基于频域近似的线性系统自抗扰参数整定

张彬文[†],谭 文,李 健

(华北电力大学 控制与计算机工程学院,北京 102206)

摘要:采用带宽法进行线性自抗扰控制器(LADRC)参数整定是目前被普遍接受的调参方法,便于工程人员理解, 但由于控制器阶数和相对增益的选择问题限制了其推广.现有的很多基于模型的控制算法都有相对成熟且便于理 解的整定方法,同时可以获得满意的控制性能,因此,本文提出基于频域近似的LADRC参数整定方法.该方法通过 基于模型的(本文以广义自抗扰控制为例)控制算法求得反馈控制器,然后通过在一定频域内将二阶LADRC与其近 似,通过求解非线性方程组的解来得到相应的LADRC参数整定: b₀, ω_c和ω_o. 实验仿真表明,通过该方法整定的控 制器既保持了LADRC的特性同时继承了反馈控制器的部分优良特性,其结构简单,便于工程实现,为工程人员提供 了一种新的参数整定思路.

关键词:线性自抗扰控制;参数整定;控制器频域近似;带宽法

引用格式: 张彬文, 谭文, 李健. 基于频域近似的线性系统自抗扰参数整定. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 831-840

DOI: 10.7641/CTA.2018.70889

Tuning of linear active disturbance rejection control via frequency domain approximation

ZHANG Bin-wen[†], TAN Wen, LI Jian

(School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: The bandwidth method is the most commonly used parameters tuning method for linear active disturbance rejection controller (LADRC). However, the controller is of high order and it is difficult to select the relative gain while applied to complicated processes. Thus, this paper proposes a frequency domain approximate tuning method based on the controller with known plant information. The controller is designed via general active disturbance rejection control (GADRC), and then parameters of second-order LADRC can be achieved by approximation with GADRC in frequency domain. Combing the advantages of both LADRC and GADRC or other controllers, it can be expected to attain desired performance with convenience.

Key words: LADRC; parameters tuning; frequency domain approximation; bandwidth method

Citation: ZHANG Binwen, TAN Wen, LI Jian. Tuning of linear active disturbance rejection control via frequency domain approximation. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 831 – 840

1 引言

自抗扰控制 (active disturbance rejection control, ADRC)的核心思想是将外扰和内扰当作系统的"总 扰动"利用扩张状态观测器 (extended state observer, ESO)来实时估计和补偿^[1].但作为一种非线性控制方 法, ADRC包含太多控制参数,其整定往往依赖于设 计者的经验,所以应用起来较为困难.文献[2]提出了 时间尺度的概念来描述对象变化快慢,然而如何严密 的定义并计算仍一直在研究中.采用遗传算法^[3]、

本文责任编委: 陈增强.

神经网络^[4]等方法可以对ADRC参数进行优化和整定,但智能算法较为复杂,难以被工程人员接受.文献[5]从误差分析的角度给出了参数整定的规则,但整定过程仍比较繁琐,不便于在线整定.

高志强利用线性化、带宽的概念推广出线性自抗 扰 控 制 (linear active disturbance rejection control, LADRC)^[6],简化了系统结构及参数整定过程,将控制 器参数简化成控制器带宽和观测器带宽的函数,使很 多经典理论的分析方法都可应用到系统分析中^[7].线

收稿日期: 2017-11-30; 录用日期: 2018-08-17.

[†]通信作者. E-mail: zbw@ncepu.edu.cn.

国家自然科学基金项目(61573138, 61503137)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573138, 61503137).

性自抗扰控制器的提出促进了其工程化的应用,目前, 线性自抗扰控制技术已成功运用于工业运动控制、电 力系统、机床加工等领域^[8-10].

LADRC的提出, 很多基于带宽法的参数整定方法 研究陆续开展: 文献[11]从频域角度出发, 分析了二 阶LADRC的参数工程配置问题; 文献[12]中详细研 究了LADRC阶数和参数选择问题; 文献[13]中采用 引力搜索算法对控制器和观测器带宽进行优化; 文 献[14]中过程控制角度出发, 提出了基于调节时间的 单参数整定方法, 但相对增益的选取需要经过试验选 取.

