

## 不同竞争结构下闭环供应链碳减排和低碳推广决策

李辉<sup>1,2</sup>, 汪传旭<sup>1</sup>, 徐朗<sup>3†</sup>

(1. 上海海事大学 经济管理学院, 上海 201306; 2. 广西民族大学 商学院, 广西 南宁 530006;  
3. 上海海事大学 交通运输学院, 上海 201306)

**摘要:**为了研究闭环供应链的竞争减排和竞争低碳推广问题, 分别构建了两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)、一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH)、两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH), 以及两个制造商和两个零售商纵向合作结构(模型CC). 通过对比前3种结构(模型HR, MH和HH)的决策结果, 研究制造商竞争和零售商竞争对不同供应链结构决策的影响. 通过对比后两种结构(模型HH和CC)的决策结果, 研究供应链企业纵向合作对供应链竞争决策的影响. 研究表明: 零售商之间的横向竞争能够提高制造商的废旧产品回收水平. 模型CC的回收水平和低碳推广努力程度最高以及市场需求最大, 该结构的减排水平高低受到制造商的竞争强度和零售商的竞争强度影响. 最后, 结合算例分析, 进一步对比4种不同供应链结构的决策结果和利润.

**关键词:** 碳减排; 低碳推广; 竞争; 闭环供应链

**引用格式:** 李辉, 汪传旭, 徐朗. 不同竞争结构下闭环供应链碳减排和低碳推广决策. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1776 – 1790

DOI: 10.7641/CTA.2019.80095

## Decisions of carbon emission reduction and low-carbon promotion in closed-loop supply chain under different competitive structures

LI Hui<sup>1,2</sup>, WANG Chuan-xu<sup>1</sup>, XU Lang<sup>3†</sup>

(1. School of Economics and Management, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China;  
2. School of Business, Guangxi University for Nationalities, Nanning Guangxi 530006, China;  
3. College of Transport and Communications, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

**Abstract:** In order to study the competitive decision problem of the carbon emission reduction and the low-carbon promotion in closed loop supply chain, the different structures are developed, i.e., the decentralized decision structure of two manufacturers and one retailer (model HR), the decentralized decision structure of one manufacturer and two retailers (model MH), the decentralized decision structure of two manufacturers and two retailers (model HH), as well as the horizontal and vertical cooperation structure of two manufacturers and two retailers (model CC). The impact of different structures on the manufacturers' competition and the retailers' competition are studied by comparing the decision results of three structures (model HR, MH, HH). The impact of the competitive decision on the horizontal cooperation of the supply chain's members is studied by comparing the decisions of the model HH and the model CC. It shows that the collection level of used-products is increased by the horizontal competition of the retailer. Under the model CC, the collection level, the low-carbon promotion effort and the market demand are best, but the level of carbon emission reduction is affected by the competitive strength of the manufacturers and the retailers. Finally, the decisions results and the profits of the four different structures in supply chain are further compared by numerical analysis.

**Key words:** carbon emission reduction; low-carbon promotion; competition; closed loop supply chain

**Citation:** LI Hui, WANG Chuanxu, XU Lang. Decisions of carbon emission reduction and low-carbon promotion in closed-loop supply chain under different competitive structures. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(10): 1776 – 1790

收稿日期: 2018–02–01; 录用日期: 2019–04–02.

†通信作者. E-mail: Jerry.langxu@yeah.net.

本文责任编辑: 张化光.

国家自然科学基金项目(71662005), 广西民族大学相思湖青年学者创新团队项目(2018RSCXHQN06)资助.

Supported by the National Nature Science Foundation of China (71662005) and the Xiangsi Hu Young Scholars Innovation Team Project of Guangxi University for Nationalities (2018RSCXHQN06).

## 1 引言

近年来,节约资源和能源,以及减少二氧化碳排放问题已经得到世界各主要国家和国际组织的重视。企业不仅要进行绿色管理,减少碳排放,而且要对废旧产品进行回收再制造,这样不仅能够提高企业的获利水平,提高竞争力,同时能够减少资源消耗,减少碳排放量,减少环境污染。此外,零售商在销售环节对低碳产品的宣传推广有利于引导消费者购买低碳产品。现实中,随着品牌竞争和市场份额争夺的加剧,很多企业竞相开发低碳产品,并积极宣传产品的低排放相关性能。因此,在闭环供应链的研究中同时考虑企业竞争碳减排和竞争低碳推广等因素,将为低碳企业在竞争环境下定价、碳减排、废旧产品回收和低碳推广提供科学的决策的依据。

与本文相关的研究主要体现为闭环供应链碳减排决策,闭环供应链广告/推广决策和闭环供应链竞争决策问题。最初,在低碳闭环供应链的博弈决策研究中,碳排放作为外生变量影响闭环供应链的定价和回收决策<sup>[1-3]</sup>。一些学者认为市场需求随着产品碳减排水平的提高而增加,部分文献研究了闭环供应链的碳减排决策。曾剑锋和柳键分析碳税政策和消费者碳减排偏好对闭环供应链的生产、回收和碳减排策略的影响<sup>[4]</sup>。邢光军和李培君分析了无碳减排和碳减排情形下以制造商为主导的Stackelberg差别定价博弈模型的最优定价和回收策略<sup>[5]</sup>。王道平等考虑废旧产品回收的随机性,引入碳限制与碳交易机制研究了闭环供应链的碳减排和差别定价决策<sup>[6]</sup>。李辉等在不同合作形式下研究了闭环供应链的碳减排、回收和定价决策<sup>[7]</sup>。文献[4-7]中,虽然在闭环供应链中考虑了制造商碳减排决策,并分析了不同碳排放控制政策和不同主导结构对闭环供应链定价/生产、碳减排和回收决策的影响,但均未同时考虑闭环供应链的低碳广告/推广决策。

Johnson认为消费者只有在收到企业的广告时才知道该企业的产品或业务<sup>[8]</sup>。因此,为了让消费者意识到再制造产品的效益,适当的广告/推广是至关重要的<sup>[9]</sup>。Hong等发现合作广告无法协调供应链,但是一个简单的两部定价契约可以协调闭环供应链分散决策<sup>[10]</sup>。Gao等考虑了市场需求受到回收努力和促销努力的影响,研究了不同主导力结构对闭环供应链最优决策和利润的影响<sup>[11]</sup>。Jena等基于不确定需求和不确定回收,研究了分担广告成本与否对闭环供应链利润和旧产品回收质量的影响<sup>[12]</sup>。Xie等基于合作广告投入和废旧产品回收率变化,研究闭环供应链的协调问题<sup>[13]</sup>。王玉燕等基于直销型闭环供应链分析了不同运作模式的最优广告决策和定价决策,并采用产品生命周期理论对广告决策和定价决策进行研究<sup>[14-15]</sup>。文献[10-15]在闭环供应链研究中考虑了广告投入/促销努力程度决策问题,且分析了不同协调机制、不同主

导结构、不同运作模式对闭环供应链的广告投入/促销努力决策的影响,但均未同时考虑闭环供应链的碳减排决策。

以上成果为闭环供应链的研究做出了重要贡献,但在闭环供应链的研究中均未同时考虑碳减排和低碳推广决策问题。Ji等的研究指出低碳推广有助于实现减碳排目标,促进经济发展和社会进步<sup>[16]</sup>。同时考虑了这两方面的决策问题,在正向供应链博弈决策研究中相对较多<sup>[17-19]</sup>,而在闭环供应链博弈决策研究中极少。

此外,闭环供应链的竞争决策一直是闭环供应链研究的主题之一,其主要集中在产品新旧、可替代性引起的价格竞争<sup>[20-21]</sup>、多渠道引起的价格竞争<sup>[22-23]</sup>、多制造商/零售商引起的价格竞争<sup>[24-25]</sup>等。目前,已有学者对正向供应链的竞争碳减排和竞争广告/推广决策问题进行研究,但尚未有学者在闭环供应链中同时考虑这两方面的决策问题。因此,本文基于闭环供应链的碳减排和低碳推广决策的视角,研究供应链企业的竞争碳减排和竞争低碳推广决策问题。

综上所述,本文考虑消费者需求同时受到价格、碳减排水平和低碳推广的影响,通过构建4种不同的闭环供应链决策模型,即两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR,如图1所示)、一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH,如图2所示),两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH,如图3所示)和两个制造商和两个零售商纵向合作结构(模型CC,如图4所示),以及对比分析它们的最优决策和最优利润,研究了制造商竞争减排和零售商竞争低碳推广对闭环供应链企业决策的影响。

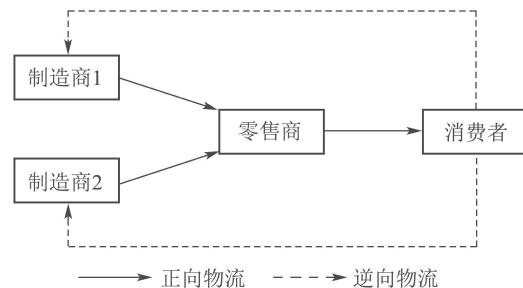


图1 两个制造商和一个零售商结构

Fig. 1 The structure of two manufacturers and one retailer

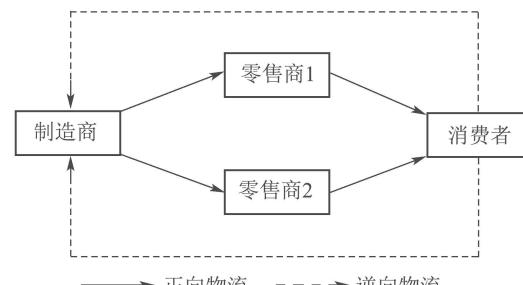


图2 一个制造商和两个零售商结构

Fig. 2 The structure of one manufacturer and two retailers

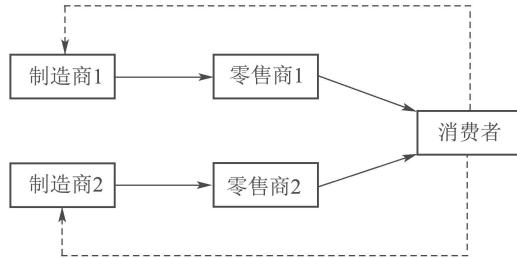


图3 两个制造商和两个零售商结构

Fig. 3 The structure of two manufacturers and two retailers

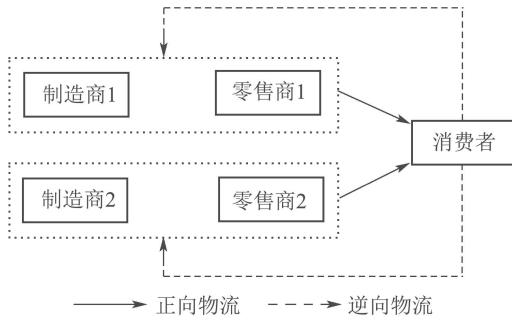


图4 两个制造商和两个零售商纵向合作结构

Fig. 4 The vertical cooperative structure of two manufacturers and two retailers

## 2 基本假设

为了研究方便做如下假设：

1) 假设再制造产品不能全部满足市场需求，因此制造商也需要推出新产品。这两种产品的功能相同，由同一市场的零售商共同销售。Atasu and Toktay以一个无差异产品(柯达一次性相机)为例，认为制造商应以同样的批发价格将新产品和再制造产品销售给零售商<sup>[26]</sup>。因此，零售商以同样的零售价格将新产品和再造产品销售给消费者。制造商有足够的能力作为Stackelberg博弈的领导者，供应链成员之间的信息是对称的。

