自由漂浮空间机器人轨迹跟踪的模型预测控制

宁 昕†, 武耀发

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 航天飞行动力学技术国家重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要: 针对传统控制方法难以解决自由漂浮空间机器人(free-floating space robot, FFSR)轨迹跟踪过程中的各类约束的问题, 采用模型预测控制对自由漂浮空间机器人的轨迹跟踪问题进行了研究. 在自由漂浮空间机器人拉格朗日动力学模型的基础上, 建立了系统伪线性化的扩展状态空间模型; 在给定系统的性能指标和各类约束的情况下, 基于拉盖尔模型设计相应的离散模型预测控制器, 并证明控制器的稳定性, 控制器中引入任务空间滑模变量实现了对末端期望位置和期望速度的同时跟踪; 以平面二杆自由漂浮空间机器人为例, 对无约束末端轨迹跟踪和有约束末端轨迹跟踪两种情况进行对比仿真验证. 仿真结果表明, 该模型预测控制器不仅可以实现对末端期望轨迹的有效跟踪, 还能满足各类约束.

关键词: 自由漂浮空间机器人; 扩展状态空间; 拉盖尔模型; 模型预测控制

引用格式: 宁昕, 武耀发. 自由漂浮空间机器人轨迹跟踪的模型预测控制. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 687 – 696

DOI: 10.7641/CTA.2018.80030

Model predictive control for trajectory tracking of free-floating space robot

NING Xin†, WU Yao-fa

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;
Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: Aiming at various constraints in the process of tracking control, a model predictive control method is developed for trajectory tracking of FFSR (free-floating space robot). Based on the Lagrange dynamic model of FFSR, the pseudo-linearized extended state space model of the system is established. A model predictive controller is designed based on the Laguerre model when the performance index and various constraints are given, in which a task space sliding-mode variable is introduced to track end position and end velocity at the same time. The numerical simulation for a planar 2DOF FFSR is performed and the results show that the model predictive controller not only realizes effective trajectory tracking but also satisfies various constraints.

Key words: free-floating space robot (FFSR); augmented state space; Laguerre model; model predictive control

Citation: NING Xin, WU Yaofa. Model predictive control for trajectory tracking of free-floating space robot. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 687 – 696

1 引言

随着空间科学技术的发展, 人类的太空活动日益频繁. 然而, 恶劣的太空环境对宇航员的生命安全构成了巨大的威胁, 再加上太空任务高难度、高精度的要求, 更是对宇航员的一大挑战. 因此, 用空间机器人代替宇航员执行一系列太空任务便成了必然趋势[1–3]. 由于自由漂浮空间机器人 (free-floating space robot, FFSR)不需要消耗额外的燃料来调整基座位姿, 因此有关FFSR的研究一直以来都是空间技术领域的热点. 与地面固定基座机器人不同, FFSR机械臂的运动会引起基座的运动, 因此具有较强的动力学耦合特性, 为非完整约束系统. 这使得FFSR的路径规划以及跟踪控制问题变得非常困难. 为了更好地完成复杂精细的空间在轨任务, 学者们相继开展了对FFSR在空间非合作目标捕获过程中的末端轨迹跟踪控制问题的研究[4–5].

Umetani和Yoshida[6]从FFSR系统满足动量守恒原理的特点出发, 结合系统的几何关系, 提出了反映FFSR速度级运动特性的广义雅可比矩阵, 并基于此提出了分解运动速度控制的方法, 实现了对末端期望

收稿日期: 2018−01−10; 录用日期: 2018−06−01.

†通信作者. E-mail: ningxin@nwpu.edu.cn; Tel.: +86 13572040826.

本文责任编委: 席裕庚.

国家自然科学基金项目(11402200), 航天科技创新基金项目(GSR1572001)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11402200) and the Space Science and Technology Innovation Foundation (GSR 1572001).

速度的跟踪. Parlaktuna 和Ozkan[7]根据动力学等价机械臂模型将自由漂浮空间机器人的控制问题从惯性空间转化到了关节空间, 得到了参数线性化的关节空间动力学方程, 参考地面固定基座机器人的控制方法, 设计了用于自由漂浮空间机器人关节空间轨迹跟踪控制的PD控制器. Abiko和Hirzinger[8]针对系统惯性参数不确定性的情况, 采用逆链逼近的方法设计了一种自适应控制器, 该控制器能补偿系统的不确定性, 实现末端效应器对期望轨迹的精确跟踪. 但由于该方法未考虑系统动力学奇异性, 因此其只适用于系统非奇异的情况. 齐乃明、张文辉等人[9]为解决空间机器人系统参数不确定性问题, 提出了一种神经网络自适应补偿控制方法, 该方法引入GL矩阵和乘法算子来辨识系统不确定性参数, 大大降低了运算量. 魏承等人[10]基于动态抓取域的概念, 应用关节主动阻尼控制, 对空间机械臂抓捕目标过程中的碰撞冲击问题进行了研究. 程靖和陈力[11]提出了一种基于极限学习机(extreme learning machine, ELM) 的自适应神经网络控制方法, 解决了空间机器人双臂捕获航天器后姿态管理和辅助对接操作的协调控制问题. 然而, 上述这些方法也只是考虑了系统不确定性的影响, 并没有考虑关节角和关节角速度范围、控制力矩输入、避动力学奇异等各类约束, 也无法对控制力矩进行优化, 因此需要进一步研究.

模型预测控制 (model predictive control, MPC) 是20世纪70年代发展起来的一种先进控制方法, 该方法直接产生于工业控制过程的实际应用, 并在与工业应用的紧密结合中不断完善和成熟. MPC由于采用了多步预测、滚动优化和反馈校正等控制策略, 因而具有控制效果好、鲁棒性强、对模型精确性要求不高以及可以在线处理各类约束的优点, 目前已被广泛应用于发电、炼油、冶金、化工、汽车、航天等领域[12–13]. 事实上, 基于模型预测的轨迹跟踪控制器设计已经有许多研究成果. Gu等人[14]提出了一种基于滚动时域优化的轮式移动机器人轨迹跟踪控制器, 控制器中将参考轨迹选为优化问题中的终端等式约束, 既保证移动机器人渐近收敛到期望轨迹, 又保证了在线求解优化问题的可行性. Faulwasser和Findeisen[15]针对非线性系统轨迹跟踪过程中的输入和状态约束问题, 提出了一种非线性预测控制方法, 并分析了约束情况下的输出轨迹跟踪问题的几何特征. 近年来, 学者们尝试将模型预测控制用于FFSR的轨迹跟踪控制研究, 也取得了一些成果.

Rybus等人[16]在没有对FFSR系统进行线性化处理的情况下, 采用非线性模型预测控制 (nonlinear model predictive control, NMPC) 的方法实现了对末端期望轨迹的跟踪控制, 并与逆运动学控制方法和改进的简单自适应控制方法 (modified simple adaptive control, MSAC)进行了对比. Wang等人[17]采用反馈线性化的方法对FFSR系统模型进行处理, 提出了一种考虑避障约束的FFSR 模型预测控制方法, 说明了模型预测控制方法用于FFSR控制的有效性, 但由于其采用了反馈线性化的处理方法, 因此在控制过程中需要事先进行任务空间轨迹规划得到参考的关节空间状态. 宗立军等人[18]在Wang的基础上提出了一种FFSR混合整数预测控制方法, 该方法基于命题逻辑建立了控制过程中各约束的优先级, 有效弥补了MPC方法用于FFSR控制时, 多约束可能导致最优控制问题不可行的缺点.

