

自适应扩张状态观测器收敛性分析与应用

陈志翔, 高钦和[†]

(火箭军工程大学 二系, 陕西 西安 710025)

摘要: 为了实现自适应扩张状态观测器理论分析的简洁和工程应用的直观, 本文提出了一种自适应扩张状态观测器(adaptive extended state observer, AESO), 并给出了收敛性证明过程. 然后, 将其应用到直线电机伺服系统中, 设计了基于AESO的PD控制器. 实验结果表明, 提出的AESO可以准确估计系统的状态和受到的干扰, 并且可以消除高增益线性扩张状态观测器固有的峰化现象, 同时还验证了设计的观测器-控制器的有效性.

关键词: 自抗扰控制; 扩张状态观测器; 线性时变系统; 峰化现象; 收敛性分析

引用格式: 陈志翔, 高钦和. 自适应扩张状态观测器收敛性分析与应用. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1697 – 1702

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Convergence analysis and application of adaptive extended state observer

CHEN Zhi-xiang, GAO Qin-he[†]

(The 2nd Department, The Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710025, China)

Abstract: In order to realize the simplicity of the theoretical analysis of the adaptive extended state observer and the intuition of the engineering application, we propose a type of adaptive extended state observer (AESO) in this paper and give the convergence proof. Then, we apply it to the linear motor servo system and design the PD controller based on AESO. The experimental results show that the proposed AESO can accurately estimate the state and disturbance of the system, and eliminate the peaking phenomenon of the high-gain linear extended state observer. Meanwhile, it also verifies the effectiveness of the observer-based controller.

Key words: active disturbance rejection control; extended state observer; time-varying systems; peaking value; convergence analysis

Citation: CHEN Zhixiang, GAO Qinhe. Convergence analysis and application of adaptive extended state observer. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1697 – 1702

1 引言(Introduction)

自抗扰控制技术(active disturbance rejection control, ADRC)是一种几乎不依靠数学模型来处理非线性、大不确定性和外部扰动的控制方法^[1]. ADRC的核心技术是动态补偿线性化, 基本思想是将系统未建模动态和外部扰动定义为总和扰动, 有效地估计该扰动并在闭环反馈中消除该扰动对闭环系统动态特性的影响. 扩张状态观测器(extended state observer, ESO)是实现扰动在线估计和控制的关键.

扩张状态观测器可分为线性扩张状态观测器(linear ESO, LESO)和非线性扩张状态观测器(non-linear ESO, NLESO). 由于LESO参数整定有一套完整的理论且物理意义明确^[2-3], 因此其在工程中得到了

广泛的应用^[4-5]. 为了获得良好的估计效率, LESO通常会选取较高的观测器增益, 但是观测器增益会受制于实际系统的带宽、噪声、采样步长等因素. 同时, 高增益LESO会由于较大的状态估计误差引起严重的“峰化”现象^[6-7]. NLESO虽然有较高的估计效率, 但是由于其设置的参数较多并且稳定性证明比较复杂^[8-11], 在工程实践中应用较少, 不及LESO那么普及.

自适应扩张状态观测器(adaptive extended state observer, AESO)是在对LESO和NLESO取长补短, 为了实现理论分析的简单同时提高观测器的效率而提出的. “自适应”特性有两种实现方法: 1) 根据系统的状态以及外界环境如噪声为观测器增益设计自适

收稿日期: 2018-02-01; 录用日期: 2018-08-28.

[†]通信作者. E-mail: gao202@189.cn; Tel.: +86 15353728169.

本文责任编辑: 苏剑波.

国家自然科学基金项目(51475462)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51475462).

应调节律, 如文[12]; 2) 为观测器增益设置时变规律, 如文[13–15]. 本文主要讨论第2种方法. 文[13]的自适应特性是通过设计时变观测器增益实现的. 但是, AESO的稳定性证明和估计误差的推导非常复杂, 且当系统阶数大于二阶时, 实现AESO的运算量和参数调节难度都非常大. 这些问题会使得AESO很难得到工程应用, 毕竟要求工程技术人员掌握较深的数学理论是一件很困难的事情. 文[14–15]也提出了一种ESO时变增益的调整方法, 与文[13]有异曲同工之妙, 但同样存在类似的问题.