2) 假设制造商直接从消费者处回收废旧产品。参照文献[27]，回收率依赖于制造商在回收活动中的投资。更具体地说，回收率是制造商投资的单调增函数； $\tau(0 \leq \tau \leq 1)$ 为回收率，表示当期产品中再制造品所占的比例； $\tau = \sqrt{I/C_L}$ ，即 $I = C_L\tau^2$ ，其中： $I$ 表示制造商对回收活动的投资， $C_L$ 表示废旧品回收活动的规模，是足够大的变量。

3)  $c_m(c_m > 0)$ 为制造商使用新原料制造产品的单位成本， $c_r(c_r > 0)$ 为使用再生料制造产品的单位成本，通过使用废旧产品再生料制造产品获得的单位利润为 $\delta = c_m - c_r$ ，使用再生料制造产品的单位成本低于使用新原料制造产品的单位成本，即 $c_r < c_m$ ，则 $\delta > 0$ 。

4) 为了减少碳排放，制造商需要投资使用低碳技术。参照文献[4, 12, 17, 21–23]，假设制造商在制造和

再制造产品过程中减少碳排放时会产生减排总成本。该总成本为碳减排水平 $e$ 的单调增函数，即 $C(e) = \frac{1}{2}Ue^2$ ， $e > 0$ ， $U(U > 0)$ 为制造商的碳减排成本系数。

5) 低碳推广成本增加，推广努力程度随之增加。参考文献[11–12, 16–17]，假设零售商的低碳推广成本 $C(v)$ 是关于低碳推广努力程度 $v(v > 0)$ 的单调增函数，即 $C(v) = \frac{1}{2}Kv^2$ ， $K(K > 0)$ 为零售商的低碳推广成本系数。

## 3 模型表述与分析

### 3.1 两个制造商和一个零售商分散决策—模型HR

参考文献[16]，构建两种市场需求函数分别为

$$d_x^{\text{HR}} = a - p + \gamma v + \lambda(e_x - \theta_t e_y),$$

其中： $\theta_t$ 表示制造商1和制造商2的竞争强度， $0 < \theta_t < 1$ ， $x = 1, 2$ ， $y = 3 - x$ ， $a > 0$ ， $p > 0$ 。需求函数表明，市场需求 $d_x^{\text{HR}}$ 不仅受到零售价格和低碳推广努力程度的影响，同时还受到两个制造商竞争减排的影响。考虑两个制造商之间竞争是对称的，因此制造商 $x$ 的碳减排成本 $C(e_x) = \frac{1}{2}U(e_x)^2$ ， $e_x > 0$ 。制造商 $x$ 对回收活动的投资 $I = C_L(\tau_x)^2$ ， $0 \leq \tau_x \leq 1$ 。

在这模型中，两个制造商之间首先进行Nash博弈，确定各自的批发价格、碳减排水平和废旧产品回收水平使得自身的利润最大。然后，零售商确定产品的零售价格和低碳推广努力程度。因此，制造商的利润函数为

$$\max_{w_x, \tau_x, e_x} \pi_{Mx}^{\text{HR}} = (w_x - c_m + \delta\tau_x)d_x^{\text{HR}} - C_L(\tau_x)^2 - \frac{1}{2}U(e_x)^2, \quad (1)$$

其中 $w_x$ 为制造商 $x$ 的批发价格。

与此同时，零售商的利润函数为

$$\max_{p, v} \pi_R^{\text{HR}} = \sum_{x=1}^2 (p - w_x)d_x^{\text{HR}} - \frac{1}{2}Kv^2. \quad (2)$$

关于式(2)的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_R^{\text{HR}}) = \begin{pmatrix} -4 & 2\gamma \\ 2\gamma & -K \end{pmatrix},$$

易知 $|H(\pi_R^{\text{HR}})_1| = -4 < 0$ 。当 $K > \gamma^2$ 时， $|H(\pi_R^{\text{HR}})_2| = K - \gamma^2 > 0$ 。在这些条件下， $\pi_R^{\text{HR}}$ 是关于 $p$ 和 $v$ 的联合凹函数。此时，由一阶条件得到零售商最优的反应函数为

$$p^{\text{HR}}(w_x, e_x) = \frac{2aK + (K - 2\gamma^2)(w_1 + w_2) + K\lambda(e_1 + e_2)(1 - \theta_t)}{4(K - \gamma^2)}, \quad (3)$$

$$v^{\text{HR}}(w_x, e_x) =$$

$$\frac{\gamma[2a - (w_1 + w_2) + \lambda(e_1 + e_2)(1 - \theta_t)]}{2(K - \gamma^2)}. \quad (4)$$

将式(3)和式(4)代入式(1), 关于式 $\pi_{Mx}^{HR}$ 的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_{Mx}^{HR}) = \begin{pmatrix} -\frac{K}{2K - 2\gamma^2} & -\frac{K\delta}{4(K - \gamma^2)} & \frac{\lambda[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{4(K - \gamma^2)} \\ -\frac{K\delta}{4(K - \gamma^2)} & -2C_L & \frac{\delta\lambda[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{4(K - \gamma^2)} \\ \frac{\lambda[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{4(K - \gamma^2)} & \frac{\delta\lambda[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{4(K - \gamma^2)} & -U \end{pmatrix}.$$

易知 $|H(\pi_{Mx}^{HR})_1| = -\frac{K}{2K - 2\gamma^2} < 0$ .

当 $16(K - \gamma^2)C_L > K\delta^2$ 时,

$$|H(\pi_{Mx}^{HR})_2| = \frac{K[16(K - \gamma^2)C_L - K\delta^2]}{16(K - \gamma^2)^2} > 0;$$

当 $\Delta^{HR} > K^2U\delta^2$ 时,

$$|H(\pi_{Mx}^{HR})_3| = \frac{\Delta^{HR} - K^2U\delta^2}{16(K - \gamma^2)^2} < 0.$$

在这些条件下,  $\pi_{Mx}^{HR}$ 是关于 $w_x$ ,  $\tau_x$ 和 $e_x$ 的联合凹函数. 此时, 由一阶条件, 制造商最优决策为

$$w_x^{HR*} = \frac{\Psi_1^{HR*} - aKU\delta^2}{\gamma^{HR*}}, \quad \tau_x^{HR*} = \frac{KU\delta(a - c_m)}{\gamma^{HR*}},$$

$$e_x^{HR*} = \frac{2\lambda(a - c_m)C_L[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{\gamma^{HR*}}.$$

将 $w_x^{HR*}$ ,  $\tau_x^{HR*}$ 和 $e_x^{HR*}$ 代入式(3)和式(4), 得到零售商的最优零售价格和最优低碳推广努力程度:

$$p^{HR*} = \frac{\Psi_2^{HR*} - aKU\delta^2}{\gamma^{HR*}},$$

$$v^{HR*} = \frac{4U\gamma(a - c_m)C_L}{\gamma^{HR*}}.$$

进一步得到模型HR的最优市场需求:

$$d^{HR*} = \frac{4KU(a - c_m)C_L}{\gamma^{HR*}}.$$

最终得到模型HR的制造商最优利润、零售商最优利润和供应链最优总利润:

$$\pi_{Mx}^{HR*} = \frac{U(a - c_m)^2C_L[\Psi_3^{HR*} - K^2U\delta^2]}{(\gamma^{HR*})^2},$$

$$\pi_R^{HR*} = \frac{8KU^2(K - \gamma^2)(a - c_m)^2C_L^2}{(\gamma^{HR*})^2},$$

$$\pi_T^{HR*} = \frac{2U(a - c_m)^2C_L[\Psi_4^{HR*} - K^2U\delta^2]}{(\gamma^{HR*})^2},$$

其中:

$$\pi_T^{HR*} = \pi_M^{HR*} + \pi_R^{HR*}, \quad \pi_M^{HR*} = \pi_{M1}^{HR*} + \pi_{M2}^{HR*},$$

$$\Delta^{HR*} = 2C_L[K^2(8U - 9\lambda^2) - 4\gamma^4\lambda^2 - 4K\gamma^2(2U - 3\lambda^2) - 2(3K^2 - 8K\gamma^2 + 4\gamma^4)\lambda^2\theta_t - (K - 2\gamma^2)^2\lambda^2\theta_t^2],$$

$$\Psi_1^{HR*} = 2C_L\{4aU(K - \gamma^2) + c_m[K(2U - 3\lambda^2) - 2\gamma^2(U - \lambda^2) + 2K\lambda^2\theta_t + (K - 2\gamma^2)\lambda^2\theta_t^2]\},$$

$$\Psi_2^{HR*} = 2C_L\{aU(5K - 4\gamma^2) + c_m[K(U - 3\lambda^2) - 2\gamma^2(U - \lambda^2) + 2K\lambda^2\theta_t + (K - 2\gamma^2)\lambda^2\theta_t^2]\},$$

$$\Psi_3^{HR*} = 2C_L[K^2(8U - 9\lambda^2) - 4\gamma^4\lambda^2 - 4K\gamma^2(2U - 3\lambda^2) - 2(3K^2 - 8K\gamma^2 + 4\gamma^4)\lambda^2\theta_t - (K - 2\gamma^2)^2\lambda^2\theta_t^2],$$

$$\Psi_4^{HR*} = 2C_L[K^2(10U - 9\lambda^2) - 2K\gamma^2(5U - 6\lambda^2) - 2(3K^2 - 8K\gamma^2 + 4\gamma^4)\lambda^2\theta_t - (K - 2\gamma^2)^2\lambda^2\theta_t^2 - 4\gamma^4\lambda^2],$$

$$\gamma^{HR*} = 2C_L[3K(2U - \lambda^2) - 2\gamma^2(3U - \lambda^2) + 2K\lambda^2\theta_t + (K - 2\gamma^2)\lambda^2\theta_t^2] - KU\delta^2.$$

将最优批发价格 $w_x^{HR*}$ 、最优回收率 $\tau_x^{HR*}$ 、最优零售价格 $p^{HR*}$ 、最优低碳推广努力程度 $v^{HR*}$ 、最优市场需求 $d^{HR*}$ 和零售商的最优利润 $\pi_R^{HR*}$ 分别对制造商的竞争强度系数 $\theta_t$ 求一阶导函数, 即

$$\frac{\partial w_x^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial \tau_x^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial p^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0,$$

$$\frac{\partial v^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial d^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial \pi_R^{HR*}}{\partial \theta_t} < 0.$$

在模型HR中, 两个制造商做出同样的决策, 这是因为在设置模型参数时只考虑了对称性竞争情况. 模型HR的最优定价决策、最优减排策略、最优低碳推广策略、供应链各成员最优利润和最优总利润不仅受到减排成本、低碳推广成本和废旧产品回收成本的影响, 同时还受到两个制造商竞争强度 $\theta_t$ 的影响. 最优批发价格、最优零售价格、最优回收水平、最优低碳推广努力程度、最优市场需求以及最优零售商利润均与制造商竞争强度 $\theta_t$ 反比.