本文针对传统控制方法难以解决自由漂浮空间机器人轨迹跟踪过程中的各类约束的问题, 采用模型预测控制的方法对自由漂浮空间机器人的轨迹跟踪问题进行了研究. 该方法的优点是不需要对系统模型进行反馈线性化处理, 因此也不需要事先进行任务空间的轨迹规划, 并且可以实现对末端位置和末端速度的同时跟踪. 首先, 在自由漂浮空间机器人系统的动力学模型的基础上, 建立伪线性化的扩展状态空间模型; 然后, 在给定系统的性能指标和各类约束的情况下, 基于Laguerre模型设计相应的模型预测控制器, 引入任务空间滑模变量实现末端位置和末端速度的同时跟踪, 并证明控制器的稳定性; 最后, 采用平面二杆FFSR对所提出的控制方法进行对比仿真验证.

2 FFSR系统动力学模型

FFSR系统由基座航天器和安装在其上的若干机械臂连杆以及末端效应器组成, 如图1所示. 图中: O_{c}为系统质心, O_{c0}为基座质心, $O_i(i=0,1,2,\cdots)$为两根连杆之间的关节, $O_{\mathrm{c}i}(i=1,2,\cdots)$为连杆质心, $r_0\in\mathbb{R}^3$为基座质心位置矢量, $r_i\in\mathbb{R}^3(i=1,2,\cdots)$为连杆质心位置矢量, $p_i\in\mathbb{R}^3(i=1,2,\cdots)$为关节位置矢量, $p_{\mathrm{e}}\in\mathbb{R}^3$为末端位置矢量, b_0为基座质心到第1个关节的位置矢量, $a_i(i=1,2,\cdots)$为关节到连杆质心的位置矢量, $b_i(i=1,2,\cdots)$为连杆质心到下一关节的位置矢量. 下面简单介绍下其运动学模型和动力学模型.

从图中可以看出, FFSR末端位置矢量可以表示为如下的形式:

$$p_{\mathrm{e}}=r_0+\sum_{i=0}^{n}b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i. \tag{1}$$

对上式进行求导, 并结合系统动量守恒的特点进行化简, 可以得到

$$v_{\mathrm{e}}=(-J_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{s}}^{-1}I_{\mathrm{m}}+J_{\mathrm{m}})\dot{q}_{\mathrm{m}}=J_{\mathrm{g}}\dot{q}_{\mathrm{m}}, \tag{2}$$

其中: J_{g}即为FFSR系统的广义雅克比矩阵, 其不仅与运动学参数有关, 还与动力学参数有关. J_{s}与J_{m}分别为基座和机械臂的雅克比矩阵, I_{s}与I_{m}分别为基座和机械臂的惯量矩阵.

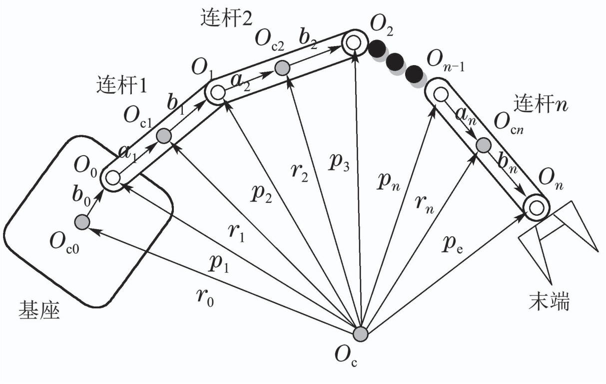


图 1　FFSR系统示意图

Fig. 1　Sketch of FFSR

对于FFSR系统来说, 机械臂与基座存在严重的动力学耦合, 这使得系统动力学建模及控制较为困难. 因此, 本文采用类似于研究地面固定基座机器人的方法, 将系统基座看成一个6自由度的虚拟连杆, 采用扩展机械臂法来建立FFSR系统的拉格朗日动力学模型.

定义系统的广义坐标$q=[q_{\rm s}\ \ q_{\rm m}]$, 其中: $q_{\rm s}$为基座部分的广义坐标, $q_{\rm m}$为连杆部分的广义坐标, $q_{\rm m}=[q_1\ q_2\ \ \cdots q_n]$, 则FFSR系统的总动能如下:

$$T=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}(\omega_i^{\rm T}I_i\omega_i+m_i\dot{r}_i^{\rm T}\times\dot{r}_i)=\frac{1}{2}\dot{q}^{\rm T}H(q)\dot{q}, \tag{3}$$

式中: $m_i,\ I_i,\ \omega_i$分别为系统各部分的质量、惯量以及角速度, $H(q)$为系统正定对称的惯量矩阵, 其表达式如下(这里不作详细推导)[19]:

$$H(q)=\begin{bmatrix}H_1 & H_2 & H_3\\ H_2^{\rm T} & H_4 & H_5\\ H_3^{\rm T} & H_5^{\rm T} & H_6\end{bmatrix}, \tag{4}$$

式中$H_1,\ H_2,\ H_3,\ H_4,\ H_5,\ H_6$的表达式如下($k_i$表示关节转轴$i$的单位方向矢量):

$$\begin{aligned}&H_1=m_0+\sum_{i=1}^{n}m_i,\ H_2=H_1\tilde{r}_{0\rm g},\ H_3=\sum_{i=1}^{n}m_iJ_{{\rm T}i},\\&H_4=I_0+\sum_{i=1}^{n}\left(I_i+m_i\tilde{r}_{i0}^{\rm T}\tilde{r}_{i0}\right),\ r_{0\rm g}=r_0-r_{\rm g},\\&H_5=\sum_{i=1}^{n}(I_iJ_{{\rm R}i}+m_i\tilde{r}_{i0}J_{{\rm T}i}),\ r_{i0}=r_i-r_0,\\&H_6=\sum_{i=1}^{n}\left(J_{{\rm R}i}^{\rm T}I_iJ_{{\rm R}i}+m_iJ_{{\rm T}i}^{\rm T}J_{{\rm T}i}\right),\\&J_{{\rm T}i}=[k_1\times(r_i-p_1)\ \cdots\ k_i\times(r_i-p_i)\ 0\ \cdots\ 0],\\&J_{{\rm R}i}=[k_1\ \cdots\ k_i\ 0\ \cdots\ 0].\end{aligned}$$

将系统势能忽略不计(太空环境为微重力环境), 则FFSR系统的拉格朗日动力学方程为

$$\frac{\rm d}{{\rm d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{q}}-\frac{\partial T}{\partial q}=\tau, \tag{5}$$

式中τ为系统的广义力矩, 由于本文研究的对象为FFSR系统, 基座不受任何外力矩, 因此$\tau=[0\ \tau_{\rm m}]$, $\tau_{\rm m}$为关节力矩.

将式(3)代入式(5)可得系统的动力学模型如下:

$$H(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}=\tau, \tag{6}$$

式中$C(q,\dot{q})$为离心力和科氏力矩阵, 可由下式求得:

$$C(q,\dot{q})\dot{q}=\dot{H}(q)\dot{q}-\frac{\partial}{\partial q}\{\frac{1}{2}\dot{q}^{\rm T}H(q)\dot{q}\}. \tag{7}$$

事实上, C矩阵的形式不是唯一的, 若适当选取C矩阵可使得$\dot{H}-2C$为反对称矩阵, 即$x^{\rm T}(\dot{H}-2C)x=0(\forall x\in\mathbb{R}^n)$. 具体做法是将$C\dot{q}$看作一个整体去求, 然后再对$\dot{q}$求导即可, 此时的$C$矩阵满足反对称矩阵的设计要求.

