第 35 卷第 2 期
2018 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 2
Feb. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2017.70139

超空泡航行体H_∞状态反馈设计

庞爱平, 何 朕†, 王京华, 王广雄

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对超空泡航形体的控制设计问题, 提出采用H_∞控制. 超空泡航行体是尾部拍打着空泡内壁滑行前进的, 所以要在持续的滑行力作用下保持各个状态变量在指定范围内变化, 文中分析了这种H_∞性能要求. 当超空泡航形体受到扰动后会反复碰撞上下空泡壁而最终失稳, 文中还分析了超空泡航行体这种特殊的稳定性要求. 这些控制要求构成了H_∞设计中加权系数的选择问题. 文中从Riccati方程的病态问题, 低频特性的要求, 和姿态稳定性等多方面综合考虑, 给出了解决方案. 仿真结果表明满足了多方面的要求. 文中所提出的设计思路也可供其他的H_∞问题参考.

关键词: 超空泡航行体; 滑行力; H_∞控制; 状态反馈

引用格式: 庞爱平, 何朕, 王京华, 等. 超空泡航行体H_∞状态反馈设计. 控制理论与应用, 2018, 35(2): 146 – 152

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

H-infinity state feedback design for supercavitating vehicles

PANG Ai-ping, HE Zhen†, WANG Jing-hua, WANG Guang-xiong

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This study proposes an H-infinity design for controlling high-speed supercavitating vehicles (HSSV). Because the weight of the body forces the tail of the vehicle into contact with the cavity, the body skips forward on the cavity wall. Therefore, the state variables of the vehicle must be kept within reasonable limits under the consistent planing force acting on the tail. This H-infinity performance requirement is discussed and analyzed in the paper. In addition, the HSSV may respond to perturbation by hitting upwards and downwards against the cavity wall, eventually losing stability. This special stability requirement of an HSSV is also discussed in the paper. The aforementioned requirements lead to the problem of selecting weights for the state variables and control inputs. A comprehensive solution to this weight selection problem is presented, which takes into account solving ill-conditioned Riccati equations, as well as the requirement of a low-frequency domain and the attitude stabilization problem. The simulation results show the effectiveness of the proposed design. Furthermore, this design methodology can also be used for other H-infinity problems as well.

Key words: supercavitating vehicle; planning force; H-infinity control; state feedback

Citation: PANG Aiping, HE Zhen, WANG Jinghua, et al. H-infinity state feedback design for supercavitating vehicles. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(2): 146 – 152

1 引言(Introduction)

超空泡技术的应用, 大幅度提高了水下航行体的运行速度, 具有重大的科研意义和军事应用前景[1]. 然而由于空泡的包裹, 使得超空泡航行体的水动力极其复杂. 正常情况下, 航形体位于空泡内部高速前进, 但当其垂向速度超过一定的值时, 尾部就会与空泡壁碰撞产生滑行力, 滑行力的出现会改变航行体原有的力矩平衡, 这给建模和控制设计带来极大的挑战[2]. 近年来, 国内外研究人员在超空泡流体动力学基本机理研究有了一定进展的情况下, 建立了不同的超空泡航行体的动力学模型, 其主要区别在于对空化器流体动力、尾翼控制面流体动力以及空泡动力学的建模各不相同[3–5]. 文献[5]中给出了超空泡航行体的一种标准设计, 在此标准设计的参数下, 建立了超空泡航行体纵向平面的基本运动方程[5–6]. 该模型既相对简化, 同时又保留了航行体与空泡碰撞时产生的滑行力, 给控制设计的研究提供了一个可参照的通用标准模型, 被之后的众多文献所引用[7–9]. Dzielski等提出可通过尾翼和空化器的偏转联合控制航行体的稳定性, 并给出了两种控制策略[5]. Lin等[8–9]在Dzielski的研究基础上, 给出一个状态反馈控制及一个切换控制策略. 超空泡航行体虽有空泡包裹, 但由于受到重力的作用

收稿日期: 2017−03−8; 录用日期: 2017−08−18.

†通信作者. E-mail: hezhen@hit.edu.cn; Tel.: +86 15645062396.

本文责任编委: 段志生.

国家自然科学基金重点项目(U1564207)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (U1564207).

会产生垂向向下的速度, 当这个速度达到一定阈值时, 航行体会与空泡下壁碰撞, 空泡壁给航行体一个向上的反作用力即滑行力, 滑行力将航行体"弹回"到空泡内, 此时滑行力消失, 航行体受重力作用又会再一次与空泡壁碰撞产生滑行力, 如此周期反复, 航行体是不断拍打着空泡内壁高速前行的. 所以超空泡航行体的控制设计应该包括滑行力这个外扰动的作用. 这类运动体的控制一般都采用状态反馈或反馈线性化方法[5,10], 但大多数文献都以稳定性设计为主, 而本文采用H_∞控制设计, 因为H_∞设计是把外扰输入通道(B_1)考虑在内的一种设计, 既保证了稳定性, 又保证了外扰作用下的性能. 文中的第1部分为超空泡航行体数学模型, 第2部分为H_∞状态反馈控制设计, 第3部分为控制性能仿真和分析, 最后为结论.

