第 36 卷第 7 期
2019 年 7 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 36 No. 7
Jul. 2019

四旋翼无人飞行器的轨迹跟踪与滑模事件驱动控制

王 婕[1†], 马 晓[1], 宗 群[2], 王丹丹[2]

(1. 河北工业大学 人工智能与数据科学学院, 天津 300130; 2. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 四旋翼飞行器作为一个典型的欠驱动的系统, 具有强耦合、非线性等特性. 针对飞行器外部干扰、和通信资源受限条件下的轨迹跟踪控制问题, 进行滑模事件驱动控制方法的研究. 首先, 分析动力学特性, 通过时间尺度分解方法将系统解耦成位置子系统和姿态子系统. 其次, 将位置子系统转化为严格反馈形式, 设计反步滑模控制器, 实现位置轨迹稳定跟踪; 针对姿态子系统存在时变有界扰动及通信受限, 设计滑模事件驱动控制律, 在抑制干扰的同时实现对虚拟姿态跟踪指令的跟踪. 根据Lyapunov分析方法证明了所设计控制器的稳定性, 并通过理论分析证明闭环控制系统不会出现Zeno现象. 最后, 仿真结果验证了滑模事件驱动控制律在存在外部扰动和通信受限时四旋翼无人飞行器轨迹跟踪的鲁棒性.

关键词: 四旋翼飞行器; 轨迹跟踪控制; 反步; 滑模控制; 事件驱动

引用格式: 王婕, 马晓, 宗群, 等. 四旋翼无人飞行器的轨迹跟踪与滑模事件驱动控制. 控制理论与应用, 2019, 36(7): 1083 – 1089

DOI: 10.7641/CTA.2018.80149

Trajectory tracking and sliding mode event-triggered control for a quadrotor unmanned aerial vehicle

WANG Jie[1†], MA Xiao[1], ZONG Qun[2], WANG Dan-dan[2]

(1. School of Artificial Intelligence, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China;
2. School of Electrical Automation and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Quadrotor unmanned aerial vehicles (UAV) as a typical under-actuated system, which has strong coupling, nonlinear and other characteristics. an sliding mode sliding mode event-triggered control method is proposed to deal with the external disturbance and limited communication. Firstly, the dynamic characteristics of the quadrotor UAV is analyzed, then the time-scaling techniques is applied to decouple the system into the position sub-system and the attitude subsystem. Secondly, the position subsystem is transformed into strict feedback form, and a backstepping sliding mode controller is designed to implement the trajectory stability tracking. In order to deal with the case of bounded disturbance and communication restricted, an event-triggered control law based on sliding mode control is designed to achieve the virtual attitude command tracking while suppressing the disturbances. The stability of the proposed controller is proved based on Lyapunov method, and the closed-loop control system does not appear Zeno phenomenon is proofed by theoretical analysis. Finally, simulation results are given to demonstrate the trajectory tracking robustness of the sliding mode event-triggered control law with respect to external disturbances and communication restricted of a quadrotor UAV.

Key words: quadrotor unmanned aerial vehicles; trajectory tracking control; backstepping; sliding mode control; event-triggered

Citation: WANG Jie, MA Xiao, ZONG Qun, et al. Trajectory tracking and sliding mode event-triggered control for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(7): 1083 – 1089

1 引言

四旋翼无人飞行器(quadrotor unmanned aerial vehicles, QUAVS)作为旋翼类无人机的典型, 其机械结构简单, 同时拥有良好的带载能力. 对称分布的两组螺旋桨的陀螺效应可以相互抵消, 便于操控, 在军事领域、民用领域得到了广泛的应用[1–2]. 四旋翼无人机

收稿日期: 2018−03−05; 录用日期: 2018−09−04.
†通信作者. E-mail: wangjie@hebut.edu.cn; Tel.: +86 18920827290.
本文责任编委: 苏剑波.
国家自然科学基金项目(61703134, 61673294, 61503118, 61773151, 61703135), 河北省自然科学基金项目(F2015202150), 天津市自然科学基金项目(17JCQNJC04400), 河北省高等学校科学技术研究基金项目(QN2015068)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703134, 61673294, 61503118, 61773151, 61703135), the National Natural Science Foundation of Hebei Province (F2015202150), the Natural Science Foundation of Tianjin (17JCQNJC04400) and the Youth Foundation of Hebei Educational Committee (QN2015068).

具有6个自由度、4个控制输入, 彼此相互独立, 属于欠驱动系统范畴[3]. 针对该飞行器具有多输入/多输出、强耦合、高度非线性和前驱动等特点, 国内外众多科研工作者对四旋翼无人飞行器控制系统进行探讨和研究, 取得了一定的研究成果, 如PD控制、滑模控制、反演控制、H_∞等[4–6]. 文献[7]考虑陀螺效应、以实现四旋翼无人机的姿态跟踪为目的, 利用PD方法对其控制系统进行设计. 文献[8]利用非线性PID和反步法, 针对QUAVS的六自由度模型, 完成了对飞行器的轨迹跟踪. 文献[9]提出利用自适应反馈控制技术优化飞行器稳定性能. 文献[10]针对四旋翼无人飞行器, 设计了神经网络控制器. 文献[11–12] 考虑参数不确定及外界干扰, 设计反步滑模控制器, 利用模糊规则和自适应技术降低传统滑模的抖振问题. 文献[13]基于QUAVS的3个互联子系统, 综合滑模技术与反步法, 设计了反步滑模控制器. 文献[14]将分块控制思想加入到扭转滑模法中, 实现了对期望轨迹的跟踪. 文献[15]针对四旋翼无人飞行器, 利用增广滑模技术实现了主动及被动容错控制. 文献[16]在考虑不确定性对控制系统的影响以及确定性上界已知的情况下, 引入干扰观测器对不确定扰动进行观测和消除, 实现对目标精确追踪. 文献[17] 在反步法的基础上, 应用输出约束技术和自适应控制, 实现了对四旋翼无人飞行器多电机系统输出约束的自适应轨迹跟踪控制. 文献[18]考虑四旋翼无人机模型不确定性、外部干扰、输入饱和以及姿态受限等问题, 设计了反步姿态控制器, 并通过仿真验证了有效性. 文献[19]针对同时存在执行器故障和未知外部扰动时四旋翼无人机的姿态控制问题, 设计了一种基于自适应滑模控制的容错控制器, 保证了执行器故障条件下的容错性及未知外部扰动的鲁棒性.