选取系统的状态变量为$x_{\rm m}=[\dot{q}\ \ q]^{\rm T}$, 输入变量为$u=\tau$, 输出变量为$\dot{y}_{\rm m}=v_{\rm e}$(显然$y_{\rm m}=p_{\rm e}$)可以由式(6)建立系统伪线性化形式的状态空间模型, 并离散化如下:

$$\begin{cases}x_{\rm m}(k+1)=A_{\rm d}x_{\rm m}(k)+B_{\rm d}u(k),\\ \dot{y}_{\rm m}(k)=C_{\rm d}x_{\rm m}(k),\end{cases} \tag{8}$$

式　中: $A_{\rm d}={\rm e}^{Ah},\ B_{\rm d}=\int_0^h{\rm e}^{Ah}B{\rm d}t,\ C_{\rm d}=C(kh)$. 其中$h$为离散化的时间步长, A,B,C的表达式如下:

$$A=\begin{bmatrix}-H^{-1}C & \mathbf{0}_n\\ I_n & \mathbf{0}_n\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}H^{-1}\\ \mathbf{0}_n\end{bmatrix},\ C=[J_{\rm g}\ \ 0_n],$$

式中: n为扩展机械臂的自由度, $n=m+6$, m为机械臂关节个数, I_n表示$n\times n$的单位矩阵, $\mathbf{0}_n$表示$n\times n$的零矩阵.

3　模型预测控制器设计

模型预测控制是一种基于模型的闭环优化控制策略, 该方法在线求解系统有限时域的最优控制问题, 通过满足一定的约束, 对性能指标函数进行优化来得到系统预测时域内的控制输入序列, 并将控制输入序列的第一个值作为下一时刻的系统输入, 然后重复上述步骤, 直至控制过程结束.

3.1　扩展状态空间模型

首先, 定义末端位置跟踪误差如下:

$$e=y_{\rm m}-y_{\rm d}, \tag{9}$$

式中$y_{\rm d}$表示系统末端期望位置. 令$\dot{y}_{\rm d}$为系统末端期望速度, 则对上式求导可得末端速度跟踪误差如下:

$$\dot{e}=\dot{y}_{\rm m}-\dot{y}_{\rm d}. \tag{10}$$

为了使得滚动优化与反馈校正同步进行, 本文在预测模型中引入如下的扩展状态变量

$$x(k)=[\Delta x_{\rm m}(k)\ \ \dot{e}(k)]^{\rm T}, \tag{11}$$

其中$\Delta x_{\rm m}(k)=x_{\rm m}(k)-x_{\rm m}(k-1)$.

重新定义系统输出为$\dot{y}=\dot{e}$, 通过推导可得到系统

的扩展状态空间模型

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mathrm{e}}x(k) + B_{\mathrm{e}}\Delta u(k), \\ \dot{y}(k) = C_{\mathrm{e}}x(k), \end{cases} \tag{12}$$

式中: Δu表示系统控制输入增量, $A_{\mathrm{e}}, B_{\mathrm{e}}, C_{\mathrm{e}}$的表达式为$A_{\mathrm{e}} = \begin{bmatrix} A_{\mathrm{d}} & 0 \\ C_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}} & I \end{bmatrix}$, $B_{\mathrm{e}} = \begin{bmatrix} B_{\mathrm{d}} \\ C_{\mathrm{d}}B_{\mathrm{d}} \end{bmatrix}$, $C_{\mathrm{e}} = [0\ \ I]$.

3.2 性能指标

本文将应用拉盖尔函数来进行模型预测控制器的设计[20], 目的是使用更少的优化参数来代替原设计中的控制时域的长度, 从而在保证系统动态性能的同时降低计算量.

首先给出拉盖尔模型的定义. 假设稳定系统k时刻的脉冲响应是$P(k)$, 对于给定的参数N, $P(k)$可以表示为

$$P(k) = c_1 l_1(k) + c_2 l_2(k) + \cdots + c_N l_N(k), \tag{13}$$

式中: $c_j(j=1,2,\cdots,N)$为拉盖尔系数, 由系统确定; $l_j(k)(j=1,2,\cdots,N)$为标准正交的拉盖尔函数.

在k时刻未来控制输入序列定义为

$$\Delta U = [\Delta u(k)\ \Delta u(k+1) \cdots \Delta u(k+N_{\mathrm{c}}-1)]^{\mathrm{T}}, \tag{14}$$

式中N_{c}为控制时域, 将i时刻后的控制输入看作稳定系统的脉冲响应, 并表示为如下的形式:

$$\Delta u(k+i) = [\delta(i)\ \delta(i-1) \cdots \delta(i-N_{\mathrm{c}}+1)]\Delta U, \tag{15}$$

式中$\delta(i)$表示脉冲函数, 即当$i=0$时, $\delta(i)=1$, 否则$\delta(i)=0$.

根据拉盖尔模型的定义式(13), 可以将式(15)中的脉冲响应$\Delta u(k+i)$近似表示为

$$\Delta u(k+i) = \sum_{j=1}^{N} c_j(i) l_j(k) = L^{\mathrm{T}}(k)\eta, \tag{16}$$

式中: $L(k)$为拉盖尔近似模型的状态向量, $L(k) = [l_1(k)\ \ l_2(k)\ \ \cdots\ \ l_N(k)]^{\mathrm{T}}$, η为由N个拉盖尔系数组成的参数向量, $\eta = [c_1\ \ c_2\ \ \cdots\ \ c_N]^{\mathrm{T}}$. 这样一来, 求解最优控制增量$\Delta u(k+i)$的问题就转化为求解参数向量$\eta$的问题, 从而减少了控制器优化参数的个数, 由此带来的计算量也相应减少, 这也正是采用拉盖尔近似模型的目的.

则在k时刻以后的m时刻系统的状态变量和输出变量如下:

$$x(k+m|k) = A_{\mathrm{e}}^m x(k) + \varphi^{\mathrm{T}}(m)\eta, \tag{17}$$

$$\dot{y}(k+m|k) = C_{\mathrm{e}}A_{\mathrm{e}}^m x(k) + \gamma^{\mathrm{T}}(m)\eta, \tag{18}$$

式中A_{e}^m表示A_{e}矩阵的m次方,

$$\varphi^{\mathrm{T}}(m) = \sum_{i=0}^{m-1} A_{\mathrm{e}}^{m-(i+1)} B_{\mathrm{e}} L^{\mathrm{T}}(i),$$

$$\gamma^{\mathrm{T}}(m) = \sum_{i=0}^{m-1} C_{\mathrm{e}} A_{\mathrm{e}}^{m-(i+1)} B_{\mathrm{e}} L^{\mathrm{T}}(i).$$

给定如下的系统性能指标:

$$J = \sum_{m=1}^{N_{\mathrm{p}}} x^{\mathrm{T}}(k+m|k)Qx(k+m|k) + \Delta U^{\mathrm{T}}R\Delta U, \tag{19}$$

式中: Q, R分别为系统状态和控制输入的权重矩阵, R为对角线元素为μ的N_{c}维对角矩阵, μ为常数且$\mu > 0$.

根据拉盖尔函数的标准正交性, 将式(14)和式(16)代入式(19)中可得

$$J = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{p}}} x^{\mathrm{T}}(k+i|k)Qx(k+i|k) + \eta^{\mathrm{T}}R_{\mathrm{L}}\eta, \tag{20}$$

式中R_{L}为对角线元素为μ的N维对角矩阵, R_{L}与R维数不同.

