

二阶非线性系统自抗扰控制的全局渐近稳定性

陈增强^{1,2†}, 王永帅¹, 孙明玮¹, 孙青林¹

(1. 南开大学 人工智能学院, 天津 300350; 2. 天津市智能机器人重点实验室, 天津 300350)

摘要: 自抗扰技术应用已十分广泛, 但其稳定性和收敛性分析仍是一个核心问题。因此, 基于二阶非线性动态系统, 设计了线性自抗扰控制器, 并利用李雅普诺夫函数方法, 通过理论分析和数学证明得到了系统大范围渐近稳定时的控制参数可行域。当被控对象的动态模型已知时, 只要系统总扰动的导数满足利普希茨条件, 控制参数可以从得到的可行域内任意选择。当被控对象的动态模型未知时, 还需满足总扰动关于输入和外扰的二阶导数等于零这个条件。然后针对不同的利普希茨常数绘制了参数可行域, 并对系统进行了数值仿真, 体现了自抗扰控制技术的强鲁棒性。这些分析都建立在扩张状态观测器和控制器相结合的基础上。

关键词: 自抗扰控制; 非线性系统; 李雅普诺夫函数; 全局渐近稳定; 参数可行域

引用格式: 陈增强, 王永帅, 孙明玮, 等. 二阶非线性系统自抗扰控制的全局渐近稳定性. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1687–1696

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Global and asymptotical stability of active disturbance rejection control for second-order nonlinear systems

CHEN Zeng-qiang^{1,2†}, WANG Yong-shuai¹, SUN Ming-wei¹, SUN Qing-lin¹

(1. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China;
2. Key Laboratory of Intelligent Robotics of Tianjin, Tianjin 300350, China)

Abstract: Active disturbance rejection control technique has been widely used, but the analysis on stability and convergence is still the core issue. So based on the second-order nonlinear dynamic systems, this paper constructs the linear active disturbance rejection controller, and obtains the feasible region of control parameters for the global and asymptotic stability through theoretical analysis and mathematical proof by means of Lyapunov function method. To be specific, when dynamic model of plant is given, the control parameters can be chosen arbitrarily from the feasible region as long as the derivative of disturbance satisfies a Lipschitz condition. When dynamic model of plant is unknown, it is necessary to satisfy another condition that the second derivative of total disturbance with respect to the input and the external disturbance is equal to zero. Then the feasible region is presented for different Lipschitz constants, and numerical simulations are carried out which show the great robustness of active disturbance rejection controller. All of these studies are based on the combination of extended state observer and the controller.

Key words: active disturbance rejection control; nonlinear system; Lyapunov function; globally and asymptotically stable; feasible region for parameters

Citation: CHEN Zengqiang, WANG Yongshuai, SUN Mingwei, et al. Global and asymptotical stability of active disturbance rejection control for second-order nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1687–1696

1 引言(Introduction)

在现代过程控制工业中, 非线性对象依旧普遍存在且难以控制。虽然控制理论领域已经出现了很多先进智能控制算法, 例如模糊控制, 神经网络等。但是实际系统中使用最广泛的还是PID控制技术, 这是一种基于误差来消除误差的控制技术, 而且不依赖于被控

对象。由于这些优点, PID技术一直受到工程领域的青睐。在20世纪90年代末期, 基于PID的控制思想, 韩京清先生提出了自抗扰控制技术(active disturbance rejection control, ADRC)^[1]。自抗扰控制技术以扩张状态观测器(expended state observer, ESO)为核心, 包含了扰动估计和误差的反馈及补偿。与PID控制不同, 自抗

收稿日期: 2018-03-08; 录用日期: 2018-08-18。

†通信作者。E-mail: chenzq@nankai.edu.cn; Tel.: +86 13011342991。

本文责任编辑: 高志强。

国家自然科学基金项目(61573199, 61573197)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573199, 61573197).

扰技术可以在误差产生之前进行扰动估计和误差补偿,以抗扰能力强著称。同样,自抗扰控制技术不依赖被控对象参数,只需要知道系统的阶次和输入输出通道等信息就可以设计自抗扰控制器,具有极强的控制鲁棒性。随后,韩京清先生撰写了第一本自抗扰方面的专著^[2],并说明了如何从PID技术到ADRC技术^[3],使得自抗扰技术的研究与应用越来越广泛^[4-7],受到了控制领域和工程领域的极大关注。