对于常规对象自抗扰控制相对简单,但当被控对 象包含非最小相位、不稳定极点或大延迟时,想要获 得满意的控制性能往往较为困难. 对于特殊对象的自 抗扰控制设计, 文献[15]中以改进非最小相位系统自 抗扰控制设计时标准形式选择为出发点,利用包含对 象信息的可控规范状态空间模型,证明扩展系统的可 检测性和系统"零点"的某些信息是必要的,并提出 了非最小相位不确定系统设计ADRC的基本指导原 则; 文献[16]中提出了一种结合前馈和模型辅助的自 抗扰控制(model-assisted ADRC, MADRC)结构, 用于 非最小相位系统.其中,典型的积分串联对象被标称 模型的可观测规范形式取代,并在此基础上设计了一 种模型辅助的扩展状态观测器(model-assisted ESO, MESO). 文献[17]提出了一种广义自抗扰控制(generalized active disturbance rejection control, GADRC)算 法,该方法基于对象已知模型信息的可控规范形式, 借鉴带宽思想进行控制器设计,形成了一种系统的控 制算法且参数整定较为简单,通过实验结果显示,该 算法对延迟、不稳定等系统都有良好的控制性能,但 是当系统较为复杂时,得到的控制器阶数较高,不利 于工程实现.此时,是否可以考虑通过控制性能较好 的控制算法来整定得到便于工程实现、阶数固定的低 阶(二阶)LADRC, 使控制系统既保持了LADRC控制 器的特性,又能继承反馈控制器的优良性能.

针对上文所提的问题,本文提出了一种基于频域 近似的二阶LADRC参数整定方法,并通过仿真实验 验证了该方法的有效性.本文结构安排如下:

1) 针对采用基于带宽法整定的低阶LADRC参数 具有局限性这一问题,本文采用利用对象已知模型信 息的GADRC进行控制器设计,得到基于模型的反馈 控制器*K*. 然后在频域范围将二阶LADRC和控制器 *K*进行近似,通过求解非线性方程组求得LADRC的 参数: b₀,ω_c和ω_o.

 2)分别以一阶时延、二阶时延积分、二阶时延稳 定、二阶时延不稳定和高阶对象为例进行仿真分析, 从时域响应、鲁棒稳定性和对象稳定边界三方面验证 本文所提方法的适用性.

2 线性自抗扰控制

2.1 LADRC结构

一个典型的二阶LADRC结构(如图1所示)包括扩张状态观测器(extended state observer, ESO)和状态反馈控制律*K*_o. LADRC的提出是为了工程应用的考虑,将ADRC各部分进行线性化处理得到的.



图 1 LADRC结构图 Fig. 1 Structure of LADRC

考虑一个单输入单输出的系统

$$\ddot{y}(t) = b_0 u(t) + f(y(t), u(t), d(t)), \qquad (1)$$

式中: b_0 为对象增益, y(t)为系统输出, u(t)为系统输入, f为系统总扰动.

LADRC的核心思想是利用扩张状态观测器(ESO) 对系统的总扰动(f)进行实时估计. 令

$$z_1 = y, \ z_2 = \dot{y}, \ z_3 = f,$$
 (2)

则式(1)可表示为如下的状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bu + E\dot{f}, \\ y = Cz, \end{cases}$$
(3)

式中:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

(4)

对该系统设计全维状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Bu + L_{\rm o}(y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C\hat{z}, \end{cases}$$
(5)

式中L。为状态观测器增益:

$$L_{\rm o} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{\rm T}.$$
 (6)

选取合适的观测器增益,可以实现对系统各变量的跟踪,即: $\hat{z}_1 \rightarrow y, \hat{z}_2 \rightarrow \dot{y}, \hat{z}_3 \rightarrow f$.

取u₀为以下形式的状态反馈控制律:

$$u_0 = k_1(r - \hat{z}_1) + k_2(\dot{r} - \hat{z}_2), \tag{7}$$

则最终控制律为

$$u = \frac{-z_3 + u_0}{b_0} =: K_0(\hat{R} - \hat{z}), \tag{8}$$

式中: \hat{R} 为参考输入信号, K_0 为控制器增益:

$$\hat{R} = [r \ \dot{r} \ 0]^{\mathrm{T}},\tag{9}$$

$$K_0 = [k_1 \ k_2 \ 1]/b_0. \tag{10}$$

将式(8)代入式(1)中得

$$\ddot{y} = -\hat{z}_3 + u_0 + f \approx u_0.$$
 (11)

当观测器增益选取合适时,如式(1)所示的系统可以变成积分串联系统.

综上所述,LADRC可以描述为以下的状态空间实现形式:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = (A - L_{\rm o}C)\hat{z} + Bu + L_{\rm o}y, \\ u = K_0(\hat{R} - \hat{z}). \end{cases}$$
(12)

2.2 LADRC带宽整定法

由式(12)可以看出,LADRC需要设计扩张状态观测器增益 L_o 和反馈控制律 K_0 ,文献[18]中通过引入了带宽概念,将 L_o 和 K_0 整定转化为观测器带宽 ω_o 和控制器带宽 ω_c 的整定,简化了参数整定过程.