但上述方法都没有考虑在四旋翼无人飞行器通信资源有限和存在外部干扰条件下的轨迹跟踪稳定控制问题. 在实际飞行过程中, 通常需要以固定较高采样频率对飞行器的状态信息进行采集, 加大了通信压力, 同时存在数据延时传输以及丢失现象. 另一方面, 频繁地进行通信, 飞行器能量损耗将会增加, 缩短使用寿命. 事件驱动控制是一种资源感知型采样策略, 只有在满足某个条件时才更新控制值, 可以减少控制计算成本和通信[20]. 因此, 本文将事件驱动机制引入到四旋翼无人飞行器的轨迹跟踪控制中, 设计的触发函数与滑模控制律只要求飞行器在触发时刻进行通信, 相比需要持续通讯与控制的方法, 降低了对通信的要求和传输能量的消耗, 更适于四旋翼无人飞行器控制器设计的实际应用.

综上所述, 本文进一步考虑通讯资源受限, 利用内外环的双环控制方式四旋翼无人飞行器的轨迹进行跟踪控制. 控制器设计分为位置跟踪控制、姿态稳定控制和中间参考信号的提取3个部分, 位置跟踪控制为外环, 利用反步法, 完成滑模控制器构建, 姿态稳定控制为内环, 设计基于事件驱动的滑模控制器, 中间参考信号的提取用于连接内外环. 并根据Lyapunov稳定性判据, 对所设计的闭环系统进行了稳定性分析, 证明了设计的控制律可以保证闭环系统的渐进稳定性, 并且所有闭环信号都是有界的.

2 四旋翼飞行器动力学模型

以牛顿第二定律为基础, 推导出四旋翼飞行器的动力学方程为

$$\begin{cases}\ddot{x}=u_1(\cos\phi\sin\theta\cos\psi+\sin\phi\sin\psi)-\\ \qquad \dfrac{K_1\dot{x}}{m}+d_1,\\ \ddot{y}=u_1(\sin\phi\sin\theta\cos\psi-\cos\phi\sin\psi)-\\ \qquad \dfrac{K_2\dot{y}}{m}+d_2,\\ \ddot{z}=u_1\cos\phi\cos\psi-\mathrm{g}-\dfrac{K_3\dot{z}}{m}+d_3,\end{cases} \tag{1}$$

其中: $[x,y,z]$为飞行器机体的质心在地面惯性坐标系中的位置, m是机体的负载总重量, $K_i(i=1,2,3)$为阻力系数, $d_i(i=1,2,3)$为扰动. 根据力矩和力的平衡, 可得机体的角度运动方程. 如下:

$$\begin{cases}\ddot{\phi}=u_2-\dfrac{lK_4\dot{\phi}}{I_4}+d_4,\\ \ddot{\theta}=u_3-\dfrac{lK_5\dot{\theta}}{I_5}+d_5,\\ \ddot{\psi}=u_4-\dfrac{lK_6\dot{\psi}}{I_6}+d_6,\end{cases} \tag{2}$$

其中: 飞行器3个姿态的欧拉角度表示为角向量$[\phi,\theta,\psi]$, 分别代表滚转角、俯仰角和偏航角, 飞行器半径长度l表示每个旋翼末端到飞行器重心的距离, $I_i(i=4,5,6)$是围绕机体坐标系每个坐标轴的转动惯量, g是重力加速度, $d_i(i=4,5,6)$为扰动.

由上述模型的表达式可知: 四旋翼飞行器的位置改变表现为地面惯性坐标系中的位移运动, 姿态角改变表现为机体坐标系中的姿态角运动. 属于内环和外环构成的控制系统, 控制器可采取双环控制方法进行设计. 作为外环的位置子系统与作为内环的姿态子系统表现出半耦合关系. 外环控制对四旋翼机体的位移实施调节, 内环控制用于调整四旋翼飞行器的姿态角.

由于四旋翼飞行器存在欠驱动特性, 无法同时控制飞行器所有的6个自由度. 合理的控制目标为通过设计控制律$u_i(i=1,2,3,4)$. 在扰动$d_i(i=1,2,3,4,5,6)$的影响下, 使得航迹满足$x\to x_\mathrm{d}, y\to y_\mathrm{d}, z\to z_\mathrm{d}$, 滚转角满足$\phi\to\phi_\mathrm{d}$, 并保证俯仰角$\theta$和偏航角$\psi$满足稳定性要求. 对飞行器所受扰动$d_i(i=1,2,3,4,5,6)$做如下假设

假设 1 对于每一个$d_i(i=1,2,3,4,5,6)$, 都存

在相应的正常数$D_i(i=1,2,3,4,5,6)$, 且满足$|d_i| \leqslant D_i$, 即干扰d_i是有界的.

3 控制器设计

首先通过设计位置控制律u_1, 实现四旋翼无人飞行器对期望位置轨迹$[x_\mathrm{d}, y_\mathrm{d}, z_\mathrm{d}]$的稳定跟踪控制, 即$x \to x_\mathrm{d}, y \to y_\mathrm{d}, z \to z_\mathrm{d}$.

3.1 位置控制器设计

由位置系统的表达式(1), 定义待设计的虚拟控制输入为

$$\begin{cases} u_{1\mathrm{x}} = u_1(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi), \\ u_{1\mathrm{y}} = u_1(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi), \\ u_{1\mathrm{z}} = u_1\cos\phi\cos\psi, \end{cases} \tag{3}$$

则用来描述位置状态的模型可重新写为

$$\begin{cases} \ddot{x} = u_{1\mathrm{x}} - \dfrac{K_1\dot{x}}{m} + d_1, \\ \ddot{y} = u_{1\mathrm{y}} - \dfrac{K_2\dot{y}}{m} + d_2, \\ \ddot{z} = u_{1\mathrm{z}} - \mathrm{g} - \dfrac{K_3\dot{z}}{m} + d_3, \end{cases} \tag{4}$$

定义位置误差跟踪变量分别为$e_\mathrm{x} = x - x_\mathrm{d}$, $e_\mathrm{y} = y - y_\mathrm{d}$, $e_\mathrm{z} = z - z_\mathrm{d}$, 令无人机位置的虚拟跟踪指令为$x_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{x}e_\mathrm{x} + \dot{x}_\mathrm{d}$, $y_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{y}e_\mathrm{y} + \dot{y}_\mathrm{d}$, $z_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{z}e_\mathrm{z} + \dot{z}_\mathrm{d}$, 其中$c_i(i = x, y, z)$是常增益, 且满足$c_i > 0(i = x, y, z)$. 基于Lyapunov稳定理论和反步法可得定理1.

