第 35 卷第 8 期
2018 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 8
Aug. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2018.70705

修改型扩张状态观测器: 分析与实现

陈志翔, 高钦和†

(火箭军工程大学 二系, 陕西 西安 710025)

摘要: 利用系统已知信息构造的扩张状态观测器(extended state observer, ESO)称之为修改型扩张状态观测器. 本文完善了修改型扩张状态观测器(modified extended state observer, MESO)的假设条件, 并分析了相对于常规的扩张状态观测器, 修改型扩张状态观测器估计精度更高的原因. 针对系统模型参数不确定情况, 提出了基于最小二乘法的修改型扩张状态观测器实现方法, 并详细论述了最小二乘法在线辨识系统模型的原理. 仿真结果与理论分析结果一致, 验证了修改型扩张状态观测器理论分析的正确性和实现方法的可行性.

关键词: 自抗扰控制; 修改型扩张状态观测器; 系统辨识; 最小二乘法

引用格式: 陈志翔, 高钦和. 修改型扩张状态观测器: 分析与实现. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1199 – 1206

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Modified extended state observer: analysis and implementation

CHEN Zhi-xiang, GAO Qin-he†

(The 2nd Department, Rocket Force University of Engineering, Xi’an Shaanxi 710025, China)

Abstract: A state observer, constructed by the known information of the system, is called a modified extended state observer (MESO). Firstly, this paper improves the hypothesis of MESO and analyzes the reason that MESO has higher estimation accuracy than ESO. Secondly, in view of the uncertainty of the system parameters, we propose a modified extended state observer based on the least square method, and discuss the principle of online system identification via least square method in detail. Finally, the simulation results are consistent with the theoretical analysis results, and verify the correctness of the theoretical analysis and the feasibility of the implementation method of the modified extended state observer.

Key words: active disturbance rejection control; modified extended state observer; system identification; least squares method

Citation: CHEN Zhixiang, GAO Qinhe. Modified extended state observer: analysis and implementation. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1199 – 1206

1　引言(Introduction)

自抗扰控制技术(active disturbance rejection control, ADRC)是一种吸收现代控制理论成果、发扬并丰富PID思想精髓("基于误差消除误差")、开发运用特殊非线性效应的新型实用控制技术[1–3]. ADRC包括3个部分: 跟踪微分器、扩张状态观测器以及非线性状态误差反馈律, 其中扩张状态观测器(extended state observer, ESO)是ADRC的核心. ESO经常作为一个工具运用在"控制"以外的其他场合[2]. 文献[4]将ESO应用于连续系统的辨识, 提出了一种离线辨识系统模型参数的方法. 文献[5]定性地叙述了除了使用文中提出的模型配置自抗扰控制器, 若能在观测器的输入项中加入已知部分的模型对象, 同样可以提高自抗扰控制器对模型参数的适应范围. 但是, 通常情况下系统的已知信息并不准确知道, 大致知道已知信息的模型类. 例如知道系统受到摩擦力的影响, 但不能准确知道摩擦系数, 知道系统受到弹性负载的作用, 但不能准确知道负载的弹性系数. 因此, 文献[6]在文献[4–5]的基础上, 提出了在闭环系统中辨识对象参数的逐步求精法, 逐步改善ESO的辨识精度. 但是, 为了保证模型参数的可辨识性, 文献[6]要求控制输入信号满足充分激励条件, 在控制信号中叠加适当的激励信号, 这对于要求实时辨识模型参数的闭环控制系统来说是不合理的, 势必会影响闭环系统的控制性能. 为了降

收稿日期: 2017−09−27; 录用日期: 2018−03−06.
†通信作者. E-mail: gao202@189.cn; Tel.: +86 15353728169; +86 13805192436.
本文责任编委: 夏元清.
国家自然科学基金项目(51475462)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (51475462).

低对控制系统性能的影响, 文中将逐步求精法局限在过渡阶段进行分时辨识, 这又不满足系统对参数实时辨识的自适应要求. 近年来, 文献[7–9]将系统辨识与自抗扰控制相结合应用于过程控制以及精密光电平台, 主要研究思路为: 首先通过施加阶跃信号或不同频率的正弦信号来获取开环系统的阶跃响应或频率响应, 进而可以辨识出系统精确的数学模型, 然后在所辨识模型的基础上设计自抗扰控制器. 这种方法解决了文献[6]的方法对闭环控制系统性能产生影响的问题, 但同样不满足系统对参数在线估计的要求.

文献[10]将这类利用系统已知的信息去构造的扩张状态观测器称之为修改型扩张状态观测器(modified extended state observer, MESO), 并从理论上给出了MESO严格的收敛性证明. 文献[11–12]将系统已知的内部动态引入多变量线性扩张状态观测器的构造过程中, 减轻了扩张状态观测器的估计负担, 但是文中并未考虑状态估计误差对引入已知动态的影响. 根据目前的文献调研情况, 至今未有文献详细地讨论过“MESO估计精度高于常规ESO”这个结论以及该结论成立的条件.

本文在文献[10]的工作基础上, 完善了MESO的假设条件, 使得MESO的收敛性更容易得到满足, 同时分析了MESO估计精度更高的原因. 借鉴文献[6]的逐步求精法思想, 提出了基于最小二乘法(least squares method, LSM)的MESO实现方法, 并详细论述了LSM在线辨识系统模型的原理. 利用MESO估计的参数对模型类参数进行辨识时, 若MESO估计的参数中存在干扰且不属于先验知识包含的模型类, 为了保证参数辨识的精度, 引入非模型类干扰项. 从理论上证明了参数可辨识的充要条件, 避免了控制信号需要满足充分激励条件这一苛刻的要求. 通过对基于MESO和基于常规ESO的闭环PD控制系统进行对比仿真, 结果表明: 在相同的观测器参数和控制器参数前提下, MESO的估计精度更高并且对应的闭环控制系统的控制精度更高. 仿真结果与理论分析结果一致, 验证了本文提出的基于LSM的MESO的可行性.

