一类不确定非线性系统基于特征模型的复合自适应控制

常亚菲†

(北京控制工程研究所, 北京 100190; 空间智能控制技术重点实验室, 北京 100094)

摘要: 针对一类不确定非线性系统的跟踪控制问题, 提出一种基于特征模型的复合自适应控制方法. 该方法的创新性在于基于系统的误差特征模型, 构建一种综合跟踪控制误差和模型估计误差的特征参量复合自适应律, 该自适应律用于控制器设计和分析, 可同时实现跟踪控制误差和模型估计误差的收敛. 此外, 为便于特征参量自适应律的设计和分析, 根据特征参量的慢时变特性, 将其视为未知标称常数项和时变误差项之和, 并且选用其中常数项的估计量作为自适应控制参数. 进一步, 为抑制特征参量中时变误差项对系统稳定性和模型估计误差收敛性的影响, 在控制器及复合自适应律设计中引入带饱和函数的非线性环节. 理论分析证明闭环控制系统稳定, 且跟踪控制误差和模型估计误差收敛到原点的一个邻域内. 仿真结果表明, 与现有仅根据模型估计误差调节的基于特征模型的自适应控制方法相比, 所提出的复合自适应控制方法具有更好的控制性能.

关键词: 不确定; 非线性系统; 特征模型; 复合自适应控制

引用格式: 常亚菲. 一类不确定非线性系统基于特征模型的复合自适应控制. 控制理论与应用, 2019, 36(7): 1137 – 1146

DOI: 10.7641/CTA.2018.80134

Characteristic model-based composite adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems

CHANG Ya-fei†

(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;
Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100094, China)

Abstract: A characteristic model-based composite adaptive control method is proposed for a class of uncertain nonlinear systems. The novelty here is that a composite adaptation law which consists of tracking-control-error and model-estimation-error for the characteristic parameters is designed, and it is further incorporated into the adaptive control system, which can retain convergence of the tracking-control-error and the model-estimation-error simultaneously. Considering the slow time-varying characteristics of the characteristic parameter, it is divided into a unknown nominal constant and a time-varying error, and estimation of the constant part is used for control. Further, to reject the undesired influence of the time-varying error on the system stability and convergence, a nonlinear term consisting a saturation function is added to the controller and the characteristic parameter adaption law. The system analysis guarantees that the closed system is stable, and the tracking-control-error and the model-estimation-error converges into the neighborhood of origin. Simulation results show that the newly suggested characteristic model-based composite adaptive method can achieve better control performance than other characteristic model-based conventional adaptive schemes.

Key words: uncertainty; nonlinear system; characteristic model; composite adaptive control

Citation: CHANG Yafei. Characteristic model-based composite adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(7): 1137 – 1146

1 引言

在实际控制工程中, 存在大量机理复杂且所处环境未知的对象, 这类对象往往具有显著的非线性和不确定性. 因此一直以来, 不确定非线性系统的控制问题是控制领域的研究热点之一, 许多学者对此开展了大量研究[1–10].

自适应控制方法是一类通过改变控制系统行为以适应被控对象动态特性和环境条件变化的控制策略, 因而被广泛用来解决对象的不确定性问题[11–13]. 其设计方法主要有2大类, 自校正控制理论和基于模型

收稿日期: 2018−03−01; 录用日期: 2018−09−11.

†通信作者. E-mail: cyfei1106@163.com; Tel.: +86 10-68378682.

本文责任编委: 段志生.

国家自然科学基金项目(61333008, 61603038)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61333008, 61603038).

参考自适应控制理论[13]. 然而, 这类自适应控制对外部扰动和未建模动态较为敏感, 干扰作用下的自适应控制闭环系统可能出现不稳定的情况. 因此为进一步提高控制系统的鲁棒性, 许多学者将神经网络[14]、模糊系统[15]等智能控制方法与自适应控制相结合. 但是, 上述自适应控制方法在实际应用时还存在一些问题, 如自适应控制器过于复杂而难以实现; 当系统的不确定性不能够参数线性化时, 在很多情况下, 自适应控制将会失效; 待调参数过多, 参数预选工作量巨大; 参数初值选择具有一定的盲目性, 当与真值相差甚远时, 将导致启动过程激烈振荡. 针对系统的非线性问题, 微分几何[13]、反步[7]等方法被广泛研究, 并取得了较好的控制效果. 然而在实际输出反馈控制应用中, 这类控制方法面临状态观测问题, 状态观测器的引入将导致控制器结构复杂, 不利于实际工程实现.

基于特征模型的自适应控制是一类针对非线性和不确定性系统的有效控制方法. 该方法由吴宏鑫院士提出[16], 它的思想是首先建立对象的特征模型(即特征建模), 而后在特征模型的框架下, 进行采样控制律设计. 所谓特征建模, 即结合对象的机理和控制目标, 用一个低阶线性离散慢时变系统来近似一个带不确定性的高阶线性/非线性系统. 这种建模方法将对象高阶、非线性以及不确定性等信息压缩到离散系统的慢时变系数(即特征参量)中, 并通过在线估计的方法获其取值. 由于特征模型一般由低阶离散差分方程形式描述, 基于特征模型的自适应控制器因而结构简单, 且具有输出采样反馈形式, 易于工程实现. 近年来, 许多文献[17–20]采用该方法针对对象存在的不确定非线性问题进行控制器设计, 所得控制系统具有较好的鲁棒性. 此外, 该方法已在航天和工业控制领域10类工程对象400多个系统中取得了成功的应用[21]. 基于特征建模的自适应控制理论的详细介绍可参见文献[16].

需要指出的是, 现有基于特征模型的自适应控制方法都是基于模型估计误差来设计特征参量的自适应律. 考虑到跟踪控制误差中也包含参数调节的有效信息, 并且消除跟踪控制误差是控制系统的设计目标, 因此有必要在特征参量的自适应律中引入跟踪控制误差. 实际上, 在连续形式的自适应控制中, 已有研究表明[22–26], 将跟踪控制误差和模型估计误差联合对参数进行调节的自适应控制系统具有更好的控制性能, 该控制方法被称为复合自适应控制. 然而, 目前鲜有基于特征模型的复合自适应控制乃至离散形式的复合自适应控制系统的研究成果.

基于上述分析, 本文将针对一类不确定非线性系统开展基于特征模型的复合自适应控制方法研究. 本文的组织结构如下: 第2节将给出所研究的不确定非线性系统的数学模型、其特征模型描述以及控制目标; 基于特征模型的复合自适应控制器设计及闭环系统性能分析将于第3节给出; 第4节通过数值仿真验证本文所提方法的有效性; 第5节对本文的工作进行总结.

2 问题描述及预备知识

2.1 系统描述及控制目标

考虑如下一类二阶单输入单输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = f(x_1(t), x_2(t)) + g(t)u(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$是系统的状态变量, $u \in \mathbb{R}$是系统的输入, $y \in \mathbb{R}$是量测输出; $f(\cdot)$是未知的非线性函数, $g(t)$是未知时变参数.

对于上述系统, 作如下假设:

假设 1 未知非线性函数$f(\cdot)$一阶可微并且满足全局Lipschitz性质, 即存在常数$L > 0$使得对于任意的$z_1, z_2 \in \mathbb{R}^2$, 有

$$|f(z_1) - f(z_2)| \leqslant L\,|z_1 - z_2|_1 .$$

假设 2 未知时变参数$g(t)$一阶可微, 一致有界, 符号不变且已知. 导函数$\dot{g}(t)$一致有界. 不失一般性, 假设$g(t)$和$\dot{g}(t)$满足

$$0 < \underline{g} \leqslant g(t) \leqslant \bar{g},\ \forall t \in [0, +\infty),\ \ \sup_{t \geqslant 0} |\dot{g}(t)| \leqslant \bar{g}_1,$$

其中$\underline{g}$和$\bar{g}$为定常参数.