ESO特征方程为

$$|sI - (A - L_0C)| = s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3.$$
(13)

为了计算简便,将观测器所有极点配置到 $-\omega_{o}$,则

$$s^{3} + \beta_{1}s^{2} + \beta_{2}s + \beta_{3} = (s + \omega_{o})^{3}, \qquad (14)$$

其中ω。为观测器带宽, 是ESO中唯一需要整定的参数. 反馈控制系统闭环特征方程为

$$|sI - (A - BK_0)| = s(s^2 + k_2s + k_1).$$
 (15)

同理,将控制器所有极点配置到-ω_c(原点除外),其中 ω_c为控制器带宽,是反馈控制率中唯一需要整定的参数.

由式(14)和式(15)可得

$$\beta_1 = 3\omega_{\rm o}, \ \beta_2 = 3\omega_{\rm o}^2, \ \beta_2 = \omega_{\rm o}^3,$$
 (16)

$$k_1 = \omega_{\rm c}^2, \ k_2 = 2\omega_{\rm c}.$$
 (17)

3 广义自抗扰控制

自抗扰控制在设计时不需要知道被控对象和扰动 的完全信息,只需要对象相对阶和增益^[19],但是当知 道更多模型信息时,是否能利用更多已知信息来设计 控制器,使控制性能提高?基于这个出发点,文献[20] 提出了一种广义自抗扰控制(GADRC)方法,并通过实 验验证了该方法的有效性.

假设对象式(1)的模型信息为

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1\dot{y} + a_0y =$$

 $b_m u^{(m)} + \dots + b_1\dot{u} + b_0u + f(y, u, d),$ (18)
其中 $r = m - n.$ 利用式(18)中的已知模型信息定义

扩张的对象为

$$\begin{cases} \dot{z} = A_{\rm g} z + B_{\rm g} u + E_{\rm g} h, \\ u = C_{\rm g} z. \end{cases}$$
(19)

根据LADRC的设计思路,利用ESO和状态反馈思想,GADRC可设计如下:

$$\begin{cases} \dot{z} = (A_{\rm g} - L_{\rm g}C_{\rm g})z + B_{\rm g}u + L_{\rm g}y, \\ u = K_{\rm g}(\tilde{R} - z), \end{cases}$$
(20)

式中

$$\begin{cases} A_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_{0} & -a_{1} & -a_{2} & \cdots & -a_{n-1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & b_{0} & 0 \end{bmatrix}_{1\times(n+1)}^{T}, \\ C_{g} = \begin{bmatrix} 1 & b_{1}/b_{0} & \cdots & b_{m}/b_{0} & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{1\times(n+1)}, \\ z = \begin{bmatrix} z_{1} & z_{2} & \cdots & z_{n} & z_{n+1} \end{bmatrix}^{T}, \\ L_{g} = \begin{bmatrix} \beta_{1} & \beta_{2} & \cdots & \beta_{n} & \beta_{n+1} \end{bmatrix}^{T}, \\ K_{g} = \begin{bmatrix} k_{1} & k_{2} & \cdots & k_{n} & 1 \end{bmatrix} / b_{0}, \\ \tilde{R} = \begin{bmatrix} R & \dot{R} & \cdots & R^{(n)} & 0 \end{bmatrix}^{T}. \end{cases}$$

$$(21)$$

同样采用带宽的概念,将GADRC的控制器带宽和 观测器带宽分别配置到 $-\omega_c^* \pi - \omega_o^*$,即可求得观测器 增益矩阵 L_g 和控制器增益矩阵 K_g .并从两自由度 内模 (two-degree-of-freedom internal model control, TDF–IMC)角度分析了该控制方法的稳定性.

4 基于GADRC的LADRC参数整定

4.1 直接采用带宽法整定参数存在的问题

1) 适当的LADRC阶数r的选择问题. 理论上说r 应等于对象模型的相对阶数^[10], 但实际过程中对象相 对阶数往往较高, 会导致控制器阶数较高且设计复杂, 不便于工程实现. 同时, 准确的相对阶数是难以确定 的, 随着建模方法的不同会存在一定差异, 所以应考 虑统一采用低阶(二阶)LADRC进行控制.