为了解决目前AESO存在的问题, 本文提出一种自适应扩张状态观测器, 根据观测器估计误差的大小设计时变观测器增益, 不仅可以抑制高增益带来的峰化问题, 还可以提高扩张状态观测器的估计精度. 其收敛性证明过程简明直观, 物理意义明确, 同时设计的难度不会随着系统阶数的提高而增加, 工程实现难度低. 通过将其应用到直线电机伺服系统中, 验证了提出的自适应扩张状态观测器的有效性. 最后, 根据大量的实验经验, 给出了AESO的参数设置要点.

2 自适应扩张状态观测器(AESO)

本文讨论的 n 阶系统为

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)}(t) = f(t, x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) + \\ \quad w(t) + bu(t), \\ y(t) = x(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中: $(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态, $u \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ 是控制输入, b 是控制增益, y 是可测量的系统输出, $f \in C(\mathbb{R}^{n+1}, \mathbb{R})$ 是已知或未知的系统动态, $w(t)$ 是系统受到的外界干扰.

令 $x_{n+1}(t) = f(\cdot) + w(t)$, 定义为系统(1)的总和扰动, 则系统(1)可重写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = x_{n+1}(t) + bu(t), \\ \dot{x}_{n+1}(t) = h(x, w), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (2)$$

式中 $h(x, w) \triangleq \dot{f}(\cdot) + \dot{w}$.

设计的AESO为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t) + l_1(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_n(t) = \hat{x}_{n+1}(t) + l_n(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)) + bu(t), \\ \dot{\hat{x}}_{n+1}(t) = l_{n+1}(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \end{cases} \quad (3)$$

式中: $l_i(t)$ 为时变增益, 如何设置 $l_i(t)$ 的变化规律使得式(3)设计的自适应扩张状态观测器对系统(2)的状态实现精确的估计是设计AESO的核心问题.

首先给出式(3)设计的AESO收敛性定理, 下一节将证明该定理.

定理1 式(3)中, 若参数 $l_i(t)$ 和增益 $\omega(t)$ 按式(11)和式(12)取值, 那么

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) - \hat{x}_i(t)| \leq o\left(\left(\frac{1}{\omega_2}\right)^{n+2-i}\right),$$

其中 $x_i(t)$, $\hat{x}_i(t)$ 分别是系统(2)和设计的AESO(3)的解, $i = 1, 2, \dots, n+1$.

3 定理1证明(Proof of Theorem 1)

由于线性时不变系统的分析方法(如特征值判别法)不再适用于线性时变系统^[16], 因此将式(3)的自适应扩张状态观测器的收敛性证明过程主要分为以下几步:

1) 系统变换. 定义

$$\begin{aligned} e_i(t) &= x_i(t) - \hat{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n+1, \\ e(t) &= [e_1(t) \quad e_2(t) \quad \dots \quad e_{n+1}(t)]^T. \end{aligned}$$

根据式(2)–(3), AESO的估计误差满足

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_2(t) - l_1(t)e_1(t), \\ \vdots \\ \dot{e}_n(t) = e_{n+1}(t) - l_n(t)e_1(t), \\ \dot{e}_{n+1}(t) = -l_{n+1}(t)e_1(t) - h(x, w), \end{cases} \quad (4)$$

也可以写为

$$\dot{e}(t) = A(t)e(t) + b(-h(x, w)), \quad (5)$$

其中:

$$A(t) = \begin{bmatrix} -l_1(t) & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & \vdots \\ -l_n(t) & \dots & 0 & 1 \\ -l_{n+1}(t) & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2) 不考虑AESO估计误差动态方程(5)的干扰项, 利用受摄线性系统收敛性定理证明系统 $\dot{e}(t) = A(t)e(t)$ 的渐近稳定性.

首先考察如下形式的线性时变系统:

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (6)$$

受摄线性系统收敛性定理可表述为:

引理1 若系统(6)可表示为

$$\dot{x} = (A_1 + A_2(t))x, \quad (7)$$

其中 A_1 是定常Hurwitz矩阵, 且时变矩阵 $A_2(t)$ 满足

$$t \rightarrow \infty, \quad A_2(t) \rightarrow 0$$

且

$$\int_0^{\infty} \|A_2(t)\| dt < \infty.$$

那么, 系统(7)是渐近稳定的.