本文的控制目标是设计自适应控制器使得系统(1)的输出$y(t)$跟踪期望输出$y^*(t)$.

2.2 误差特征模型及其性质

定义跟踪控制误差$e(t) = y(t) - y^*(t)$, 选取采样周期T, 并将$A(kT)$记为$A(k)$, $A \in \{y, e\}$, 则系统(1)的误差特征模型可用如下差分方程描述[27]:

$$\begin{aligned} e(k+1) = {} & f_0(k)e(k) + f_1(k)e(k-1) + \\ & g_0(k)u(k), \end{aligned} \tag{2}$$

其中特征参量$f_1(k), f_2(k), g_0(k)$具有如下性质[27]:

性质 1

1) 一致有界性: 对于任意的$k \geqslant 0$, 有

$$(f_0(k), f_1(k), g_0(k)) \in D,$$

其中集合D为如下闭凸集:

$$D \triangleq \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ \middle|\ \begin{aligned} & a_1 \in [2 - TL - T^2L, 2 + TL + T^2L] \\ & a_2 \in [-1 - TL, -1 + TL] \\ & a_3 \in [\underline{g}T^2, \bar{g}T^2] \end{aligned} \right\}. \tag{3}$$

2) 慢时变特性: 即上述时变参数的变化满足

$$\begin{cases} |f_0(k+1)-f_0(k)| \leqslant 2(TL+T^2L), \\ |f_1(k+1)-f_1(k)| \leqslant 2TL, \\ |g_0(k+1)-g_0(k)| \leqslant \bar{g}_1 T. \end{cases} \tag{4}$$

注 1　由上述特征模型的结构可知, 基于特征模型的控制器设计无需对象的不确定性可参数线性化. 此外, 待估计的参数只有3个, 且其取值范围在一个可预估的范围内, 便于初值的选择.

3　基于特征模型的复合自适应控制

3.1　复合自适应控制律设计

本节将基于系统(1)的误差特征模型(2), 设计输出反馈的复合自适应控制器.

选取如下误差面:

$$s(k)=e(k)-k_{\rm s}e(k-1), \tag{5}$$

其中误差面参数 $|k_{\rm s}|<1$. 显然, 当 $s(k)=0$ 时, $e(k)$ 将趋近于0. 结合误差特征模型(2)可得

$$\begin{aligned} &s(k+1)=e(k+1)-k_{\rm s}e(k)= \\ &f_0(k)e(k)+f_1(k)e(k-1)+g_0(k)u(k)-k_{\rm s}e(k). \end{aligned} \tag{6}$$

根据式(6), 可使$s(k)$收敛的期望控制律设计如下:

$$\begin{aligned} &u^*(k)= \\ &\frac{k_{\rm p}s(k)-f_0(k)e(k)-f_1(k)e(k-1)+k_{\rm s}e(k)}{g_0(k)}, \end{aligned} \tag{7}$$

其中$|k_{\rm p}|<1$. 然而, 式中特征参量$f_1(k), f_2(k), g_0(k)$的具体取值未知, 需通过在线估计获得. 考虑到特征参量的慢时变特性, 将其作如下分解:

$$\begin{cases} f_0(k)=f_0^*+\varepsilon_{\rm f_0}(k), \\ f_1(k)=f_1^*+\varepsilon_{\rm f_1}(k), \\ g_0(k)=g_0^*+\varepsilon_{\rm g_0}(k), \end{cases} \tag{8}$$

其中未知标称常数项f_0^*, f_1^*, g_0^*设定如下:

$$\begin{cases} f_0^*=\dfrac{\min(f_0(k))+\max(f_0(k))}{2}, \\ f_1^*=\dfrac{\min(f_1(k))+\max(f_1(k))}{2}, \\ g_0^*=\dfrac{\min(g_0(k))+\max(g_0(k))}{2}, \end{cases} \tag{9}$$

其中: $k=1,2,3,\cdots, \varepsilon_{\rm f_0}(k), \varepsilon_{\rm f_1}(k), \varepsilon_{\rm g_0}(k)$为特征参量时变引起的误差项, 根据特征参量所属范围式(3)可得

$$\begin{cases} |\varepsilon_{\rm f_0}(k)| \leqslant TL+T^2L, \\ |\varepsilon_{\rm f_1}(k)| \leqslant TL, \\ |\varepsilon_{\rm g_0}(k)| \leqslant \dfrac{(\bar{g}-\underline{g})T^2}{2}, \end{cases} \tag{10}$$

将其中标称常数项的估计量作为控制器参数, 进而设计如下控制器:

$$\begin{aligned} &u(k)= \\ &\frac{k_{\rm p}s_\Delta(k)-\hat{f}_0(k)e(k)-\hat{f}_1(k)e(k-1)-k_{\rm s}e(k)}{\hat{g}_0(k)}, \end{aligned} \tag{11}$$

其中: $\hat{f}_0(k), \hat{f}_1(k), \hat{g}_0(k)$分别是$k$时刻$f_0^*, f_1^*, g_0^*$的估计, $s_\Delta(k)$的表达式如下:

$$s_\Delta(k)=s(k)-\sigma{\rm sat}(\frac{s(k)}{\sigma}), \tag{12}$$

其中: σ是待设计的可调参数, ${\rm sat}(\cdot)$是饱和函数.

注 2　考虑到特征参量慢时变特性, 控制器(11)中特征参量的估计忽略了误差项$\varepsilon_{\rm f_0}(k), \varepsilon_{\rm f_1}(k), \varepsilon_{\rm g_0}(k)$. 为了抑制其对系统收敛性的影响, 控制器采用非线性函数$s_\Delta(k)$. $s_\Delta(k)$具有性质: 当$|s|<\sigma$时, $s_\Delta=0$; 当$|s|>\sigma$时, $|s_\Delta|=|s|-\sigma$; $s_\Delta{\rm sat}(\frac{s}{\sigma})=|s_\Delta|$.

定义$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)=[\hat{f}_0(k)\ \ \hat{f}_1(k)\ \ \hat{g}_0(k)]^{\rm T}$, 现基于模型估计误差和跟踪控制误差设计控制器参数$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$的复合自适应律.

根据特征模型(2), 定义如下估计模型:

$$\hat{e}(k+1)=\hat{f}_0(k)e(k)+\hat{f}_1(k)e(k-1)+\hat{g}_0(k)u(k), \tag{13}$$

以及模型估计误差

$$e_{\rm o}(k)=\hat{e}(k)-e(k). \tag{14}$$

选取误差面$s(k)$作为跟踪控制误差信号, 进而设计如下基于估计误差和控制误差的复合自适应更新律:

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\theta}}(k)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)+\dfrac{[\tau_1 s_\Delta(k)-\tau_2 e_{{\rm o}\Delta}(k)]\boldsymbol{\phi}(k-1)}{\tau_3+\boldsymbol{\phi}(k-1)^{\rm T}\boldsymbol{\phi}(k-1)}, \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)=\varPi(\bar{\boldsymbol{\theta}}(k)), \end{cases} \tag{15}$$

其中: $\boldsymbol{\phi}(k)=[e(k)\ \ e(k-1)\ \ u(k)]^{\rm T}$; $0<\tau_1,\tau_2,\tau_3$是待设计的可调参数; $\varPi$是一个投影算子, 其将输出投影至集合式(3)中. 函数$e_{{\rm o}\Delta}(k)$的表达式如下:

$$e_{{\rm o}\Delta}(k)=e_{\rm o}(k)-\sigma{\rm sat}(\frac{e_{\rm o}(k)}{\sigma}). \tag{16}$$

注 3　参数更新律(15)中采用非线性函数$s_\Delta(k)$和$e_{{\rm o}\Delta}(k)$同样是为了抑制误差项$\varepsilon_{\rm f_0}(k), \varepsilon_{\rm f_1}(k), \varepsilon_{\rm g_0}(k)$对系统收敛性的影响.