将式(17)代入式(20)可得

$$J = \eta^{\mathrm{T}}\Omega\eta + 2\eta^{\mathrm{T}}\Psi x(k) + \sum_{m=1}^{N_{\mathrm{p}}} x^{\mathrm{T}}(k)(A_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}})^m Q A_{\mathrm{e}}^m x(k), \tag{21}$$

式中:

$$\Omega = \sum_{m=1}^{N_{\mathrm{p}}} \varphi(m)Q\varphi^{\mathrm{T}}(m) + R_{\mathrm{L}},$$

$$\Psi = \sum_{m=1}^{N_{\mathrm{p}}} \varphi(m)QA_{\mathrm{e}}^m.$$

可以看出, 式(21)中第3项与η无关, 因此要使得性能指标J最优, 实质上是使前两项之和最小, 即

$$J = \eta^{\mathrm{T}}\Omega\eta + 2\eta^{\mathrm{T}}\Psi x(k). \tag{22}$$

如果系统状态、输入和输出不受任何约束, 令$\dfrac{\partial J}{\partial \eta} = 0$, 可以得到使得系统性能指标最优的参数向量为

$$\eta = -\Omega^{-1}\Psi x(k). \tag{23}$$

3.3 约束处理

由于控制的目的是跟踪期望轨迹, 因此只考虑引入输入约束和状态约束, 而不引入输出约束.

3.3.1 输入约束

引入如下的输入约束:

$$\Delta u_{\min} \leqslant \Delta u(k+m) \leqslant \Delta u_{\max}, \tag{24}$$

$$u_{\min} \leqslant u(k+m) \leqslant u_{\max}. \tag{25}$$

由式(16)可知, 式(24)又可写为

$$\Delta u_{\min} \leqslant M_0\eta \leqslant \Delta u_{\max}, \tag{26}$$

式中M_0的表达式如下(0_k为全零矩阵, 其维度与

$L_k(m)$相同):

$$M_0=\begin{bmatrix} L_1^{\mathrm{T}}(m) & 0_2^{\mathrm{T}} & \cdots & 0_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \\ 0_1^{\mathrm{T}} & L_2^{\mathrm{T}}(m) & \cdots & 0_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0_1^{\mathrm{T}} & 0_2^{\mathrm{T}} & \cdots & L_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}(m) \end{bmatrix}.$$

又由于$u(k)=\sum\limits_{i=0}^{k-1}\Delta u(i)$, 因此式(25)可写为

$$u_{\min}\leqslant M_1\eta+u(k-1)\leqslant u_{\max}, \tag{27}$$

式中M_1的表达式如下:

$$M_1=\begin{bmatrix} \sum\limits_{i=0}^{k-1}L_1^{\mathrm{T}}(i) & 0_2^{\mathrm{T}} & \cdots & 0_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \\ 0_1^{\mathrm{T}} & \sum\limits_{i=0}^{k-1}L_2^{\mathrm{T}}(i) & \cdots & 0_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^{\mathrm{T}} & 0_2^{\mathrm{T}} & \cdots & \sum\limits_{i=0}^{k-1}L_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}(i) \end{bmatrix}.$$

则输入约束(24)和(25)可以表示为下面的矩阵不等式约束

$$\begin{bmatrix} M_0 \\ -M_0 \\ M_1 \\ -M_1 \end{bmatrix}\eta\leqslant\begin{bmatrix} \Delta U_{\max} \\ -\Delta U_{\min} \\ U_{\max}-\bar{u}(k-1) \\ -U_{\min}+\bar{u}(k-1) \end{bmatrix}. \tag{28}$$

3.3.2 状态约束

本文引入如下的系统状态约束:

$$x_{\mathrm{m}}^{\min}\leqslant x_{\mathrm{m}}(k+m)\leqslant x_{\mathrm{m}}^{\max}. \tag{29}$$

由式(8)可以得到系统状态x_{m}的预测值如下:

$$X_{\mathrm{m}}=Fx_{\mathrm{m}}(k)+\varPhi U, \tag{30}$$

式中:

$$X_{\mathrm{m}}=\begin{bmatrix} x_{\mathrm{m}}(k+1) \\ x_{\mathrm{m}}(k+2) \\ \vdots \\ x_{\mathrm{m}}(k+N_{\mathrm{p}}) \end{bmatrix},\ F=\begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{N_{\mathrm{p}}} \end{bmatrix},$$

$$\varPhi=\begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \\ AB & B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N_{\mathrm{p}}-1}B & A^{N_{\mathrm{p}}-2}B & \cdots & A^{N_{\mathrm{p}}-N_{\mathrm{c}}}B \end{bmatrix}.$$

则式(29)可以写为

$$x_{\mathrm{m}}^{\min}\leqslant Fx_{\mathrm{m}}(k)+\varPhi[M_1\eta+u(k-1)]\leqslant x_{\mathrm{m}}^{\max}. \tag{31}$$

上式也可写为如下的矩阵不等式约束:

$$\begin{bmatrix} \varPhi M_1 \\ -\varPhi M_1 \end{bmatrix}\eta\leqslant\begin{bmatrix} X_{\mathrm{m}}^{\max}-Fx_{\mathrm{m}}(k)-\varPhi\bar{u}(k-1) \\ -X_{\mathrm{m}}^{\min}+Fx_{\mathrm{m}}(k)+\varPhi\bar{u}(k-x1) \end{bmatrix}. \tag{32}$$

将式(28)和式(32)联立即为系统性能指标优化时需要满足的约束条件.

3.4 优化求解

实质上, 该模型预测控制可以看成下面的二次规划问题来求解

$$\begin{aligned} &\min J=\eta^{\mathrm{T}}\varOmega\eta+2\eta^{\mathrm{T}}\varPsi x(k), \\ &\text{s.t. } M\eta\leqslant\beta. \end{aligned} \tag{33}$$

式中:

$$M=\begin{bmatrix} M_0 \\ -M_0 \\ M_1 \\ -M_1 \\ \varPhi M_1 \\ -\varPhi M_1 \end{bmatrix},$$

$$\beta=\begin{bmatrix} \Delta U_{\max} \\ -\Delta U_{\min} \\ U_{\max}-\bar{u}(k-1) \\ -U_{\min}+\bar{u}(k-1) \\ X_{\mathrm{m}}^{\max}-Fx_{\mathrm{m}}(k)-\varPhi\bar{u}(k-1)] \\ -X_{\mathrm{m}}^{\min}+Fx_{\mathrm{m}}(k)+\varPhi\bar{u}(k-1)] \end{bmatrix}.$$

在上述二次规划问题中, 选取$\varOmega$为$N\times N$的正定对称矩阵. 根据优化理论可知, 该规划为严格凸二次规划, 如果至少有一个向量η满足约束并且目标函数J可行域有下界, 那么该二次规划问题就有一个全局最小值η, 并且该值是唯一的. 此外, 向量η成为全局最小值的必要条件是满足KKT条件, 对于严格凸二次规划问题来说, KKT条件也是充分条件.

这里采用MATLAB中的Quadprog函数对上述优化问题进行求解, 从而得到使得性能指标最优的η的值, 将其代入式(16)便可得到最优控制序列, 取控制序列的第1个值Δu_{k_0}作为控制输入的增量, 并对系统输入进行如下的校正

$$u(k)=u(k-1)+\Delta u_{k_0}. \tag{34}$$

3.5 稳定性分析

首先, 给出如下的假设:

假设 1 在滚动时域优化问题中引入一个附加的终端状态约束

$$x(k+N_{\mathrm{p}}|k)=0, \tag{35}$$

其中: $x(k+N_{\mathrm{p}}|k)$是由控制序列$\Delta u(k+m)$产生的终端状态, $m=0,1,2,\cdots,N_{\mathrm{p}}$.