定理 1 针对位置子系统式(1), 在假设1成立的条件下, 设计滑模鲁棒控制器:

$$\begin{cases} u_{1\mathrm{x}} = -c_\mathrm{x}\dot{e}_\mathrm{x} - e_\mathrm{x} + \dfrac{K_1\dot{x}}{m} + \ddot{x}_\mathrm{d} - \\ \qquad k_1 s_\mathrm{x} - \eta_1 \mathrm{sgn}\, s_\mathrm{x}, \\ u_{1\mathrm{y}} = -c_\mathrm{y}\dot{e}_\mathrm{y} - e_\mathrm{y} + \dfrac{K_2\dot{y}}{m} + \ddot{y}_\mathrm{d} - \\ \qquad k_2 s_\mathrm{y} - \eta_2 \mathrm{sgn}\, s_\mathrm{y}, \\ u_{1\mathrm{z}} = -c_\mathrm{z}\dot{e}_\mathrm{z} - e_\mathrm{z} + \dfrac{K_3\dot{z}}{m} + \ddot{z}_\mathrm{d} + g - \\ \qquad k_3 s_\mathrm{z} - \eta_3 \mathrm{sgn}\, s_\mathrm{z}, \end{cases} \tag{5}$$

其中: $s_\mathrm{x} = \dot{x} - x_\mathrm{ref}$, $s_\mathrm{y} = \dot{y} - y_\mathrm{ref}$, $s_\mathrm{z} = \dot{z} - z_\mathrm{ref}$为位置子系统的虚拟跟踪误差, 也为位置子系统的滑模面, $k_i, i = 1, 2, 3$为正的常数控制增益, $\eta_i > D_i, i = 1, 2, 3$, 则位置子系统稳定, 能够实现对位置参考指令$[x_\mathrm{d}, y_\mathrm{d}, z_\mathrm{d}]$的稳定跟踪.

证 选Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2}(e_\mathrm{x}^2 + s_\mathrm{x}^2 + e_\mathrm{y}^2 + s_\mathrm{y}^2 + e_\mathrm{z}^2 + s_\mathrm{z}^2), \tag{6}$$

对式(6)求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & e_\mathrm{x}\dot{e}_\mathrm{x} + s_\mathrm{x}\dot{s}_\mathrm{x} + e_\mathrm{y}\dot{e}_\mathrm{y} + s_\mathrm{y}\dot{s}_\mathrm{y} + e_\mathrm{z}\dot{e}_\mathrm{z} + s_\mathrm{z}\dot{s}_\mathrm{z} = \\ & e_\mathrm{x}(\dot{x} - \dot{x}_\mathrm{d}) + s_\mathrm{x}(\ddot{x} - \dot{x}_\mathrm{ref}) + e_\mathrm{y}(\dot{y} - \dot{y}_\mathrm{d}) + \\ & s_\mathrm{y}(\ddot{y} - \dot{y}_\mathrm{ref}) + e_\mathrm{z}(\dot{z} - \dot{z}_\mathrm{d}) + s_\mathrm{z}(\ddot{z} - \dot{z}_\mathrm{ref}) = \\ & e_\mathrm{x}(s_\mathrm{x} - \dot{x}_\mathrm{d} + x_\mathrm{ref}) + s_\mathrm{x}(\ddot{x} - \dot{x}_\mathrm{ref}) + \\ & e_\mathrm{y}(s_\mathrm{y} - \dot{y}_\mathrm{d} + y_\mathrm{ref}) + s_\mathrm{y}(\ddot{y} - \dot{y}_\mathrm{ref}) + \\ & e_\mathrm{z}(s_\mathrm{z} - \dot{z}_\mathrm{d} + z_\mathrm{ref}) + s_\mathrm{Z}(\ddot{z} - \dot{z}_\mathrm{ref}). \end{aligned} \tag{7}$$

将位置虚拟控制输入的表达式$x_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{x}e_\mathrm{x} + \dot{x}_\mathrm{d}$, $y_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{y}e_\mathrm{y} + \dot{y}_\mathrm{d}$, $z_\mathrm{ref} = -c_\mathrm{z}e_\mathrm{z} + \dot{z}_\mathrm{d}$, 代入式(7)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & -c_\mathrm{x}e_\mathrm{x}^2 + e_\mathrm{x}s_\mathrm{x} + s_\mathrm{x}(\ddot{x} + c_\mathrm{x}\dot{e}_\mathrm{x} - \ddot{x}_\mathrm{d}) - \\ & c_\mathrm{y}e_\mathrm{y}^2 + e_\mathrm{y}s_\mathrm{y} + s_\mathrm{y}(\ddot{y} + c_\mathrm{y}\dot{e}_\mathrm{y} - \ddot{y}_\mathrm{d}) - \\ & c_\mathrm{z}e_\mathrm{z}^2 + e_\mathrm{z}s_\mathrm{z} + s_\mathrm{z}(\ddot{z} + c_\mathrm{z}\dot{e}_\mathrm{z} - \ddot{z}_\mathrm{d}). \end{aligned} \tag{8}$$