3.2　闭环系统稳定性及跟踪性能分析

现对控制律(11)和参数估计律(15)作用下的闭环系统进行特性分析. 首先, 分析控制律(11)作用下$\|\boldsymbol{\phi}(k)\|$的有界性.

将式(5)(11)–(12)代入式(2), 并结合式(14)可得

$$\begin{aligned} e(k+1)=&(k_{\rm s}+k_{\rm p})e(k)+k_{\rm p}k_{\rm s}e(k-1)- \\ &e_{\rm o}(k+1)-k_{\rm p}\sigma{\rm sat}(\frac{s(k)}{\sigma}). \end{aligned} \tag{17}$$

将式(2)(5)(12)代入式(11)可得

$$\begin{aligned} u(k+1)=&a_1(k)e(k)+a_2(k)e(k-1)+ \\ &a_3(k)u(k)+a_4(k), \end{aligned} \tag{18}$$

其中:

$$\begin{cases} a_1(k) = \\ \dfrac{(k_{\rm p}+k_{\rm s}-\hat{f}_0(k+1))f_0(k)-k_{\rm p}k_{\rm s}-\hat{f}_1(k+1)}{\hat{g}_0(k+1)}, \\ a_2(k) = \dfrac{(k_{\rm p}+k_{\rm s}-\hat{f}_0(k+1))f_1(k)}{\hat{g}_0(k+1)}, \\ a_3(k) = \dfrac{(k_{\rm p}+k_{\rm s}-\hat{f}_0(k+1))g_0(k)}{\hat{g}_0(k+1)}, \\ a_4(k) = -\dfrac{k_{\rm ps}\sigma{\rm sat}(\frac{s(k)}{\sigma})}{\hat{g}_0(k+1)}. \end{cases} \tag{19}$$

联合式(17)和式(18)有

$$\boldsymbol{\phi}(k+1) = \boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{\phi}(k) + \boldsymbol{b}_1 e_{\rm o}(k+1) + \boldsymbol{b}_2(k), \tag{20}$$

式中:

$$\boldsymbol{A}(k) = \begin{bmatrix} k_{\rm s}+k_{\rm p} & k_{\rm s}k_{\rm p} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ a_1(k) & a_2(k) & a_3(k) \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{b}_1 = [-1\quad 0\quad 0]^{\rm T},$$

$$\boldsymbol{b}_2(k) = \begin{bmatrix} -k_{\rm p}\sigma{\rm sat}(\dfrac{s(k)}{\sigma}) & 0 & -\dfrac{k_{\rm p}\sigma{\rm sat}(\frac{s(k)}{\sigma})}{\hat{g}_0(k+1)} \end{bmatrix}^{\rm T}.$$

首先考察如下系统的稳定性:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{x}(k), \tag{22}$$

有如下引理:

引理 1 在$|k_{\rm p}|, |k_{\rm s}| < 1$基础上, 进一步选取参数$T, k_{\rm p}, k_{\rm s}$满足

$$T < \frac{g}{2L\bar{g}}, \tag{23}$$

$$2 + TL + T^2L - \frac{\underline{g}}{\bar{g}} < k_{\rm p} + k_{\rm s} < 2 - TL - T^2L + \frac{\underline{g}}{\bar{g}}, \tag{24}$$

则系统(22)指数稳定, 且状态转移矩阵$\boldsymbol{\Phi}(k,i)$满足

$$\|\boldsymbol{\Phi}(k,i)\| \leqslant M_0\lambda_0^{k-i},\ k \geqslant i, \tag{25}$$

其中: $\lambda_0 \in (0,1)$, M_0是定常参数.

证 详细证明参见附录.

令$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) - \boldsymbol{\theta}(k)$, 则式(20)可表示为

$$\boldsymbol{\phi}(k+1) = \boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{\phi}(k) + \boldsymbol{b}_1\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\rm T}(k)\boldsymbol{\phi}(k) + \boldsymbol{b}_2(k), \tag{26}$$

结合时变系数$f_0(k), f_1(k), g_0(k)$的有界性(3)以及其估计值$\hat{f}_0(k), \hat{f}_1(k), \hat{g}_0(k)$的有界性(15), 可知存在常数$c_0 > 0$使得

$$|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\rm T}(k)\boldsymbol{\phi}(k)| \leqslant c_0T\|\boldsymbol{\phi}(k)\|. \tag{27}$$

现给出控制律(11)作用下$\|\boldsymbol{\phi}(k)\|$的有界性结论:

定理 1 考虑控制律(11)作用下的闭环系统, 如果参数$|k_{\rm p}|, |k_{\rm s}| < 1$, 并且满足不等式(24), 选取采样周期$T < \min(\dfrac{g}{2L\bar{g}}, \dfrac{1-\lambda_0}{c_0M_0})$, 则$\boldsymbol{\phi}(k)$有界.

证 求解方程(26), 可得

$$\boldsymbol{\phi}(k) = \boldsymbol{\Phi}(k,0)\boldsymbol{\phi}(0) + \sum_{i=0}^{k-1}\boldsymbol{\Phi}(k,i+1)\boldsymbol{b}_2 + \sum_{i=0}^{k-1}\boldsymbol{\Phi}(k,i+1)\boldsymbol{b}_1\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\rm T}(i)\boldsymbol{\phi}(i). \tag{28}$$

考虑到$\|\boldsymbol{b}_2\| \leqslant |k_{\rm p}\sigma|(1+\dfrac{1}{T^2\underline{g}})$, 并结合式(25)和式(27)可得

$$\|\boldsymbol{\phi}(k)\| \leqslant M_0\lambda_0^k\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \sum_{i=0}^{k-1}M_0\lambda_0^{k-i-1}c_0T\|\boldsymbol{\phi}(i)\| + \sum_{i=0}^{k-1}M_0\lambda_0^{k-i-1}|k_{\rm p}\sigma|(1+\frac{1}{T^2\underline{g}}), \tag{29}$$

记$d_0 \triangleq \lambda_0^{-1}c_0M_0T$, $d_1 \triangleq \lambda_0^{-1}|k_{\rm p}\sigma|(1+\dfrac{1}{T^2\underline{g}})$并且上式两边同乘$\lambda_0^{-k}$得

$$\begin{aligned}&\lambda_0^{-k}\|\boldsymbol{\phi}(k)\| \leqslant \\ &M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \sum_{i=0}^{k-1}d_0\lambda_0^{-i}\|\boldsymbol{\phi}(i)\| + \sum_{i=0}^{k-1}d_1\lambda_0^{-i} = \\ &(M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \frac{\lambda_0d_1}{\lambda_0-1}) - \frac{\lambda_0d_1}{\lambda_0-1}\lambda_0^{-k} + \\ &\sum_{i=0}^{k-1}d_0\lambda_0^{-i}\|\boldsymbol{\phi}(i)\|.\end{aligned} \tag{30}$$