2　数学学模型(Mathematical model)

如图1所示, 超空泡鱼雷整体设计为长度比为1: 2的梭形, 除头部的圆盘形空化器和尾翼的部分与水接触, 其大部分被空泡所包裹.

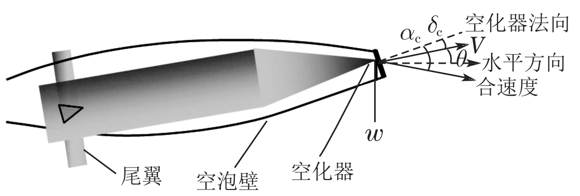


图 1　超空泡航行体示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the supercavitating vehicle

在小俯仰角假设的条件下, 考虑其纵向平面的运动, 其运动学方程为

$$\begin{cases} m_v\dot{w} - m_v x_g \dot{q} = V m_v q + F, \\ -m_v x_g \dot{w} + J\dot{q} = -V m_v x_g q + M, \\ \dot{z} = w - V\theta, \\ \dot{\theta} = q, \end{cases} \tag{1}$$

式中: m_v为航行体的质量; x_g为质心与航行体头部的距离; z为航行体的深度; w为垂向速度; θ为俯仰角; q为俯仰角速度; V为前进速度. 式(1)中航形体垂向的流体动力F、外力的质心力矩M、及转动量J为

$$\begin{cases} J = \dfrac{11}{60} m\rho_0\pi(R^4L + R^2L^3), \\ M = F_{fin}L - Gx_g + F_pL, \\ F = F_c + F_{fin} + G + F_p, \end{cases} \tag{2}$$

式中: ρ_0为水的密度; m为航行体与水的密度比; R为航行体的半径; L为航行体的总长度; G为重力; F_c , F_{fin}为空化器和尾翼的流体动力在垂直航行体方向的分量[5–6]; F_p为尾部与空泡壁碰撞所产生的滑行力.

$$F_c = \frac{1}{2}\rho_0\pi V^2 R_n^2 c_x(\delta c + \frac{w}{V}), \tag{3}$$

$$F_{fin} = -\frac{1}{n}\rho_0\pi V^2 R_n^2 c_x(\delta_f + \frac{w+qL}{V}), \tag{4}$$

式中: n为尾翼效率; R_n为空化器半径; δ_c为空化器偏转角; δ_f为尾翼偏转角; c_x是圆盘形空化器与来流垂直时的阻力系数, $c_x = c_{x0}(1+\sigma)$, c_{x0}为空化器的升力系数, σ为空化数.

根据Logvinovich滑行力计算方法[5–6], F_p为

$$F_p = -\frac{V^2}{mL}[1-(\frac{R'}{h+R'})^2](\frac{1+h'}{1+2h'})\alpha. \tag{5}$$

滑行力计算式(5)中的R'为航行体和空泡的相对半径差, $R' = \dfrac{R_c - R}{R}$其中的R_c为空泡半径. 式(5)中的h'为航行体浸水深度的标幺值, $h' = \dfrac{h}{R}$, h为航行体浸水深度. 式(5)中的α为航行体尾部的入水角, α和h'的计算公式如下:

$$h' = \begin{cases} 0, & |w| \leqslant w_{th}, \\ L|\dfrac{w}{V}| - (R_c - R), & |w| > w_{th}, \end{cases} \tag{6}$$

$$\alpha = \begin{cases} \dfrac{w}{V} - \dfrac{\dot{R}_c}{V}, & w > 0, \\ \dfrac{w}{V} + \dfrac{\dot{R}_c}{V}, & w \leqslant 0, \end{cases} \tag{7}$$

式中$\dot{R}_c$为空泡半径变化率.

由式(5)可见, 滑行力与航行体的垂向速度相关, 滑行力与垂向速度的关系如图2所示.