将位置子系统的动态方程(4)、控制律表达式(5)代入式(8)有

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & -c_\mathrm{x}e_\mathrm{x}^2 - k_1s_\mathrm{x}^2 - \eta_1|s_\mathrm{x}| + s_\mathrm{x}d_1 - c_\mathrm{y}e_\mathrm{y}^2 - \\ & k_2s_\mathrm{y}^2 - \eta_2|s_\mathrm{y}| + s_\mathrm{y}d_2 - c_\mathrm{z}e_\mathrm{z}^2 - \\ & k_3s_\mathrm{z}^2 - \eta_3|s_\mathrm{z}| + s_\mathrm{z}d_3 \leqslant \\ & -c_\mathrm{x}e_\mathrm{x}^2 - k_1s_\mathrm{x}^2 - \eta_1|s_\mathrm{x}| + |s_\mathrm{x}| \cdot |d_1| - \\ & c_\mathrm{y}e_\mathrm{y}^2 - k_2s_\mathrm{y}^2 - \eta_2|s_\mathrm{y}| + |s_\mathrm{y}| \cdot |d_2| - c_\mathrm{z}e_\mathrm{z}^2 - \\ & k_3s_\mathrm{z}^2 - \eta_3|s_\mathrm{z}| + |s_\mathrm{z}| \cdot |d_3|. \end{aligned} \tag{9}$$

由Lyapunov稳定定理可知, 当$c_i, k_i > 0 (i = 1, 2, 3)$, 及$\eta_i > D_i(i = 1, 2, 3)$时, $\dot{V} < 0$系统渐近稳定. 综上定理1得证.

3.2 姿态控制器设计

针对四旋翼飞行器动力学模型的欠驱动特性, 需要从位置控制器式(3)中提取出中间参考信号$[\phi_\mathrm{d}, \theta_\mathrm{d}, \psi_\mathrm{d}]$作为姿态子系统跟踪的期望欧拉角. 求解过程同文献[21], 偏航角期望参考指令为

$$\psi_\mathrm{d} = \arctan\Big(\frac{\sin\phi_\mathrm{d}\cos\phi_\mathrm{d} \cdot u_{1\mathrm{x}} - \cos^2\phi_\mathrm{d} \cdot u_{1\mathrm{y}}}{u_{1\mathrm{z}}}\Big), \tag{10}$$

滚转角的期望参考指令为

$$\theta_\mathrm{d} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2}, & X > 1, \\ \arcsin X, & |X| \leqslant 1, \\ -\dfrac{\pi}{2}, & X < -1, \end{cases} \tag{11}$$

其中

$$X = \frac{\cos\phi_\mathrm{d}(\cos\phi_\mathrm{d} \cdot u_{1\mathrm{x}} + \sin\phi_\mathrm{d} \cdot u_{1\mathrm{y}})}{u_{1\mathrm{z}}}.$$

求解θ_d和ψ_d后, 可得到位置子系统的实际控制律为

$$u_1 = \frac{u_{1\mathrm{z}}}{\cos\phi_\mathrm{d}\cos\psi_\mathrm{d}}. \tag{12}$$

记欧拉角向量为$\Theta = [\phi\ \ \theta\ \ \psi]^\mathrm{T}$期望欧拉角向量$\Theta_\mathrm{d} = [\phi_\mathrm{d}\ \ \theta_\mathrm{d}\ \ \psi_\mathrm{d}]^\mathrm{T}$, 定义姿态角跟踪误差为$\Theta_\mathrm{e} = \Theta - \Theta_\mathrm{d} = [\phi_\mathrm{e}\ \ \theta_\mathrm{e}\ \ \psi_\mathrm{e}]^\mathrm{T}$以跟踪误差为基础, 针对姿态子系

统模型(2)设计滑模面函数为

$$s(t)=c\Theta_{\mathrm{e}}(t)+\dot{\Theta}_{\mathrm{e}}(t)=[s_\phi\ \ s_\theta\ \ s_\psi]^{\mathrm{T}},\tag{13}$$

其中c为对角矩阵, 记$c=\mathrm{diag}\{[c_4,c_5,c_6]\}$, 并且$c_4$, c_5, c_6都是正常数. 定义采样测量误差为

$$e_\Theta(t)=\Theta_{\mathrm{e}}(t_i)-\Theta_{\mathrm{e}}(t),\ \forall t\in[t_i,t_{i+1}).\tag{14}$$

记向量

$$\Theta_{\mathrm{E}}(t)=[\Theta_{\mathrm{e}}(t)\ \ \dot{\Theta}_{\mathrm{e}}(t)]^{\mathrm{T}},$$
$$\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)=[\Theta_{\mathrm{e}}(t_i)\ \ \dot{\Theta}_{\mathrm{e}}(t_i)]^{\mathrm{T}}.$$

假设 2 对于飞行器姿态角跟踪参考指令及其导数, 基于飞行实际, 假设$\Theta_{\mathrm{d}}(t),\dot{\Theta}_{\mathrm{d}}(t),\ddot{\Theta}_{\mathrm{d}}(t)$, 都存在相应的正常数$m_i(i=0,1,2)$, 且满足$\|\Theta_{\mathrm{d}}(t)\|\leqslant m_0$, $\|\dot{\Theta}_{\mathrm{d}}(t)\|\leqslant m_1$, 及$\|\ddot{\Theta}_{\mathrm{d}}(t)\|\leqslant m_2$.

定理 2 考虑姿态子系统式(2), 在假设1–2成立的条件下, 设计控制律$u(t)=[u_2(t)\ \ u_3(t)\ \ u_4(t)]^{\mathrm{T}}$为

$$u(t)=-(CB)^{-1}(CA\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)+k\mathrm{sgn}(s(t_i))),\tag{15}$$

事件驱动条件为

$$\|C\|\,\|A\|\,\|E_\Theta(t)\|<\alpha,\tag{16}$$

其中:

$$C=[c\ \ I_{3\times3}],\ B=[0_{3\times3}\ \ I_{3\times3}]^{\mathrm{T}},\ A=[0_{6\times3}\ \ A_1],$$
$$A_1=[I_{3\times3}\ \ -lKI]^{\mathrm{T}},E_\Theta(t)=[e_\Theta(t)\ \ \dot{e}_\Theta(t)]^{\mathrm{T}},$$

控制增益k满足不等式关系

$$k>\sup_{t\geqslant0}\|d_\Theta\|+\eta+\alpha+\|lKI\|\,m_1+m_2,\tag{17}$$

其中: $t\in[t_i,t_{i+1})(i=1,2,\cdots,n)$, $\alpha\in(0,\infty)$, $\eta>0$, $\mathrm{sgn}(s(t_i))=[\mathrm{sgn}(s_\phi(t_i))\ \ \mathrm{sgn}(s_\theta(t_i))\ \ \mathrm{sgn}(s_\psi(t_i))]^{\mathrm{T}}$, 系数矩阵为对角形式:

$$K=\mathrm{diag}\{K_4,K_5,K_6\},I=\mathrm{diag}\{\frac{1}{I_4},\frac{1}{I_5},\frac{1}{I_6}\},$$