假设 2 对于每一个采样时刻k存在η使得性能指标J最小并且同时满足不等式约束和式(35)的终端等式约束.

接下来, 证明该控制系统的稳定性[21].

定义Lyapunov函数为

$$V(x(k),k)=\sum_{m=1}^{N_\mathrm{p}}x^\mathrm{T}(k+m|k)Qx(k+m|k)+\sum_{m=0}^{N_\mathrm{p}-1}\Delta u^\mathrm{T}(k+m)R\Delta u(k+m),\quad(36)$$

其中: $x(k+m|k)=A_\mathrm{e}^m x(k)+\varphi^\mathrm{T}(m)\eta^k$, η^k是k时刻式(20)中性能指标J在同时满足不等式约束和等式约束情况下的最优解, $\Delta u(k+m)=L^\mathrm{T}(m)\eta^k$. 因为假设2确保了$\eta^k$的存在, 所以$V(x(k),k)=J_{\min}$, 其中$\eta^k$是$x(k)$的函数.

很显然, $V(x(k),k)$是正定的, 并且当$x(k)$趋于无穷大时, $V(x(k),k)$也趋于无穷大. 类似地, 将式(36)中的k替换成$k+1$便会得到$k+1$时刻的Lyapunov函数$V(x(k+1),k+1)$, 其中状态变量为$x(k+1+m|k+1)=A_\mathrm{e}^m x(k+1)+\varphi^\mathrm{T}(m)\eta^{k+1}$, η^{k+1}是$k+1$时刻性能指标J在满足所有约束情况下的最优解, $\Delta u(k+1+m)=L^\mathrm{T}(m)\eta^{k+1}$. 假定在$k$时刻所有约束已经满足, 对于滚动时域内的初始状态$x(k+1)$来说, η^{k+1}的一个可行解(非最优解)是η^k, 这可以从下面的式子看出

$$x(k+1)=Ax(k)+B\Delta u(k).\quad(37)$$

因此, 在$k+1$时刻, 可行解η^k对应的可行控制序列是将$L^\mathrm{T}(0)\eta^k, L^\mathrm{T}(1)\eta^k,\cdots,L^\mathrm{T}(N_\mathrm{p}-1)\eta^k$向前移动一个时间步长并且令最后一个元素为0得到的, 即$L^\mathrm{T}(1)\eta^k, L^\mathrm{T}(2)\eta^k,\cdots,L^\mathrm{T}(N_\mathrm{p}-1)\eta^k, 0$. 由于$\eta^{k+1}$为最优解, 于是有

$$V(x(k+1),k+1)\leqslant\bar{V}(x(k+1),k+1),\quad(38)$$

其中$\bar{V}(x(k+1),k+1)$是将式(36)中的k替换成$k+1$, 并且将原来的控制序列替换为可行控制序列$L^\mathrm{T}(1)\eta^k, L^\mathrm{T}(2)\eta^k,\cdots,L^\mathrm{T}(N_\mathrm{p}-1)\eta^k, 0$得到的.

令

$$\Delta V_1=V(x(k+1),k+1)-V(x(k),k),\quad(39)$$

$$\Delta V_2=\bar{V}(x(k+1),k+1)-V(x(k),k),\quad(40)$$

则有

$$\Delta V_1\leqslant\Delta V_2.\quad(41)$$

注意到, $\bar{V}(x(k+1),k+1)$和$V(x(k),k)$在采样时刻$k+1,k+2,\cdots,k+N_\mathrm{p}-1$具有相同的控制序列和状态序列, 因此

$$\Delta V_2=x^\mathrm{T}(k+N_\mathrm{p}|k)Qx(k+N_\mathrm{p}|k)-x^\mathrm{T}(k+1)Qx(k+1)-\Delta u^\mathrm{T}(k)R\Delta u(k).\quad(42)$$

根据假设1, 可将上式简化为

$$\Delta V_2=-x^\mathrm{T}(k+1)Qx(k+1)-\Delta u^\mathrm{T}(k)R\Delta u(k).\quad(43)$$

将式(43)代入式(41)可得

$$\Delta V_1\leqslant-x^\mathrm{T}(k+1)Qx(k+1)-\Delta u^\mathrm{T}(k)R\Delta u(k)<0.\quad(44)$$

可以看出, Lyapunov函数值为减小的. 因此, 该模型预测控制系统是渐近稳定的.

3.6 FFSR轨迹跟踪控制

由于自由漂浮空间机器人的广义雅克比矩阵不仅与运动学参数有关, 还与动力学参数有关, 在运动学求解的过程中很容易发生由广义雅克比矩阵奇异而导致的动力学奇异, 系统状态会出现发散的情况, 因此在选定期望轨迹时必须事先分析其工作空间. 自由漂浮空间机器人的工作空间一般分为路径无关工作空间和路径相关工作空间, 所谓路径无关工作空间指的是在该工作空间内无论选取什么样的轨迹均不会因运动学求解而发生动力学奇异. 因此选定的期望轨迹必须在路径无关工作空间内, 否则就可能因动力学奇异而导致控制失效. 此外, 由于期望轨迹是在任务空间给出的, 而实际系统输出为末端速度, 因此不需要事先进行路径规划将任务空间轨迹转化到关节空间.

此外, 轨迹跟踪过程中还存在一个问题, 实际系统输出并不包含末端位置, 如果初始时刻实际末端位置与期望末端位置存在误差, 那么即便末端能跟踪期望速度, 末端实际位置与期望位置也会存在常值跟踪误差, 这个误差就是由初始末端位置误差引起的. 为了实现末端位置和速度的同时跟踪, 使得在系统实际的初始值偏离期望的初始值时, 系统轨线仍然能在有效时间内到达滑模面, 文中引入如下的任务空间滑模变量[22]:

$$z=\dot{e}+\lambda e,\quad(45)$$

式中: λ为常数, $\lambda>0$. 联立式(9)–(10)以及上式可得

$$\dot{y}_\mathrm{m}=z+\dot{y}_\mathrm{d}-\lambda e.\quad(46)$$

定义$\dot{y}_\mathrm{r}$为引入末端位置误差后的新的末端期望速度, 表达式如下:

$$\dot{y}_\mathrm{r}=\dot{y}_\mathrm{d}-\lambda e.\quad(47)$$

用$\dot{y}_\mathrm{r}$代替$\dot{y}_\mathrm{d}$便可以将末端位置误差引入到系统模型中, 对比式(46)和(47)可知, 当实际末端速度$\dot{y}_\mathrm{m}$能有效跟踪新的末端期望速度$\dot{y}_\mathrm{r}$时, $z\to0$, 即$\dot{e}+\lambda e\to0$, 控制过程渐近收敛.

根据上述理论推导, 所设计的模型预测控制器的结构如图2所示. 在给定约束的情况下, 采用二次规划

算法对系统性能指标进行求解得到下一时刻的控制输入增量ΔU, 进一步得到控制输入u, 代入动力学模型求解得到系统状态$\dot{q}$和q, 系统状态$\dot{q}$和q一方面用于求解状态增量$\Delta x_{\rm m}$, 另一方面将其代入运动学模型可以得到末端位置$y_{\rm m}$和末端速度$\dot{y}_{\rm m}$, 将$y_{\rm m}$代入式(9)得到末端位置误差e, 代入式(47)新的末端期望速度$\dot{y}_{\rm r}$, $\dot{y}_{\rm r}$与$\dot{y}_{\rm m}$的差值即为系统输出误差$\dot{e}$, 将$\dot{e}$和$\Delta x_{\rm m}$构成的扩展状态向量代入系统扩展状态空间模型得到系统的预测输出, 再进行下一步优化求解.