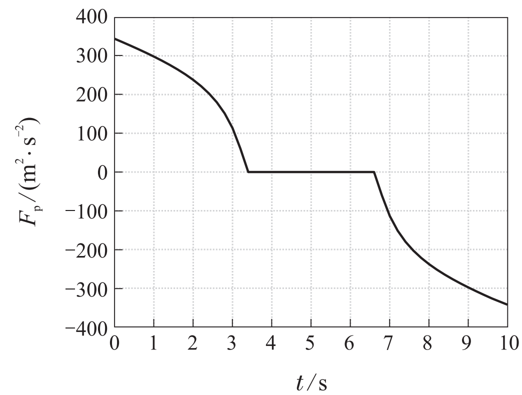


图 2　滑行力对与纵向速度关系

Fig. 2　The relationship between the planing force and the vertical speed

将方程(1)左右同时除以$M_p = m\rho_0 R^2 L$进行标幺化处理, 可得到超空泡航行体四自由度标准运动方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -V & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + F_p \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

方程(8)中矩阵的各项系数为[9]

$$a_{22}=\frac{CVT}{m}(\frac{-nS}{L}+\frac{17}{36}nL),$$

$$a_{24}=-VT(\frac{-nC}{m}+\frac{17}{36})\frac{17}{36}L^2+ VTS(\frac{-nC}{m}+\frac{7}{9}),$$

$$a_{42}=-\frac{11nCVT}{36m},$$

$$a_{44}=-\frac{11}{36}\frac{nCVTL}{m},$$

$$b_{21}=\frac{nCVT}{m}(\frac{-S}{L}+\frac{17}{36}L),$$

$$b_{22}=\frac{CV^2TS}{mL},$$

$$b_{41}=-\frac{11nCV^2T}{36m},$$

$$b_{42}=\frac{17CV^2T}{36m},$$

$$b_2=\frac{T}{m}(\frac{S}{L}-\frac{17}{36}L),$$

$$b_4=\frac{11T}{36m},$$

其中:

$$C=\frac{1}{2}C_{\rm x}\frac{R_n^2}{R^2},$$

$$S=\frac{11}{16}R^2+\frac{133}{405}L^2,$$

$$T=(\frac{7}{9}S-\frac{289}{1296}L^2)^{-1}.$$

取状态变量$x=[z\ \ w\ \ \theta\ \ q]^{\rm T}$, 控制输入$u_2=[u_{21}\ \ u_{22}]^{\rm T}=[\delta_{\rm f}\ \ \delta_{\rm c}]^{\rm T}$, 扰动输入$u_1=F_{\rm p}$, 超空泡航行体的运动方程可表示为如下标准形式:

$$\dot{x}=Ax+B_1u_1+B_2u_2+C. \tag{9}$$

采用参数表1中的参数计算得到个方程(9)中的各个系数为

$$\begin{cases} A=\begin{bmatrix}0 & 1 & -75 & 0\\ 0 & 2.75 & 0 & 79.94\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & -3.24 & 0 & -5.84\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}0\\ g\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\\ B_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 205.9 & 941.8\\ 0 & 0\\ -243.3 & -752.1\end{bmatrix},\ B_1=\begin{bmatrix}0\\ -1.23\\ 0\\ 1.45\end{bmatrix}.\end{cases} \tag{10}$$

超空泡航行体运动方程式(9)中的扰动输入u_1为滑行力. 从滑行力的计算式(5)及图2可见: 当$|w|\leqslant 1.64$时, 滑行力为零, 相当于存在一个死区, 当w在这个范围时, 航行体在空泡内部运行, 不产生滑行力, 是一个理想的运动状态. 一旦受到扰动, 航行体就会与空泡壁碰撞, 而产生滑行力u_1, 这个滑行力是很大的, 而空泡的内径有限, 航行体在受到这个滑行力扰动后的调节过程可能会在空泡上下壁间来回碰撞直至失稳. 所以这个系统的稳定性要求并不是简单的平衡点是否稳定的问题. 若控制响应过快会导致来回碰撞而失稳, 若响应过慢又会使静差过大, 航行体刺破空泡壁入水过深, 破坏了空泡的稳定条件. 而在正常工作时尾部是周期拍打着空泡的内壁, 即稳态工况下尾部会持续受到滑行力这个外扰的作用, 此时各个状态变量的变化反映了该系统在持续外扰下的性能. 上述这些特殊性将在下面的H_∞状态反馈控制设计中得到体现.

表 1 模型参数

Table 1 Parameters of the model

参数符号	参数名称	参数值
$R_{\rm n}$	空化器半径/m	0.0191
R	航行体半径/m	0.0508
$R_{\rm c}$	空泡半径/m	0.09
$\dot{R}_{\rm c}$	空泡半径变化率	20
g	重力加速度/$(\rm m\cdot s^{-2})$	9.81
$\rho_{\rm v}$	航行体密度/$(\rm kg\cdot m^{-3})$	2000
m	密度比	2
n	尾翼效率	0.5
V	前进速度/$(\rm m\cdot s^{-1})$	75
$C_{\rm x0}$	升力系数	0.82
σ	空化数	0.03

3 H_∞状态反馈设计(H_∞ state feedback design)

超空泡航行体的系统方程式(9)为全量方程式, 不过这里的平衡点为$x_0=0$, 除去其中的常数项C后就是系统的增量方程式. C项是重力加速度, 主要影响系统稳态时的静差. 稳态时重力与滑行力(平均值), 以及空化器和尾翼产生的升力相平衡, 使各个变量出现一定的稳态偏差. 不过本例中这些变量的稳态偏差是比较小的, 例如深度z的稳态平均值约为$1\sim2\times10^{-3}$ m(参见图4). 而H_∞研究的是系统的动态性能, 故下面的动态性能指标的计算中采用去掉C项后的增量方程式.