2) 相对增益b₀的选择问题. 通过低阶ADRC控制 高阶系统使其稳定时要求b₀相对较大,此时放大系数 就失去了其原始的物理意义,变成了额外的整定参数, 文献[14]中将其称为尺度参数.

4.2 频域近似法求LADRC参数

如上所述,以带宽法为基础的二阶LADRC参数整 定有待继续研究.很多现有的基于模型设计的控制算 法已有相对成熟的整定方法,因此可以考虑是否可以 利用现有控制算法,找到一个结构简单,便于工程实

今

现的LADRC参数整定方法.

本文以广义自抗扰控制算法为例(也可通过内模 控制^[21]、鲁棒控制^[22]等算法),提出了基于已知控制 器的频域近似参数整定方法.

由式(12)可得二阶LADRC控制器传递函数为

$$G_{c}(s) = K_{0}(sI - A + BK_{0} + L_{0}C)^{-1}L_{0}.$$
(22)

将式(16)-(17)代入式(22)中可得二阶LADRC控制器 传递函数为

$$G_{\rm c}(s) = \frac{(3\omega_{\rm c}^2\omega_{\rm o} + 6\omega_{\rm c}\omega_{\rm o}^2 + \omega_{\rm o}^3)s^2 + (3\omega_{\rm c}^2\omega_{\rm o}^2 + 2\omega_{\rm c}\omega_{\rm o}^3)s + \omega_{\rm c}^2\omega_{\rm o}^3}{b_0(s^3 + (2\omega_{\rm c} + 3\omega_{\rm o})s^2 + (\omega_{\rm c}^2 + 6\omega_{\rm c}\omega_{\rm o} + 3\omega_{\rm o}^2)s)}.$$
(23)

通过计算得到GADRC的反馈控制器*K*,并将二阶 LADRC控制器*G*。在一定频率范围内逼近*K*,实现两 控制器在低频段具有相同的积分增益,中频段转折点 处具有相同的幅频特性.具体操作步骤如下所示:

1) 选取频率点 ω_i (*i* = 1,...,*m*)处将*G*_c和*K*进行近似.其中,所选频率范围的最小值为 ω_1 (可取 $\omega_1 = 0.001$ rad/s), ω_m 为选取的最大频域点(可取中频段转折点或闭环带宽处).

2) 计算反馈控制器*K*低频积分增益*K*_I,并令以下 方程成立:

$$K_{\rm I} = |K(j\omega_1)| \,\omega_1 = |G_{\rm c}(j\omega_1)| \,\omega_1 = \frac{\omega_{\rm c}^2 \omega_{\rm o}^3}{b_0 \,(\omega_{\rm c}^2 + 6\omega_{\rm c}\omega_{\rm o} + 3\omega_{\rm o}^2)}.$$
(24)

3) 计算LADRC控制器 G_c 在频率点 ω_i ($i=2,\cdots, m$)处的频域响应,并令下面方程成立:

$$K(j\omega_i) = G_c(j\omega_i).$$
(25)

方程(25)进一步可以表示为

$$K(j\omega_i) = \frac{K_{\rm I}}{(j\omega_i)} \frac{\tilde{a}_2 s(j\omega_i)^2 + \tilde{a}_1(j\omega_i) + 1}{\tilde{b}_2(j\omega_i)^2 + \tilde{b}_1(j\omega_i) + 1} =: \frac{K_{\rm I}}{(j\omega_i)} \tilde{K}(j\omega_i), \qquad (26)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{a}_{2} = \frac{3\omega_{c}^{2}\omega_{o} + 6\omega_{c}\omega_{o}^{2} + \omega_{o}^{3}}{\omega_{c}^{2}\omega_{o}^{3}}, \\ \tilde{a}_{1} = \frac{3\omega_{c}^{2}\omega_{o}^{2} + 2\omega_{c}\omega_{o}^{2}}{\omega_{c}^{2}\omega_{o}^{3}}, \\ \tilde{b}_{2} = \frac{1}{\omega_{c}^{2} + 6\omega_{c}\omega_{o} + 3\omega_{o}^{2}}, \\ \tilde{b}_{1} = \frac{2\omega_{c} + 3\omega_{o}}{\omega_{c}^{2} + 6\omega_{c}\omega_{o} + 3\omega_{o}^{2}}. \end{cases}$$