自适应扩张状态观测器可以消除高增益线性扩张状态观测器存在的当状态误差较大时引起的“峰化”现象^[13-14, 17]. 当状态估计误差较大时, 扩张状态观测器采用小增益, 可以避免峰化现象, 随着状态误差逐渐减小, 扩张状态观测器的增益逐渐增大, 最终扩张状态观测器采用大增益, 可以提高自适应扩张状态观测器的精度. 不失一般性, 假设自适应扩张状态观测器的增益过渡时间区间为 $[t_1, t_2]$, 增益由 ω_1 逐渐增加至 ω_2 , 且 $\omega(t)$ 的过渡过程连续, 如图1所示.

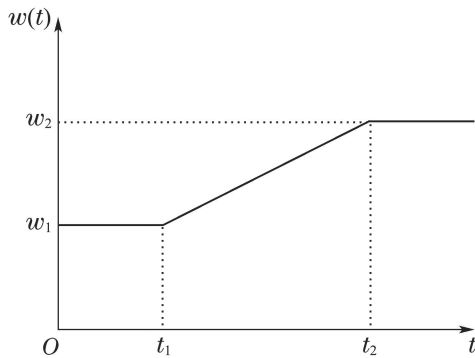


图 1 增益 $\omega(t)$ 的过渡过程

Fig. 1 The transient process of $\omega(t)$

不考虑 AESO 估计误差动态方程(5)的干扰项, 式(5)可表示为

$$\dot{x} = (A_1 + A_2(t))x, \quad (8)$$

其中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -l_1(\omega_2) & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & \vdots \\ -l_n(\omega_2) & \cdots & 0 & 1 \\ -l_{n+1}(\omega_2) & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

时变矩阵

$$A_2(t) = \begin{bmatrix} l_1(\omega_2) - l_1(\omega(t)) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_n(\omega_2) - l_n(\omega(t)) & 0 & \cdots & 0 \\ l_{n+1}(\omega_2) - l_{n+1}(\omega(t)) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; \quad (10)$$

参数 $l_i(z)$, $i = 1, 2, \dots, n+1$ 取值为

$$l_i(z) = \frac{(n+1)!}{i!(n+1-i)!} z^i, \quad z \in \mathbb{R}^+; \quad (11)$$

增益 $\omega(t) \in C[0, \infty)$ 为

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_1, & t \in [0, t_1], \\ \omega_0(t), & t \in [t_1, t_2], \\ \omega_2, & t \in (t_2, \infty]. \end{cases} \quad (12)$$

根据文[2-3], 矩阵 A_1 为Hurwitz矩阵. 矩阵 $A_2(t)$ 的第1列元素 a_{i1} , $i = 1, 2, \dots, n+1$ 取值为

$$a_{i1}(t) = \begin{cases} l_i(\omega_2) - l_i(\omega_1), & t \in [0, t_1], \\ l_i(\omega_2) - l_i(\omega_0(t)), & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \in (t_2, \infty]. \end{cases} \quad (13)$$

由式(13)可以验证

$$t \rightarrow \infty, A_2(t) \rightarrow 0,$$

且考虑到增益 $\omega(t)$ 的连续性有

$$\int_0^{\infty} \|A_2(t)\|_1 dt = \sum_{i=1}^{n+1} \left[\int_0^{t_2} |a_{i1}(t)| dt \right] < \infty.$$

根据引理1, 系统(8)的零平衡点是渐近稳定的.

3) AESO估计误差动态方程(5)可看成是线性时变系统(8)的扰动系统, 证明该扰动系统是Lyapunov意义下稳定的.

考查非线性微分系统

$$\dot{x}(t) = f(x, t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, \quad (14)$$

其中:

$$f \in C(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n) = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T,$$

f_i 是局部Lipschitz连续的且 $x \equiv 0$ 是系统的平衡点.

