *Electrotechnical Conference MELECON 98, 9th Mediterranean*. Israel: IEEE, 1998: 479 – 483.
- [11] BURBANO P, PROAFIO V. Synthesis of H_∞ PID controllers [C] // *2005 International Conference on Industrial Electronics and Control Applications, ICIECA*. Quito, Ecuador: IEEE, 2005: 1 – 6.

作者简介:

王进华 (1963–), 男, 福建省新能源发电与电能变换重点实验室副主任, 教授, 目前研究方向为非线性系统、最优控制、鲁棒控制, E-mail: 980013897@qq.com;

陈剑 (1979–), 女, 讲师, 博士研究生, 目前研究方向为非线性系统、机器学习.