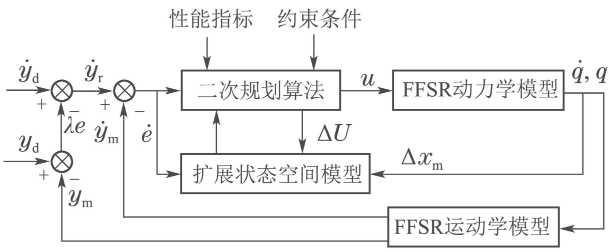


图 2 FFSR模型预测控制器结构示意图

Fig. 2 Model predictive controller structure of FFSR

4 仿真验证

文中方法适用于任意自由度的单臂空间机器人, 为简单起见, 以平面二杆FFSR系统为例, 对提出的控制方法进行仿真验证, 系统的几何参数如表1所示.

表 1 空间机器人系统几何参数

Table 1 Geometry parameter of FFSR

机器人	基座	连杆1	连杆2
质量/kg	12.9	4.5	1.5
惯性/(kg · m^2)	0.208	0.32	0.049
长度/m	0.327	0.62	0.6

为了验证该模型预测控制器处理约束的有效性, 本文设计了无约束和有约束两种轨迹跟踪任务. 仿真中, 预测时域$N_{\rm p}=40$, 控制时域$N_{\rm c}=15$, 系统状态和控制输入的权重矩阵分别取$Q=I_{12\times 12}$, $R=0.1I_{2\times 2}$, 拉盖尔多项式的参数均取$a=[0.8, 0.8]$, $N=[8, 8]$, 系统初始状态为$x_{\rm m}=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ -0.22\ \ -0.019\ \ 0\ \ 2.14\ \ -2.71]^{\rm T}$, 仿真初始时刻为0, 仿真时间为60 s, 仿真步长取0.01 s.

4.1 无约束轨迹跟踪

假定末端期望跟踪轨迹为圆, 其表达式如下:

$$\begin{cases} x=0.25\cos(\pi t/10), \\ y=0.25\sin(\pi t/10)+0.2. \end{cases} \tag{48}$$

对应的末端期望速度为

$$\begin{cases} v_{\rm x}=-0.025\pi\sin(\pi t/10), \\ v_{\rm y}=0.025\pi\cos(\pi t/10). \end{cases} \tag{49}$$

仿真结果如图3–6所示. 由图3可以看出, 无约束情况下, 机械臂末端在2 s左右跟踪上给定的期望轨迹. 由图4可以看出, 初始时刻为了使得机械臂末端平稳地跟踪末端位置, 需要对末端速度误差进行修正, 因此轨迹跟踪误差较大. 由图5可以看出, 在跟踪过程中, 各关节角随着轨迹跟踪任务的周期性变化而变化, 而基座姿态角由于动力学耦合的原因发生了漂移. 此外, 由图6可以看出, 跟踪上期望轨迹以后, 控制器只需维持当前的跟踪状态而不需要做更多的调整.

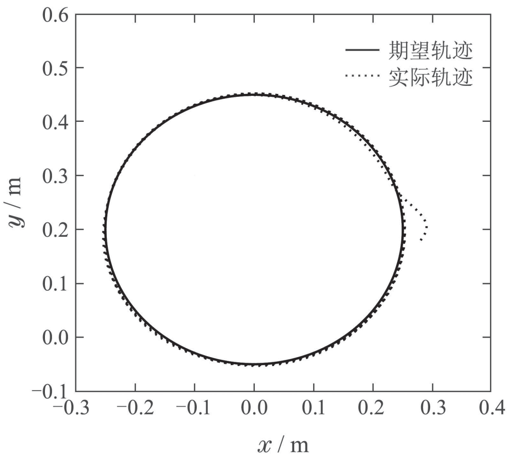


图 3 无约束情况下末端跟踪轨迹

Fig. 3 Trajectory of end point without constraints

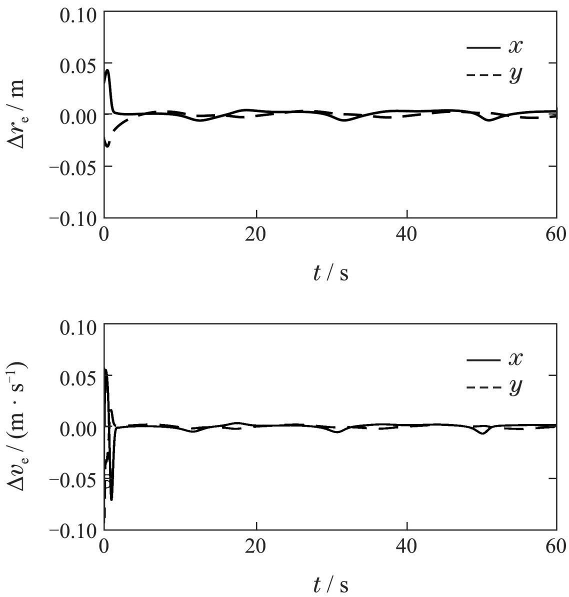


图 4 无约束情况下轨迹跟踪误差

Fig. 4 Trajectory tracking error of end point without constraints

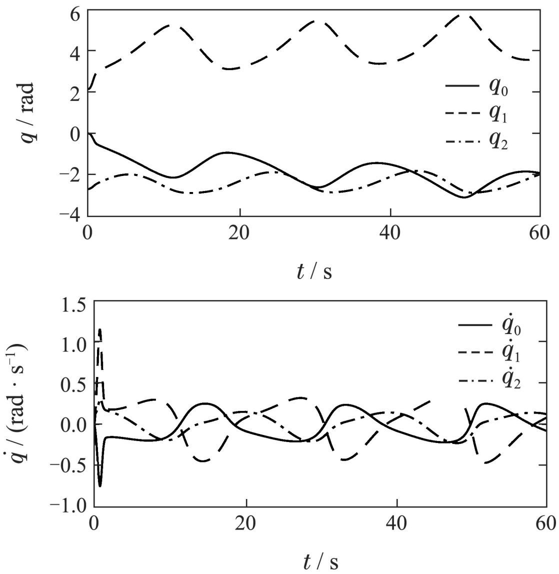


图 5 无约束跟踪情况下的系统状态变化

Fig. 5 Variation of system state without constraints

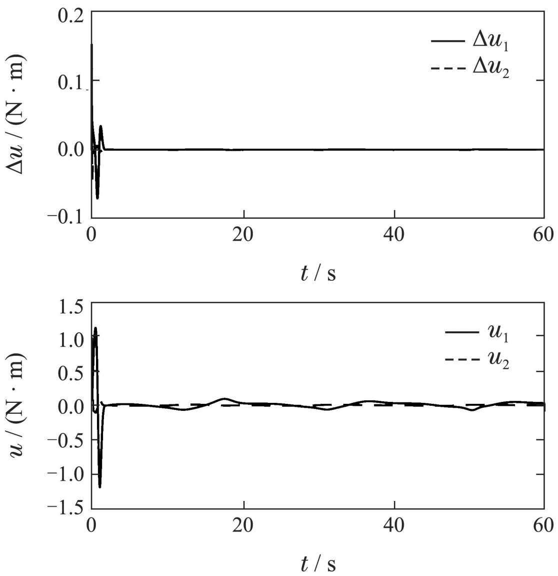


图 6 无约束跟踪情况下的控制输入变化

Fig. 6 Variation of control input without constraints

4.2 有约束轨迹跟踪

假设跟踪轨迹与第4.1节相同, 跟踪过程中需要满足的输入约束和状态约束条件如下:

$$\begin{cases} |\Delta u(k+m)| \leqslant 0.1\,\mathrm{N \cdot m}, \\ |u(k+m)| \leqslant 1\,\mathrm{N \cdot m}, \\ |\dot{q}(k+m)| \leqslant 0.5\,\mathrm{rad/s}. \end{cases} \tag{50}$$

仿真结果如图7–10所示. 由图7可以看出, 有约束情况下, 机械臂末端在5 s左右跟踪上给定的期望轨迹, 与图3所示的无约束情况相比跟踪上期望轨迹耗费的时间稍长一些. 由图9和图10可以看出, 在跟踪过程中, 系统状态和控制输入均满足给定的约束条件, 与图5和图6进行对比发现, 系统状态和控制输入的幅值均有不同程度的减小.