2 修改型扩张状态观测器(Modified extended state observer)

针对n阶的系统为

$$\begin{cases} x^{(n)}(t)=f(t,x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t))+ \\ \qquad h(t,x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t))+ \\ \qquad w(t)+bu(t), \\ y(t)=x(t), \end{cases} \tag{1}$$

式中: $u\in C(\mathbb{R},\mathbb{R})$是控制输入, y是可测量的系统输出, $f\in C(\mathbb{R}^{n+1},\mathbb{R})$是已知的系统动态, $h\in C(\mathbb{R}^{n+1},\mathbb{R})$是未知的系统动态, $w(t)$是系统受到的外界干扰, b是控制增益且通常不能准确知道, 但有$b_0\approx b$.

令$x_{n+1}(t)=h(\cdot)+w(t)+(b-b_0)u(t)$, 定义为系统(1)的总和扰动, 则系统(1)可重写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t)=x_2(t), \\ \quad\vdots \\ \dot{x}_n(t)=x_{n+1}(t)+f(\cdot)+b_0u(t), \\ \dot{x}_{n+1}(t)=\dot{L}(t), \\ y(t)=x_1(t), \end{cases} \tag{2}$$

式中$L(t)=h(\cdot)+w(t)+(b-b_0)u(t)$.

将系统(2)的已知动态$f(\cdot)$引入到ESO的构造中, 设计的MESO为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t)=\hat{x}_2(t)+\varepsilon^{n-1}g_1(\dfrac{x_1(t)-\hat{x}_1(t)}{\varepsilon^n}), \\ \quad\vdots \\ \dot{\hat{x}}_n(t)=\hat{x}_{n+1}(t)+g_n(\dfrac{x_1(t)-\hat{x}_1(t)}{\varepsilon^n})+ \\ \qquad f(\cdot)+b_0u(t), \\ \dot{\hat{x}}_{n+1}(t)=\dfrac{1}{\varepsilon}g_{n+1}(\dfrac{x_1(t)-\hat{x}_1(t)}{\varepsilon^n}), \end{cases} \tag{3}$$

式中增益常数ε常取为小正数.

将文献[10]的假设条件$\alpha\rho<\lambda_3$修改为$\varepsilon\alpha\rho\ll\lambda_3$, 并将MESO的满足收敛性的假设条件总结为以下4条假设. 若系统(2)和式(3)设计的MESO满足以下假设1–4, 那么可保证MESO的收敛性, 即

$$\hat{x}_i(t)\to x_i(t),\ i=1,2,\cdots,n+1.$$

假设1–4具体表述为:

假设 1 函数$h(t),w(t)$对其所有自变量是连续可微的, 同时

$$|u|+|h|+|f|+|\dot{w}|+|\frac{\partial h}{\partial t}|+|\frac{\partial h}{\partial x_i}|\leqslant c_0+\sum_{j=1}^{n}c_j|x_j|^k,$$

其中: $c_j(j=0,1,\cdots,n)$是正实数, k是正整数.

假设 2 $w(t)$和系统(2)的解满足:

$$|w|+|x_i(t)|\leqslant B,$$

其中: $B>0$为常数, $i=0,1,\cdots,n,\ t\geqslant 0$.

假设 3 存在常数$\lambda_i(i=1,2,3,4)$, α,β以及连续正定的$V,W:\mathbb{R}^{n+1}\to\mathbb{R}$使得

a) $\lambda_1\|y\|^2\leqslant V(y)\leqslant\lambda_2\|y\|^2$, $\lambda_3\|y\|^2\leqslant W(y)\leqslant\lambda_4\|y\|^2$;

b) $\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\partial V}{\partial y_i}(y_{i+1}-g_i(y_1))-\dfrac{\partial V}{\partial y_{n+1}}g_{n+1}(y_1)\leqslant -W(y)$;

c) $|\dfrac{\partial V}{\partial y_n}|\leqslant\alpha\|y\|$, $|\dfrac{\partial V}{\partial y_{n+1}}|\leqslant\beta\|y\|$,

其中: $y=(y_1,y_2,\cdots,y_{n+1})$, $\|y\|$指的是$\mathbb{R}^{n+1}$中的欧几里得范数.

假设 4 常数λ_3满足: $\lambda_3 \gg \varepsilon\alpha\rho$, 其中: ρ是f的Lipschitz常数, 即对$\forall t \geqslant 0$,

$$|f(t,x_1,\cdots,x_n)-f(t,y_1,\cdots,y_n)|\leqslant\rho\,\|x-y\|,$$

其中: $x=(x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$, $y=(y_1,\cdots,y_n)^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n$.

在假设1–4成立的前提下, 式(3)设计的MESO的收敛性证明可类比文献[10]的证明, 这里不再赘述. 根据MESO的收敛性证明过程, 定义$e_i(t)=x_i(t)-\hat{x}_i(t)$, 对任意小的正数$\varepsilon$, 可得MESO对系统各个状态估计静差的上界为

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\,|e_i(t)|=\varepsilon^{n+2-i}\frac{M\beta\lambda_2}{\lambda_1(\lambda_3-\varepsilon\alpha\rho)}\approx\varepsilon^{n+2-i}\frac{M\beta\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3},\tag{4}$$

式中参数M满足

$$M=\sup_{t\in[0,\infty)}|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}h(\cdot)+\dot{w}(s)+(b-b_0)\dot{u}(s)|_{s=\varepsilon t},\tag{5}$$

其中$h(\cdot)\triangleq h(s,x_1(s),x_2(s),\cdots,x_n(s))$.