### 3.2 一个制造商和两个零售商分散决策—模型MH

借鉴文献[3, 6], 构建两种市场需求函数分别为

$$d_x^{\text{MH}} = a - p_x + \gamma(v_x - \theta v_y) + \lambda e,$$

其中:  $\theta$  表示零售商1和零售商2的竞争强度,  $0 < \theta < 1$ ,  $x = 1, 2$ ,  $y = 3 - x$ ,  $a > 0$ ,  $p_x > 0$ . 需求函数表明, 市场需求  $d_x^{\text{MH}}$  不仅受到零售价格和碳减排水平的影响, 同时还受到两个零售商竞争低碳推广的影响. 考虑零售商之间的竞争是对称的, 因此零售商  $x$  的低碳宣传成本  $C(v_x) = \frac{1}{2}K(v_x)^2$ ,  $v_x > 0$ .

在这模型中, 制造商基于自身利润最大化, 首先确定批发价格、碳减排水平和废旧产品回收水平. 然后, 两个零售商根据制造商的决策结果进行Nash博奕, 分别确定各自的零售价格和低碳推广努力程度. 因此, 制造商的利润函数为

$$\max_{w, \tau, e} \pi_M^{\text{MH}} = (w - c_m + \delta\tau) \sum_{x=1}^2 d_x^{\text{MH}} - C_L\tau^2 - \frac{1}{2}Ue^2, \quad (5)$$

$$H(\pi_M^{\text{MH}}) = \begin{pmatrix} -\frac{4K}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} & -\frac{2K\delta}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} & \frac{2K\lambda}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} \\ -\frac{2K\delta}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} & -2C_L & \frac{2K\delta\lambda}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} \\ \frac{2K\lambda}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} & \frac{2K\delta\lambda}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} & -U \end{pmatrix},$$

易知

$$|H(\pi_M^{\text{MH}})_1| = -\frac{4K}{2K - \gamma^2(1 - \theta)} < 0.$$

当  $2[2K - \gamma^2(1 - \theta)]C_L > K\delta^2$  时,

$$|H(\pi_M^{\text{MH}})_2| = \frac{4K\{2[2K - \gamma^2(1 - \theta)]C_L - K\delta^2\}}{[2K - \gamma^2(1 - \theta)]^2} > 0;$$

当  $2[K(2U - \lambda^2) - U\gamma^2(1 - \theta)]C_L > K^2U\delta^2$  时,

$$|H(\pi_M^{\text{MH}})_3| = -\frac{4K\{2[K(2U - \lambda^2) - U\gamma^2(1 - \theta)]C_L - KU\delta^2\}}{[2K - \gamma^2(1 - \theta)]^2} < 0.$$

在这些条件下,  $\pi_M^{\text{MH}}$  是关于  $w$ ,  $\tau$  和  $e$  的联合凹函数. 此时, 由一阶条件, 制造商最优决策为

$$w^{\text{MH}*} = \frac{\Psi_1^{\text{MH}*} - aKU\delta^2}{\gamma^{\text{MH}*}},$$

$$\pi_M^{\text{MH}*} = \frac{KU(a - c_m)^2C_L}{\gamma^{\text{MH}*}}, \quad \pi_{R,x}^{\text{MH}*} = \frac{KU^2(2K - \gamma^2)(a - c_m)^2C_L^2}{2(\gamma^{\text{MH}*})^2},$$

$$\pi_T^{\text{MH}*} = \frac{KU(a - c_m)^2C_L\{[2K(3U - \lambda^2) - U\gamma^2(3 - 2\theta)]C_L - KU\delta^2\}}{(\gamma^{\text{MH}*})^2},$$

其中:

$$\pi_T^{\text{MH}*} = \pi_M^{\text{MH}*} + \pi_R^{\text{MH}*},$$

$$\pi_R^{\text{MH}*} = \pi_{R,1}^{\text{MH}*} + \pi_{R,2}^{\text{MH}*},$$

其中  $w$  为制造商的批发价格.

与此同时, 零售商的利润函数为

$$H(\pi_{R,x}^{\text{MH}}) = \begin{pmatrix} -2 & \gamma \\ \gamma & -K \end{pmatrix}. \quad (6)$$

易知  $|H(\pi_{R,x}^{\text{MH}})_1| = -2 < 0$ .

当  $2K > \gamma^2$  时,  $|H(\pi_{R,x}^{\text{MH}})_2| = 2K - \gamma^2 > 0$ . 在这些条件下,  $\pi_{R,x}^{\text{MH}}$  是关于  $p_x$  和  $v_x$  的联合凹函数. 此时, 由一阶条件得到零售商最优的反应函数为

$$p_x^{\text{MH}}(w, e) = \frac{aK - w\gamma^2(1 - \theta) + K(w + e\lambda)}{2K - \gamma^2(1 - \theta)}, \quad (7)$$

$$v_x^{\text{MH}}(w, e) = \frac{\gamma(a - w + e\lambda)}{2K - \gamma^2(1 - \theta)}. \quad (8)$$

将式(7)和式(8)代入式(5), 关于式  $\pi_M^{\text{MH}}$  的关联Hessian矩阵为

$$\begin{aligned} \tau^{\text{MH}*} &= \frac{KU\delta(a - c_m)}{\gamma^{\text{MH}*}}, \\ e^{\text{MH}*} &= \frac{2K\lambda(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{MH}*}}. \end{aligned}$$

将  $w^{\text{MH}*}$ ,  $\tau^{\text{MH}*}$ ,  $e^{\text{MH}*}$  代入式(7)和式(8), 得到零售商的最优零售价格和最优低碳推广努力程度.

$$\begin{aligned} p_x^{\text{MH}*} &= \frac{\Psi_2^{\text{MH}*} - aKU\delta^2}{\gamma^{\text{MH}*}}, \\ v_x^{\text{MH}*} &= \frac{U\gamma(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{MH}*}}. \end{aligned}$$

进一步得到模型MH的最优市场需求:

$$d^{\text{MH}*} = \frac{2KU(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{MH}*}}.$$

最终, 得到模型MH的制造商最优利润, 零售商最优利润和供应链最优总利润,

$$\Psi_1^{\text{MH}*} = \{aU[2K - \gamma^2(1 - \theta)] + [2K(U - \lambda^2) - U\gamma^2(1 - \theta)]c_m\}C_L,$$

$$\Psi_2^{\text{MH}*} = \{aU[3K - \gamma^2(1 - \theta)] + [K(U - \lambda^2) - K\gamma^2(1 - \theta)]c_m\}C_L,$$

$$2\lambda^2) - U\gamma^2(1-\theta)]c_m\}C_L,$$

$$\gamma^{MH*} = 2[K(2U-\lambda^2)-U\gamma^2(1-\theta)]C_L-KU\delta^2.$$

将制造商和零售商的最优决策结果、最优利润分别对零售商的竞争强度系数 $\theta$ 求一阶导函数,即

$$\frac{\partial w^{MH*}}{\partial \theta} < 0, \frac{\partial \tau^{MH*}}{\partial \theta} < 0, \frac{\partial e^{MH*}}{\partial \theta} < 0,$$

$$\frac{\partial p_x^{MH*}}{\partial \theta} < 0, \frac{\partial v_x^{MH*}}{\partial \theta} < 0, \frac{\partial d^{MH*}}{\partial \theta} < 0,$$

$$\frac{\partial \pi_M^{MH*}}{\partial \theta} < 0, \frac{\partial \pi_{Rx}^{MH*}}{\partial \theta} < 0.$$

类似于定理1,在模型MH中,两个零售商做出同样的决策。如果两个零售商在低碳推广努力程度上的竞争增大,不仅使两个零售商的低碳推广努力程度降低,同时还打压制造商减少碳排放和废旧产品回收的积极性,消费者减少产品的购买,最终导致制造商利润,两个零售商利润以及供应链总利润有不同程度的亏损。

### 3.3 两个制造商和两个零售商分散决策—模型HH

综合前面两种情况,构建两种市场需求函数分别为

$$d_x^{HH} = a - p_x + \gamma(v_x - \theta v_y) + \lambda(e_x - \theta_t e_y),$$

其中:  $\theta_t$ 表示制造商1和制造商2的竞争强度,  $\theta$ 表示零

$$p_x^{HH}(w_x, e_x) = \frac{w_1(2K^2 - 3K\gamma^2 + \gamma^4 - \gamma^4\theta^2) + K\lambda e_1(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t) + K[(2K - \gamma^2)(a - \lambda e_2\theta_t) - \gamma^2(a + \lambda e_2 - w_2)\theta]}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2}, \quad (11)$$

$$v_x^{HH}(w_x, e_x) = \frac{\gamma[(2K - \gamma^2)(a - w_1 - \lambda e_2\theta_t) - \gamma^2(a + \lambda e_2 - w_2)\theta + \lambda e_1(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)]}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2}. \quad (12)$$

将式(11)和式(12)代入式(9),关于式 $\pi_{Mx}^{HH}$ 的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_M^{HH}) = \begin{pmatrix} -\frac{2K(2K - \gamma^2)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -\frac{K(2K - \gamma^2)\delta}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & \frac{K\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} \\ -\frac{K(2K - \gamma^2)\delta}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -2C_L & \frac{K\delta\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} \\ \frac{K\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & \frac{K\delta\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -U \end{pmatrix}.$$

易知 $|H(\pi_{Mx}^{HH})_1| = -\frac{2K(2K - \gamma^2)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} < 0$ . 当 $4C_L[(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2] > K(2K - \gamma^2)\delta^2$ 时,

$$|H(\pi_{Mx}^{HH})_2| = \frac{K(2K - \gamma^2)\{4C_L[(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2] - K(2K - \gamma^2)\delta^2\}}{[(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2]^2} > 0;$$

当 $\Delta^{HH} > KU(2K - \gamma^2)^2\delta^2$ 时,

$$|H(\pi_{Mx}^{HH})_3| = -\frac{K[\Delta^{HH} - KU(2K - \gamma^2)^2\delta^2]}{[(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2]^2} < 0.$$