干扰的向量形式为$d_\Theta=[d_4\ \ d_5\ \ d_6]^{\mathrm{T}}$. 则控制律(15)能使得姿态跟踪误差稳定到$s(t)=0$附近的一个邻域内, 邻域边界为

$$\{x(t)\in\mathbb{R}^n:\|s(t_i)\|<\alpha\|A\|^{-1}\}.\tag{18}$$

证 为了表明滑模的存在性, 基于式(13), 在时间区间$t\in[t_i,t_{i+1}),i=1,2,\cdots,n$, 取Lyapunov函数为

$$V=\frac{1}{2}s^{\mathrm{T}}(t)s(t),\tag{19}$$

对式(19)关于时间t求一阶导, 得

$$\begin{aligned}&\dot{V}=s^{\mathrm{T}}(t)\dot{s}(t)=\\&s_\phi\dot{s}_\phi+s_\theta\dot{s}_\theta+s_\psi\dot{s}_\psi=\\&s_\phi(c_4\dot{\phi}_{\mathrm{e}}+\ddot{\phi}_{\mathrm{e}})+s_\theta(c_5\dot{\theta}_{\mathrm{e}}+\ddot{\theta}_{\mathrm{e}})+\\&s_\psi(c_6\dot{\psi}_{\mathrm{e}}+\ddot{\psi}_{\mathrm{e}})=\\&s_\phi(c_4\dot{\phi}_{\mathrm{e}}+\ddot{\phi}-\ddot{\phi}_{\mathrm{d}})+s_\theta(c_5\dot{\theta}_{\mathrm{e}}+\ddot{\theta}-\ddot{\theta}_{\mathrm{d}})+\\&s_\psi(c_6\dot{\psi}_{\mathrm{e}}+\ddot{\psi}-\ddot{\psi}_{\mathrm{d}})=\\&s_\phi[(c_4-\frac{lK_4}{I_4})\dot{\phi}_{\mathrm{e}}+u_2+d_4-\frac{lK_4\dot{\phi}_{\mathrm{d}}}{I_4}-\ddot{\phi}_{\mathrm{d}})+\\&s_\theta[(c_5-\frac{lK_5}{I_5})\dot{\theta}_{\mathrm{e}}+u_3+d_5-\frac{lK_5\dot{\theta}_{\mathrm{d}}}{I_5}-\ddot{\theta}_{\mathrm{d}})+\\&s_\psi[(c_6-\frac{lK_6}{I_6})\dot{\psi}_6+u_4+d_6-\frac{lK_6\dot{\psi}_{\mathrm{d}}}{I_6}-\ddot{\psi}_{\mathrm{d}}],\end{aligned}\tag{20}$$

其中将基于事件驱动设计的滑模控制律式(17)和$u(t)=[u_2(t)\ \ u_3(t)\ \ u_4(t)]^{\mathrm{T}}$代入式(20)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=\,&s_\phi[(c_4-\frac{lK_4}{I_4})(\dot{\phi}_{\mathrm{e}}(t)-\dot{\phi}_{\mathrm{e}}(t_i))-\\&k\mathrm{sgn}(s_\phi(t_i))+d_4-\frac{lK_4\dot{\phi}_{\mathrm{d}}}{I_4}-\ddot{\phi}_{\mathrm{d}})+\\&s_\theta[(c_5-\frac{lK_5}{I_5})(\dot{\theta}_{\mathrm{e}}(t)-\dot{\theta}_{\mathrm{e}}(t_i))+\\&d_5-\frac{lK_5\dot{\theta}_{\mathrm{d}}}{I_5}-\ddot{\theta}_{\mathrm{d}})-k\mathrm{sgn}(s_\phi(t_i))+\\&s_\psi[(c_6-\frac{lK_6}{I_6})(\dot{\psi}_6(t)-\dot{\psi}_6(t_i))-\\&k\mathrm{sgn}(s_\psi(t_i))+d_6-\frac{lK_6\dot{\psi}_{\mathrm{d}}}{I_6}-\ddot{\psi}_{\mathrm{d}}],\end{aligned}\tag{21}$$

整理为向量形式, 式(21)可重新写为

$$\begin{aligned}\dot{V}=&-s^{\mathrm{T}}(t)(CAE_\Theta(t)+k\mathrm{sgn}(s(t_i))-d_\Theta+\\&lKI\dot{\Theta}_{\mathrm{d}}+\ddot{\Theta}_{\mathrm{d}}).\end{aligned}\tag{22}$$

当$t=t_i$时, 根据式(17)的不等式关系可知$\dot{V}<0$, 姿态子系统渐进稳定. 当$t\in[t_i,t_{i+1})\backslash t_i,i=1,2,\cdots,n$时, 根据事件驱动条件式(16), 控制增益稳定条件式(17), $\dot{V}$可重新写为

$$\begin{aligned}\dot{V}<&-s^{\mathrm{T}}(t)[-\alpha\mathrm{sgn}(s(t))-d_\Theta+\\&k\mathrm{sgn}(s(t_i))+lKI\dot{\Theta}_{\mathrm{d}}+\ddot{\Theta}_{\mathrm{d}}]<\\&-\eta s^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sgn}(s(t_i))=\\&-\eta(s^{\mathrm{T}}(t)-s^{\mathrm{T}}(t_i)+s^{\mathrm{T}}(t_i))\mathrm{sgn}(s(t_i))<\\&-\eta\|s(t_i)\|+\eta(s^{\mathrm{T}}(t_i)-s^{\mathrm{T}}(t))\mathrm{sgn}(s(t_i)).\end{aligned}\tag{23}$$

基于式(14)(16)可知

$$\|(s^{\mathrm{T}}(t_i)-s^{\mathrm{T}}(t))\|=\|CE_\Theta(t)\|<\alpha\|A\|^{-1},\tag{24}$$

式(23)可重新写为

$$\dot{V}<-\eta\,\|s(t_i)\|+\eta\alpha\|A\|^{-1}.\tag{25}$$

证毕.