$$(27)$$

$$\begin{aligned} x &= [\tilde{a}_2 \ \tilde{a}_1 \ \tilde{b}_2 \ \tilde{b}_1]^{\mathrm{T}}, \\ \tilde{b} &= [\tilde{K}(j\omega_2) - 1 \ \cdots \ \tilde{K}(j\omega_{\mathrm{m}}) - 1]^{\mathrm{T}}, \\ \tilde{A} &= \\ \begin{bmatrix} (j\omega_2)^2 \ (j\omega_2) \ -(j\omega_2)^2 \tilde{K}(j\omega_2) \ -(j\omega_2) \tilde{K}(j\omega_2) \\ \vdots \ \vdots \ \vdots \ \vdots \ \vdots \\ (j\omega_{\mathrm{m}})^2 \ (j\omega_{\mathrm{m}}) - (j\omega_{\mathrm{m}})^2 \tilde{K}(j\omega_{\mathrm{m}}) - (j\omega_{\mathrm{m}}) \tilde{K}(j\omega_{\mathrm{m}}) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

则可通过求解 $\tilde{A}x = \tilde{b}$ 的最小二乘解得到控制器参数.

5 典型对象仿真实例

本节将通过本文提出的频域近似法对4类过程控制中常见的典型对象进行自抗扰参数整定,仿真结果将从时域响应、鲁棒稳定性和对象稳定边界3个方面和文献[14]提出的单参数整定法进行比较.

单参数整定法是在带宽法的基础上通过对象已知 的调节时间 t_s 来获得控制器带宽和观测器带宽($\omega_c = 10/t_s, \omega_o = 4\omega_c$),最后通过调节 b_0 来获得期望的控制 性能.

为确保各方法间公平的比较,两方法取相同的调 节时间(t_s)和鲁棒度(γ)^[23]:

$$\gamma = \frac{1}{\max_{0 \leqslant \omega < \infty} (|T|, |S|)},$$

$$T = [1 + G_{c}(j\omega)G(j\omega)]^{-1}G_{c}(j\omega)G(j\omega),$$

$$S = [1 + G_{c}(j\omega)G(j\omega)]^{-1}.$$
(28)

其中: G(s)为对象传递函数, $G_c(s)$ 为控制器传递函数.

仿真条件: 在t = 1s,系统设定值发生幅值为1的 阶跃改变: 在t = 25s(或50s)时,系统加入幅值1的 阶跃扰动.采用蒙特卡罗实验来验证系统鲁棒性,对 象模型参数随机发生±10%改变,重复200次仿真,对 比 $t_s - \delta$ (调节时间一超调量)分布.

5.1 一阶时延对象

考虑如下的一阶时延稳定对象:

$$G_1 = \frac{2}{2.271s + 1} e^{-1.18s}.$$
 (29)

1) 频域近似法整定LADRC.
 由式(20)所述,取GADRC参数为

式(20)刑还,取GADRC参数入

$$\omega_{\rm c}^* = 2.5, \ \omega_{\rm o}^* = 2.5,$$

得原始反馈控制器K为

$$K = \frac{52.03s^2 + 126.7s + 65.42}{s^3 + 10.36s^2 + 85.45s}.$$
 (30)

通过求解式(24)和式(25)得到近似的二阶LADRC 参数为

 $b_0 = 4.322, \ \omega_c = 3.221, \ \omega_o = 3.22.$

图2为原始反馈控制器K和频域近似法求得的二

阶 LADRC 控制器的频率响应对比图,可以看到两者 在中低频段幅频特性相同,在转折点处相频特性相等.



Fig. 2 Comparison of frequency characteristics

2) 单参数法整定LADRC.

如图3所示,采用频域近似法整定的LADRC,系统 调节时间 $t_s = 6.7 \text{ s}, \gamma = 0.55$,取相同的调节时间和 鲁棒度,采用单参数法得到的LADRC参数为: $b_0 =$ 4.7, $\omega_c = 1.493, \omega_o = 5.97$.





如图3所示, 采用频域近似法整定的LADRC可以 获得满意的时域响应, 且系统响应速度较快. 采用蒙 特卡罗实验来验证系统鲁棒性, $t_s - \delta$ 点分布结果如 图4所示, 可以看出采用单参数法的得到的 $t_s - \delta$ 点分 布较为集中, 频域近似法得到的LADRC鲁棒性有待 提高. 由图5可得由单参数法所得的控制器稳定区域 较大.



Fig. 4 Results of Monte Carlo experiment



图 5 对象稳定边界图 Fig. 5 Stable boundary of $G_1(s)$

5.2 二阶时延积分对象

考虑如下的二阶时延积分对象:

$$G_2 = \frac{5.8}{s(1.8s+1)} e^{-0.4s}.$$
 (31)

1) 频域近似法整定LADRC.