在这些条件下,  $\pi_{Mx}^{HH}$ 是关于 $w_x, \tau_x$ 和 $e_x$ 的联合凹函数。此时,由一阶条件,制造商最优决策为

售商1和零售商2的竞争强度,  $0 < \theta < 1$ ,  $x = 1, 2$ ,  $y = 3 - x$ ,  $a > 0$ ,  $p_x > 0$ . 需求函数表明,市场需求 $d_x^{HH}$ 不仅受到零售价格的影响,同时还受到两个制造商竞争碳减排和两个零售商竞争低碳推广的影响。

在这模型中,两个制造商之间进行Nash博弈,首先确定各自的批发价格、碳减排水平和废旧产品回收水平。然后,两个零售商之间进行Nash博弈,并根据制造商的决策结果,确定各自的零售价格和低碳推广努力程度。因此,制造商的利润函数为

$$\max_{w_x, \tau_x, e_x} \pi_{Mx}^{HH} = (w_x - c_m + \delta\tau_x)d_x^{HH} - C_L(\tau_x)^2 - \frac{1}{2}U(e_x)^2. \quad (9)$$

与此同时,零售商的利润函数为

$$\max_{p_x, v_x} \pi_{Rx}^{HH} = (p_x - w_x)d_x^{HH} - \frac{1}{2}K(v_x)^2. \quad (10)$$

关于式(10)的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_{Rx}^{HH}) = \begin{pmatrix} -2 & \gamma \\ \gamma & -K \end{pmatrix}.$$

易知 $|H(\pi_{Rx}^{HH})_1| = -2 < 0$ . 当 $2K > \gamma^2$ 时,  $|H(\pi_{Rx}^{HH})_2| = 2K - \gamma^2 > 0$ . 在这些条件下,  $\pi_{Rx}^{HH}$ 是关于 $p_x$ 和 $v_x$ 的联合凹函数。此时,由一阶条件得到零售商最优的反应函数为

$$p_x^{HH}(w_x, e_x) = \frac{w_1(2K^2 - 3K\gamma^2 + \gamma^4 - \gamma^4\theta^2) + K\lambda e_1(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t) + K[(2K - \gamma^2)(a - \lambda e_2\theta_t) - \gamma^2(a + \lambda e_2 - w_2)\theta]}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2}, \quad (11)$$

$$v_x^{HH}(w_x, e_x) = \frac{\gamma[(2K - \gamma^2)(a - w_1 - \lambda e_2\theta_t) - \gamma^2(a + \lambda e_2 - w_2)\theta + \lambda e_1(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)]}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2}. \quad (12)$$

将式(11)和式(12)代入式(9),关于式 $\pi_{Mx}^{HH}$ 的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_{Mx}^{HH}) = \begin{pmatrix} -\frac{2K(2K - \gamma^2)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -\frac{K(2K - \gamma^2)\delta}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & \frac{K\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} \\ -\frac{K(2K - \gamma^2)\delta}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -2C_L & \frac{K\delta\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} \\ \frac{K\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & \frac{K\delta\lambda(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2} & -U \end{pmatrix}.$$

$$w_x^{HH*} = \frac{\Psi_1^{HH*} - aKU(2K - \gamma^2)\delta^2}{\gamma^{HH*}},$$

$$\tau_x^{HH*} = \frac{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)}{\gamma^{HH*}},$$

$$e_x^{HH*} = \frac{2K\lambda(a - c_m)C_L(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)}{\gamma^{HH*}}.$$

将  $w_x^{\text{HH}*}$ ,  $\tau_x^{\text{HH}*}$  和  $e_x^{\text{HH}*}$  代入式(11)和式(12), 得到零售商的最优零售价格和最优低碳推广努力程度:

$$\begin{aligned} p_x^{\text{HH}*} &= \frac{\Psi_2^{\text{HH}*} - aKU(2K - \gamma^2)\delta^2}{\gamma^{\text{HH}*}}, \\ v_x^{\text{HH}*} &= \frac{2U\gamma(2K - \gamma^2)(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{HH}*}}. \end{aligned}$$

进一步得到模型HH的最优市场需求:

$$d^{\text{HH}*} = \frac{4KU(2K - \gamma^2)(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{HH}*}}.$$

最终, 得到模型HH的制造商最优利润, 零售商最优利润和供应链最优总利润,

$$\begin{aligned} \pi_{Mx}^{\text{HH}*} &= \frac{KU(a - c_m)^2 C_L [\Psi_3^{\text{HH}*} - KU(2K - \gamma^2)^2 \delta^2]}{(\gamma^{\text{HH}*})^2}, \\ \pi_{Rx}^{\text{HH}*} &= \frac{2KU^2(2K - \gamma^2)^3(a - c_m)^2 C_L^2}{(\gamma^{\text{HH}*})^2}, \\ \pi_T^{\text{HH}*} &= \frac{2KU(a - c_m)^2 C_L [\Psi_4^{\text{HH}*} - KU(2K - \gamma^2)^2 \delta^2]}{(\gamma^{\text{HH}*})^2}, \end{aligned}$$

其中:

$$\pi_T^{\text{HH}*} = \pi_M^{\text{HH}*} + \pi_R^{\text{HH}*}, \quad \pi_M^{\text{HH}*} = \pi_{M1}^{\text{HH}*} + \pi_{M2}^{\text{HH}*},$$

$$\pi_R^{\text{HH}*} = \pi_{R1}^{\text{HH}*} + \pi_{R2}^{\text{HH}*},$$

$$\begin{aligned} \Delta^{\text{HH}} &= 2C_L[(2K - \gamma^2)^2(4KU - 2U\gamma^2 - K\lambda^2) - 2K\gamma^2(2K - \gamma^2)\lambda^2\theta_t - \gamma^4\theta^2(4KU - 2U\gamma^2 + K\lambda^2\theta_t^2)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_1^{\text{HH}*} &= 2C_L\{aU[(2K - \gamma^2)^2 - \gamma^4\theta^2] + c_m[(2K - \gamma^2)(2KU - U\gamma^2 - K\lambda^2 + K\lambda^2\theta_t) + \gamma^2\theta(2KU - U\gamma^2 - K\lambda^2\theta_t + K\lambda^2\theta_t^2)]\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_2^{\text{HH}*} &= 2C_L\{aU(6K^2 - 5K\gamma^2 + \gamma^4 - \gamma^4\theta^2) + c_m[(2K - \gamma^2)(KU - U\gamma^2 - K\lambda^2 + K\lambda^2\theta_t) + \gamma^2\theta(2KU - U\gamma^2 - K\lambda^2\theta_t + K\lambda^2\theta_t^2)]\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_3^{\text{HH}*} &= 2C_L[(2K - \gamma^2)^2(4KU - 2U\gamma^2 - K\lambda^2) - 2K\gamma^2(2K - \gamma^2)\lambda^2\theta_t - \gamma^4\theta^2(4KU - 2U\gamma^2 + K\lambda^2\theta_t^2)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_4^{\text{HH}*} &= 2\{(2K - \gamma^2)[U\gamma^4(3 - 2\theta^2) + 2K^2(6U - \lambda^2) - K\gamma^2(12U - \lambda^2)] - 2K\gamma^2(2K - \gamma^2)\theta\lambda^2\theta_t - K\gamma^4\theta^2\lambda^2\theta_t^2\}C_L, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma^{\text{HH}*} &= 2\{(2K - \gamma^2)[2U(2K - \gamma^2) - K\lambda^2(1 - \theta_t)] + \gamma^2\theta[U(2K - \gamma^2) - K\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t)] - U\gamma^4\theta^2\}C_L - KU(2K - \gamma^2)\delta^2. \end{aligned}$$

在制造商竞争强度系数  $\theta_t$  一定情况下, 将最优回收率、最优低碳推广努力程度、最优市场需求和零售商的最优利润分别对零售商竞争强度系数  $\theta$  求一阶导函数, 即

$$\frac{\partial \tau_x^{\text{HH}*}}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial v_x^{\text{HH}*}}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial d^{\text{HH}*}}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial \pi_{Rx}^{\text{HH}*}}{\partial \theta} < 0.$$

在零售商竞争强度系数  $\theta$  一定情况下, 将最优回收率、最优低碳推广努力程度、最优市场需求和零售商的最优利润分别对制造商竞争强度系数  $\theta_t$  求一阶导函数, 即

$$\frac{\partial \tau_x^{\text{HH}*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial v_x^{\text{HH}*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial d^{\text{HH}*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial \pi_{Rx}^{\text{HH}*}}{\partial \theta_t} < 0.$$

同样地, 在模型HH中, 两个制造商和两个零售商均做出同样的决策. 在制造商竞争一定的情况下, 增加零售商竞争强度, 使得最优回收水平、最优低碳推广努力程度和最优零售商利润均减少. 零售商竞争一定的情况下, 最优批发价格、最优零售价格、最优低碳推广努力程度、最优回收水平、最优市场需求和最优零售商利润随着制造商竞争强度增大而减少.

### 3.4 两个制造商和两个零售商纵向合作—模型CC

制造商1和零售商1, 以及制造商2和零售商2分别进行纵向合作形成两个合作体, 两个合作体之间进行 Nash 博弈, 分别确定各自的零售价格、碳减排水平、回收水平和低碳推广努力程度. 因此, 两个合作体的利润函数为

$$\max_{p_x, \tau_x, e_x, v_x} \pi_{Tx}^{\text{CC}} = (p_x - c_m + \delta\tau_x)d_x^{\text{CC}} - C_L(\tau_x)^2 - \frac{1}{2}U(e_x)^2 - \frac{1}{2}K(v_x)^2. \quad (13)$$

关于式(13)的关联Hessian矩阵为

$$H(\pi_{Tx}^{\text{CC}}) = \begin{pmatrix} -2 & -\delta & \lambda & \gamma \\ -\delta & -2C_L & \delta\lambda & \gamma\delta \\ \lambda & \delta\lambda & -U & 0 \\ \gamma & \gamma\delta & 0 & -K \end{pmatrix}.$$

易知  $|H(\pi_{Tx}^{\text{CC}})_1| = -2 < 0$ . 当  $4C_L > \delta^2$  时,

$$|H(\pi_{Tx}^{\text{CC}})_2| = 4C_L - \delta^2 > 0;$$

当  $2(2U - \lambda^2)C_L > U\delta^2$  时,

$$|H(\pi_{Tx}^{\text{CC}})_3| = -[2(2U - \lambda^2)C_L - U\delta^2] < 0;$$

当  $2(2KU - U\gamma^2 - K\lambda^2)C_L > KU\delta^2$  时,

$$\begin{aligned} |H(\pi_{Tx}^{\text{CC}})_4| &= \\ &2(2KU - U\gamma^2 - K\lambda^2)C_L - KU\delta^2 > 0. \end{aligned}$$