Lyapunov逆定理可表述为:

引理 2 若系统(14)的零平衡点是渐近稳定的, 其吸引域是连通区域 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $0 \in \Omega^\circ$, $f \in C(\Omega, \mathbb{R}^n)$ 是局部Lipschitz连续的, 那么存在Lyapunov函数 $V \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^+)$, $W \in C(\Omega, \mathbb{R}^+)$ 使得

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt}(x)|_{(14)} &\leq -W(x), \quad \forall x \in \Omega, \\ \|x\| \rightarrow \infty, \quad |V(x)| &\rightarrow \infty. \end{aligned}$$

根据引理2, 对于AESO估计误差动态方程(5), 存在光滑的正定函数 $V: \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ 以及连续的正定函数 $W: \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ 使得

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt}(x)|_{(5)} &\leq -W(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^{n+1}, \\ \|x\| \rightarrow \infty, \quad |V(x)| &\rightarrow \infty. \end{aligned}$$

根据 $W(x)$ 的性质, 存在Kamke函数 κ_i ($i = 1, 2$): $[0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ 使得

$$\kappa_1(\|x\|) \leq W(x) \leq \kappa_2(\|x\|). \quad (15)$$

当 $t \in [t_1, t_2]$, 根据函数 $V(x)$ 的性质, 有

$$H = \sup_{t \in [t_1, t_2]} |h(x, w)| < \infty, \quad (16)$$

$$M = \sup_{t \in [t_1, t_2]} \left| \frac{\partial V}{\partial x_{n+1}} \right| < \infty. \quad (17)$$

分析沿误差方程(5)的 $V(x)$ 关于时间 t 的导数

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt}(x)|_{(5)} &\leq \\ -W(x) + \frac{\partial V}{\partial x_{n+1}}(-h(x, w)) &\leq \\ -\kappa_1(\|x\|) + MH. \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(18), 当

$$\|x\| \geq \kappa_1^{-1}(2MH),$$

必有

$$\frac{dV}{dt}(x)|_{(5)} \leq -\frac{\kappa_1}{2}(\|x\|) < 0,$$

因此, 对 $t \in [t_1, t_2]$, 有

$$\sup_{t \in [t_1, t_2]} \|x\| \leq \max\{\|x(t_1)\|, \kappa_1^{-1}(2MH)\}. \quad (19)$$

式(19)表明, 对 $t \in [t_1, t_2]$, 线性时变受扰系统(5)的零平衡点是Lyapunov意义下稳定的.

4) 当 $t \in [0, t_1]$ 以及 $t \in (t_2, \infty]$ 时, AESO退化为常增益 ω_1 以及 ω_2 的LESO, 对应的稳定性证明可参考文献[2-3, 18]. 证毕.

定理1表明, 随着AESO的增益 ω_2 的增加, AESO的估计误差会逐渐较小, 且有

$$\lim_{\omega_2 \rightarrow \infty} |x_i(t) - \hat{x}_i(t)| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n+1.$$

工程应用中, 考虑到实际物理系统的噪声, 采样步长等因素, 自适应扩张状态观测器增益需要折中选取.

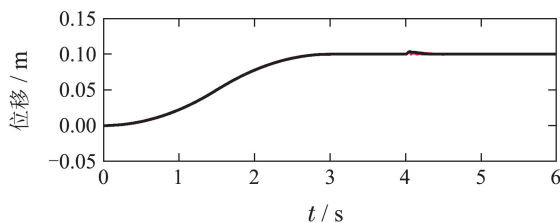
4 实验(Experiments)

在图2所示Googol公司的直线电机伺服系统开展实验. 直线电机伺服系统可简化为受扰的二阶系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = d(t) + b_0 u(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (20)$$

其中: x_1 为直线电机动子的位移, x_2 为动子的速度, $d(t)$ 为系统的总和扰动, u 是控制输入, $b_0 \approx 3.95$ 是控制增益, y 是可测量的系统输出.