根据Gronwall–Bellman不等式, 由上式可得

$$\begin{aligned}&\lambda_0^{-k}\|\boldsymbol{\phi}(k)\| \leqslant \\ &(M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \frac{\lambda_0d_1}{\lambda_0-1}) - \\ &\frac{\lambda_0d_1}{\lambda_0-1}\lambda_0^{-k} + \frac{M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\|}{1+d_0}(1+d_0)^k + \\ &\frac{\lambda_0d_0d_1}{(\lambda_0-1)(1+d_0)}\frac{(1+d_0)^k-\lambda_0^{-k}}{1-[(1+d_0)\lambda_0]^{-1}}.\end{aligned} \tag{31}$$

选取采样周期$T \leqslant \dfrac{1-\lambda_0}{c_0M_0}$, 有$(1+d_0)\lambda_0 < 1$, 则由式(31)得

$$\lambda_0^{-k}\|\boldsymbol{\phi}(k)\| \leqslant M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \frac{\lambda_0d_1}{1-\lambda_0}\lambda_0^{-k} + \frac{M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\|}{1+d_0}(1+d_0)^k, \tag{32}$$

进一步可得$\|\boldsymbol{\phi}(k)\|$满足

$$\|\boldsymbol{\phi}(k)\| \leqslant 2M_0\|\boldsymbol{\phi}(0)\| + \frac{\lambda_0d_1}{1-\lambda_0}. \tag{33}$$

证毕.

在定理1中$\|\boldsymbol{\phi}(k)\|$有界的基础之上, 控制律(11)和参数估计律(15)作用下模型估计误差$e_{\rm o}(k)$的收敛性和闭环系统的跟踪性能有如下结论:

定理 2　考虑控制律(11)和参数估计律(15)作用下的闭环系统, 如果参数$\sigma, k_{\rm p}, \tau_1, \tau_2, \tau_3$进一步满足$\sigma > |\xi(k-1)|$, $|k_{\rm p}| + \tau_1 + \tau_2 < 1$, 且

$$k_{\rm p} < \frac{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-2)\|^2},$$

则模型估计误差$e_{\rm o}(k)$和跟踪控制误差$e(k)$有界, 并且有

$$\limsup_{k\to\infty} |e_{\rm o}(k)| \leqslant \sigma, \tag{34}$$

$$\limsup_{k\to\infty} |e(k)| \leqslant \frac{\sigma+\epsilon}{1-k_{\rm s}}, \tag{35}$$

其中:

$$\xi(k) = \boldsymbol{\varepsilon}^{\rm T}(k)\boldsymbol{\phi}(k),\ \boldsymbol{\varepsilon}(k) = [\varepsilon_{{\rm f}_0}(k)\ \varepsilon_{{\rm f}_1}(k)\ \varepsilon_{{\rm g}_0}(k)]^{\rm T}$$

为特征参量中的时变误差项, ϵ为任意小数.

证　选取Lyapunov函数

$$V(k) = \frac{\tau_1 s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \boldsymbol{\phi}^{\rm T}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k-1)} + \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k)\|^2, \tag{36}$$

其中: $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) - \boldsymbol{\theta}^*$, $\boldsymbol{\theta}^* = [f_0^*\ f_1^*\ g_0^*]^{\rm T}$. 首先考虑上式第2项, 根据投影原理, 联合式(15)可得

$$\begin{aligned}
&\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k)\|^2 \leqslant \\
&\|\bar{\boldsymbol{\theta}}(k) - \boldsymbol{\theta}^*(k)\|^2 = \\
&\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)\|^2 + \\
&2\frac{(\tau_1 s_\Delta(k) - \tau_2 e_{{\rm o}\Delta}(k))\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(k-1)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&\frac{(\tau_1 s_\Delta(k) - \tau_2 e_{{\rm o}\Delta}(k))^2\|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2}{(\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2)^2} \leqslant \\
&2\frac{\tau_1 s_\Delta(k)\boldsymbol{\phi}^T(k-1)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&\frac{\tau_1^2 s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \frac{\tau_2^2 e_{{\rm o}\Delta}^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \\
&2\frac{\tau_2 e_{{\rm o}\Delta}(k)\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(k-1)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \\
&2\frac{\tau_1\tau_2 s_\Delta(k) e_{{\rm o}\Delta}(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)\|^2.
\end{aligned} \tag{37}$$

根据Young不等式

$$-2s_\Delta(k)e_{{\rm o}\Delta}(k) \leqslant \|s_\Delta(k)\|^2 + \|e_{{\rm o}\Delta}(k)\|^2,$$

将其代入式(37)可得

$$\begin{aligned}
&\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k)\|^2 - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)\|^2 \leqslant \\
&2\frac{\tau_1 s_\Delta(k)\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(k-1)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&\frac{(\tau_1^2 + \tau_1\tau_2)s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \\
&2\frac{\tau_2 e_{{\rm o}\Delta}(k)\boldsymbol{\phi}^{\rm T}(k-1)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&\frac{(\tau_2^2 + \tau_1\tau_2)e_{{\rm o}\Delta}^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2}.
\end{aligned} \tag{38}$$

将式(2)和式(13)代入式(14)可得

$$\begin{aligned}
e_{\rm o}(k+1) = {}& \hat{f}_0(k)e(k) + \hat{f}_1(k)e(k-1) + \\
& \hat{g}_0(k)u(k) - f_0(k)e(k) - \\
& f_1(k)e(k-1) - g_0(k)u(k) = \\
& \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{*{\rm T}}(k)\boldsymbol{\phi}(k) - \xi(k).
\end{aligned} \tag{39}$$

联合式(39)和式(16)可得

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{*{\rm T}}(k-1)\boldsymbol{\phi}(k-1) = e_{{\rm o}\Delta}(k) + \sigma{\rm sat}(\frac{e(k)}{\sigma_1}) + \xi(k-1). \tag{40}$$

将式(11)代入式(6), 并结合式(8)可得

$$\begin{aligned}
s(k+1) = {}& f_0(k)e(k) + f_1(k)e(k-1) + \\
& k_{\rm p}s_\Delta(k) - \hat{f}_0(k)e(k) - \hat{f}_1(k)e(k-1) = \\
& -\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{*{\rm T}}(k)\boldsymbol{\phi}(k) + k_{\rm p}s_\Delta(k) + \xi(k).
\end{aligned} \tag{41}$$

将式(41)和式(40)代入式(38)可得

$$\begin{aligned}
&\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k)\|^2 - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)\|^2 \leqslant \\
&2\frac{\tau_1 k_{\rm p} s_\Delta(k)s_\Delta(k-1) - \tau_1 s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&2\frac{\tau_1(\xi(k-1)s_\Delta(k) - \sigma|s_\Delta(k)|)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \\
&2\frac{\tau_2 e_{{\rm o}\Delta}^2(k) + \tau_2(\sigma|e_{{\rm o}\Delta}(k)| + \xi(k-1)e_{{\rm o}\Delta}(k))}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \\
&\frac{(\tau_1^2 + \tau_1\tau_2)s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} + \frac{(\tau_2^2 + \tau_1\tau_2)e_{{\rm o}\Delta}^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2}.
\end{aligned} \tag{42}$$

选取参数$\sigma > |\xi(k-1)|$, 进一步可得

$$\begin{aligned}
&\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k)\|^2 - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^*(k-1)\|^2 \leqslant \\
&2\frac{\tau_1 k_{\rm p} s_\Delta(k)s_\Delta(k-1)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \frac{(2\tau_1 - \tau_1^2 - \tau_1\tau_2)s_\Delta^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2} - \\
&\frac{(2\tau_2 - \tau_2^2 - \tau_1\tau_2)e_{{\rm o}\Delta}^2(k)}{\tau_3 + \|\boldsymbol{\phi}(k-1)\|^2}.
\end{aligned} \tag{43}$$