在这些条件下,  $\pi_{Tx}^{\text{CC}}$  是关于  $p_x, \tau_x, e_x$  和  $v_x$  的联合凹函数. 此时, 由一阶条件, 合作体最优决策为

$$p_x^{\text{CC}*} = \frac{\Psi_1^{\text{CC}*} - aKU\delta^2}{\gamma^{\text{CC}*}},$$

$$\begin{aligned}\tau_x^{CC*} &= \frac{KU\delta(a - c_m)}{\gamma^{CC*}}, \\ e_x^{CC*} &= \frac{2K\lambda(a - c_m)C_L}{\gamma^{CC*}}, \\ v_x^{CC*} &= \frac{2U\gamma(a - c_m)C_L}{\gamma^{CC*}}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_{Tx}^{CC*} &= \frac{KU(a - c_m)^2C_L\{2[K(2U - \lambda^2) - U\gamma^2]C_L - KU\delta^2\}}{(\gamma^{CC*})^2}, \\ \pi_T^{CC*} &= \frac{2KU(a - c_m)^2C_L\{2[K(2U - \lambda^2) - U\gamma^2]C_L - KU\delta^2\}}{(\gamma^{CC*})^2},\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}\pi_T^{CC*} &= \pi_{T1}^{CC*} + \pi_{T2}^{CC*}, \\ \Psi_1^{CC*} &= 2C_L\{aKU + c_m[K(U - \lambda^2 + \lambda^2\theta_t) - U\gamma^2(1 - \theta)]\}, \\ \gamma^{CC*} &= 2C_L[K(2U - \lambda^2 + \lambda^2\theta_t) - U\gamma^2(1 - \theta)] - KU\delta^2.\end{aligned}$$

在制造商竞争强度系数 $\theta_t$ 一定情况下, 将合作体的最优决策和供应链总利润分别对零售商竞争强度系数 $\theta$ 求一阶导函数, 即

$$\begin{aligned}\frac{\partial p_x^{CC*}}{\partial \theta} &< 0, \quad \frac{\partial \tau_x^{CC*}}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial e_x^{CC*}}{\partial \theta} < 0, \\ \frac{\partial v_x^{CC*}}{\partial \theta} &< 0, \quad \frac{\partial d^{CC*}}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial \pi_T^{CC*}}{\partial \theta} < 0.\end{aligned}$$

在零售商竞争强度系数 $\theta$ 一定情况下, 将合作体的最优决策和供应链总利润分别对制造商竞争强度系数 $\theta_t$ 求一阶导函数, 即

$$\begin{aligned}\frac{\partial p_x^{CC*}}{\partial \theta_t} &< 0, \quad \frac{\partial \tau_x^{CC*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial e_x^{CC*}}{\partial \theta_t} < 0, \\ \frac{\partial v_x^{CC*}}{\partial \theta_t} &< 0, \quad \frac{\partial d^{CC*}}{\partial \theta_t} < 0, \quad \frac{\partial \pi_T^{CC*}}{\partial \theta_t} < 0.\end{aligned}$$

在模型CC中, 两个合作体也做出同样的决策。在制造商竞争一定的情况下, 消除零售商的竞争, 能够提高制造商的碳减排水平、废旧产品回收水平, 提高零售价格和零售商的低碳推广努力程度, 带动市场需求增加, 从而实现合作体的利润提高。

#### 4 结果对比分析

通过对比上述模型的决策结果, 可以了解不同的竞争结构对低碳闭环供应链成员决策的影响, 并得到一些重要的管理意义。

**定理1** 制造商的最优批发价格, 最优回收水平和最优减排水平有如下关系:

- 1)  $w_x^{HR*} > w_x^{HH*}$ ;
- 2)  $\tau_x^{CC*} > \tau_x^{HH*} > \tau_x^{HR*}$ ;
- 3) 当 $0 < \theta < o_1$ 且 $0 < \theta_t < \vartheta_1$ 时,  $e_x^{CC*} > e_x^{HR*} > e_x^{HH*}$ ; 当 $0 < \theta < o_1$ 且 $\vartheta_1 < \theta_t < 1$ 时, 或当 $o_1 < \theta < 1$ 时,  $e_x^{HR*} > e_x^{CC*} > e_x^{HH*}$ , 其中:

进一步得到模型CC的最优市场需求:

$$d^{CC*} = \frac{4KU(a - c_m)C_L}{\gamma^{CC*}}.$$

最终, 得到模型CC的两个合作体最优利润和供应链最优总利润,

$$\begin{aligned}o_1 &= \frac{K(K - \gamma^2)\delta^2 + \gamma^2(K - 2\gamma^2)C_L}{\gamma^2(3K - 2\gamma^2)C_L}, \\ \vartheta_1 &= \frac{2\{K(K - \gamma^2)\delta^2 + \gamma^2[K - 2\gamma^2(1 - \theta) - 3K\theta]C_L\}}{(K - 2\gamma^2)\{2[2K - \gamma^2(1 - \theta)]C_L - K\delta^2\}}.\end{aligned}$$

**证** 首先, 比较模型HR和模型HH的最优批发价格, 可以得出

$$\frac{w_x^{HR*} - w_x^{HH*}}{\Psi_1^{HR*} - aKU\delta^2} - \frac{\Psi_1^{HH*} - aKU(2K - \gamma^2)\delta^2}{\gamma^{HH*}} > \frac{A_1}{A_2},$$

其中:

$$\begin{aligned}A_1 &= 2(a - c_m)C_L\{4(K - \gamma^2)[4K^2(U - \lambda^2) - 2K\gamma^2(2U(1 - \theta) - \lambda^2) + U\gamma^4(1 - \theta)^2]C_L - K(2K - \gamma^2)\delta^2[U\gamma^2(1 + \theta) - K\lambda^2]\}, \\ A_2 &= [12(K - \gamma^2)C_L - K\delta^2]\{4K^2(4U - \lambda^2)C_L - 2K\gamma^2[2U(4 - \theta) - \lambda^2]C_L + 2U\gamma^4(2 - \theta - \theta^2)C_L - KU(2K - \gamma^2)\delta^2\}.\end{aligned}$$

令

$$f_1(\theta) = 4(K - \gamma^2)[4K^2(U - \lambda^2) - 2K\gamma^2(2U(1 - \theta) - \lambda^2) + U\gamma^4(1 - \theta)^2]C_L - K(2K - \gamma^2)\delta^2[U\gamma^2(1 + \theta) - K\lambda^2],$$

并对其求出参数 $\theta$ 一阶导数, 可知 $\frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta} > 0$ , 因此,  $f_1(\theta)$ 是关于 $\theta$ 的增函数, 进一步得到 $f_1(0) > 0$ .

由于上式的分母

$$[12(K - \gamma^2)C_L - K\delta^2]\{4K^2(4U - \lambda^2)C_L - 2K\gamma^2[2U(4 - \theta) - \lambda^2]C_L + 2U\gamma^4(2 - \theta - \theta^2)C_L - KU(2K - \gamma^2)\delta^2\} > 0,$$

因此 $w_x^{HR*} - w_x^{HH*} > 0$ .

其次, 比较模型CC、模型HH和模型HR的回收率, 可以得出

$$\frac{1}{\tau_x^{\text{CC}*}} - \frac{1}{\tau_x^{\text{HH}*}} = \frac{\gamma^{\text{CC}*}}{KU\delta(a - c_m)} - \frac{\gamma^{\text{HH}*}}{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)} = \frac{-2C_L\{U[4K^2 - 4K\gamma^2 + \gamma^4(1 - \theta^2)] - K\gamma^2\theta\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t)\}}{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)}.$$

令

$$f_2(\theta_t) = U[4K^2 - 4K\gamma^2 + \gamma^4(1 - \theta^2)] - K\gamma^2\theta\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t),$$

并对其求出参数 $\theta_t$ 一阶导数:

$$\frac{-2C_L\{U[4K^2 - 4K\gamma^2 + \gamma^4(1 - \theta^2)] - K\gamma^2\theta\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t)\}}{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)} < 0,$$

$$\frac{1}{\tau_x^{\text{CC}*}} - \frac{1}{\tau_x^{\text{HH}*}} < 0 (\tau_x^{\text{CC}*} > \tau_x^{\text{HH}*}),$$

$$\frac{1}{\tau_x^{\text{HH}*}} - \frac{1}{\tau_x^{\text{HR}*}} = \frac{\gamma^{\text{HH}*}}{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)} - \frac{\gamma^{\text{HR}*}}{KU\delta(a - c_m)} = \frac{\mathcal{B}}{KU(2K - \gamma^2)\delta(a - c_m)},$$

其中

$$\mathcal{B} =$$

$$\begin{aligned} &-2C_L\{4K^2(U - \lambda^2) - 2K\gamma^2[U(5 + \theta) - 3\lambda^2] + \\ &\gamma^4[U(4 + \theta + \theta^2) - 2\lambda^2] + K[2K - \\ &\gamma^2(1 - \theta)]\lambda^2\theta_t + [2K^2 + 2\gamma^4 - K\gamma^2(5 + \theta)]\lambda^2\theta_t^2\}. \end{aligned}$$

令

$$f_3(\theta) =$$

$$4K^2(U - \lambda^2) - 2K\gamma^2[U(5 + \theta) - 3\lambda^2] +$$

$$\frac{\partial f_2(\theta_t)}{\partial \theta_t} = -K\gamma^2\theta\lambda^2(1 - 2\theta_t).$$

因此,  $f_2(\theta_t)$ 是关于 $\theta_t$ 开口向上的二次函数, 进一步得到, 当 $\theta_t = \frac{1}{2}$ 时,  $\min f_2(\theta_t) > 0$ , 即分式

$$\gamma^4[U(4 + \theta + \theta^2) - 2\lambda^2] + K[2K - \gamma^2(1 - \theta)]\lambda^2\theta_t + [2K^2 + 2\gamma^4 - K\gamma^2(5 + \theta)]\lambda^2\theta_t^2,$$