系统的性能输出为$\boldsymbol{z}$(注: 在此采用H_∞性能输出的统一符号$\boldsymbol{z}$, 为区别航行体的深度z, 故使用黑体表示):

$$\boldsymbol{z}=\begin{bmatrix}\beta_1&0&0&0\\0&\beta_2&0&0\\0&0&\beta_3&0\\0&0&0&\beta_4\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z\\w\\\theta\\q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\0&0\\0&0\\w_{21}&0\\0&w_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_{\mathrm{f}}\\\delta_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}. \quad (11)$$

这个性能输出$\boldsymbol{z}$是加权的各个状态变量与加权的控制输入u_2之和, 式中的$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4,w_{21},w_{22}$为相应的加权系数. H_∞状态反馈设计中的性能指标是

$$\int_0^\infty\|\boldsymbol{z}(t)\|\mathrm{d}t\leqslant\gamma\int_0^\infty\|u_1(t)\|\mathrm{d}t. \quad (12)$$

定义中的u_1是指所有可能的$L_2(0,T)$函数. 本例中这个u_1就是作用在超空泡航行体上的滑行力. 满足式(12)时称系统的增益小于等于γ [11].

H_∞状态反馈的解就是H_∞全信息问题的中心控制器[11], 即解如下的Riccati方程:

$$A^{\mathrm{T}}P+PA+P(\gamma^{-2}B_1B_1^{\mathrm{T}}-B_2D^{-1}B_2^{\mathrm{T}})P+C_1C_1^{\mathrm{T}}, \quad (13)$$

式中$D=D_{12}^{\mathrm{T}}D_{12}$.

若(C_1,A) 可观测, 并且Riccati方程(13)存在正定解$P>0$, 则存在状态反馈控制律

$$u_2=Kx, \quad (14)$$

使得系统渐近稳定并满足$\|T_{u_1z}\|_\infty\leqslant\gamma$, 此时控制律的计算公式如下:

$$K=-D^{-1}B_2^{\mathrm{T}}P. \quad (15)$$

Riccati方程(13)的求解可利用MATLAB中的全信息问题函数hinffi. 因此H_∞状态反馈设计的实质问题是如何来确定其加权系数.

这里先来确定控制输入u_2的加权系数w_{21}和w_{22}, 这两个加权系数构成了性能输出中的D_{12}, 即式(13)中的D. 注意式(13)中的二次项

$$\gamma^{-2}B_1B_1^{\mathrm{T}}-B_2D^{-1}B_2^{\mathrm{T}},$$

其中的B_1和B_2数量级相差很大, 为了避免计算中的病态问题, D应该取较大的值, 使这二次项中B_1和B_2的这两个分量能相匹配, 故在初步设计中取

$$w_{21}=w_{22}=150. \quad (16)$$

下面来确定式(11)中的4个权系数β_i. 权系数的确定与系统性能对高低频段的约束有关. 而高低频的性能要求主要反映在系统的奇异值特性上. 所以这里采用LQR优化问题中的结果作为选定权系数的理论依据[11]. 为简化计算, 在设计中设只有一个输入δ_{c}, 而$\delta_{\mathrm{f}}=0$, 即尾翼保持水平不参与控制. 因为单输入系统的奇异值特性只有一条, 可以直接根据频率特性的概念来进行讨论. 这种尾翼不参与控制只控制空化器偏转也是超空泡航行体的一种典型工作方式[5]. LQR最优调节问题的代价函数为

$$J=\int_0^\infty(x^{\mathrm{T}}Qx+u^{\mathrm{T}}Ru)\mathrm{d}t, \quad (17)$$

式中: $Q=H^{\mathrm{T}}H$, $R=R^{\mathrm{T}}>0$. 本例中, $R=\rho I$, $\rho=w_{22}^2=150^2$,

$$H=\begin{bmatrix}\beta_1&0&0&0\\0&\beta_2&0&0\\0&0&\beta_3&0\\0&0&0&\beta_4\end{bmatrix}. \quad (18)$$