由于非线性自抗扰控制技术的调节参数过多,限制了自抗扰的实际应用与理论分析。于是,2003年,高志强提出了线性自抗扰控制(linear active disturbance rejection control, LADRC)技术^[8],使得调节工作量大大降低,极大地促进了自抗扰控制技术的研究与应用。自抗扰技术作为一种新型的控制方法,能够实时估计和观测总扰动,达到了及时抗扰的目的。由于这一性能,自抗扰技术已经成功应用于各个领域。苏剑波等将自抗扰应用于机器人眼手协调中,取得了满意的控制效果^[9-10]。李东海团队将自抗扰控制技术应用于电厂加热器^[11]和双转子多输入多输出系统^[12]等过程控制系统。清华大学吴丹应用ESO来估计和补偿快速刀具伺服控制系统的不确定性,具有良好的跟踪性能^[13]。以精馏塔等多变量耦合系统为例,郑青等基于LADRC提出一种动态扰动解耦控制策略,能够对带有未知动态的多变量系统实现解耦控制^[14]。Ramírez-Neria M等将线性自抗扰成功应用于旋转倒立摆和惯性轮倒立摆^[15-16]。李书培和宋立伟将自抗扰应用于主动粘弹性控制技术,具有优异的抗高频扰动和抗冲击扰动的性能^[17]。同时,还有将自抗扰与其它控制方法相结合的控制策略,例如将Smith预估器与自抗扰相结合解决浊度大时滞系统^[18],将滑模控制与ESO结合应用于功率转换器^[19-20],实验结果表明此复合控制具有更优良的动态性能。薛文超等将ESO改为扩张状态预测器观测器(expended state predictor observer, ESPO),解决了一类具有非线性动态和外扰的传感器时滞系统的控制问题^[21]。

在理论方面,郭宝珠, Yoo D分别证明了跟踪微分器和ESO的收敛性^[22-23]。2007年,郑青首次分析了不确定非线性时变对象的LADRC的稳定性,得到了随着系统带宽增加而估计误差和输出误差边界减小的结论^[24]。2011年,黄一等在文献[25]介绍了基于ADRC的控制系统的理论分析的最新结果。陈增强等研究了线性自抗扰控制系统的闭环稳定性,证明了在扩张状态观测器跟踪误差有界的前提下,线性自抗扰控制闭环系统是输入输出有界稳定的^[26]。2013年,薛文超和黄一研究了一类带有未知动态和非连续扰动的非线性不确定系统的自抗扰控制性能,明显弱化了不确定性假设,定量分析了带宽与ESO和系统性能的关系^[27]。2016年,Shao S和高志强分析了未知非线性时变系统

的稳定性,通过奇异值摄动方法得到了线性自抗扰控制中扰动变化率与估计误差大小的关系,且总扰动可微是唯一的假设条件^[28]。齐晓慧等讨论了SISO系统的线性和非线性ADRC的鲁棒稳定性分析和设计问题,通过转化为Lurie系统,利用Popov-Lyapunov方法推导了允许总扰动的鲁棒稳定性,如果系统的总扰动已知,可以得到大概的吸引力区域^[29]。

由上述可知,针对自抗扰闭环控制系统的稳定性问题,已有工作较多定性地讨论控制参数的选取,而本文定量给出了控制参数的选取范围。以一类二阶非线性系统为例,本文将ESO收敛性和控制器闭环稳定性结合分析,同时系统存在一般的非线性扰动函数,更具有说服力。除此之外,当系统总扰动导数的利普希茨常数可知时,控制参数的可行域可以绘制出来,还得到了控制参数可行域随利普希茨常数改变的变化规律。

2 LADRC的基本原理(The basis of LADRC controller)

典型二阶单输入单输出LADRC控制系统的结构如图1所示。其中: k_p , k_d 是控制器增益, b_0 是被控对象的内部参数, w 代表外部扰动, r 为常值输入。

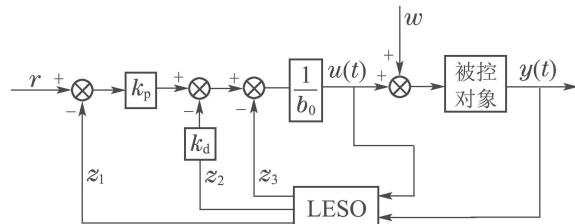


图1 典型二阶线性自抗扰控制结构图

Fig. 1 Diagram of LADRC for second-order systems

假设,二阶非线性被控对象可以表示成如下微分形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(x, \dot{x}, w) + b_0 u, \\ y = x, \end{cases} \quad (1)$$

其中: y 和 u 代表系统的输出和输入; f 是系统的总扰动,包括了由系统模型不确定性造成的内部扰动和系统外部扰动。对于式(1)所示被控对象模型,仅仅模型的阶数和系统参数 b_0 是已知的。在接下来的分析中,假设总扰动 f 是可微的,并假设 $\dot{f} = h$ 。

则式(1)的状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0 u, \\ \dot{x}_3 = \dot{f} = h(x_1, x_2, w). \end{cases} \quad (2)$$

当总扰动已知时,相应的ESO可以设计为

$$\dot{z}_1 = z_2 + \beta_1(x_1 - z_1), \quad (3a)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + \beta_2(x_1 - z_1) + b_0 u, \quad (3b)$$

$$\dot{z}_3 = h(z_1, z_2, w) + \beta_3(x_1 - z_1). \quad (3c)$$

然而, 当总扰动未知时, 设计的ESO为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + \beta_1(x_1 - z_1), \\ \dot{z}_2 = z_3 + \beta_2(x_1 - z_1) + b_0 u, \\ \dot{z}_3 = \beta_3(x_1 - z_1), \end{cases} \quad (4)$$

$L = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T$ 是观测器增益.