并对其求出参数 $\theta$ 的一阶导数, 可知  $\frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta} > 0$ , 因此,  $f_3(\theta)$ 是关于 $\theta$ 的增函数, 进一步得到  $f_3(0) > 0$ . 同理得到

$$\frac{1}{\tau_x^{\text{HH}*}} - \frac{1}{\tau_x^{\text{HR}*}} < 0.$$

再次, 比较模型CC、模型HH和模型HR的减排水平, 可以得出

$$\begin{aligned} \frac{1}{e_x^{\text{CC}*}} - \frac{1}{e_x^{\text{HH}*}} &= \frac{\gamma^{\text{CC}*}}{2K\lambda(a - c_m)} - \frac{\gamma^{\text{HH}*}}{2K\lambda(a - c_m)C_L(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)} = \\ &\frac{-U\{K\gamma^2\delta^2\theta\theta_t + 2[2K - \gamma^2(1 - \theta)]C_L[2K - \gamma^2(1 + \theta) - \gamma^2\theta\theta_t]\}}{2K\lambda(a - c_m)C_L(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e_x^{\text{HR}*}} - \frac{1}{e_x^{\text{HH}*}} &= \frac{\gamma^{\text{HR}*}}{2\lambda(a - c_m)C_L[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]} - \frac{\gamma^{\text{HH}*}}{2K\lambda(a - c_m)C_L(2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)} < \\ &\frac{-2UC_L[8K^3 - 4K^2\gamma^2(6 + \theta) + K\gamma^4(16 - 7\theta - 3\theta^2) - 2\gamma^6(2 - \theta - \theta^2)](1 + \theta_t)}{2K\lambda(a - c_m)C_L[3K - 2\gamma^2 + (K - 2\gamma^2)\theta_t](2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)} + \\ &\frac{UK\delta^2\{2(2K^2 - 3K\gamma^2 + \gamma^4) + [2K^2 + 2\gamma^4 - K\gamma^2(5 + \theta)]\theta_t\}}{2K\lambda(a - c_m)C_L[3K - 2\gamma^2 + (K - 2\gamma^2)\theta_t](2K - \gamma^2 + \gamma^2\theta\theta_t)} < 0. \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} e_x^{\text{CC}*} - e_x^{\text{HR}*} &= \\ \frac{2K\lambda(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{CC}*}} - \frac{2\lambda(a - c_m)C_L[2K + (K - 2\gamma^2)(1 + \theta_t)]}{\gamma^{\text{HR}*}} &= \end{aligned}$$

$$f_4(\theta, \theta_t),$$

当 $0 < \theta < o_1$ 且 $0 < \theta_t < \vartheta_1$ 时,  $f_4(\theta, \theta_t) > 0$ , 即  $e_x^{\text{CC}*} - e_x^{\text{HR}*} > 0$ ; 当 $0 < \theta < o_1$ 且 $\vartheta_1 < \theta_t < 1$ 时, 或 $\theta_{\vartheta_1} <$

$\theta < 1$ 时,  $f_4(\theta, \theta_t) < 0$ , 即  $e_x^{\text{CC}*} - e_x^{\text{HR}*} < 0$ , 于是得证. 证毕.

由定理1可知, 对于双制造商结构(模型HR和模型HH), 零售商竞争使得批发价格降低. 在两个制造商和两个零售商结构中, 消除供应链的纵向竞争能够提高废旧产品回收水平和碳减排水平, 零售商竞争强度小于阈值 $o_1$ 以及制造商竞争强度小于阈值 $\vartheta_1$ 时, 双合作体结构的碳减排水平最高. 两个制造商和一个零售商分散决策结构的废旧产品回收水平最低, 当零售商竞

争强度小于阈值  $\vartheta_1$  以及制造商竞争强度在范围  $(\vartheta_1, 1)$  变化, 或者零售商竞争强度在范围  $(o_1, 1)$  变化时, 该结构在减少碳排放方面更为突出. 此时, 两个制造商和两个零售商分散决策结构的碳减排水平最低.

**定理 2** 零售商的最优低碳推广努力程度有如下关系: 当  $0 < \theta < 1$  且  $0 < \theta_t < \vartheta_2$  时,  $v_x^{\text{CC}*} > v_x^{\text{MH}*} > v_x^{\text{HH}*}$ ; 当  $0 < \theta < 1$  且  $\vartheta_2 < \theta_t < 1$  时,  $v_x^{\text{CC}*} > v_x^{\text{HH}*} > v_x^{\text{MH}*}$ , 其中

$$\vartheta_2 = \frac{-K[2K - \gamma^2(1 + \theta)]\lambda^2 C_L + \sqrt{C}}{2K\gamma^2\theta\lambda^2 C_L},$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{C} = \\ K\lambda^2 C_L \{ [4K^3\lambda^2 - 4K^2\gamma^2(1 + 3\theta)\lambda^2 + \\ 8KU\theta^2\gamma^4 + K\gamma^4(1 + 6\theta + \theta^2)\lambda^2 - \\ 4U\gamma^6(1 - \theta)\theta^2]C_L - 2KU\gamma^2(2K - \gamma^2)\delta^2\theta \}. \end{aligned}$$

**证** 首先, 比较模型CC和模型HH的低碳推广努力程度.

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_x^{\text{CC}*}} - \frac{1}{v_x^{\text{HH}*}} = \\ \frac{\gamma^{\text{CC}*}}{2U\gamma(a - c_m)C_L} - \frac{\gamma^{\text{HH}*}}{2U\gamma(2K - \gamma^2)(a - c_m)C_L} = \\ -\frac{\{U[4K^2 - 4K\gamma^2 + \gamma^4(1 - \theta^2)] - K\gamma^2\theta\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t)\}}{U\gamma(2K - \gamma^2)(a - c_m)} < \\ 0, \end{aligned}$$

即  $v_x^{\text{CC}*} > v_x^{\text{HH}*}$ .

其次, 比较模型CC和模型MH的低碳推广努力程度.

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_x^{\text{CC}*}} - \frac{1}{v_x^{\text{MH}*}} = \\ \frac{\gamma^{\text{CC}*}}{2U\gamma(a - c_m)C_L} - \frac{2\gamma^{\text{MH}*}}{2U\gamma(a - c_m)C_L} < \\ -\frac{2[2K(U - \lambda^2) - U\gamma^2(1 - \theta)]C_L - KU\delta^2}{2U\gamma(a - c_m)C_L} < 0, \end{aligned}$$

即  $v_x^{\text{CC}*} > v_x^{\text{MH}*}$ .

再次, 比较模型HH和模型MH的低碳推广努力程度.

令

$$\begin{aligned} v_x^{\text{HH}*} - v_x^{\text{MH}*} = \\ \frac{2U\gamma(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{CC}*}} - \frac{U\gamma(a - c_m)C_L}{\gamma^{\text{MH}*}} = f_5(\theta, \theta_t), \end{aligned}$$

当  $0 < \theta < 1$  且  $0 < \theta_t < \vartheta_2$  时,  $f_5(\theta, \theta_t) < 0$ , 即  $v_x^{\text{HH}*} - v_x^{\text{MH}*} < 0$ ; 当  $0 < \theta < 1$  且  $\vartheta_2 < \theta_t < 1$  时,  $f_5(\theta, \theta_t) > 0$ , 即  $v_x^{\text{HH}*} - v_x^{\text{MH}*} > 0$ , 于是得证. 证毕.

由定理2可知, 当制造商竞争强度系数在  $(0, \vartheta_2)$  变化时, 制造商竞争降低了零售商的低碳推广努力程度, 此时两个制造商和两个零售商分散决策结构的低碳努力程度最低. 当制造商竞争强度系数在  $(\vartheta_2, 1)$  变化时, 制造商竞争能够提高零售商的低碳宣传努力程度, 此时一个制造商和两个零售商分散决策结构的低碳推广努力程度最低. 同样地, 在两个制造商和两个零售商结构中, 消除供应链的纵向竞争能够提高零售商的低碳推广积极性.

**定理 3** 最优市场需求有如下关系:

当  $0 < \theta < o_2$  时, 或者当  $o_2 < \theta < 1$  且  $\vartheta_3 < \theta_t < 1$  时,

$$\begin{aligned} d_1^{\text{CC}*} + d_2^{\text{CC}*} &> d_1^{\text{MH}*} + d_2^{\text{MH}*} > \\ d_1^{\text{HH}*} + d_2^{\text{HH}*} &> d_1^{\text{HR}*}; \end{aligned}$$

当  $o_2 < \theta < 1$  且  $0 < \theta_t < \vartheta_3$  时,

$$\begin{aligned} d_1^{\text{CC}*} + d_2^{\text{CC}*} &> d_1^{\text{HH}*} + d_2^{\text{HH}*} > \\ d_1^{\text{MH}*} + d_2^{\text{MH}*} &> d_1^{\text{HR}*}, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} o_2 = \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{2K}{\gamma^2} + \\ \frac{\sqrt{2K - \gamma^2}\sqrt{2KU\delta^2 + (2KU - U\gamma^2 + 4K\lambda^2)C_L}}{\sqrt{U}\gamma^2\sqrt{C_L}}), \\ \vartheta_3 = \frac{-K[2K - (1 + \theta)\gamma^2]\lambda^2 C_L + \sqrt{D}}{2K\theta\gamma^2\lambda^2 C_L}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{D} = \\ K\lambda^2 C_L \{ [8KU\theta^2\gamma^4 + K\gamma^4(1 + 6\theta + \theta^2)\lambda^2 - \\ 4U(1 - \theta)\theta^2\gamma^6 + 4K^3\lambda^2 - 4K^2(1 + 3\theta)\gamma^2\lambda^2]C_L - \\ 2KU\theta\gamma^2(2K - \gamma^2)\delta^2 \}. \end{aligned}$$

**证** 为了方便证明, 令

$$\begin{aligned} d_1^{\text{CC}*} + d_2^{\text{CC}*} &= d^{\text{CC}*}, \\ d_1^{\text{MH}*} + d_2^{\text{MH}*} &= d^{\text{MH}*}, \\ d_1^{\text{HH}*} + d_2^{\text{HH}*} &= d^{\text{HH}*}. \end{aligned}$$

首先对比模型CC、模型HH和模型MH的市场需求, 可以得出

$$\begin{aligned} \frac{1}{d^{\text{CC}*}} - \frac{1}{d^{\text{MH}*}} = \\ \frac{\gamma^{\text{CC}*}}{4KU(a - c_m)C_L} - \frac{\gamma^{\text{MH}*}}{2KU(a - c_m)C_L} < \\ -\frac{2[2K(U - \lambda^2) - U\gamma^2(1 - \theta)]C_L - KU\delta^2}{4KU(a - c_m)C_L} < 0, \end{aligned}$$

即  $d^{\text{CC}*} > d^{\text{MH}*}$ ;

$$\frac{1}{d^{CC*}} - \frac{1}{d^{HH*}} = \frac{\gamma^{CC*}}{4KU(a - c_m)C_L} - \frac{\gamma^{HH*}}{4KU(2K - \gamma^2)(a - c_m)C_L} = \\ -\frac{\{U[4K^2 - 4K\gamma^2 + \gamma^4(1 - \theta^2)] - K\gamma^2\theta\lambda^2\theta_t(1 - \theta_t)\}}{2KU(2K - \gamma^2)(a - c_m)} < 0,$$

即  $d^{CC*} > d^{HH*}$ .

其次, 比较模型MH和模型HR的市场需求, 可以得出

$$\frac{1}{d^{MH*}} - \frac{1}{d^{HR*}} = \\ \frac{\gamma^{MH*}}{2KU(a - c_m)C_L} - \frac{\gamma^{HR*}}{4KU(a - c_m)C_L} < \\ -\frac{KU\delta^2 + 2[K(2U - \lambda^2) - 2\gamma^2(3U - \lambda^2)]C_L}{4KU(a - c_m)C_L} < 0,$$

即  $d^{MH*} > d^{HR*}$ .