设LQG问题最优解所得到的开环传递函数为$L(\mathrm{j}\omega)$, 这个$L(\mathrm{j}\omega)$低频部分的奇异值特性可近似为[11]

$$\sigma_i[L(\mathrm{j}\omega)]\approx\frac{\sigma_i[H\varPhi(\mathrm{j}\omega)B_2]}{\sqrt{\rho}}]. \quad (19)$$

由于现在讨论的是单输入系统, 从上式可得此系统的开环低频特性近似为

$$L(\mathrm{j}\omega)\approx\frac{H\varPhi(\mathrm{j}\omega)B_2}{\sqrt{\rho}}, \quad (20)$$

式中$\varPhi(\mathrm{j}\omega)B_2=(\mathrm{j}\omega I-A)^{-1}B_2$就是从控制输入$u_2$到状态变量的频率特性矩阵. 因为现在讨论的是低频特性, 根据式(20), 略去高频分量可得$L(\mathrm{j}\omega)$的低频近似表达式为

$$L(\mathrm{j}\omega)=\frac{H\varPhi(\mathrm{j}\omega)B_2}{\sqrt{\rho}}\approx\frac{1}{w_{22}}\begin{bmatrix}G_{\mathrm{z}}(\mathrm{j}\omega)\beta_1\\G_{\mathrm{w}}(\mathrm{j}\omega)\beta_2\\G_\theta(\mathrm{j}\omega)\beta_3\\G_{\mathrm{q}}(\mathrm{j}\omega)\beta_4\end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中的$G_{\mathrm{z}}(\mathrm{j}\omega)$, $G_{\mathrm{w}}(\mathrm{j}\omega)$, $G_\theta(\mathrm{j}\omega)$, $G_{\mathrm{q}}(\mathrm{j}\omega)$分别表示从控制输入$u_2$到4个状态变量传递函数的低频近似. 将参数代入可近似算得

$$L(\mathrm{j}\omega)\approx\begin{bmatrix}\dfrac{305.27\beta_1}{(\mathrm{j}\omega)^2w_{22}}\\\dfrac{-224.49\beta_2}{w_{22}}\\-\dfrac{3.091(\mathrm{j}\omega+1.317)\beta_3}{\mathrm{j}\omega w_{22}}\\-\dfrac{3.091(\mathrm{j}\omega+1.317)\beta_4}{w_{22}}\end{bmatrix}. \quad (22)$$

从式(22)中可以看到: 系统的低频特性中第1项为最大, 但随着ω很快衰减. 以$\omega=100$ rad/s为例, 此时G_{z}的幅值即为个位数了, 相较第2项完全被淹没掉了, 而第1项的深度z是超空泡航行体的主要输出, 低频部分应以这一项为主, 为避免这一问题, 式中的β_1应取得较大. 从式(22)中还可以看到β_2对应的G_{w}为常数项, 只起到拓展带宽的作用, 应取较小的值. 综上分析取

$$\begin{aligned}\beta_1&=2300,\\\beta_2&=0.01.\end{aligned} \quad (23)$$

另外, 从式(22)中可知: 系统开环频率特性矩阵

$L(\mathrm{j}\omega)$中的第1项G_z所乘的系数$\dfrac{\beta_1}{w_{22}}$就相当于对状态变量z所加的反馈增益, 当$\beta_1 = 2300$时, $\dfrac{\beta_1}{w_{22}} \approx 15.33$, 这个增益是一个在系统设计中可以接受的数据.

剩下的两个未确定系数β_3和β_4是状态变量q和θ的加权. 从方程式(1)中可知, q项和θ项是一种微分关系, q项起到一种PD控制的作用, 所以这两项的加权系数应该相互协调统一考虑. 这两项的加权相加即是对PD控制的加权:

$$\beta_3 G_\theta(s) + \beta_4 G_{\mathrm{q}}(s) = \beta_3(1 + \frac{\beta_4}{\beta_3}s)G_\theta(s) = \beta_3(1 + T_{\mathrm{d}}s)G_\theta(s). \tag{24}$$

这个PD控制主要是对俯仰角θ的姿态回路起稳定作用, 数值上与系统的带宽相关. 设系统过0 dB线的频率$\omega_{\mathrm{c}} = 200\ \mathrm{rad/s}$, 则取$T_{\mathrm{d}} = 0.005\ \mathrm{s}$, 即

$$\beta_3 = 200\beta_4, \tag{25}$$

β_3和β_4处于式(22)的后两项, 数值上也不宜过大, 故最终取

$$\beta_3 = 200,\ \beta_4 = 1. \tag{26}$$

根据上面所设计的加权系数算得状态反馈律后, 经过仿真分析发现尾翼的偏转角δ_{f}过大, 故增加δ_{f}的加权系数, 最终得到各权系数为

$$\begin{aligned} &\beta_1 = 2300,\ \beta_2 = 0.01,\ \beta_3 = 200,\\ &\beta_4 = 1,\ w_{21} = 300,\ w_{22} = 150. \end{aligned} \tag{27}$$