若不利用系统(2)已知的模型信息$f(\cdot)$, 令

$$x_{n+1}(t)=f(\cdot)+h(\cdot)+w(t)+(b-b_0)u(t),$$

则设计的常规ESO为

$$\begin{cases}\dot{\widehat{x}}_1(t)=\widehat{x}_2(t)+\varepsilon^{n-1}g_1(\dfrac{x_1(t)-\widehat{x}_1(t)}{\varepsilon^n}),\\ \qquad\vdots\\ \dot{\widehat{x}}_n(t)=\widehat{x}_{n+1}(t)+g_n(\dfrac{x_1(t)-\widehat{x}_1(t)}{\varepsilon^n})+b_0u(t),\\ \dot{\widehat{x}}_{n+1}(t)=\dfrac{1}{\varepsilon}g_{n+1}(\dfrac{x_1(t)-\widehat{x}_1(t)}{\varepsilon^n}).\end{cases}\tag{6}$$

根据文献[10], 只要假设1–3成立即可保证式(6)设计的ESO的收敛性. 根据ESO收敛性的证明过程, 定义$\widehat{e}_i(t)=x_i(t)-\widehat{x}_i(t)$, 那么对任意小正数$\varepsilon$, 可得ESO对系统各个状态估计静差的上界:

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}|\widehat{e}_i(t)|=\varepsilon^{n+2-i}\frac{N\beta\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3},\tag{7}$$

式中参数N满足

$$N=\sup_{t\in[0,\infty)}|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}(f(\cdot)+h(\cdot))+\dot{w}(s)+(b-b_0)\dot{u}(s)|_{s=\varepsilon t}.\tag{8}$$

首先根据式(5)和式(8)可知: $M\leqslant N$. 再根据式(4)和式(7)的静差计算公式可知: MESO对系统各个状态估计的静差上界不大于ESO对应的静差上界, 即$\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}\,|e_i(t)|\leqslant\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}|\widehat{e}_i(t)|$.

3 最小二乘实现方法(Least square implementation method)

式(2)中定义的总和扰动包含外部扰动$w(t)$和系统内部的不确定性, 后者又有控制增益不确定性$(b-b_0)u(t)$和模型不确定性h组成. 文献[13]指出, 相对于模型参数的不确定性, LADRC对控制输入增益的不确定性更加敏感. 因此, 为了改善控制性能, 工程实践中需要采用合适的方法辨识估计b, 使得参数b_0尽可能接近真实参数b. 文献[14]就研究了参数b的辨识问题, 提出一种新的参数辨识方法. 同时根据前文的结论, 如果能够充分利用系统的模型信息, 那么对于相同的观测器参数ε, MESO的估计精度会高于常规的ESO. 因此, 在对系统模型有一定先验知识的前提下, 有必要研究对系统模型进行在线的参数辨识, 不仅包含参数b的辨识问题, 还考虑模型不确定性h的辨识问题.

最小二乘法(LSM)是一种古老而又经典的参数辨识方法, 基于LSM的MESO实现方法可描述为: 首先由MESO估计出系统的状态, 然后利用MESO输出的系统状态, 依据设定的模型类, 使用LSM辨识模型的参数, 最后将辨识出的模型回代到MESO的构造中并对控制器进行修正. 重复上述过程, 实现对系统模型的在线辨识. 基于LSM的MESO实现原理如图1所示.

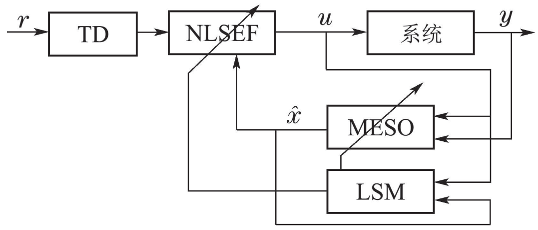


图 1 基于LSM的MESO的实现原理

Fig. 1 Implementation principle of MESO via LSM

用于系统模型在线辨识的LSM具体算法流程详细叙述如下:

假设估计出的干扰可分解为

$$\begin{aligned}&\hat{x}_{n+1}=\sum_{i=1}^{\infty}f_i=\\&\sum_{i=1}^{\infty}(\sum_{j=1}^{n}\theta_{i,j}\hat{x}_j+\theta_{i,n+1}u+\theta_{i,n+2})=\\&\sum_{i=1}^{\infty}(X^{\mathrm{T}}\varTheta_i),\end{aligned}\tag{9}$$

式中:

$$\varTheta_i=[\theta_{i,1}\ \ \theta_{i,2}\ \ \cdots\ \ \theta_{i,n}\ \ \theta_{i,n+1}\ \ \theta_{i,n+2}]^{\mathrm{T}},$$
$$X=[\hat{x}_1\ \ \hat{x}_2\ \ \cdots\ \ \hat{x}_n\ \ u\ \ 1]^{\mathrm{T}}.$$

式(9)中, $\theta_{i,n+2}$定义为非模型类干扰项, 代表不属于先验知识包含的模型类的慢时变干扰项, 引入$\theta_{i,n+2}$的目的是利用ESO估计的参数对模型类参数进行辨识时, 保证参数辨识的精度. 参数u代表自抗扰控制律, 采用文献[15]提出的带前馈补偿的PD控制并结合参数辨识结果的修正, 如式(12)所示.

为了提高参数辨识的准确性, 根据LSM一致性条件, 当采样数据量足够大时, 利用LSM计算参数$\hat{\varTheta}_i$,

并将之前每次的辨识结果相加, 如表1所示. 随着表1描述的参数辨识迭代次数的增加, 系统模型参数精度逐渐提高, MESO 的估计精度也将逐渐提高.