最后, 比较模型MH和模型HH的市场需求, 可以得出

$$d^{HH*} - d^{MH*} = \\ \frac{4KU(2K - \gamma^2)(a - c_m)C_L}{\gamma^{HH*}} - \frac{2KU(a - c_m)C_L}{\gamma^{MH*}} = \\ f_5(\theta, \theta_t),$$

当  $\theta_2 < \theta < 1$  且  $0 < \theta_t < \vartheta_3$  时,  $f_5(\theta, \theta_t) > 0$ , 即  $d^{HH*} > d^{MH*}$ ; 当  $0 < \theta < \theta_2$  时, 或者  $\theta_2 < \theta < 1$  且  $\vartheta_3 < \theta_t < 1$  时,  $f_5(\theta, \theta_t) < 0$ , 即  $d^{HH*} < d^{MH*}$ , 于是得证.

证毕.

由定理3可知, 双零售商结构竞争地进行低碳推广能够吸引消费者对产品的购买, 其市场需求大于单一零售商结构的市场需求. 简言之, 两个制造商和一个

零售商分散决策结构的市场需求最低. 同样地, 在两个制造商和两个零售商结构中, 消除供应链的纵向竞争能够增加市场需求. 零售商竞争强度小于阈值  $\theta_2$ , 或者零售商竞争强度在  $(\theta_2, 1)$  变化且制造商竞争强度在  $(\vartheta_3, 1)$  变化时, 两个制造商和两个零售商分散决策结构的市场需求小于一个制造商和两个零售商分散决策结构. 但是, 零售商竞争强度在  $(\theta_2, 1)$  变化且制造商竞争强度在  $(0, \vartheta_3)$  变化时, 两个制造商和两个零售商分散决策结构的市场需求大于一个制造商和两个零售商分散决策结构.

## 5 算例分析

通过算例分析, 讨论了零售商竞争和制造商竞争对供应链决策结果和利润的影响. 为了检验竞争强度系数  $\theta_t$  和  $\theta$  对批发价格、减排水平, 零售价格和利润的影响. 假设市场潜在需求  $a = 50$ , 制造商使用新材料生产单位产品成本  $c_m = 20$ , 制造商再制造所获得的单位利润  $\delta = 15$ , 废旧品回收活动的规模  $C_L = 500$ , 减排成本系数  $U = 300$ , 碳减排水平对需求的影响因子  $\lambda = 5$ , 低碳宣传努力程度对需求的影响因子  $\gamma = 6$ , 零售商的低碳推广成本系数  $K = 100$ .

通过计算, 得到竞争强度系数  $\theta_t$  和  $\theta$  对批发价格, 减排水平和零售价格的影响(如表1-3所示), 以及其对利润的影响(如表4-6所示).

表 1 系数  $\theta_t$  和  $\theta$  对批发价格的影响

Table 1 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on wholesale prices

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$w_x^{HR}$	40.453	40.250	40.041	39.825	39.604	39.378
	$w^{MH}$	33.486	33.486	33.486	33.486	33.486	33.486
	$w_x^{HH}$	33.930	33.857	33.783	33.709	33.634	33.559
$\theta = 0.4$	$w^{MH}$	33.560	33.560	33.560	33.560	33.560	33.560
	$w_x^{HH}$	33.558	33.491	33.421	33.350	33.278	33.203
$\theta = 0.6$	$w^{MH}$	33.627	33.627	33.627	33.627	33.627	33.627
	$w_x^{HH}$	33.167	33.105	33.040	32.972	32.902	32.828
$\theta = 0.8$	$w^{MH}$	33.688	33.688	33.688	33.688	33.688	33.688
	$w_x^{HH}$	32.755	32.699	32.638	32.573	32.504	32.432

表2 系数 $\theta_t$ 和 $\theta$ 对碳减排水平的影响Table 2 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on carbon emission reduction levels

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$e_x^{\text{HR}}$	0.3328	0.3376	0.3422	0.3464	0.3504	0.3541
	$e_x^{\text{HH}}$	0.1644	0.1650	0.1656	0.1661	0.1666	0.1671
	$e_x^{\text{CC}}$	0.3562	0.3520	0.3479	0.3440	0.3401	0.3362
$\theta = 0.4$	$e_x^{\text{HH}}$	0.1611	0.1631	0.1651	0.1670	0.1689	0.1707
	$e_x^{\text{CC}}$	0.3388	0.3350	0.3313	0.3277	0.3242	0.3207
	$e_x^{\text{MH}}$	0.1583	0.1617	0.1650	0.1683	0.1714	0.1745
$\theta = 0.6$	$e_x^{\text{CC}}$	0.3231	0.3196	0.3163	0.3130	0.3097	0.3066
	$e_x^{\text{HH}}$	0.1558	0.1606	0.1652	0.1698	0.1742	0.1785
	$e_x^{\text{HR}}$	0.3087	0.3056	0.3023	0.2995	0.2965	0.2936

表3 系数 $\theta_t$ 和 $\theta$ 对零售价格的影响Table 3 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on retail prices

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$p_x^{\text{HR}}$	49.212	48.922	48.623	48.316	48.000	47.676
	$p_x^{\text{MH}}$	44.172	44.172	44.172	44.172	44.172	44.172
	$p_x^{\text{HH}}$	43.797	43.672	43.546	43.419	43.291	43.162
$\theta = 0.4$	$p_x^{\text{CC}}$	36.456	36.370	36.180	35.994	35.813	35.636
	$p_x^{\text{MH}}$	43.725	43.725	43.725	43.725	43.725	43.725
	$p_x^{\text{HH}}$	43.226	43.111	42.920	42.870	42.746	42.619
$\theta = 0.6$	$p_x^{\text{CC}}$	35.756	35.580	35.408	35.239	35.075	34.913
	$p_x^{\text{MH}}$	43.319	43.319	43.319	43.319	43.319	43.319
	$p_x^{\text{HH}}$	42.663	42.556	42.445	42.328	42.206	42.080
$\theta = 0.8$	$p_x^{\text{CC}}$	35.023	34.863	34.706	34.552	34.402	34.255
	$p_x^{\text{MH}}$	42.949	42.949	42.949	42.949	42.949	42.949
	$p_x^{\text{HH}}$	42.104	42.005	41.900	41.788	41.669	41.544

表4 系数 $\theta_t$ 和 $\theta$ 对制造商总利润的影响Table 4 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on manufacturer's profits

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$\pi_M^{\text{HR}}$	342.319	333.951	325.457	316.866	308.206	299.504
	$\pi_M^{\text{MH}}$	320.589	320.589	320.589	320.589	320.589	320.589
	$\pi_M^{\text{HH}}$	288.686	285.515	282.339	279.160	275.980	272.800
$\theta = 0.4$	$\pi_M^{\text{MH}}$	304.947	304.947	304.947	304.947	304.947	304.947
	$\pi_M^{\text{HH}}$	275.398	272.395	269.332	266.214	263.044	259.827
	$\pi_M^{\text{CC}}$	290.760	290.760	290.760	290.760	290.760	290.760
$\theta = 0.6$	$\pi_M^{\text{CC}}$	262.838	259.977	257.006	253.932	250.760	247.499
	$\pi_M^{\text{MH}}$	277.835	277.835	277.835	277.835	277.835	277.835
	$\pi_M^{\text{HH}}$	250.864	248.123	245.226	242.181	238.997	235.682

表5 系数 $\theta_t$ 和 $\theta$ 对零售商总利润的影响Table 5 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on retailer's profits

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$\pi_R^{HR}$	98.204	96.269	94.288	92.271	90.224	88.153
	$\pi_R^{MH}$	187.283	187.283	187.283	187.283	187.283	187.283
	$\pi_R^{HH}$	159.659	157.984	156.305	154.623	152.939	151.255
$\theta = 0.4$	$\pi_R^{MH}$	169.453	169.453	169.453	169.453	169.453	169.453
	$\pi_R^{HH}$	153.291	151.771	150.218	148.633	147.019	145.378
$\theta = 0.6$	$\pi_R^{MH}$	154.053	154.053	154.053	154.053	154.053	154.053
	$\pi_R^{HH}$	147.886	146.500	145.053	143.549	141.991	140.382
$\theta = 0.8$	$\pi_R^{MH}$	140.661	140.661	140.661	140.661	140.661	140.661
	$\pi_R^{HH}$	143.325	142.054	140.698	139.261	137.748	136.162

表6 系数 $\theta_t$ 和 $\theta$ 对供应链总利润的影响Table 6 The impact of parameters  $\theta_t$  and  $\theta$  on supply chain entire profits

		$\theta_t = 0$	$\theta_t = 0.2$	$\theta_t = 0.4$	$\theta_t = 0.6$	$\theta_t = 0.8$	$\theta_t = 1.0$
$\theta = 0.2$	$\pi_T^{HR}$	440.524	430.220	419.745	409.138	398.430	387.656
	$\pi_T^{MH}$	507.872	507.872	507.872	507.872	507.872	507.872
	$\pi_T^{HH}$	448.346	443.499	438.644	433.783	428.919	424.054
$\theta = 0.4$	$\pi_T^{CC}$	608.289	594.097	580.396	567.164	554.379	542.021
	$\pi_T^{MH}$	474.400	474.400	474.400	474.400	474.400	474.400
	$\pi_T^{HH}$	428.689	424.166	419.550	414.847	410.063	405.205
$\theta = 0.6$	$\pi_T^{CC}$	550.379	538.154	526.332	514.895	503.827	493.112
	$\pi_T^{MH}$	444.814	444.814	444.814	444.814	444.814	444.814
	$\pi_T^{HH}$	410.724	406.477	402.059	397.481	392.752	387.881
$\theta = 0.8$	$\pi_T^{CC}$	500.361	489.756	479.484	469.533	459.888	450.537
	$\pi_T^{MH}$	418.496	418.496	418.496	418.496	418.496	418.496
	$\pi_T^{HH}$	394.189	390.177	385.924	381.442	376.744	371.844
	$\pi_T^{CC}$	456.864	447.605	438.624	429.911	421.455	413.246

表1说明了,两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH)的最优批发价格分别与制造商竞争强度和零售商竞争强度成反比. 两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)最优批发价格最大. 基于一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH)的最优批发价格,在制造商竞争强度一定的情况下,随着零售商竞争强度增大,模型HH的最优批发价格由高变低.

表2说明了,两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH)的碳减排水平随着制造商竞争强度的增加而上升. 当制造商竞争强度在[0, 0.4]时,模型HH的碳减排水平随着零售商竞争强度的增加而下降;当制造商竞争强度为0.4时,其随着零售商竞争强度的增加呈“U”型变化;当制造商竞争强度在(0.4, 1.0]时,其随着零售商竞争强度的增加而上升.