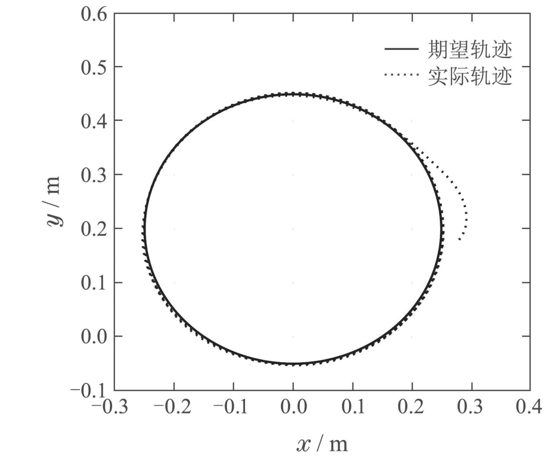


图 7 有约束情况下末端跟踪轨迹

Fig. 7 Trajectory of end point without constraints

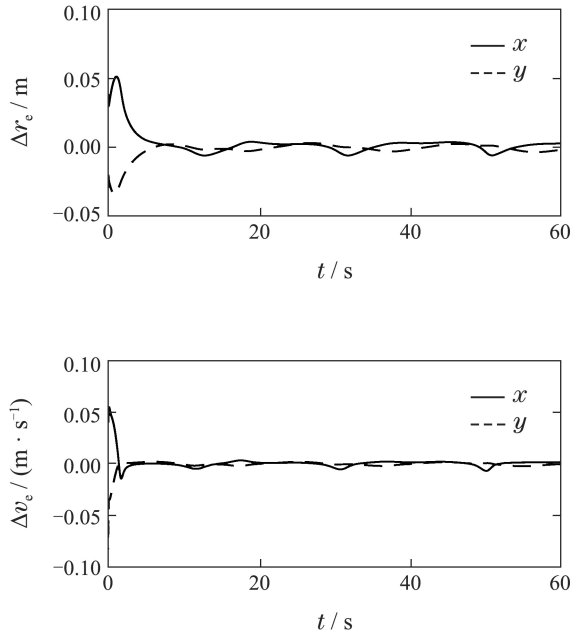
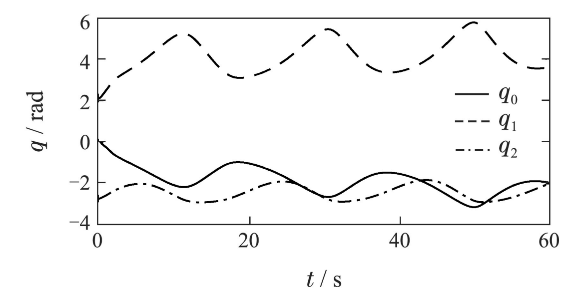


图 8 有约束情况下轨迹跟踪误差

Fig. 8 Trajectory tracking error of end point without constraints



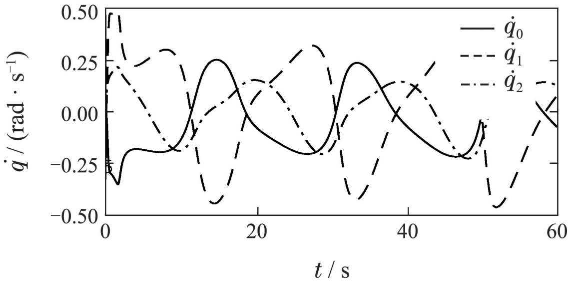


图 9 有约束跟踪情况下的系统状态变化

Fig. 9 Variation of system state without constraints

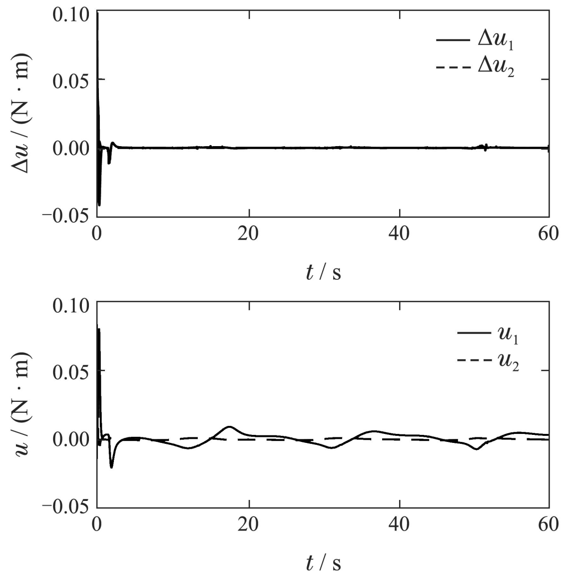


图 10 有约束跟踪情况下的控制输入变化

Fig. 10 Variation of control input without constraints

4.3 权重矩阵对跟踪效果的影响

由于系统状态包含轨迹跟踪误差项, 因此通过调整系统状态和控制输入的权重矩阵可以实现跟踪误差和关节力矩的折衷考虑.

为了研究权重矩阵对跟踪效果的影响, 本文将第4.2节仿真中的增益矩阵 $R = 0.1I_{2\times2}$ 调整为 $R = 0.5I_{2\times2}$, 即提高控制输入在性能指标中的权重, 自然地系统状态的权重就会相对降低. 为方便描述, 令 $R = \omega I_{2\times2}$, ω分别取0.1和0.5, 两种情况下的仿真条件与第4.2节相同, 仿真时间设为20 s.

仿真结果如图11–12所示, 从图11可以看出, $\omega = 0.1$比$\omega = 0.5$时前期跟踪误差要小, 而到了后期二者的平均跟踪误差相差不大, 说明提高控制输入权重会使得前期轨迹跟踪误差变大. 而从图12可以看出, $\omega = 0.5$比$\omega = 0.1$时前期控制输入要小很多, 到了后期二者控制输入相差不大. 综上所述, 权重矩阵的调整对跟踪效果的影响主要体现在跟踪上期望轨迹前的一段时间内, 仿真后期影响较小.