由式(20)所述,取GADRC参数为 $\omega_c^* = 5, \omega_o^* = 2$, 得原始反馈控制器K为

$$K = \frac{51.31s^3 + 321.1s^2 + 347.6s + 124.1}{s^4 + 17.44s^3 + 119.3s^2 + 571.1s}.$$
(32)

通过求解式(24)和(25)得到近似的二阶LADRC 参数为

$$b_0 = 2.922, \ \omega_c = 0.659, \ \omega_o = 5.272.$$

图6为原始反馈控制器*K*和频域近似法求得二阶 LADRC控制器的频率响应对比图.



Fig. 6 Comparison of frequency characteristics

2) 单参数整定LADRC.

如图7所示, 采用频域近似法整定的LADRC, 系统 调节时间 $t_s = 6.8 \text{ s}$, $\gamma = 0.25$, 取相同的调节时间和 鲁棒度, 采用单参数法得到的LADRC参数为 $b_0 =$ $3.31, \omega_c = 1.471, \omega_o = 5.882, 在该参数下系统是不$ $稳定的, 通过增大<math>b_0$ 使系统稳定, 最终取 $b_0 = 8$ (此时 $\gamma = 0.14$).



系统响应曲线如图7所示,采用频域近似法整定的 LADRC系统稳定时间较短、抗干扰能力较强、超调量 较小.如图8所示的蒙特卡罗实验结果可以看出,采用 频域近似法得到的 $t_s - \delta$ 点分布较为集中,控制器对 模型不确定性适应性强,鲁棒性高.由图9所示的对象 稳定边界图可以看出,对于 G_2 在相同标准下,频域近 似法系统稳定区域较大.





图 9 对象稳定边界图 Fig. 9 Stable boundary of $G_2(s)$

5.3 二阶时延稳定对象

考虑如下所示的二阶时延稳定对象:

$$G_3 = \frac{2}{(3s+1)(s+1)} e^{-0.3s}.$$
 (33)

1) 频域近似法整定LADRC.

由式(20)所述,取GADRC参数为: $\omega_{c}^{*}=5, \omega_{o}^{*}=2$,得原始反馈控制器K为

$$K = \frac{87.45s^3 + 729s^2 + 1079s + 450}{s^4 + 15s^3 + 89.78s^2 + 316.5s}.$$
 (34)

通过求解式(24)和式(25)得到近似的二阶LADRC 参数为

 $b_0 = 1.127, \ \omega_c = 2.522, \ \omega_o = 2.52.$

图10为原始反馈控制器*K*和频域近似法求得二阶 LADRC控制器的频率响应对比图.





Fig. 10 Comparison of frequency characteristics

2) 单参数整定LADRC.

如图11所示,采用频域近似法整定的LADRC,系 统调节时间 $t_s = 6.2 \text{ s}, \gamma = 0.78$,取相同的调节时间 和鲁棒度,采用单参数法得到的LADRC参数为 $b_0 =$ 11.2, $\omega_c = 1.613, \omega_o = 6.452$.



图 11 系统响应曲线 Fig. 11 Responses of the system

系统响应如图 11 所示,采用频域近似法整定的 LADRC 可以获得满意的时域响应且超调量较小.采 用蒙特卡罗实验来验证系统鲁棒性,实验结果如图12 所示,频域近似法的得到的 $t_s - \delta$ 点分布集中,控制器 对模型不确定性适应性强,鲁棒性高.由如图13可得 G_3 通过单参数法整定的LADRC可以获得较大的稳定 区域.







rig. 15 Studie doundary of 0.5

5.4 二阶时延不稳定对象

考虑如下所示的二阶时延不稳定对象:

$$G_4 = \frac{2(0.04s+1)}{(3s-1)(s+1)} e^{-0.3s}.$$
 (35)

1) 频域近似法整定LADRC.

由式(20)所述, 取GADRC参数为 $\omega_{c}^{*} = 2, \omega_{o}^{*} = 2,$ 得原始反馈控制器K为

$$K = \frac{38.82s^3 + 104.6s^2 + 85.14s + 28.8}{s^4 + 6.667s^3 + 31.37s^2 + 37.66s}.$$
 (36)

通过求解式(24)和式(25)得到近似的二阶LADRC 参数为 $b_0 = 0.838, \omega_c = 1.781, \omega_o = 1.781.$

图14为原始反馈控制器*K*和频域近似法求得二阶 LADRC控制器的频率响应对比图.



图 14 频率特性对比图



2) 单参数整定LADRC.