当$\|s(t_i)\|>\alpha\|A\|^{-1}$时, 基于事件驱动的控制律(15)执行更新, 最终稳定到邻域边界式(18). 为避免加入事件驱动后的Zeno现象[20], 给出定理3, 并进行理

论证明.

定理 3　考虑姿态子系统式(2), 在假设1–2成立的条件下, 基于控制律式(15), 由事件驱动条件(16)定义的触发时间间隔常数$T_i = t_{i+1} - t_i$的下界是一个正值, 满足不等式关系:

$$T_i \geqslant \frac{1}{\tau}\ln(1+\|C\|^{-1}\|A\|^{-1}\frac{\alpha\tau}{\rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|)+\beta}), \tag{26}$$

其中:

$$\tau = \|A\|,$$
$$\rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|) = \|A - B(CB)^{-1}CA\|\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|,$$
$$\beta = \|B(CB)^{-1}k\| + \|B\|\|d_\Theta\| + m_1\|B\|\|lKI\| + m_2\|B\|.$$

证　定义集合$\Gamma = \{t : \|C\|\,\|A\|\,\|E_\Theta(t)\| = 0\}$, 当$t\in[t_i, t_{i+1})\backslash t_i (i = 1, 2, \cdots, n)$时, 有

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|E_\Theta(t)\| \leqslant \|\dot{E}_\Theta(t)\| = \|\dot{\Theta}_{\mathrm{E}}(t)\| = \\&\|A\Theta_{\mathrm{E}}(t) - B(CB)^{-1}(CA\Theta_{\mathrm{E}}(t_i) - k\mathrm{sgn}(s(t_i))) + \\&B(d_\Theta - lKI\dot{\Theta}_{\mathrm{d}} - \ddot{\Theta}_{\mathrm{d}})\| = \\&\|A(\Theta_{\mathrm{E}}(t) - \Theta_{\mathrm{E}}(t_i)) + (A - B(CB)^{-1}CA)\Theta_{\mathrm{E}}(t_i) - \\&B(CB)^{-1}k\mathrm{sgn}(s(t_i)) + B(d_\Theta - lKI\dot{\Theta}_{\mathrm{d}} - \ddot{\Theta}_{\mathrm{d}})\| \leqslant \\&\|A\|\|E_\Theta(t)\| + \|A - B(CB)^{-1}CA\|\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\| + \\&\|B(CB)^{-1}k\| + \|B\|\|d_\Theta\| + m_1\|B\|\|lKI\| + \\&m_2\|B\|.\end{aligned} \tag{27}$$

由式(26)中τ, $\rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|)$, β的表达式关系, 式(27)可重新写为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|E_\Theta(t)\| \leqslant \tau\|E_\Theta(t)\| + \rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|) + \beta. \tag{28}$$

当初始条件$E_\Theta(t_i) = \Theta_{\mathrm{E}}(t_i) - \Theta_{\mathrm{E}}(t_i) = 0$时, 有

$$\|E_\Theta(t)\| \leqslant \frac{\rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|)+\beta}{\tau}(\mathrm{e}^{\tau(t-t_i)} - 1), \tag{29}$$

其中$t\in[t_i, t_{i+1})$. 当$t = t_{i+1}$时, 根据事件驱动条件式(16), 不等式(29)可重新写为

$$\alpha \leqslant \|C\|\,\|A\|\frac{\rho(\|\Theta_{\mathrm{E}}(t_i)\|)+\beta}{\tau}(\mathrm{e}^{\tau T_i} - 1). \tag{30}$$

根据不等式(30)求解T_i, 定理3得证.　　证毕.

4　仿真结果分析

本文在MATLAB/Simulink环境下搭建仿真模型验证控制算法的有效性. 其中四旋翼动力学模型参数如表1所示.

四旋翼飞行器的初始位置为$[x\ \ y\ \ z]^{\mathrm{T}} = [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ m, 初始姿态角度为$[\theta\ \ \psi\ \ \phi]^{\mathrm{T}} = [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ rad. 期望位置指令设置为

$$p_{\mathrm{d}} = [0.5\cos(0.5t)\ \ 0.5\sin(0.5t)\ \ 1+0.1t]^{\mathrm{T}},$$

期望滚转角$\phi = \pi/3$. 为了验证在事件触发条件下, 所提出的控制算法仍然具有对干扰的不敏感性, 分别在位置环和姿态环加入扰动. 假设扰动值为

$$d_{\mathrm{P}} = [0.1\sin(0.1\pi t)\ \ 0.1\cos(0.1\pi t)\ \ 0.1\cos(0.1\pi t)]^{\mathrm{T}},$$
$$d_{\mathrm{A}} = [0.1\sin t\ \ 0.1\cos t\ \ 0.1\sin t]^{\mathrm{T}}.$$

位置环控制参数为: 滑模面系数$c_1 = c_2 = c_3 = 5$, 控制器增益$k_1 = k_2 = k_3 = 5$, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.1$, 饱和函数边界值$\varepsilon = 0.2$. 姿态环控制参数为: 滑模面系数$c_4 = c_5 = c_6 = 0.5$, 控制器增益为$k_4 = k_5 = 0.5$, $k_6 = 2$. 事件触发边界$\delta = 0.2$, $\alpha = 0.85$. 仿真结果如图1–2所示.

表 1　四旋翼模型参数

Table 1　The model parameters of the quadrotor

变 量	数 值
质量m/kg	2
半径d/m	0.2
重力加速度g/(m·s^{-2})	9.8
阻力系数K_1, K_2, K_3	0.01
阻力系数K_4, K_5, K_6	0.012
转动惯量I_1, I_2	1.25
转动惯量I_3	2.5