期望信号为: 利用跟踪微分器安排过渡过程的阶跃信号 $y = 0.1$ m, 过渡时间 $T_0 = 3$ s. 采用文[3]提出的带前馈补偿的PD控制器, 设计的基于AESO的PD控制器为



(a)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t) + l_1(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{x}_3(t) + l_2(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)) + b_0 u(t), \\ \dot{\hat{x}}_3(t) = l_3(t)(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ u(t) = \frac{1}{b_0} \left(\sum_{i=1}^3 k_i (v^{(i-1)}(t) - \hat{x}_i(t)) \right), \end{cases} \quad (21)$$

式中: $k_1 = \omega_c^2$, $k_2 = 2\omega_c$, $k_3 = 1$, ω_c 定义为控制器带宽.

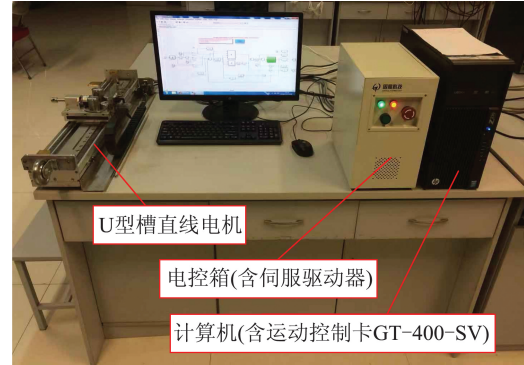


图2 直线电机伺服系统

Fig. 2 The linear motor servo system

为了验证基于AESO的PD控制器的可行性, 将其与基于LESO的PD控制器进行对比, 综合考虑系统的响应速度和噪声敏感度, AESO的参数设置为 $\omega_1 = 50$, $\omega_2 = 100$, 利用三阶Butterworth滤波器实现从 ω_1 到 ω_2 的过渡过程

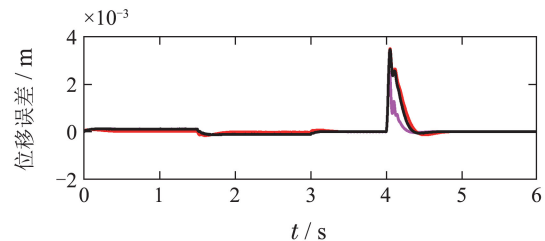
$$\begin{cases} \omega_n^{(3)}(t) + 3\omega_B \omega_n^{(2)}(t) + 3\omega_B^2 \omega_n^{(1)}(t) + \\ \omega_B^3 \omega_n(t) = \omega_B^3 \omega_2, \\ \omega_n(t_1) = \omega_1, \end{cases} \quad (22)$$

式中通过调整参数 ω_B 调整增益的过渡时间, 实验中 $\omega_B = 15$. 对比的LESO的参数设置为 $\omega = 50, 100$ 两种情况. PD控制器参数设置为 $\omega_c = 30$.

实验时间为6s, 在0~3s时间段内, 动子所受干扰 $d(t)$ 与速度成近似线性关系,

$$d(t) = kv, \quad k \approx -12.27 \text{ N} \cdot \text{s}/(\text{kg} \cdot \text{m}).$$

在 $t = 4$ s 时施加外界干扰, $d(t) = 1.975$ N/kg, 实验结果如图3所示.



(b)