如图15所示,采用频域近似法整定的LADRC,系 统调节时间 $t_s = 12.3 \text{ s}, \gamma = 0.59$,取相同的调节时间 和鲁棒度,采用单参数法得到的LADRC参数为 $b_0 = 0.77, \omega_c = 0.813, \omega_o = 3.252.$



图 15 系统响应曲线 Fig. 15 Responses of the system

系统响应如图 15 所示,采用频域近似法整定的 LADRC 可以获得满意的时域响应且超调量较小.采 用蒙特卡罗实验来验证系统鲁棒性,实验结果如图16 所示,频域近似法得到的 $t_s - \delta$ 点分布集中,控制器对 模型不确定性适应性强,鲁棒性高.由如图17可得 G_3 通过单参数法整定的LADRC可以获得较大的稳定 区域.



Fig. 16 Results of Monte Carlo experiment



Fig. 17 Stable boundary of $G_4(s)$

6 高阶对象仿真实例

在过程控制中通常将高阶复杂系统通过模型降阶为如上所述的一阶惯性加迟延(FOPDT)或二阶加迟延(SOPDT)典型模型,本节以五阶非最小相位系统为例,对高阶对象采用频域近似法进行LADRC参数整定,并给出仿真结果.

$$G_5 = \frac{(-0.03s+1)(0.08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0.4s+1)(0.05s+1)^2}.$$

采用参数匹配方法[24]将模型降阶为

$$G_5^* = \frac{(0.1066s + 1)e^{-0.48s}}{2.175s^2 + 3.08s + 1}.$$
 (38)

1) 频域近似法整定LADRC.

由式(20)所述,取GADRC参数为 $\omega_c^* = 5$, $\omega_o^* = 1$, 得原始反馈控制器K为

$$K = \frac{229.2s^3 + 1484s^2 + 2142s + 935.2}{s^4 + 16.93s^3 + 120.5s^2 + 390.6s}.$$
 (39)
通过求解式(24)和式(25)得到近似的二阶LADRC

参数为 $b_0 = 0.611$, $\omega_c = 1.963$, $\omega_o = 2.872$. 图18为原始反馈控制器K和频域近似法求得二阶 LADRC控制器的频率响应对比图.



图 18 频率特性对比图 Fig. 18 Comparison of frequency characteristics

2) 单参数整定LADRC.

如图19所示,采用频域近似法整定的LADRC,系 统调节时间 $t_s = 12.2 \text{ s}, \gamma = 1$,取相同的调节时间和鲁 棒度,采用单参数法得到的LADRC参数为 $b_0 = 0.82$, $\omega_c = 3.279, \omega_o = 0.2$.



图 19 系统响应曲线 Fig. 19 Responses of the system

系统时域响应如图19所示,采用频域近似法整定的LADRC系统响应速度较快,可以获得满意的控制性能.采用蒙特卡罗实验来验证系统鲁棒性,实验结果如图20所示,可得频域近似法得到的 $t_s - \delta$ 点分布集中,控制器对模型不确定性适应性强,鲁棒性高(在相同参数变化下,单参数法整定的LADRC不能使系统稳定,图中不再画出).



7 结论

本文讨论LADRC参数整定方法,该方法以频域近 似为基础,利用广义自抗扰控制求得相应的反馈控制 器,让二阶LADRC在一定频域范围内和反馈控制器 进行近似,通过求解非线性方程组求得其相应控制器 参数.首先通过对一阶时延、二阶时延积分、二阶时 延稳定和二阶时延不稳定4类典型对象进行二阶 LADRC设计,从时域响应、鲁棒性和稳定边界三方面 和采用单参数整定的LADRC进行对比,然后以五阶 非最小相位对象为例介绍了该方法对高阶对象的适 用性.仿真结果表明本文提出的LADRC参数整定方 法是有效的,可以获得满意的控制性能.

参考文献:

- HAN Jingqing. Active Disturbance Rejection Control Technique. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
 (韩京清. 自抗扰控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [2] LI Shuqing, ZHANG Shengxiu, LIU Yinan, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 125 129.
 (李述清,张胜修,刘毅男,等. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 125 129.)
- [3] LIU Ding, LIU Xiaoli, YANG Yanxi. Uncalibrated robotic hand-eye coordination based on genetically optimized ADRC. *Robot*, 2006, 28(5): 510-514.
 (刘丁, 刘晓丽, 杨延西. 基于遗传优化自抗扰控制器的机器人无标 定手眼协调, 机器人, 2006, 28(5): 510-514.)
- SHI Y, HOU C. Auto-disturbance-rejection controller design based on rbf neural networks. *Control Theory & Applications*, 2006, 29(1): 500 – 505.
- [5] SUN Liming, JIANG Xuezhi, LI Donghai. Tuning of auto-disturbance-rejection controller for a class of nonlinear plant. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(2): 251 254.
 (孙立明, 姜学智, 李东海. 一类非线性对象的自抗扰控制器参数整定.自动化学报, 2004, 30(2): 251 254.)