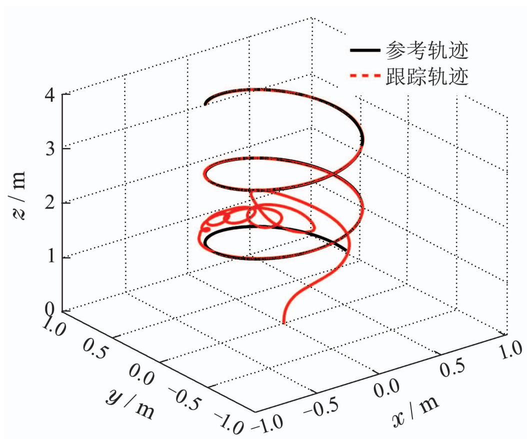
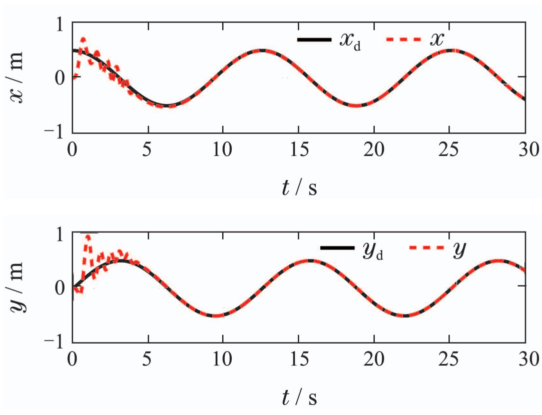


图 1　轨迹跟踪3D效果图

Fig. 1　3D effect diagram of trajectory tracking



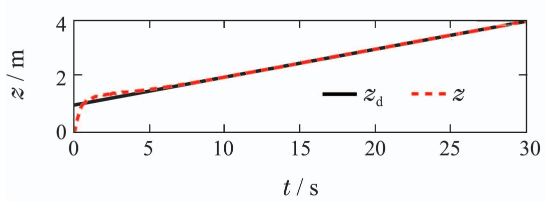


图 2 x, y, z方向轨迹跟踪

Fig. 2 Trajectory tracking of x, y, z

根据仿真过程图1–2的跟踪曲线可以看出, 在有干扰情况下所设计的基于事件驱动的滑模控制器工作稳定, 且具有良好的鲁棒性, 能够很好的完成轨迹跟踪的任务. 图3为位置子系统的控制输入曲线, 表现出触发器的作用. 由图4可知飞行过程中姿态角稳定, 跟踪误差很快收敛到零, 调节时间短, 为5 s左右, 并且没有明显的抖振.

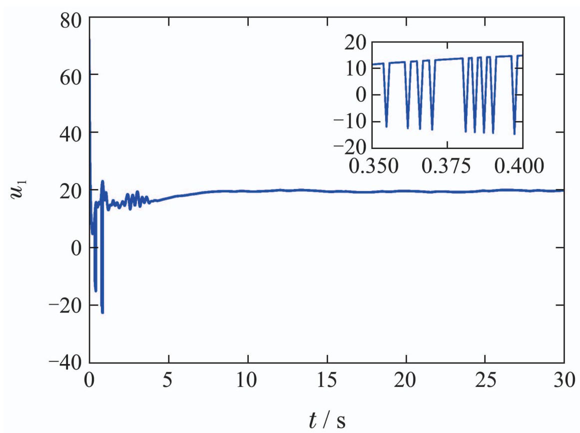


图 3 位置子系统控制律

Fig. 3 Control law of position subsystem

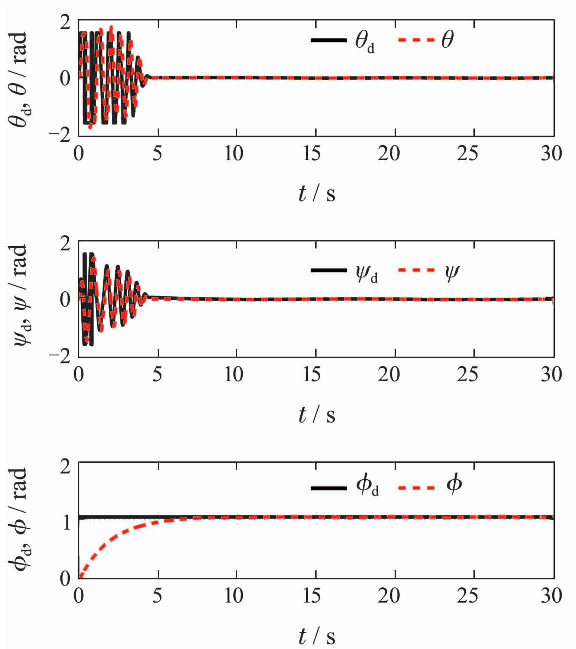


图 4 姿态角度跟踪

Fig. 4 Tracking of attitude angle

图5为姿态控制输入的触发效果. 事件触发间隔如图6所示, 在调整阶段(0∼5 s)由于存在较大的系统误差, 事件触发间隔较短; 稳定阶段(5∼30 s), 触发间隔在0.008 s以上. 当采样步长设置为0.001 s, 采样时间为30 s时, 事件触发次数为4161次. 仿真结果说明, 基于事件驱动的滑模控制策略可以节约86%的传输资源.