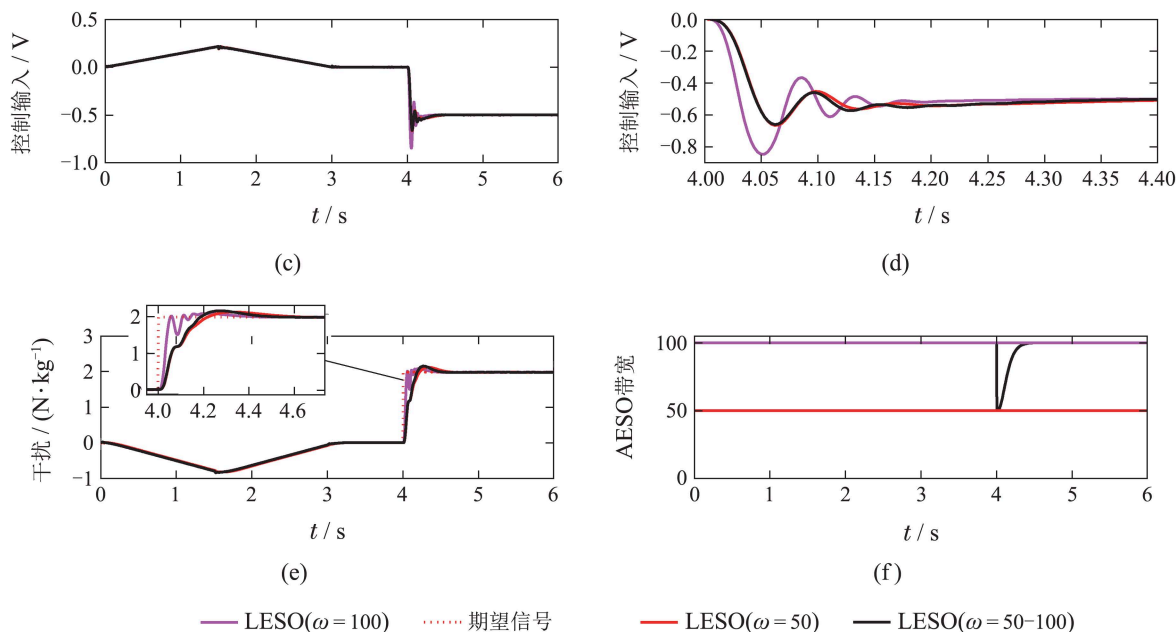


图 3 实验结果

Fig. 3 Experimental results

在0~3s时间段内,3种控制器皆可以实现对干扰准确地估计补偿(图3(c)(e))和对期望位移信号的良好跟踪(图3(a)).根据图3(b),以最大跟踪误差 $e_{\max}$ 作为跟踪精度评价标准,LESO₅₀的跟踪精度约为 1.6×10^{-4} m,由于初始阶段AESO的增益与LESO₁₀₀的相同,因此跟踪精度相差无几,约为 1.1×10^{-4} m.

在4s时刻,直线电机伺服系统突然受到干扰 $d(t) = 1.975$ N/kg,直线电机动子偏离了期望曲线(图3(b)的4s时刻).LESO₁₀₀和AESO在455 ms内可实现对干扰 $d(t)$ 的准确估计,LESO₅₀的估计时间为650 ms.前两者性能相当,优于后者.从图3(e)对干扰观测的过渡过程可见,AESO的过渡过程明显比LESO₁₀₀平稳,LESO₁₀₀的过渡过程虽前期观测速度较快,但是震荡现象严重,后期收敛速度变慢.LESO₅₀的过渡过程较平稳,但收敛速度最慢.从图3(d)可见,由于LESO₁₀₀过渡过程的震荡现象严重,控制律的峰化现象最严重,而AESO控制律峰化现象最小.

在图3(d)控制律的作用下,位移误差逐渐收敛至0附近.由图3(b)中4~5s的实验结果可见,LESO₁₀₀和AESO的收敛时间约为600 ms,而LESO₅₀的收敛时间约为800 ms.

由图3(f)可知,两种LESO的增益始终维持在50和100上.AESO的增益是变化的,当状态误差较小时,增益维持在100上,保证了估计的精度,当系统突然受到干扰,状态估计误差突然变大时,带宽下

降至50而后逐渐升至100,这样既可避免高增益线性扩张状态观测器的峰化现象,又可以保证估计的速度和精度.

综上,通过将AESO与LESO对比,不仅验证了基于AESO的PD控制器的可行性,实验结果还表明AESO在保持高增益线性扩张状态观测器估计精度高的优点的同时,还消除了其固有的峰化现象的缺点,可有效解决状态和干扰估计的速度、精度与峰化现象之间的矛盾.

注 1 除了本文提出的自适应扩张状态观测器,非线性扩张状态观测器^[9-11]也可以有效地消除高增益线性扩张状态观测器的峰化现象,并保证较高的估计精度.对比本文提出的AESO和NLESO,两者具有优良特性的原因在于两种扩张状态观测器皆具有“大误差,小增益;小误差,大增益”的增益调节机制.

根据大量的实验结果,总结出AESO参数选取的3个要点:

1) 确定AESO增益变化的条件.本文令状态估计误差 $e_1(t) \geq \bar{e}$ 作为AESO增益变化的条件.参数 $\bar{e}$ 需要结合具体的实验系统确定,一般取系统工作稳定时对应的值即可.