表 1 最小二乘参数辨识流程

Table 1 Least square parameter identification process

步骤	LSM参数辨识流程	辨识结果
Step 1	$d \rightarrow \boxed{f_1} + f_2 + \cdots$	$\hat{\Theta}_1$
Step 2	$d - f_1 \rightarrow \boxed{f_2} + f_3 + \cdots$	$\hat{\Theta}_1 + \hat{\Theta}_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Step i	$d - \sum\limits_{j=1}^{i-1} f_j \rightarrow \boxed{f_i} + f_{i+1} + \cdots$	$\sum\limits_{j=1}^{i} \hat{\Theta}_j$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

表1中, 设采样了N组数据, 第i步的辨识表达式为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{11} & \cdots & \hat{x}_{1n} & u_1 & 1 \\ \hat{x}_{21} & \cdots & \hat{x}_{2n} & u_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_{N1} & \cdots & \hat{x}_{Nn} & u_N & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{i,1} \\ \vdots \\ \theta_{i,n} \\ \theta_{i,n+1} \\ \theta_{i,n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(n+1)} \\ \hat{x}_{2(n+1)} \\ \vdots \\ \hat{x}_{N(n+1)} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

取第j行讨论:

$$\theta_{i,1}\hat{x}_{j1} + \cdots + \theta_{i,n}\hat{x}_{jn} + \theta_{i,n+1}u_j + \theta_{i,n+2} = \hat{x}_{j(n+1)}. \tag{11}$$

假设期望信号$x^*(t)$光滑有界, 那么式(11)中控制律可表示为

$$u_j = \Big(\sum_{l=1}^{n+1} k_l(x_{j+1}^{(l-1)*} - \hat{x}_{jl}) - \sum_{l=1}^{n}\sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,l}\hat{x}_{(j-1)l} - \sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,(n+1)}u_{j-1} - \sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,(n+2)}\Big)/b_0, \tag{12}$$

其中$k_{n+1} = 1$.

将式(12)代入式(11), 得

$$\hat{x}_{j(n+1)} = \sum_{l=1}^{n} \Big(\frac{b_0\theta_{i,l} - k_l\theta_{i,n+1}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}\Big)\hat{x}_{jl} + \frac{\theta_{i,n+1}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}\bar{K}_j + \frac{b_0\theta_{i,n+2}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}, \tag{13}$$

式中

$$\bar{K}_j = \sum_{l=1}^{n+1} k_l x_{j+1}^{(l-1)*} - \sum_{l=1}^{n}\sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,l}\hat{x}_{(j-1)l} - \sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,(n+1)}u_{j-1} - \sum_{m=1}^{i-1} \theta_{m,(n+2)}. \tag{14}$$

定义$\Lambda_i = [\lambda_{i,1} \ \ \lambda_{i,2} \ \ \cdots \ \ \lambda_{i,(n+2)}]^{\mathrm{T}}$, 其中

$$\lambda_{i,l} = \begin{cases} \dfrac{b_0\theta_{i,l} - k_l\theta_{i,n+1}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}, & l = 1, 2, \cdots, n, \\ \dfrac{\theta_{i,n+1}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}, & l = n+1, \\ \dfrac{b_0\theta_{i,n+2}}{b_0 + \theta_{i,n+1}}, & l = n+2, \end{cases} \tag{15}$$

那么式(13)对应的第i步的参数辨识表达式为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{11} & \cdots & \hat{x}_{1n} & \bar{K}_1 & 1 \\ \hat{x}_{21} & \cdots & \hat{x}_{2n} & \bar{K}_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_{N1} & \cdots & \hat{x}_{Nn} & \bar{K}_N & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{i,1} \\ \vdots \\ \lambda_{i,n} \\ \lambda_{i,n+1} \\ \lambda_{i,n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(n+1)} \\ \hat{x}_{2(n+1)} \\ \vdots \\ \hat{x}_{N(n+1)} \end{bmatrix}. \tag{16}$$

记

$$X_\Lambda = \begin{bmatrix} \hat{x}_{11} & \cdots & \hat{x}_{1n} & \bar{K}_1 & 1 \\ \hat{x}_{21} & \cdots & \hat{x}_{2n} & \bar{K}_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_{N1} & \cdots & \hat{x}_{Nn} & \bar{K}_N & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(n+1)} \\ \hat{x}_{2(n+1)} \\ \vdots \\ \hat{x}_{N(n+1)} \end{bmatrix},$$

利用LSM解式(16)有

$$\hat{\Lambda}_i = \big(X_\Lambda^{\mathrm{T}} X_\Lambda\big)^{-1} X_\Lambda^{\mathrm{T}} B. \tag{17}$$

再结合式(15)的定义, 可得

$$\begin{bmatrix} b_0 & 0 & \cdots & 0 & -(k_1+\lambda_1) & 0 \\ 0 & b_0 & \cdots & 0 & -(k_2+\lambda_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_0 & -(k_n+\lambda_n) & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1-\lambda_{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -\lambda_{n+2} & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \\ \theta_{n+1} \\ \theta_{n+2} \end{bmatrix} = b_0 \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \lambda_{n+1} \\ \lambda_{n+2} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

记

$$X_\Theta = \begin{bmatrix} b_0 & 0 & \cdots & 0 & -(k_1+\lambda_1) & 0 \\ 0 & b_0 & \cdots & 0 & -(k_2+\lambda_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_0 & -(k_n+\lambda_n) & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1-\lambda_{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -\lambda_{n+2} & b_0 \end{bmatrix}.$$

通过式(18)可反解出Θ_i:

$$\hat{\Theta}_i = b_0 X_\Theta^{-1} \hat{\Lambda}_i. \tag{19}$$

联立式(17)和式(19)得

$$\hat{\Theta}_i = b_0 X_\Theta^{-1} \big(X_\Lambda^{\mathrm{T}} X_\Lambda\big)^{-1} X_\Lambda^{\mathrm{T}} B. \tag{20}$$