对函数(36)进行差分$\Delta V(k) = V(k) - V(k-1)$, 并联合式(43)可得

$$\Delta V(k) \leqslant$$

$$2\frac{\tau_1 k_{\mathrm{p}} s_\Delta(k) s_\Delta(k-1)}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2}-\frac{(\tau_1-\tau_1^2-\tau_1\tau_2)s_\Delta^2(k)}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2}-\frac{(2\tau_2-\tau_2^2-\tau_1\tau_2)e_{\mathrm{o}\Delta}^2(k)}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2}-\frac{\tau_1 s_\Delta^2(k-1)}{\tau_3+\|\phi(k-2)\|^2}. \tag{44}$$

根据Young不等式

$$2s_\Delta(k)s_\Delta(k-1)\leqslant s_\Delta^2(k)+s_\Delta^2(k-1), \tag{45}$$

将式(45)代入式(44)中可得

$$\Delta V(k)\leqslant -A_1 s_\Delta^2(k)-A_2 s_\Delta^2(k-1)-A_3 e_{\mathrm{o}\Delta}^2(k), \tag{46}$$

其中:

$$A_1=\tau_1\frac{1-|k_{\mathrm{p}}|-\tau_1-\tau_2}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2},$$

$$A_2=\frac{\tau_1}{\tau_3+\|\phi(k-2)\|^2}-\frac{\tau_1 k_{\mathrm{p}}}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2},$$

$$A_3=\tau_3\frac{2-\tau_1-\tau_2}{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2}.$$

通过选取合适参数$k_{\mathrm{p}},\tau_1,\tau_2,\tau_3$使其满足

$$|k_{\mathrm{p}}|+\tau_1+\tau_2<1,\ |k_{\mathrm{p}}|<\frac{\tau_3+\|\phi(k-1)\|^2}{\tau_3+\|\phi(k-2)\|^2},$$

则可获得$A_1>0, A_2>0, A_3>0$.

根据式(46), 对$\Delta V(k)$从1到k求和可得

$$\sum_{i=1}^{k}[A_1 s_\Delta^2(i)+A_2 s_\Delta^2(i-1)+A_3 e_{\mathrm{o}\Delta}^2(i)]\leqslant V(1)-V(i)\leqslant V(1). \tag{47}$$

当k取无穷时, 注意到

$$[A_1 s_\Delta^2(i)+A_2 s_\Delta^2(i-1)+A_3 e_{\mathrm{o}\Delta}^2(i)]\geqslant 0,$$

并且A_1,A_2,A_3表达式中$\|\phi(k)\|$有界, 则由式(47)可知$\lim\limits_{k\to\infty}|s_\Delta(k)|=0,\ \lim\limits_{k\to\infty}|e_{\mathrm{o}\Delta}(k)|=0$. 进一步结合式(12)和式(16), 可知

$$\limsup_{k\to\infty}|e_{\mathrm{o}}(k)|\leqslant\sigma, \tag{48}$$

$$\limsup_{k\to\infty}|s(k)|\leqslant\sigma. \tag{49}$$

现分析$e(k)$的收敛性. 根据式(49)可知$\forall\epsilon>0,\exists N$, 当$k>N$时有

$$|s(k)|\leqslant\sigma+\epsilon, \tag{50}$$

其中ϵ是任意小的数. 由式(5)可得

$$\begin{aligned}|e(k)|\leqslant&|k_{\mathrm{s}}||e(k-1)|+|s(k)|\leqslant\\&|k_{\mathrm{s}}|^{k-N}|e(N)|+|k_{\mathrm{s}}|^{k-N-1}|s(N+1)|+\\&\cdots+|s(k)|\leqslant\\&|k_{\mathrm{s}}|^{k-N}|e(N)|+(\sigma+\epsilon)\frac{1-|k_{\mathrm{s}}|^{k-N}}{1-|k_{\mathrm{s}}|}.\end{aligned} \tag{51}$$

由$|k_{\mathrm{s}}|<1$进一步可知

$$\limsup_{k\to\infty}|e(k)|\leqslant\frac{\sigma+\epsilon}{1-|k_{\mathrm{s}}|}.$$

证毕.

4 仿真分析

本节通过2个数值仿真来验证所给控制方法的有效性, 其中第1个仿真系统为含有复杂非线性的数学模型, 第2个仿真例子来源于实际系统.

例 1 考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2,\\ \dot{x}_2=x_1+x_2+\dfrac{x_1x_2\sin\ x_1}{2+x_1^2}+\dfrac{3x_1x_2^3}{(1+x_2^4)e^{x_1^2+5x_2^2}}+\\ \qquad(1+0.5\sin(10t))u+d(t),\\ y(t)=x_1,\end{cases} \tag{52}$$

其中干扰$d(t)$为系统干扰. 控制目标是让系统输出$y(t)$渐进跟踪指令信号$y^*(t)$.

系统(52)的误差特征模型为

$$e(k+1)=f_0(k)e(k)+f_1(k)e(k-1)+g_0(k)u(k),$$

其中$f_0(k), f_1(k), g_0(k)$满足

$$|f_0(k)-2|\leqslant 4(T+T^2),\ |f_1(k)+1|\leqslant 4T,$$
$$0.5T^2\leqslant g_0(k)\leqslant 1.5T^2.$$

基于特征模型的复合自适应控制器如下:

$$u(k)=\frac{k_{\mathrm{p}}s_\Delta(k)-\hat{f}_0(k)e(k)-\hat{f}_1(k)e(k-1)+k_{\mathrm{s}}e(k)}{\hat{g}_0(k)},$$

其中$s_\Delta(k)$由式(12)给出. 选取采样周期$T=0.01$ s, 并结合特征参量范围进一步选取自适应参数$\{\hat{f}_0(k), \hat{f}_1(k), \hat{g}_0(k)\}$的初值为$\{1.98, -0.98, 0.0001\}$, 其更新律由式(15)给出. 控制律和自适应律参数如下:

$$k_{\mathrm{p}}=0.6,\ k_{\mathrm{s}}=0.6, \sigma=0.001,$$
$$\tau_1=0.3,\ \tau_2=0.3,\ \tau_3=1.$$

针对系统(52), 将所设计的基于特征模型的复合自适应控制器与仅采用模型估计误差的自适应控制器进行仿真对比, 并考虑阶跃、正弦和方波3种指令信号以及正弦干扰$d(t)=\sin 4$, 随机干扰$d(t)=\mathrm{randn}(1)$这两种干扰情况. 正弦干扰情况下仿真结果如图1–3所示, 相应的控制性能指标如表1–3所示.

根据图1–3中系统输出和误差轨线对比以及表1–3中控制性能对比可知, 基于特征模型的复合自适应控制下的闭环系统具有更好的控制精度和更好的动态性能. 随机干扰情况下仿真结果与正弦干扰情况类似, 在此不再赘述.