2) 确定增益参数 ω_1, ω_2 .根据实验确定AESO增益的上限,记为 $\bar{\omega}$.参数 $\bar{\omega}$ 取值主要受到系统的带宽,噪声和采样步长的影响. $\omega_2 \leq \bar{\omega}, \omega_1 = \omega_2/n, n \in [2, 5]$.在本文实验中, n 取为2.

3) 确定从 ω_1 到 ω_2 的过渡过程.本文使用的方法

是以低增益为初始条件, 高增益作为滤波器的输入安排增益的变化过程. 理论上保证过渡过程连续即可, 简单的方法可以使用单调递增的线性变化过程.

5 结论(Conclusions)

为了简化AESO理论分析难度, 降低其工程应用门槛, 本文提出了一种自适应扩张状态观测器. 首先从理论上证明其收敛性, 然后将其应用到真实的物理系统中验证其有效性, 最后给出了AESO参数设置的3个要点. 本文提出的AESO形象直观, 工程技术人员在熟悉线性自抗扰工作特性的基础上, 就可以结合真实系统的工作参数和AESO参数设置的3个要点完成AESO的设计.

参考文献(References):

- [1] HAN J. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [2] ZHENG Q, GAO L Q, GAO Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C] // *IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, LA: IEEE, 2008: 3501 – 3506.
- [3] GAO Z. Scaling and bandwidth parameterization based controller tuning [C] // *American Control Conference*. New York: IEEE, 2003, 6: 4989 – 4996.
- [4] SUN B, GAO Z. A DSP-based active disturbance rejection control design for a 1-kW H-bridge DC–DC power converter [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2005, 52(5): 1271 – 1277.
- [5] XUE W, MADONSKI R, LAKOMY K, et al. Add-on module of active disturbance rejection for set-point tracking of motion control systems [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2017, 53(4): 4028 – 4040.
- [6] GUO B, ZHAO Z. Active disturbance rejection control: Theoretical perspectives [J]. *Communications in Information and Systems*, 2015, 15(3): 361 – 421.
- [7] KHALIL H K. *Nonlinear Systems* [M]. 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 2002: 610 – 625.
- [8] XUE W, HUANG Y. Tuning of sampled-data ADRC for nonlinear uncertain systems [J]. *Journal of Systems Science & Complexity*, 2016, 29(5): 1187 – 1211.
- [9] ZHAO Z, GUO B. Extended state observer for uncertain lower triangular nonlinear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2015, 85(10): 100 – 108.
- [10] ZHAO Z, GUO B. A nonlinear extended state observer based on fractional power functions [J]. *Automatica*, 2017, 81(4): 286 – 296.
- [11] ZHAO Z, GUO B. A novel extended state observer for output tracking of MIMO systems with mismatched uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(1): 211 – 218.
- [12] XUE W, BAI W, YANG S, et al. ADRC with adaptive extended state observer and its application to air-fuel ratio control in gasoline engines [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5847 – 5857.
- [13] PU Z, YUAN R, YI J, et al. A class of adaptive extended state observers for nonlinear disturbed systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5858 – 5869.
- [14] ZHAO Zhiliang, GUO Baozhu. Active disturbance rejection control to stabilize one-dimensional wave equation with interior domain anti-damping and boundary disturbance [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1553 – 1563.
(赵志良, 郭宝珠. 自抗扰控制对具边界扰动和区间内反阻尼的波动方程的镇定 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1553 – 1563.)
- [15] ZHAO Z, GUO B. On active disturbance rejection control for nonlinear systems using time-varying gain [J]. *European Journal of Control*, 2015, 23(2): 62 – 70.
- [16] SLOTINE J J E, LI W P. *Applied Nonlinear Control* [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- [17] LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 281 – 295.
(李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.)
- [18] GUO B, ZHAO Z. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.

作者简介:

陈志翔 (1991–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制理论与应用, E-mail: czx91154@163.com;

高钦和 (1968–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为导弹发射理论与技术, E-mail: gao202@189.cn.