注 1 考虑一种特殊情况, 若控制增益b_0与真实值一致, 即参数$\theta_{i,n+1} = 0$, 那么式(15)简化为

$$\lambda_{i,l} = \begin{cases} \theta_{i,l}, & l = 1, 2, \cdots, n, \\ 0, & l = n+1, \\ \theta_{i,n+2}, & l = n+2, \end{cases} \tag{21}$$

式(16)退化为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{11} & \cdots & \hat{x}_{1n} & 1 \\ \hat{x}_{21} & \cdots & \hat{x}_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_{N1} & \cdots & \hat{x}_{Nn} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{i,1} \\ \vdots \\ \theta_{i,n} \\ \theta_{i,n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(n+1)} \\ \hat{x}_{2(n+1)} \\ \vdots \\ \hat{x}_{N(n+1)} \end{bmatrix}. \tag{22}$$

那么, 参数Θ_i的辨识结果为

$$\hat{\Theta}_i = (\tilde{X}_\Theta^{\mathrm{T}} \tilde{X}_\Theta)^{-1} \tilde{X}_\Theta^{\mathrm{T}} B. \tag{23}$$

对比式(20)和式(23)可见, 参数b辨识问题由于引入了控制律u确实增加了参数辨识过程的复杂程度.

下面将讨论在使用LSM进行系统模型辨识时参数的可辨识性.

定理 1　若矩阵A各列线性无关, 则矩阵$A^{\mathrm{T}}A$可逆.

证　首先构造线性方程组

$$A^{\mathrm{T}}Ax = 0. \tag{24}$$

在式(24)两侧分别左乘x^{T}, 有

$$x^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}Ax = 0. \tag{25}$$

对式(25)做变换, 可得$(Ax)^{\mathrm{T}}Ax = 0$, 由于Ax为一列向量, 因此可推得

$$Ax = 0. \tag{26}$$

若矩阵A各列线性无关, 则式(26)只有零解($x = 0$), 即表明式(24)只有零解, 则矩阵$A^{\mathrm{T}}A$可逆.　　证毕.

若要保证参数Θ_i的可辨识性, 必须保证式(20)的矩阵$X_\Lambda^{\mathrm{T}}X_\Lambda$或式(23)的矩阵$\tilde{X}_\Theta^{\mathrm{T}}\tilde{X}_\Theta$是可逆的. 根据定理1, 若矩阵$X_\Lambda$ 或$\tilde{X}_\Theta$各列线性无关, 即可保证参数的可辨识性. 利用定理1来判别参数可辨识性的方法是对MESO估计的状态特征进行分析, 可避免文献[4,6]
中在控制信号中叠加激励信号导致闭环控制系统性能下降的问题.

4　仿真分析(Simulation analysis)

为了验证MESO算法的可行性, 分别对基于MESO和基于ESO的闭环反馈控制系统进行对比仿真. 考虑如下被控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = d(t) + bu(t), \\ y(t) = x_1(t) + 0.002n_0(t), \end{cases} \tag{27}$$

式中$n_0(t)$为±1之间均匀分布的白噪声. 利用系统的先验知识, 干扰$d(t)$可分解为

$$d(t) = \sum_{j=1}^{2} \theta_j \hat{x}_j(t) + \theta_3 u(t) + \theta_4 = X^{\mathrm{T}}\Theta, \tag{28}$$

其中:

$$\Theta = [\theta_1\ \ \theta_2\ \ \theta_3\ \ \theta_4]^{\mathrm{T}},$$
$$X = [\hat{x}_1(t)\ \ \hat{x}_2(t)\ \ u(t)\ \ 1]^{\mathrm{T}}.$$

设计的MESO为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t) + \varepsilon\beta_1(\dfrac{x_1(t) - \hat{x}_1(t)}{\varepsilon^2}), \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{x}_3(t) + \beta_2(\dfrac{x_1(t) - \hat{x}_1(t)}{\varepsilon^2}) + \\ \qquad X^{\mathrm{T}}\Theta + b_0 u(t), \\ \dot{\hat{x}}_3(t) = \dfrac{1}{\varepsilon}\beta_3(\dfrac{x_1(t) - \hat{x}_1(t)}{\varepsilon^2}), \end{cases} \tag{29}$$

式中: 若不引入辨识的模型信息, 即去掉$X^{\mathrm{T}}\Theta$项, 则表示式(6)的ESO.

期望信号为$\xi(t) = \sin t$, 闭环反馈PD控制律可表示为

$$u(t) = \frac{1}{b_0}\Big(\sum_{i=1}^{3} k_i \left(\xi^{(i-1)}(t) - \hat{x}_i(t)\right) - X^{\mathrm{T}}\Theta\Big), \tag{30}$$

式中: k_1和k_2表示控制器的增益, 需保证$s^2+k_2s+k_1$为Hurwitz多项式. 按照文献[16]的方法, $k_1=\omega_{\mathrm{c}}^2$, $k_2=2\omega_{\mathrm{c}}$, ω_{c}定义为PD控制器的带宽, $k_3 = 1$.

式(27)的控制输入增益$b = 3.95$. 根据定理1, 可验证式 (28) 中的参数 Θ 的可辨识性. 式(29)的MESO和对比的 ESO 的参数设为: $\varepsilon=0.05$, $\beta_1=3$, $\beta_2=3$, $\beta_3 = 1$. 式(30)的控制器带宽设置为: $\omega_{\mathrm{c}} = 10$. 仿真步长设为3 ms. 为了降低参数辨识曲线阶跃跳变对闭环控制系统产生的冲击, 为LSM参数辨识结果加上低通滤波器(low-pass filter, LPF)对其进行平滑处理. 低通滤波器种类很多[17], 仿真中采用二阶低通滤波器

$$W(s) = \frac{\omega_{\mathrm{f}}^2}{(s+\omega_{\mathrm{f}})^2},$$

仿真中$\omega_{\mathrm{f}} = 1.8$. 图2为基于MESO和ESO的闭环反馈PD控制系统对比仿真原理图. 通过切换开关s_1和s_2分别对两种情况进行仿真.