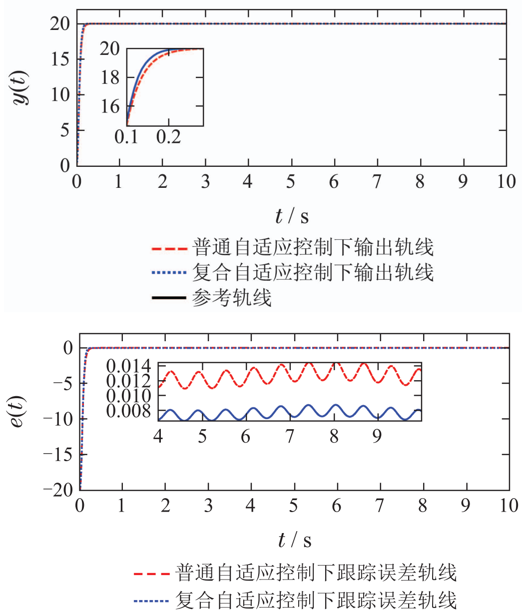


图 1 不同自适应控制下系统阶跃响应对比

Fig. 1 Responses to step signal under different adaptive control methods

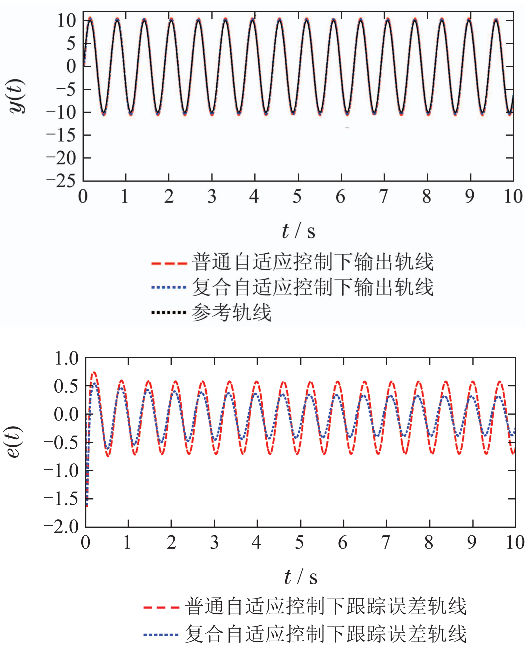
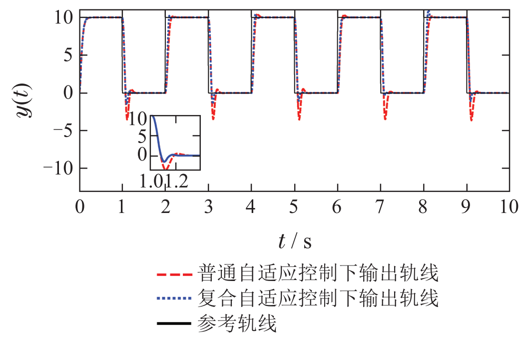


图 2 不同自适应控制下系统正弦响应对比

Fig. 2 Responses to sinusoidal signal under different adaptive control methods



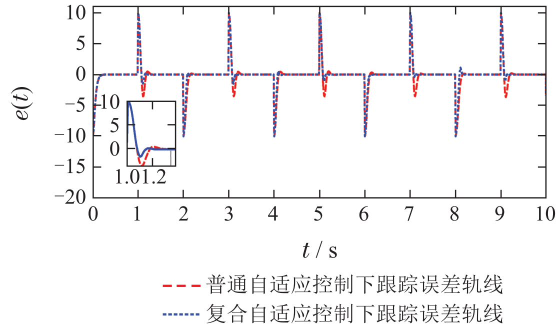


图 3 不同自适应控制下系统方波响应对比

Fig. 3 Responses to square wave signal under different adaptive control methods

表 1 不同自适应控制下系统阶跃响应性能指标对比

Table 1 Control performance of system step responses under different adaptive control methods

指标	普通自适应	复合自适应
响应时间/s	0.3	0.2
稳态误差均值	0.0127	0.0077
稳态误差标准差	9.3459e−4	6.0206e−4

表 2 不同自适应控制下系统正弦响应性能指标对比

Table 2 Control performance of system sinusoidal responses under different adaptive control methods

指标	普通自适应	复合自适应
稳态误差均值	−0.0408	−0.0195
稳态误差标准差	0.4538	0.2816

表 3 不同自适应控制下系统方波响应性能指标对比

Table 3 Control performance of system square responses under different adaptive control methods

指标	普通自适应	复合自适应
最大超调	3.6479	1.5569

例 2　考虑高超声速飞行器的姿态控制, 姿态动力学模型可描述如下:

$$\begin{cases}\dot{\alpha}=q+f_\alpha+d_\alpha,\\ \dot{\beta}=p\sin\alpha-r\cos\alpha+f_\beta+d_\beta,\\ \dot{\gamma}=\sec\beta(p\cos\alpha+\gamma\sin\alpha)+f_\gamma+d_\gamma,\\ \dot{p}=c_1qr+c_2L_{\rm o},\ \dot{q}=c_3pr+c_4M_{\rm o},\\ \dot{r}=c_5pq+c_6N_{\rm o},\end{cases}\tag{53}$$

其中: α,β,γ为攻角、侧滑角和倾侧角; p,q,r为滚转角速度、俯仰角速度和偏航角速度; $d_\alpha,d_\beta,d_\gamma$为干扰; $f_\alpha,f_\beta,f_\gamma$为系统非线性函数; $L_{\rm o},M_{\rm o},N_{\rm o}$为气动力矩; c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6为转动惯量相关系数, 上述表达式可参见文献[28].

以攻角通道为例, 其姿态误差特征模型为

$$e_{\alpha}(k+1)=$$

$$f_{0\alpha}(k)e_{\alpha}(k)+f_{1\alpha}(k)e_{\alpha}(k-1)+g_{0\alpha}(k)\delta_{\mathrm{e}}(k),$$

δ_{e}为舵面偏角, $f_{0\alpha}(k), f_{1\alpha}(k), g_{0\alpha}(k)$为特征参量, 可根据采样周期及飞行包线确定其大致范围.

基于特征模型的复合自适应控制器如下:

$$\delta_{\mathrm{e}}(k)=\frac{k_{p_{\alpha}}s_{\alpha\Delta}(k)-\hat{f}_{0\alpha}(k)e_{\alpha}(k)}{\hat{g}_{0\alpha}(k)T^2}-\frac{\hat{f}_{1\alpha}(k)e_{\alpha}(k-1)+k_{s_{\alpha}}e_{\alpha}(k)}{\hat{g}_{0\alpha}(k)T^2}, \tag{54}$$

其中$s_{\alpha\Delta}(k)$形式如式(12), 自适应特征参量更新律为式(15)的形式. 仿真中加入如表4所示的干扰, 其中: ΔSt表示初始状态α, β和γ的不确定性, 不确定项ΔC和干扰C_{d}分别被加到转动惯量、质量、大气密度以及气动参数上.

表 4 不确定和干扰项

Table 4 Uncertainties and disturbances

ΔSt	ΔC	C_{d}
$+1.5^{\circ}$	$+0.4C$	$0.01\cos(0.1t)+0.01\sin(0.1t)$

仍开展复合自适应控制器与仅采用模型估计误差的自适应控制器的对比仿真, 考虑阶跃和正弦2种指令信号, 仿真结果如图4–7所示.