从最终的得到的加权系数(27)中可见: 本例中的加权从0.01到2300, 数值上跨度非常大, 如果按照一般理论上设定的加权矩阵: $Q = I, R = I, D = I$, 在这类实际问题上显然是行不通的. 本文的加权系数一共有6个, 如果盲目选取, 工作量是非常大的, 本文是从Riccati方程的病态问题、系统低频特性的特点和要求、带宽和姿态稳定等多方面分析讨论, 缩小了加权系数的搜索范围. 这里要说明的是, 上文的加权系数的计算选取, 只是提供了一个设计思路, 最后还要通过设计后的仿真验证来最后确定.

根据上文设计的加权系数(27), 利用MATLAB中全信息函数hinffi解Riccati方程(13), 得到反馈控制律

$$K = \begin{bmatrix} -0.59 & 0.18 & -13.52 & 0.24 \\ -15.34 & -0.22 & 16.20 & -0.05 \end{bmatrix}. \tag{28}$$

在式(28)的状态反馈下可算得闭环系统的极点为$-4.91, -15.86, -86.63 \pm 83.65\mathrm{i}$, 具有良好的稳定性能. 此时对应的$\mathrm{H}_\infty$范数指标$\gamma = 1.6793$. 扰动输入$u_1$到性能输出$\zeta$闭环传递函数$T_{u_1 z}$的奇异值曲线如图3所示, 从图中可见最大奇异值约为$1.754 = 4.88\ \mathrm{dB}$, 与所得的范数指标相一致.

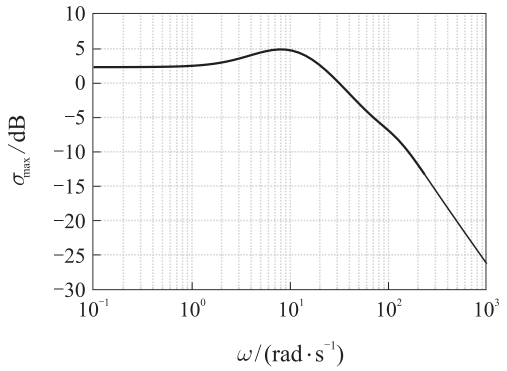


图 3 系统的奇异值特性

Fig. 3 The singular performance of the system

4 仿真分析(Simulation analysis)

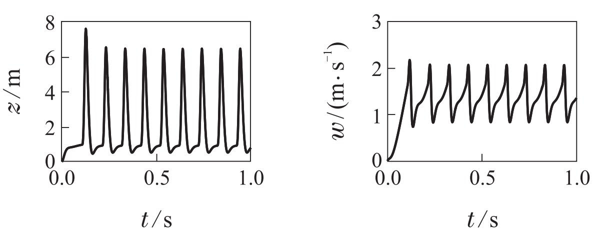
设初始状态为零, 在所设计的状态反馈控制律(28)的作用下, 各个状态变量的响应曲线如图4所示, 对应控制输入及扰动输入如图5所示. 从图中可见, 航行体的深度z和俯仰角θ的值均为正, 滑行力的方向向上(向下为正方向), 故航行体是位于空泡中心线偏下, 微微的抬着头, 尾部周期性的拍打着空泡下壁高速前进的. 此时的空化器和尾翼偏转角均小于0.2 rad, 其产生的向上控制力与滑行力一起来平衡航行体的重力, 保证航行过程中的力和力矩平衡. 图4和图5中稳定后的性能反映了扰动输入(u_1)下输出各分量(见式(10))的稳态响应. 这也就是H_∞设计下的性能.

作为粗略估算, 姑且认为图4和图5中的波形为正弦波形. 从图中可读出: 深度$\boldsymbol{z}$的峰–峰值为$z_{\mathrm{p-p}} = 0.007\ \mathrm{m}$; 尾翼控制偏转角$\delta_{\mathrm{f}}$的峰–峰值为$\delta_{\mathrm{fp-p}} = 0.1\ \mathrm{rad}$; 空化器控制偏转角$\delta_{\mathrm{c}}$的峰–峰值为$\delta_{\mathrm{cp-p}} = 0.2\ \mathrm{rad}$. 由于状态变量的加权系数$\beta_1$为最大, 为突出主要问题, 估算中只取$\beta_1$这一项. 这样根据式(11)可得性能输出$\boldsymbol{z}$为

$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} \beta_1 z_{\mathrm{p-p}} \\ w_{21}\delta_{\mathrm{fp-p}} \\ w_{22}\delta_{\mathrm{cp-p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.1 \\ 30 \\ 30 \end{bmatrix}, \tag{29}$$

则$\sqrt{|z|^2} \approx 45.4$(注: 这里只是估算, 输出的计算中有多项已被略去, 故上面的值只是近似值), 而本例中外扰(滑行力)的输入的峰值为$130\ \mathrm{m^2/s^2}$(参见图5), 输出的幅值小于输入的幅值, 故仿真结果表明: 此系统的H_∞范数小于$\gamma = 1.6793$.