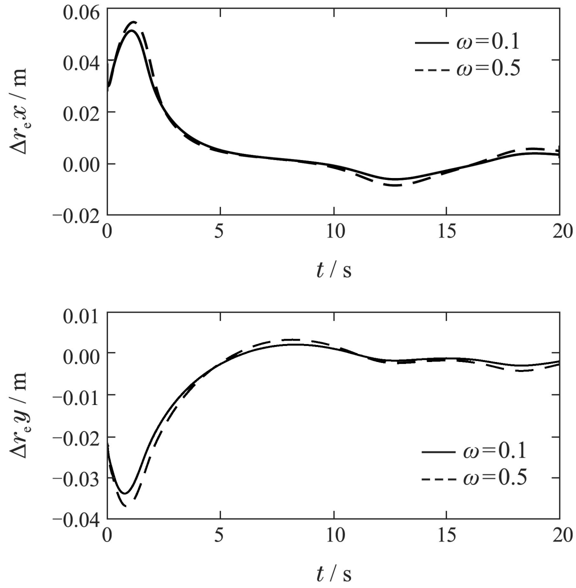


图 11 $\omega = 0.1$和$\omega = 0.5$两种情况下末端位置跟踪误差对比

Fig. 11 Comparison of tracking error of end position in both cases $\omega = 0.1$ and $\omega = 0.5$

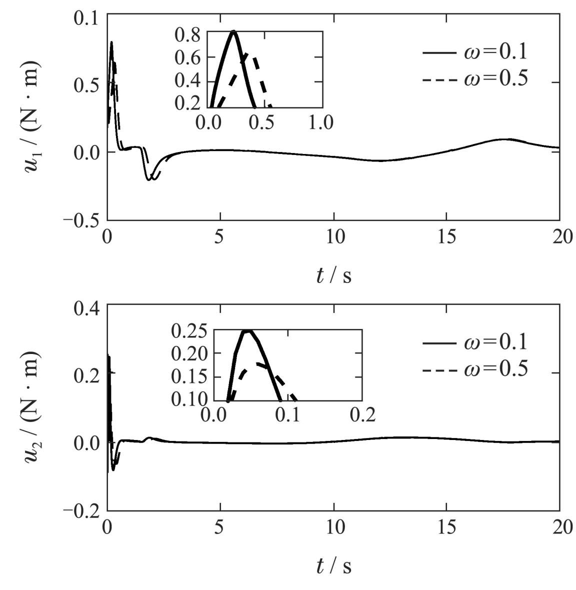


图 12 $\omega = 0.1$和$\omega = 0.5$两种情况下关节力矩对比

Fig. 12 Comparison of joint torque in both cases $\omega = 0.1$ and $\omega = 0.5$

5 结论

本文提出了一种自由漂浮空间机器人轨迹跟踪的模型预测控制方法. 该方法将系统的扩展状态空间模型作为预测模型, 在满足各类约束的条件下, 采用MATLAB二次规划函数对性能指标进行优化求解, 引入任务空间滑模变量实现末端位置和末端速度的同时跟踪.

该控制方法的优点在于: 1) 不需要事先进行关节角及关节角速度规划, 而是直接在任务空间给定参考

轨迹. 2) 当存在初始位置跟踪误差的时候, 该方法依然可以实现对末端位置和末端速度的有效跟踪. 这对于自由漂浮空间机器人末端轨迹跟踪控制来说具有重要意义. 不足之处在于, 该方法引入的约束为线性约束, 在后续的研究中可以考虑引入较为复杂的非线性约束. 当然, 还可以考虑模型不确定性, 进一步研究鲁棒模型预测控制在自由漂浮空间机器人轨迹跟踪控制中的应用.

参考文献:

[1] LIANG B, DU X D, LI C, et al. Advances in space robot on-orbit servicing for non-cooperative spacecraft. *Robot*, 2012, 34(2): 242 – 256.

[2] ZHANG W H, YE X P, JI X P, et al. Development summarizing of space robot technology national and outside. *Flight Dynamics*, 2013, 31(3): 198 – 202.

[3] FLORES-ABAD A, MA O, PHAM K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 68: 1 – 26.

[4] ZHANG F H, FU Y L, WANG S G, et al. Research on adaptive control of free floating space robot with inertia parameter uncertainty. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2012, 33(12): 2347 – 2354

[5] XU W F, MENG D S, XU C, et al. Coordinated control of a free-floating space robot for capturing a target. *Robot*, 2013, 35(5): 559 – 567.

[6] UMETANI Y, YOSHIDA K. Resolved motion rate control of space manipulators with generalized Jacobian matrix. *Transactions on Robotics & Automation IEEE* , 2002, 5(3): 303 – 314.

[7] PARLAKTUNA O, OZKAN M. Adaptive control of free-floating space manipulators using dynamically equivalent manipulator model. *Robotics and Autonomous Systems*, 2004, 46(3): 185 – 193.

[8] ABIKO S, HIRZINGER G. An adaptive control for a free-floating space robot by using inverted chain approach. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Diego, CA: IEEE, 2007: 2236 – 2241.

[9] ZHANG W H, QI N M, YIN H L, et al. Neural network adaptive compensation control of free-floating space robot. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(6): 1312 – 1317.

[10] WEI Cheng, ZHAO Yang, TIAN Hao. Grasping control of space robot for capturing floating target. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2010, 31(3): 632 – 637.
(魏承, 赵阳, 田浩. 空间机器人捕获漂浮目标的抓取控制. 航空学报, 2010, 31(3): 632 – 637.)

[11] CHENG Jing, CHEN Li. ELM neural network control of attitude management and auxiliary docking maneuver after dual-arm space robot capturing spacecraft. *Jiqiren/robot*, 2017, 39(5): 724 – 732.
(程靖, 陈力. 空间机器人双臂捕获航天器后姿态管理、辅助对接操作一体化ELM神经网络控制. 机器人, 2017, 39(5): 724 – 732.)

[12] QIN S J, BADGWELL T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(7): 733 – 764.

[13] ZHAO G R, GAI J F, HU Z G, et al. Evolution of nonlinear model predictive control research. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical*, 2014, 29(3): 201 – 208.

[14] GU D, HU H. Receding horizon tracking control of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(4): 743 – 749.

[15] FAULWASSER T, FINDEISEN R. Nonlinear model predictive control for constrained output path following. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(4): 1026 – 1039.

[16] RYBUS T, SEWERYN K, SASIADEK J Z. Control system for free-floating space manipulator based on nonlinear model predictive control (NMPC). *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2016, 85(3/4): 491 – 509.

[17] WANG M, LUO J, WALTER U. A non-linear model predictive controller with obstacle avoidance for a space robot. *Advances in Space Research*, 2015, 57(8): 1737 – 1746.

[18] ZONG L J, LUO J, WANG M, et al. A mixed integer predictive controller with multi constraint for free-floating space robots. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(8): 992 – 1000.

[19] RYBUS T, SEWERYN K, SASIADEK J Z. Trajectory optimization of space manipulator with non-zero angular momentum during orbital capture maneuver. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. San Diego, CA: AIAA, 2015.

[20] WANG L. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB* ®. London: Springer, 2009.

[21] LIU Yang, YU Shuyou, GUO Yang, et al. Receding horizon control for path following problems of wheeled mobile robots. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(4): 424 – 432.
(刘洋, 于树友, 郭洋, 等. 基于滚动时域优化的轮式移动机器人路径跟踪问题研究. 控制理论与应用, 2017, 34(4): 424 – 432.)

[22] YANG Fan, ZHANG Guoliang, YUAN Lei, et al. End-effector optimal tracking control of free-floating space robot. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(7): 846 – 853.
(羊帆, 张国良, 原磊, 等. 自由漂浮空间机器人末端轨迹优化跟踪控制. 宇航学报, 2016, 37(7): 846 – 853.)

作者简介:

宁 昕 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂航天器动力学建模与控制、空间碎片清理技术等, E-mail: ningxin@nwpu.edu.cn;

武耀发 硕士研究生, 目前研究方向为空间机器人轨迹规划与控制等, E-mail: wuyaofa@mail.nwpu.edu.cn.