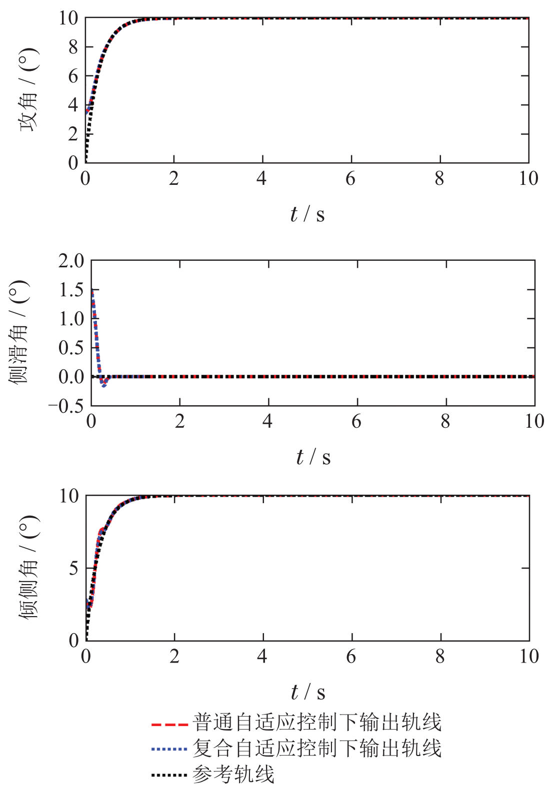


图 4 不同自适应控制下阶跃响应姿态跟踪对比

Fig. 4 Attitude curves of step signal response under different adaptive control methods

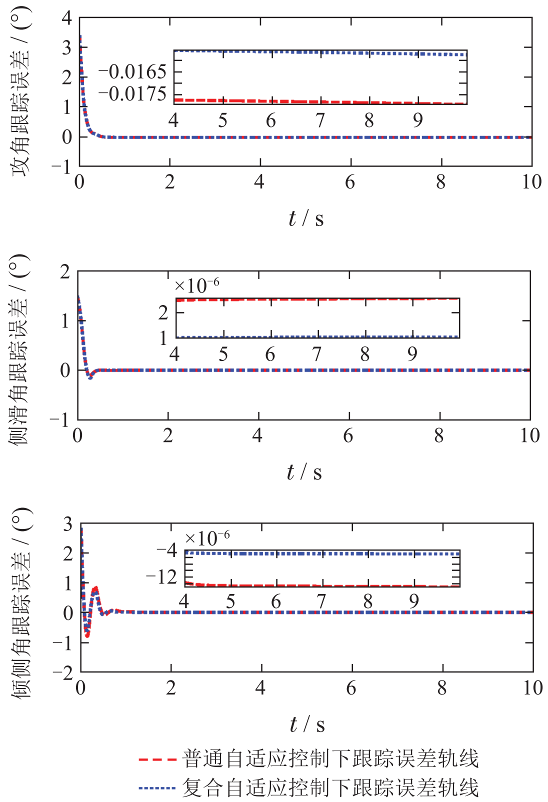


图 5 不同自适应控制下阶跃响应姿态误差对比

Fig. 5 Error curves of step signal response under different adaptive control methods

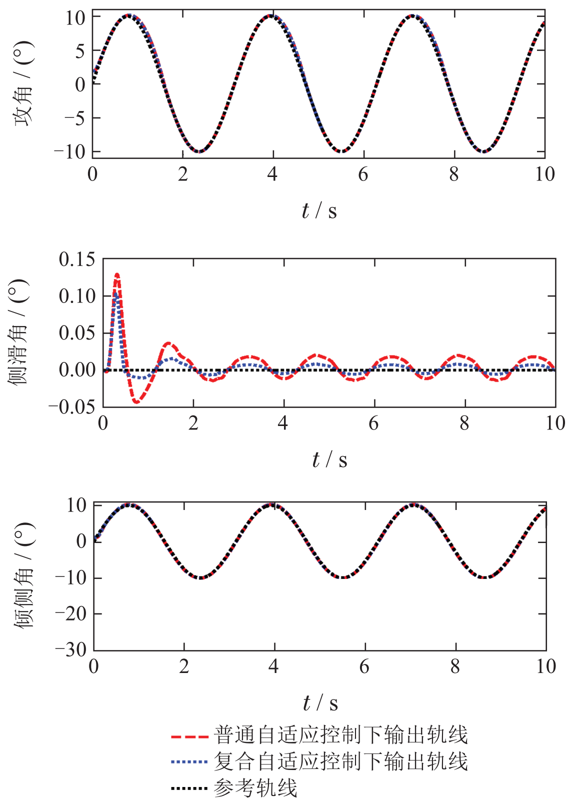


图 6 不同自适应控制下正弦响应姿态跟踪对比

Fig. 6 Attitude curves of sinusoidal signal response under different adaptive control methods

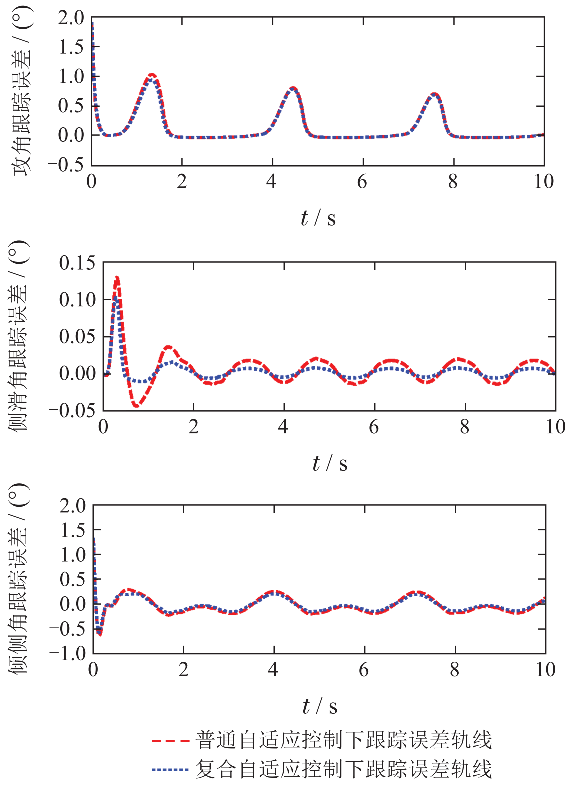


图 7　不同自适应控制下正弦响应姿态误差对比

Fig. 7　Error curves of sinusoidal signal response under different adaptive control methods

相应的控制性能指标如表5–6所示.

表 5　不同自适应控制下系统阶跃响应性能指标对比

Table 5　Control performance of system step responses under different adaptive control methods

指标	普通自适应	复合自适应
α稳态误差均值	1.78e−2	1.56e−2
α稳态误差标准差	5.556e−5	5.538e−5
β稳态误差均值	2.546e−6	1.019e−6
β稳态误差标准差	1.937e−8	7.69e−9
γ稳态误差均值	1.469e−5	4.89e−6
γ稳态误差标准差	2.108e−7	6.82e−8

表 6　不同自适应控制下系统正弦响应性能指标对比

Table 6　Control performance of system step responses under different adaptive control methods

指标	普通自适应	复合自适应
α稳态误差均值	1.48e−2	1.33e−2
α稳态误差标准差	1.0e−2	8.8e−3
β稳态误差均值	2.9e−3	1.2e−3
β稳态误差标准差	6.9e−3	2.8e−3
γ稳态误差均值	2.17e−2	8.2e−3
γ稳态误差标准差	7.5e−2	4.03e−2

根据图4–7中姿态跟踪和误差轨线对比以及表5–6中控制性能对比亦可得, 基于特征模型的复合自适应控制下的闭环系统具有更好的控制精度和更好的动态性能.

5　结论

本文研究了一类不确定非线性系统的跟踪控制问题, 提出了一种基于特征模型的复合自适应控制方法. 该方法的主要思想是, 基于对象的误差特征模型设计控制器, 针对其中未知的特征参量, 构建基于模型估计误差和跟踪控制误差的复合自适应律. 基于Lyapunov理论的稳定性分析表明, 复合自适应控制器可同时实现跟踪控制误差和模型估计误差收敛. 此外, 仿真结果表明, 与现有仅根据估计误差调节的基于特征模型的自适应控制方法相比, 所提出的复合自适应控制方法作用下的闭环系统具有更高的控制精度和更好的动态性能.

参考文献:

[1] POLYCARPOUS M M, IOANNOUQ P A. A robust adaptive nonlinear control design. *Automatica*, 1996, 32(3): 423 – 427.

[2] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.

[3] WANG D, HUANG J. Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form. *Automatica*, 2002, 38(8): 1365 – 1372.