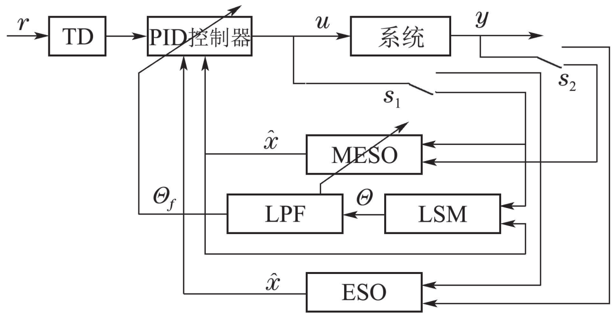


图 2　MESO与ESO对比仿真示意图

Fig. 2　Comparison simulation schematic diagram between MESO and ESO

情况 1　考虑备注中的特殊情况, 标称模型的b_0与真实系统的b近似相等. 设干扰为

$$d(t) = \begin{cases} 1.3x_1(t) - 1.6x_2(t), & t \in [0, 30]\,, \\ 1.3x_1(t) - 1.6x_2(t) + 1.8, & t \in [30, 60)\,. \end{cases} \tag{31}$$

LSM采样数据量$N=1000$, 仿真结果见图3–4.

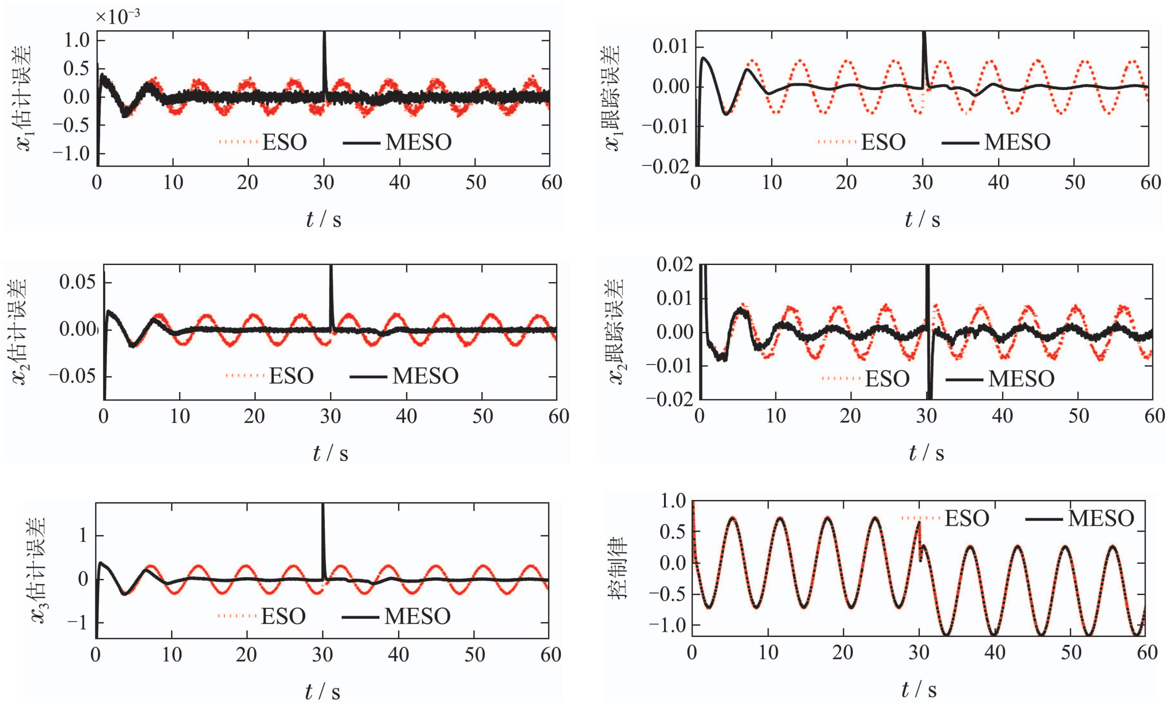


图 3 情况1中基于MESO和基于ESO的闭环反馈PD控制系统对比仿真

Fig. 3 Comparison simulation of PD control systems based on MESO and ESO in Situation 1

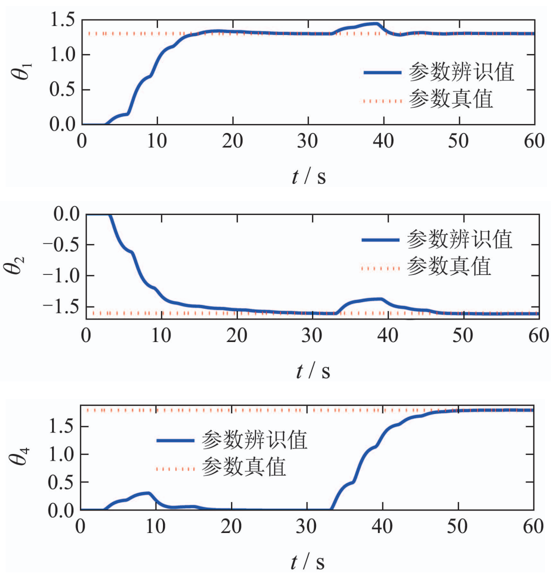


图 4 LSM对干扰$d(t)$各参数的辨识结果

Fig. 4 Identification results of parameters of $d(t)$ by LSM

定义平均误差$e_{\text{mean}} = \sum\limits_{i=1}^{N} |e_i|/N$, 定量比较图3中各误差的大小, 结果如表2所示.