从上面的估算过程可以清楚看出各加权系数对H_∞性能指标的贡献. 这个计算式(29)也可以作为加权系数修改的依据, 在其他的H_∞设计中均可借鉴.



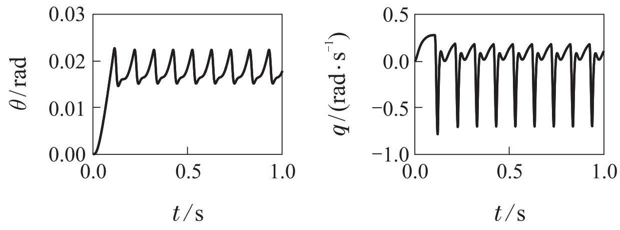


图 4 超空泡航行体的状态响应曲线

Fig. 4 State responses of HSSV

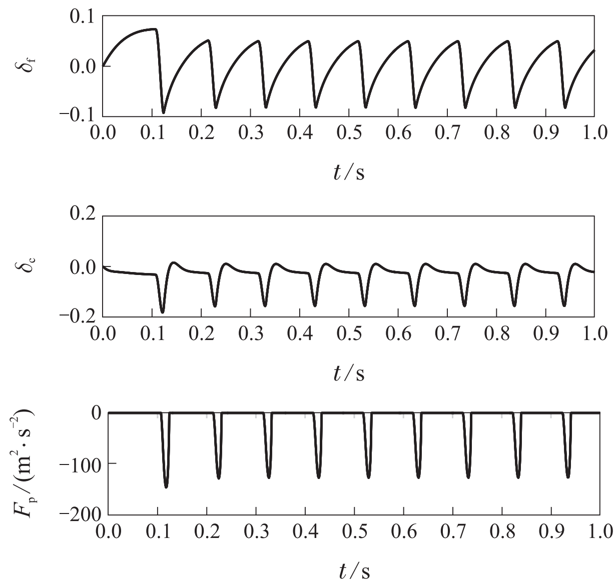


图 5 控制输入及扰动输入

Fig. 5 The control inputs and the disturbance input

下面在扰动情况下来观察控制系统的稳定性. 设航行体在1.2 s时受到某种扰动, 使航行体的垂向速度出现一脉冲型的波动Δw, 该脉冲的幅度为2 m/s, 延续时间为0.2 s, 如图6所示.

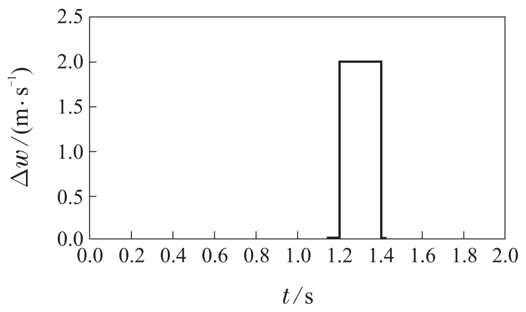


图 6 扰动信号

Fig. 6 The disturbance signal

在上文设计的状态反馈控制律(28)的作用下, 各个状态变量的响应曲线如图7所示, 对应的控制输入及扰动输入如图8所示. 从图中可见, 当受到w的扰动后, 航行体虽然受到较大的滑行力u_1的反推作用, 但能很快的稳定下来. 图中没有出现反向的滑行力脉冲, 表明航行体在稳定过程中并未反向撞击空泡壁.