[4] CHEN P C, CHEN C W, CHIANG W L. GA–based modified adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear systems. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 5872 – 5879.

[5] SHANG Fang, LIU Yungang, ZHANG Chenghui. New results on adaptive tracking by output feedback for a class of uncertain nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(6): 721 – 730.
(尚芳, 刘允刚, 张承慧. 一类不确定非线性系统自适应输出反馈跟踪控制的新结果. 控制理论与应用, 2010, 27(6): 721 – 730.)

[6] CHEN M, CHEN W H. Sliding mode control for a class of uncertain nonlinear system based on disturbance observer. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2010, 24(1): 51 – 64.

[7] ZHANG Qiang, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust control for nonaffine nonlinear systems based on backstepping. *Control and Decision*, 2014, 29(1): 19 – 26.
(张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于backstepping的非仿射非线性系统鲁棒控制. 控制与决策, 2014, 29(1): 19 – 26.)

[8] CHEN Longsheng, WANG Qi. Adaptive robust control for a class of uncertain non-affine nonlinear system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 256 – 261.
(陈龙胜, 王琦. 一类非仿射非线性不确定系统自适应鲁棒控制. 控制理论与应用, 2015, 32(2): 256 – 261.)

[9] ZHANG Qiang, YUAN Zhugang, XU Dezhi. An adaptive second order terminal sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems using disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 179 – 187.
(张强, 袁铸钢, 许德智. 基于干扰观测器的一类不确定非线性系统自适应二阶动态terminal滑模控制. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 179 – 187.)

[10] XING L T, WEN C Y, LIU Z T, et al. Event-Triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(4): 2071 – 2076.

[11] IOANNOU P, SUN J. *Robust Adaptive Control*. New York: Dover Publication, 1996.

[12] ASTROM K, WITTENMARK B. *Adaptive Control*. The 2nd edition, New York: Dover Publication, 2008.

[13] SLOTINE J, LI W. *Applied Nonlinear Control*. Engle-wood Cliffs: Prentice Hall, 1991.

[14] LUO Long, LUO Fei, XU Yuge. Global asymptotic adaptive neural control of uncertain nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(9): 1268 – 1273.
(罗隆, 罗飞, 许玉格. 不确定非线性系统全局渐近自适应神经网络控制. 控制理论与应用, 2014, 31(9): 1268 – 1273.)

[15] CHANG Y C. Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches. *Automatica*, 2000, 36(10): 1535 – 1545.

[16] WU Hongxin, HU Jun, XIE Yongchun. *Characteristic Model Based Intelligent and Adaptive Control*. Beijing: China Science and Technology Press, 2009.
(吴宏鑫, 胡军, 解永春. 基于特征模型的智能自适应控制. 北京: 中国科学技术出版社, 2009.)

[17] LUO X, LI J. Fuzzy dynamic characteristic model based attitude control of hypersonic vehicle in gliding phase. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(1): 448 – 459.

[18] SUN Q, ZHOU J, LIN P. Robust adaptive controller design for a hypersonic vehicle based on characteristic model. *Flight Dynamics*, 2011, 29(1): 46 – 49.

[19] ZHOU C, SHI Y, YANG S H, et al. Characteristic model-based adaptive discrete-time sliding mode control for the swing arm in a Fourier transform spectrometer. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, Part C*, 2012, 42(6): 1633 – 1643.

[20] HUANG H, ZHANG Z. Characteristic model-based H2/H_∞ robust adaptive control during the re-entry of hypersonic cruise vehicles. *Science China Information Sciences*, 2015, 58(1): 1 – 12.

[21] ZHANG G Q, WU H X. An all-coefficient adaptive control method for a class of nonlinear time-varying systems. *Science China Information Sciences*, 2009, 52(10): 1730 – 1738.

[22] NAKANISHI J, FARRELL J A, SCHAAL S. Composite adaptive control with locally weighted statistical learning. *Neural Networks*, 2005, 18(1): 71 – 90.

[23] LAVRETSKY E. Combined/composite model reference adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(11): 2692 – 2697.

[24] DYDEK Z T, ANNASWAMY A M. Combined/composite adaptive control of a quadrotor UAV in the presence of actuator uncertainty. *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Toronto, Ontario Canada: AIAA, 2010 – 7575.

[25] LIU L, WANG D, PENG Z H. Direct and composite iterative neural control for cooperative dynamic positioning of marine surface vessels. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 81(3): 1 – 14.

[26] LIU Z, HAN C, YUAN R Y, et al. Composite adaptive control of uncertain nonlinear systems using immersion and invariance method. *Proceedings of 2017 International Conference on Mechatronics and Automation*. Takamatsu, Japan: [s.n.], 2017: 1144 – 1149.

[27] JIANG T, WU H X. Sampled-data feedback and stability for a class of uncertain nonlinear systems based on characteristic modeling method. *Science China Information Sciences*, 2016, 59(9): 092205.

[28] CHANG Y F, JIANG T, PU Z. Adaptive control of hypersonic vehicles based on characteristic models with fuzzy neural network estimators. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 68: 475 – 485.

[29] WEN CY, HILL D J. Global boundedness of discrete-time adaptive control just using estimation projection. *Automatica*, 1992, 28(6): 1143 – 1157.

附录 引理1证明(Appendix Proof of Lemma 1)

证 首先, 根据时变系数$f_0(k), f_1(k), g_0(k)$的有界性(3)以及其估计值$\hat{f}_0(k), \hat{f}_1(k), \hat{g}_0(k)$的有界性(15), 并结合$\boldsymbol{A}(k)$的表达式(21), 可知$\boldsymbol{A}(k)$和$\|\boldsymbol{A}(k)-\boldsymbol{A}(k-1)\|$有界.

其次, 求取$\boldsymbol{A}(k)$的特征值得

$$\lambda_1 = k_{\mathrm{s}},\ \lambda_2 = k_{\mathrm{p}},\ \lambda_3 = a_3(k),$$

动态误差面(5)和控制律(11)中的参数设定有

$$\lambda_1 = |k_{\mathrm{s}}| < 1,\ \lambda_2 = |k_{\mathrm{p}}| < 1,$$

基于式(19)中$a_3(k)$的表达式并结合不等式(24)和式(24)可得

$$\lambda_3 = |a_3(k)| < 1,\ \forall k. \tag{A1}$$

最后, 根据文献[28]中如下引理可知引理1结论成立.

证毕.

引理 考虑如下线性时变对象:

$$\boldsymbol{x}_0(k+1) = \boldsymbol{A}_0(k)\boldsymbol{x}_0(k). \tag{A2}$$

如果

1) $\boldsymbol{A}_0(k)$有界;

2) $\sum\limits_{i=k_0+1}^{k} \|\boldsymbol{A}_0(i)-\boldsymbol{A}_0(i-1)\|^2 \leqslant \beta_0+\beta_1(k-k_0),\ k>k_0$, 其中$\beta_0, \beta_1 \geqslant 0$;

3) $|\lambda_i(\boldsymbol{A}_0(k))| < 1, \forall k$, 其中$\lambda_i$为$\boldsymbol{A}_0(k)$的任一特征值.

那么, 系统(A2)的状态转移矩阵$\boldsymbol{\psi}(k,i)$满足

$$\|\boldsymbol{\psi}(k,i)\| \leqslant C_0\mu^{k-i},\ k \geqslant i,$$

其中: $\mu \in (0,1)$, $C_0 > 0$是定常参数.

作者简介:

常亚菲 博士, 目前研究方向为非线性鲁棒自适应控制和飞行控制等, E-mail: cyfei1106@163.com.