表 2 图3中各类误差的平均值

Table 2 Average value of errors in Fig.3

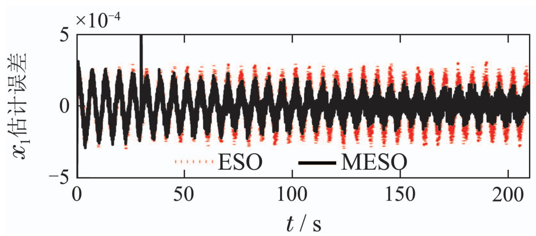
e_{mean}	估计误差			跟踪误差	
	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2
MESO	5.4572e−05	0.0024	0.0481	0.0012	0.0035
ESO	1.7115e−04	0.0102	0.2081	0.0045	0.0065

根据表2的计算结果, 在各状态的估计误差以及跟踪误差指标上, 基于MESO的闭环反馈控制系统均小于基于ESO的控制系统. 同时两种控制系统对应的控制律u变化平缓, 未出现剧烈的抖振现象. 图4表明, 虽然前30 s与后30 s干扰的情况不同, 但MESO的LSM算法皆可准确地估计相应模型类的参数.

情况 2 标称模型的b_0与真实系统的b相差较大. 设$b_0 = 3$, 则干扰为

$$d(t) = \begin{cases} 1.3x_1(t) - 1.6x_2(t) + 0.95u(t), \\ t \in [0, 30]; \\ 1.3x_1(t) - 1.6x_2(t) + 0.95u(t) + 1.8, \\ t \in [30, 210). \end{cases} \tag{32}$$

考虑到参数辨识的数量增加, LSM采样数据量$N = 2000$, 仿真结果如图5–6所示. 由图5–6可见, 随着LSM的参数辨识值逐渐逼近参数真值, 基于MESO的闭环反馈PD控制系统的各状态估计误差和跟踪误差也逐渐减小.



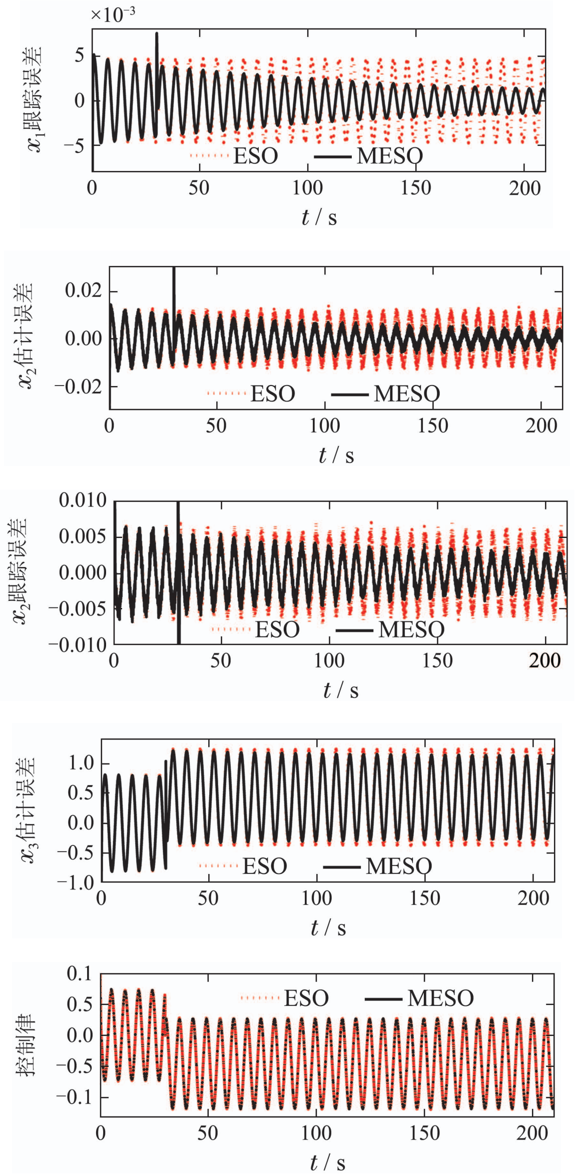
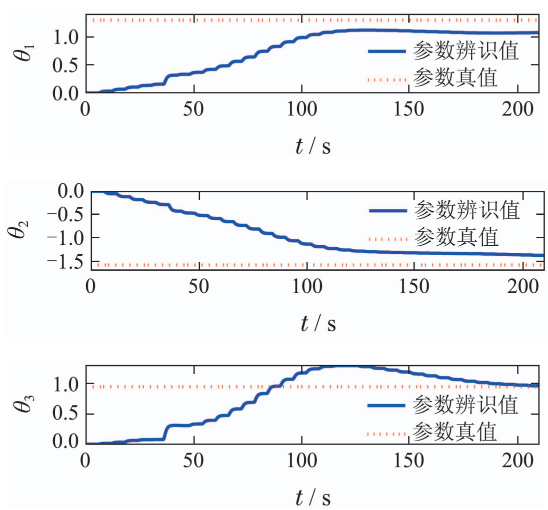


图 5　情况2中基于MESO和基于ESO的闭环反馈PD控制系统对比仿真

Fig. 5　Comparison simulation of PD control systems based on MESO and ESO in Situation 2



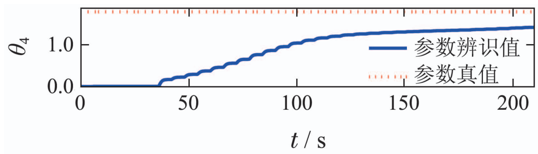


图 6　LSM对干扰$d(t)$各参数的辨识结果

Fig. 6　Identification results of parameters of $d(t)$ by LSM

按照情况1的方法, 计算各类误差的平均误差(如表3所示)可知, 基于MESO的闭环反馈PD控制系统的控制性能优于基于ESO的PD控制系统. 同时对应的控制律u变化平缓.