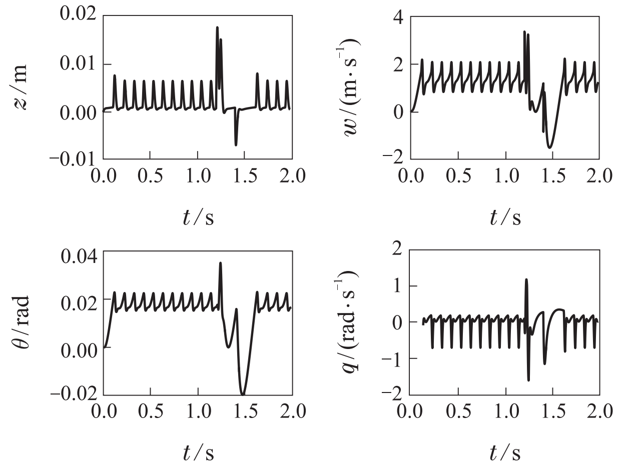


图 7 扰动情况下的状态响应曲线

Fig. 7 State responses under the disturbance

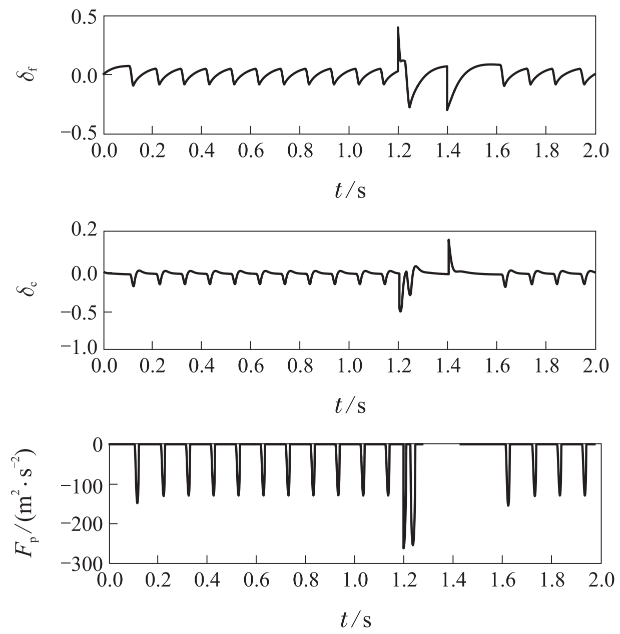


图 8 控制输入及扰动输入

Fig. 8 The control inputs and the disturbance input

5 结论(Conclusions)

超空泡航行体是在滑行力持续作用下运行的, 所以宜用H$_\infty$控制来处理外扰作用下的性能设计问题. 而且由于空泡空间狭小, 受到扰动后的调节过程会由于上下撞壁而失稳. 加上超空泡航行体的这些特殊的稳定性要求, 就导致有大量加权系数需要设计处理. 本文从Riccati方程的病态问题、低频特性、带宽和姿态稳定等多方面进行综合考虑, 很好地解决了H$_\infty$设计中众多加权系数的设计选择问题. 所介绍的设计思路在求解其他的H$_\infty$设计问题时也可作为参考和借鉴.

参考文献(References):

[1] VASIN A D. The principle of independence of the cavity sections expansion as the basis for investigation on cavitation flows [C] //*National Tax Association — Tax Institute of America*. Moscow, Russia: TSAGI, 2001: 161 – 162.

[2] KAM W NG. Overview of the ONR supercavitating high-speed bodies program [C] //*AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Keystone, Colorado: AIAA, 2006: 6440.

[3] SAVCHENKO Y N. Control of supercavitation flow and stability of supercavitating motion of bodies [C] //*Vki Lecture Series Supercavitating Flows*. England, British: [s.n.], 2001, (12): 010.

[4] KIRSCHNER I N, KRING D C, STOKES A W, et al. Control strategies for supercavitating vehicles [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(2): 219 – 242.

[5] DZIELSKI J, KURDILA A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2003, 9(7): 791 – 804.

[6] DZIELSKI J. Longitudinal stability of a supercavitating vehicle [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2011, 36(4): 562 – 570.

[7] LIN G J, BALACHANDRAN B, ABED E H. Nonlinear dynamics and control of supercavitating bodies [C] //*AIAA Guidance, Navigation, and Control Conferenceand Exhibit*. New York: AAIA, 2015: 129 – 134.

[8] LIN G J, BALACHANDEAN B, ABED E H. Dynamics and control of supercavitating bodies [C] //*International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2004: 59959.

[9] LIN G J, BALACHANDEAN B, ABED E H. Dynamics and control of supercavitating vehicles [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2008, 130(2): 1 – 11.

[10] AI Chao, CHEN Wenting, KONG Xiangdong, et al. Maximum power point tracking control of hydramtic type wind turbine based on feedback linearization [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(6): 778 – 786.
(艾超, 陈文婷, 孔祥东, 等. 基于反馈线性化的液压型风力发电机组最佳功率追踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(6): 778 – 786.)

[11] WANG Guangxiong, HE Zhen. *Applied H_∞ Control* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2010.
(王广雄, 何朕. 应用H_∞控制 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2010.)

作者简介:

庞爱平 (1986–), 女, 博士研究生, 研究方向为控制理论、超空泡航行体控制, E-mail: pangaihua0707@163.com;

何　朕 (1972–), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为控制理论、鲁棒控制、H_∞ 控制等, E-mail: hezhen@hit.edu.cn;

王京华 (1980–), 男, 助理研究员, 研究方向为机电系统控制理论、智能机器人等;

王广雄 (1933–), 教授, 博士生导师, 研究方向为控制理论、高精度伺服控制、鲁棒控制、H_∞控制等.