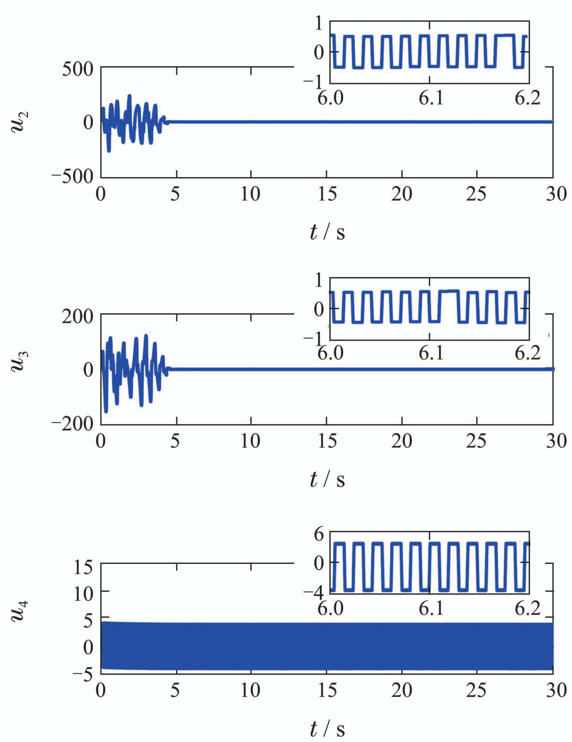


图 5 姿态子系统控制律

Fig. 5 Control law of attitude subsystem

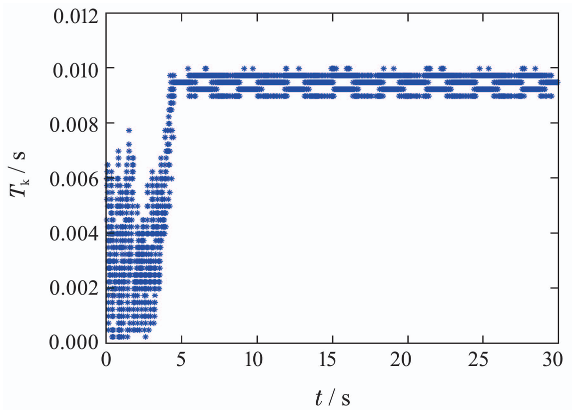


图 6 事件触发间隔

Fig. 6 Interval of event triggering

5 结论

论文主要研究了外界干扰及通信受限情况下, 四旋翼无人飞行器的轨迹跟踪控制问题. 位置跟踪控制利用反演控制结构, 设计滑模控制器, 处理干扰的同时, 为姿态控制子系统提供虚拟的姿态角跟踪指令. 进一步为缓解通信压力及减少飞行器的能源损耗, 在

事件驱动函数及设计的辅助状态基础上, 提出了结合事件驱动机制的滑模姿态控制器, 使得飞行器姿态控制系统只需要在某些离散的触发时间传输, 抑制干扰的同时, 实现姿态控制误差向包含原点的小不变集合收敛, 且保证了触发瞬间没有积累, 即整个系统不会出现Zeno现象. 最后通过数值模拟验证了所提出的控制方案的性能.

参考文献:

[1] WU Chen, SU Jianbo. Trajectory tracking of quadrotor based on disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1422 – 1430.
(吴琛, 苏剑波. 四旋翼飞行器的轨迹跟踪抗干扰控制. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1422 – 1430.)

[2] WANG Lu, LI Guangchun, WANG Zhaolong, et al. Sliding mode control of an underactuated quadrotor UAV. *Journal of Harbin Engineering University*, 2012, 33(10): 1248 – 1253.
(王璐, 李光春, 王兆龙, 等. 欠驱动四旋翼无人飞行器的滑模控制. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(10): 1248 – 1253.)

[3] LEE D B, NATARAJ C, BURG T C, et al. Adaptive tracking of VTOL–UAVs without Linear velocity measurements. *American Control Conference*. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2011: 2326 – 2331.

[4] POUNDS P, BERSAK D R, DOLLAR A M. Stability of small-scale UAV helicopters and quadrotors with added payload mass under PID control. *Autonomous Robots*, 2012, 33(1/2): 129 – 142.

[5] GONG X, HOU Z C, ZHAO C J, et al. Adaptive backstepping sliding mode trajectory tracking control for a quad-rotor. *International Journal of Automation and Computing*, 2012, 9(5): 555 – 560.

[6] RAFFO G V, ORTEGA M G, RUBIO F R. An integral predicitve\ nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, 2010, 46(1): 29 – 39.

[7] TAYEBI A, MCGILVRAY S. Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(3): 562 – 571.

[8] MIAN A A, DAOBO W. Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6–DOF quadrotor helicopter. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(3): 261 – 268.

[9] MICHINI B, HOW J. Adaptive control for indoor autonomous vehicles: Design process and fight testing. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Chicago, Illinois: AIAA, 2009: 1 – 15.

[10] DIERKS T, JAGANNATHAN S. Neural network control of quadrotor UAV formations. *American Control Conference*. St. Louis, MO, USA: IEEE, 2009: 2990 – 2996.

[11] COZA C, NICOL C, MACNAB C J B. Adaptive fuzzy control for a quadrotor helicopter robust to wind buffeting. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2011, 22(5): 267 – 283.

[12] HYEONGCHEOL L. Robust adaptive fuzzy control by backstepping for a class of MIMO nonlinear systems. *IEEE Transations on Fuzzy Systems*, 2011, 19(2): 265 – 275.

[13] MADANI T, BENALLEGUE A. Back-stepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot. *ECON 2006 — the 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*. Paris, France: IEEE, 2006: 700 – 705.

[14] LUQUE-VEGA L, CASTILLO-TOLEDO B, LOUKIANOV A G, et al. Robust block second order sliding mode control for a quadrotor. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349(2): 719 – 739.

[15] LI T, ZHANG Y M, GORDON B W. Passive and active nonlinear fault-tolerant control of a quadrotor UAV based on sliding mode control technique. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I: Journal of Systems & Control Engineering*, 2012, 227(1): 12 – 23.

[16] CHEN F, ZHANG K, WANG Z, et al. Trajectory tracking of a quadrotor with unknown parameters and its fault tolerant control via sliding mode fault observer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2015, 229(4): 279 – 292.

[17] ZUO Z Y, WANG C L. Adaptive trajectory tracking control of output constrained multi-rotors systems. *IET Control Theory and Applications*, 2014, 8(13): 1163 – 1174.

[18] WEI Qingtong, CHEN Mou, WU Qingxian. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361 – 1369.
(魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361 – 1369.)

[19] HAO Wei, XIAN Bin. Nonlinear fault tolerant control design for quadrotor unmanned aerial vehicle attitude system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(11): 11457 – 1463.
(郝伟, 鲜斌. 四旋翼无人机姿态系统的非线性容错控制设计. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1457 – 1463.)

[20] BEHERA A K, BANDYOPADHYAY B. Event based robust stabilization of linear systems. *Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Dallas, TX, USA: IEEE, 2015: 133 – 138.

[21] LIU Jinkun. *Sliding Mode Control Design and MATLAB Simulation*. The 3rd Edition. Beijing: Tsinghua university press, 2015.
(刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2015.)

作者简介:

王 婕 博士, 讲师, 从事飞行器控制、滑模变结构控制的研究, E-mail: wangjie@tju.edu.cn;

马 晓 硕士研究生, 目前研究方向为无人机控制、滑模变结构控制, E-mail:maxiao8155@126.com ;

宗 群 教授, 博士生导师, 从事飞行器轨迹、制导与控制以及复杂系统建模与控制等研究, E-mail: zongqun@tju.edu.cn;

王丹丹 博士研究生, 从事多无人机协同编队控制的研究, E-mail: dandanwang0910@163.com.