表 3　图5中各类误差的平均误差

Table 3　Average value of errors in Fig.5

$e_{\rm mean}$	估计误差			跟踪误差	
	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2
MESO	6.7639e−05	0.0038	0.5404	0.0017	0.0026
ESO	1.1862e−04	0.0070	0.5797	0.0031	0.0037

综合分析上述仿真结果, 可得如下结论:

1) 情况1和情况2的仿真结果与上文的理论分析结果一致, 验证了基于MESO的闭环反馈PD控制系统的可行性.

2) 相比于情况1, 在情况2中参数b(或参数$\theta_{i,n+1}$)的辨识问题虽然得到了较好的解决, 但是由于增加了参数辨识过程的复杂性, 使得参数收敛到真值的速度降低, 收敛的精度下降.

3) 若去掉非模型类干扰项$\theta_{i,n+2}$进行仿真, 结果表明其他参数不会收敛到真值, 闭环控制系统的性能也会下降, 因此仿真结果亦验证了引入非模型类干扰项的必要性.

5　结论(Conclusions)

本文首先对已有文献的修改型扩张状态观测器的假设条件进行完善, 并分析相对于常规扩张状态观测器, 修改型扩张状态观测器估计精度更高的原因. 然后提出基于最小二乘法的修改型扩张状态观测器实现方法, 并给出了最小二乘法在线辨识系统模型的具体原理. 最后通过仿真验证了本文提出的基于最小二乘法的修改型扩张状态观测器的可行性. 从工程的角度分析, 在相同的观测器估计精度和闭环控制精度的前提下, 修改型扩张状态观测器的观测参数ε相对于常规的扩张状态观测器对应的参数可取较大值, 这对于降低整个闭环控制系统对外界噪声的敏感度很重要, 可以更好地平衡系统的响应速度、控制精度和对噪声的敏感度.

参考文献(References):

[1] HAN Jingqing. Auto-disturbance rejection controller and it's applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.
(韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)

[2] LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 281 – 295.
(李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.)

[3] HUANG Yi, XUE Wenchao. Active disturbance rejection control:methodology, applications and theoretical analysis [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287 – 1307.
(黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析 [J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287 – 1307.)

[4] HUANG Yuancan, HAN Jingqing. Continuous-time system identification with extended states observer [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(4): 381 – 384.
(黄远灿, 韩京清. 扩张状态观测器用于连续系统辨识 [J]. 控制与决策, 1998, 13(4): 381 – 384.)

[5] HAN Jingqing, ZHANG Wenge, GAO Zhiqiang. Model configuration active disturbance rejection control [C] //*Proceedings of the Chinese Control Conference*. Ningbo: Chinese Association of Automation, 1998: 273 – 276.
(韩京清, 张文革, 高志强. 模型配置自抗扰控制器 [C] //中国控制会议. 宁波: 中国自动化学会, 1998: 273 – 276.)

[6] ZHANG Rong, HAN Jingqing. Parameter identification by model compensation auto disturbance rejection controller [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(1): 79 – 81.
(张荣, 韩京清. 用模型补偿自抗扰控制器进行参数辨识 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 79 – 81.)

[7] YIN Zongdi, DONG Hao, SHI Wenjie, et al. Active disturbance rejection controller of opto-electronic platform based on precision model identification [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(9): 316 – 321.
(殷宗迪, 董浩, 史文杰, 等. 精确模型辨识的光电平台自抗扰控制器 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(9): 316 – 321.)

[8] CHENG Yun, CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, et al. Multivariable inverted decoupling active disturbance rejection control and its application to a distillation column process [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(6): 1080 – 1088.
(程赟, 陈增强, 孙明玮, 等. 多变量逆解耦自抗扰控制及其在精馏塔过程中的应用 [J]. 自动化学报, 2017, 43(6): 1080 – 1088.)

[9] WANG Wanting. *Research on composite control strategy based on high precision identification* [D]. Changchun: Chinese Academy of Science Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, 2017.
(王婉婷. 基于高精度辨识的复合轴控制策略研究 [D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2017.)

[10] GUO B Z, ZHAO Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.

[11] LIU Xiaodong, HUANG Wanwei, YU Chunmei. Dynamic surface attitude control for hypersonic vehicle containing extended state observer [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(8): 916 – 922.
(刘晓东, 黄万伟, 禹春梅. 含扩张状态观测器的高超声速飞行器动态面姿态控制 [J]. 宇航学报, 2015, 36(8): 916 – 922.)

[12] LIU Xiaodong. Multi-variable linear extended state observer for a class of nonlinear systems and its convergence analysis [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(11): 1758 – 1764.
(刘晓东. 针对一类非线性系统的多变量线性扩张状态观测器及其收敛性分析 [J]. 自动化学报, 2016, 42(11): 1758 – 1764.)

[13] LIANG Qing, WANG Chuanbang, PAN Jinwen, et al. Parameter identification of b_0 and parameter tuning law in linear active disturbance rejection control [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1691 – 1695.
(梁青, 王传榜, 潘金文, 等. 线性自抗扰控制参数b_0辨识及参数整定规律 [J]. 控制与决策, 2015, 30(9): 1691 – 1695.)

[14] YUAN Dong, MA Xiaojun, ZENG Qinghan, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1630 – 1640.
(袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1630 – 1640.)

[15] ZHENG Q, GAO L Q, GAO Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C] //*IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, LA: IEEE, 2008: 3501 – 3506.

[16] GAO Z. Scaling and bandwidth parameterization based controller tuning [C] //*American Control Conference*. New York: IEEE, 2003, 6: 4989 – 4996.

[17] ZHANG Xianda. *Modern Signal Processing* [M]. 2nd Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
(张贤达. 现代信号处理 [M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2002.)

作者简介:

陈志翔 (1991–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制理论与应用, E-mail: czx91154@163.com;

高钦和 (1968–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为导弹发射理论与技术, E-mail: gao202@189.cn.