表3说明了,零售商竞争强度和制造商竞争强分别增加,均能够降低各结构的零售价格. 从两个制造和一个零售分散决策结构(模型HR)到两个合作体结构(模型CC),零售格价格由高到低变化. 简言之,增加低碳闭环供应链成员的横向竞争或者减少成员间纵向竞争,都能有效地降低零售价格.

表4说明了,两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)的制造商总利润与制造商竞争强度成反比. 两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH)的制造商总利润最小,其与制造商竞争强度和零售商竞争强度均成反比. 当零售商竞争强度在[0, 0.4]时,随着制造商竞争强度的增加,一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH)的制造商总利润由小于模型HR的制造商总利润逐渐变为大于模型HR的制造商总利润. 当零售商竞争强度在(0.4, 1.0]时,模型MH的

制造商总利润恒小于模型HR的制造商总利润。

表5说明了,受到市场需求的影响,两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)的零售商总利润最小。当零售商竞争强度在[0, 0.8]时,一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH)的零售商总利润恒大于两个制造商和两个零售商分散结构(模型HH)的零售商总利润;当零售商竞争强度在[0.8, 1.0]时,模型MH的零售商总利润随着制造商竞争强度增加由小于模型HH的零售商总利润逐渐变为大于其零售商总利润。

表6说明了,当零售商竞争强度在[0, 0.8]时,两个制造商和两个零售商纵向合作结构(模型CC)的供应链总利润最大;当零售商竞争强度在(0.8, 1.0],随着制造商竞争强度的增大,供应链总利润先在两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)下取得最大值,后在一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型MH)下取得最大值。当零售商竞争强度在[0, 0.2]时,模型HR的供应链总利润最小;当零售商竞争强度在(0.6, 1.0]时,两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH)的供应链总利润最小;当零售商竞争强度介于上述范围之间时,供应链总利润先在模型HH中取得最小值,后在模型HR中取得最小值。

## 6 小结

通过构建两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型MH)、一个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HR)、两个制造商和两个零售商分散决策结构(模型HH)和两个制造商和两个零售商纵向合作结构(模型CC)分别考虑了制造商竞争、零售商竞争和供应链企业纵向合作对供应链成员决策和利润的影响。通过对比分析,得到以下结论:

1) 在4种结构中,制造商的回收水平、零售商的低碳推广努力程度和零售商利润与制造商竞争强度和零售商竞争强度成反比。

2) 零售商之间的横向竞争能够提高制造商的废旧产品回收水平。当制造商的竞争强度在 $(0, \vartheta_2)$ 变化时,制造商竞争使得零售商的低碳推广努力程度降低;当制造商竞争强度在 $(\vartheta_2, 1)$ 变化时,制造商横向竞争能够提高零售商的低碳推广努力程度。消除制造商和零售商纵向竞争均能够进一步提高废旧产品回收水平和低碳推广努力程度。

3) 当零售商竞争强度小于阈值 $\vartheta_1$ 且制造商竞争强度在 $(0, \vartheta_1)$ 变化时,两个制造商和两个零售商纵向合作结构(模型CC)的减排水平最高。但是,当零售商的竞争强度大于阈值 $\vartheta_1$ 且制造商竞争强度在 $(\vartheta_1, 1)$ 变化时,两个制造商和一个零售商分散决策结构(模型HR)的碳减排水平最高。

4) 双零售商结构(模型CC, HH和MH)的市场需求均大于单一零售商结构(模型HR)的市场需求,且制造商和零售商纵向合作结构(模型CC)的市场需求最大。

本文只考虑了两个制造商和两个零售商的对称性竞争情况,现实中,供应链企业的竞争往往无法实现对称竞争,因此,考虑多制造商和多零售商之间的非对称竞争为未来研究方向之一。

## 参考文献:

- [1] LI J, DU W, YANG F, et al. The carbon subsidy analysis in remanufacturing closed-loop supply chain. *Sustainability*, 2014, 6(6): 3861 – 3877.
- [2] HE R, XIONG Y, LIN Z. Carbon emissions in a dual channel closed loop supply chain: the impact of consumer free riding behavior. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 134(A): 384 – 394.
- [3] GAO Juhong, HOU Liting, HAN Hongshuai, et al. Revenue fluctuation analysis of closed-loop supply chain considered carbon emissions. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 20(8): 2008 – 2018.  
(高举红,侯丽婷,韩红帅,等.考虑碳排放的闭环供应链收益波动分析.计算机集成制造系统,2014,20(8): 2008 – 2018.)
- [4] ZENG Jianfeng, LIU Jian. The production and recycling strategy for closed-loop supply chain at the background of carbon emission reduction. *Journal of Jiangxi Normal University (Natural Science)*, 2015, 39(5): 536 – 544.  
(曾剑锋,柳键.碳减排背景下闭环供应链生产与回收策略研究.江西师范大学学报(自然版),2015,39(5): 536 – 544.)
- [5] XING Guangjun, LI Peijun. Differential pricing model of closed-loop supply chain considering carbon emission reduction. *Soft Science Magazine*, 2017, 31(9): 138 – 144.  
(邢光军,李培君.碳减排情形下的闭环供应链差别定价模型研究.软科学,2017,31(9): 138 – 144.)
- [6] WANG Daoping, ZHANG Boqing, WANG Lu. Study on carbon reduction and pricing strategy of closed-loop supply chain considering random collection quantity. *Soft Science Magazine*, 2017, 31(8): 86 – 90.  
(王道平,张博卿,王路.考虑随机回收量的闭环供应链碳减排与定价策略研究.软科学,2017,31(8): 86 – 90.)
- [7] LI Hui, WANG Chuanxu, OU Wei. Pricing and cooperation strategy of enterprises' carbon emission reduction in closed-loop supply chain. *Commercial Research*, 2017, 59(5): 149 – 158.  
(李辉,汪传旭,欧卫.闭环供应链企业合作减排与定价策略.商业研究,2017,59(5): 149 – 158.)
- [8] JOHNSON J P. Targeted advertising and advertising avoidance. *Rand Journal of Economics*, 2013, 44(1): 128 – 144.
- [9] SABHARWAL S, GARG S. Determining cost effectiveness index of remanufacturing: a graph theoretic approach. *International Journal of Production Economics*, 2013, 144(2): 521 – 532.
- [10] HONG X, XU L, DU P, et al. Joint advertising, pricing and collection decisions in a closed-loop supply chain. *International Journal of Production Economics*, 2015, 167(9): 12 – 22.
- [11] GAO J, HAN H, HOU L, et al. Pricing and effort decisions in a closed-loop supply chain under different channel power structures. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 112(1): 2043 – 2057.
- [12] JENA S K, SARMAH S P, SARIN S. Joint-advertising for collection of returned products in a closed-loop supply chain under uncertain environment. *Computers & Industrial Engineering*, 2017, 113(1), 305 – 322.
- [13] XIE J P, LIANG L, LIU L H, et al. Coordination contracts of dual-channel with cooperation advertising in closed-loop supply chains.

- International Journal of Production Economics*, 2017, 183(1): 528 – 538
- [14] WANG Yuyan. Research on advertising coordination mechanism in direct marketing closed-loop supply chain. *Journal of Industrial Engineering/Engineering Management*, 2013, 27(4): 205 – 213.  
(王玉燕. 直销型闭环供应链的广告协调机制研究. 管理工程学报, 2013, 27(4): 205 – 213.)
- [15] WANG Yuyan. Advertising and pricing strategy in the closed-loop supply chain with direct sales based on product life cycle theory. *Journal of Systems & Management*, 2014, 23(3): 388 – 396.  
(王玉燕. 基于产品生命周期理论的直销型闭环供应链的广告策略与定价策略. 系统管理学报, 2014, 23(3): 388 – 396.)
- [16] JI J, ZHANG Z, YANG L. Carbon emission reduction decisions in the retail-/dual-channel supply chain with consumers' preference. *Journal of Cleaner Production*, 2017, 141(1): 852 – 867.
- [17] ZHOU Y, BAO M, CHEN X, et al. Co-op advertising and emission reduction cost sharing contracts and coordination in low-carbon supply chain based on fairness concerns. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 133(10): 402 – 413.
- [18] XU Chunqiu, ZHAO Daozhi, YUAN Baiyun, et al. Differential game model on joint carbon emission reduction and low-carbon promotion in supply chains. *Journal of Management Sciences in China*, 2016, 19(2): 53 – 65.  
(徐春秋, 赵道致, 原白云, 等. 上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型. 管理科学学报, 2016, 19(2): 53 – 65.)
- [19] WANG Qinpeng, ZHAO Daozhi. Cooperative strategy of carbon emissions reduction and promotion in a two-echelon supply chain. *Control and Decision*, 2014, 29(2): 307 – 314.  
(王芹鹏, 赵道致. 两级供应链减排与促销的合作策略. 控制与决策, 2014, 29(2): 307 – 314.)
- [20] ZHANG C T, REN M L. Closed-loop supply chain coordination strategy for the remanufacture of patented products under competitive demand. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(13/14): 6243 – 6255.
- [21] LIANG Yun, LEI Hong, ZUO Xiaode. The pricing model of closed-loop supply chain with capacity constraint under one-way substitu-
- tion strategy. *Journal of Industrial Engineering/Engineering Management*, 2013, 27(1): 114 – 120.  
(梁云, 雷红, 左小德. 有限产能下单向替代的闭环供应链定价模型研究. 管理工程学报, 2013, 27(1): 114 – 120.)
- [22] MA W M, ZHAO Z, KE H. Dual-channel closed-loop supply chain with government consumption-subsidy. *European Journal of Operational Research*, 2013, 226(2): 221 – 227.
- [23] GAN S S, PUJAWAN I N, SUPARNO, et al. Pricing decision for new and remanufactured product in a closed-loop supply chain with separate sales-channel. *International Journal of Production Economics*, 2017, 190(8): 120 – 132.
- [24] JENA S K, SARMAH S P. Price competition and co-operation in a duopoly closed-loop supply chain. *International Journal of Production Economics*, 2014, 156(5): 346 – 360.
- [25] GU Q L, GAO T G. Management of two competitive closed-loop supply chains. *International Journal of Sustainable Engineering*, 2012, 5(4): 325 – 337.
- [26] ATASU A, TOKTAY L B, WASSENHOVE L N V. How collection cost structure drives a manufacturer's reverse channel choice. *Production & Operations Management*, 2013, 22(5): 1089 – 1102.
- [27] SAVASKAN R C, BHATTACHARYA S, WASSENHOVE L N V. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing. *Management Science*, 2004, 50(2): 239 – 252.

### 作者简介:

- 李 辉 讲师, 博士, 主要研究方向为物流与供应链管理、管理系统工程, E-mail: lihui\_1011@163.com;
- 汪传旭 教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向为物流与供应链管理、港口与航运管理, E-mail: cxwang@shmt.edu.cn;
- 徐 朗 讲师, 博士, 主要研究方向为物流与供应链管理, E-mail: Jerry\_langxu@yeah.net.