- [6] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of American Control Conference*. Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [7] DONG L, ZHANG Y, GAO Z. A robust decentralized load frequency controller for interconnected power systems. *ISA Transactions*, 2012, 51(3): 410–419.
- [8] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498 1510.
 (高志强. 自抗扰控制思想探究. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 1510.)
- [9] ZHANG Jing, MENG Fandong. Design of output improvement autodisturbance rejection control for test table. *Computer Simulation*, 2010, 27(1): 185 – 188.
 (张静, 孟凡东. 测试转台的输出改进自抗扰控制器设计. 计算机仿 真, 2010, 27(1): 185 – 188.)
- [10] HUANG Y, XUE W. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963 – 976.
- [11] YUAN Dong, MA Xiaojun, ZENG Qinghan, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1630 – 1640.
 (袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与 参数配置研究. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1630 – 1640.)
- [12] ZHANG Chao, ZHU Jihong, GAO Yakui. Order and parameters selection for active disturbance rejection controller. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1480 1485.
 (张超,朱纪洪,高亚奎. 自抗扰控制器的阶次与参数的选取. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1480 1485.)
- [13] WANG Jiarong, HUANG Yu. Optimized linear active disturbance rejection controller design for hydraulic turbine governing systems. *Journal of System Simulation*, 2016, 12(28): 3033 3040.
 (王佳荣,黄宇.水轮机调速系统的线性自抗扰优化控制. 系统仿真 学报, 2016, 12(28): 3033 3040.)
- [14] CHEN X, LI D H, GAO Z Q, et al. Tuning method for second-order active disturbance disturbance rejection control. *Proceedings of the* 30th Chinese Control Conference. Yantai, China: IEEE, 2011: 6322 – 6327.
- [15] XUE W, HUANG Y, GAO Z. On ADRC for non-minimum phase systems: canonical form selection and stability conditions. *Control Theory and Technology*, 2016, 14(3): 199 – 208.

- [16] SUN L, LI D, GAO Z, et al. Combined feedforward and modelassisted active disturbance rejection control for non-minimum phase system. *ISA Transactions*, 2016, 64: 24 – 33.
- [17] FU C, TAN W. Tuning of linear ADRC with known plant information. *ISA Transactions*, 2016, 65: 384 – 393.
- [18] GAO Z. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. *Proceedings of American Control Conference*. Minneapolis: IEEE, 2006: 2399 – 2405.
- [19] TAN Wen, ZHOU Hong, FU Caifen. Linear active disturbance rejection control for load frequency control of power system. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1580 1588.
 (谭文,周宏,傅彩芬.负荷频率控制系统的线性自抗扰控制. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1580 1588.)
- [20] ZHOU R, TAN W. A generalized active disturbance rejection control approach for linear systems. *Proceedings of Industrial Electronics and Applications*. Auckland, New Zealand: IEEE, 2015: 248 – 255.
- [21] TAN W. Tuning of PID load frequency controller for power systems. Energy Conversion & Management, 2009, 50(6): 1465 – 1756.
- [22] YANG Guoshi, HE Defeng, XUE Meisheng. Nonlinear predictive control based on robust control Lyapunov function. *Control & Decision*, 2010, 25(11): 1752 1756.
 (杨国诗,何德峰,薛美盛. 基于鲁棒控制Lyapunov函数的非线性预测控制. 控制与决策, 2010, 25(11): 1752 1756.)
- [23] GARPINGER O, HAGGLUND T, ASTROM K J. Performance and robustness trade-offs in PID control. *Journal of Process Control*, 2014, 24(5): 568 – 577.
- [24] VU T N L, LEE M. Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes. *Journal of Process Control*, 2010, 20(8): 922 – 933.

作者简介:

张彬文博士研究生,目前研究方向为自抗扰控制及其在电力系

统方面的应用, E-mail: zbw@ncepu.edu.cn;

谭 文 教授,主要研究方向为鲁棒控制及其在工业过程、电力系统方面的应用, E-mail: wtan@ncepu.edu.cn;

李健 博士研究生,工程师,目前研究方向为自抗扰控制及其在电力系统方面的应用,E-mail: xlij8802@ncepu.edu.cn.