被控对象的控制律为

$$u = \frac{k_p(r_1 - z_1) + k_d(r_2 - z_2) - z_3 + r_3}{b_0}, \quad (5)$$

其中: r 是系统的参考输入, $r_1 = r$, $r_2 = \dot{r}$, $r_3 = \ddot{r}$.

当系统输入为常值时, $r_2 = 0$, $r_3 = 0$.

控制器和观测器增益采用如下带宽形式:

$$[\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3] = [3\omega_o \ 3\omega_o^2 \ \omega_o^3], \ [k_p \ k_d] = [\omega_c^2 \ 2\omega_c].$$

3 结果与证明(Results and proofs)

对式(1)所描述系统设计自抗扰控制器, 则整个系统的收敛性和稳定性与总扰动和控制参数的关系可由如下定理表示.

3.1 被控对象的动态模型已知(The dynamic model of plant is known)

首先, 定义如下函数空间:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{L_h} = \{h \in C^1(\mathbb{R}^3) \mid & |h(x_1, x_2, w) - h(z_1, z_2, w)| \leq \\ & L_h \|(x_1 - z_1, x_2 - z_2)\|, \\ & \forall x_1, x_2, z_1, z_2, w \in \mathbb{R}\}. \end{aligned}$$

这里: $C^1(\mathbb{R}^3)$ 代表满足利普希茨条件且其三变量在实数域内的所有函数, $\|\cdot\|$ 是 Euclidean 范数, L_h 是利普希茨常数.

假设 1 被控对象总扰动的导数满足利普希茨条件, 即 $h \in \mathcal{F}_{L_h}$.

定理 1 当假设1成立时, 如果观测器和控制器带宽 $\omega_o, \omega_c \in \Omega_1$, 那么自抗扰闭环控制系统(2)是全局渐近稳定的, 也就是以一定收敛律满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} y = r$, $\lim_{t \rightarrow \infty} z_i = x_i (i = 1, 2, 3)$. 而且, 随着利普希茨常数 L_h 的增大, Ω_1 的范围会逐渐变小, 当 L_h 增大到一定程度时, Ω_1 甚至为空.

$$\Omega_1 = \{\omega_o, \omega_c \mid L_h \phi(\omega_o, \omega_c) \|P_0\| < 1; \omega_c \neq \omega_o\}, \quad (6)$$

其中:

$$\phi = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2},$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\omega_o} & -\frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} \end{bmatrix},$$

这里:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{12\omega_o^2\omega_c + 27\omega_o\omega_c^2 - 3\omega_o^3}{2\omega_c^2(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ a_2 &= \frac{6\omega_o^2\omega_c + 15\omega_o\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c^4 - 3\omega_o^3 - 6\omega_o^3\omega_c^2}{2\omega_c^3(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ a_3 &= \frac{7}{4\omega_o}, \quad a_4 = \frac{11 + 12\omega_o^2}{8\omega_o^2}, \\ a_5 &= \frac{1 + 5\omega_o^2 + 5\omega_o^4 + 4\omega_o^6}{\omega_o^3(1 + 4\omega_o^2)}, \end{aligned}$$

P_0 是关于 ω_o 的 2×5 阶转换矩阵.

证 令 $e_i = r_i - x_i$, $\varepsilon_j = x_j - z_j (i = 1, 2; j = 1, 2, 3)$, 则可以得到系统的输出误差和扩张状态观测器的观测误差:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{r}_1 - \dot{x}_1 = r_2 - x_2 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \dot{r}_2 - \dot{x}_2 = r_3 - x_3 - b_0 u = \\ \quad -\varepsilon_3 - k_p(e_1 + \varepsilon_1) - k_d(e_2 + \varepsilon_2), \\ \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - \beta_1 \varepsilon_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_3 - \beta_2 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_3 = h(x_1, x_2, w) - h(z_1, z_2, w) - \beta_3 \varepsilon_1. \end{cases} \quad (7)$$

令 $h(x_1, x_2, w) - h(z_1, z_2, w) = g_1$, 当 $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$ 时, $g_1 = 0$, 因此, $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ 为式(7)所示系统的平衡点. 根据利普希茨条件, 可以得到

$$g_1 \leq L_h \|\varepsilon_1, \varepsilon_2\|, \quad (8)$$

则式(7)可以写成如下矩阵形式:

$$\dot{E} = AE + Bg_1, \quad (9)$$

且

$$E = [e_1 \ e_2 \ \varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_c^2 & -2\omega_c & -\omega_c^2 & -2\omega_c & -1 \\ 0 & 0 & -3\omega_o & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3\omega_o^2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_o^3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T.$$

为了简便构造李雅普诺夫函数, 将上述矩阵变换成为标准型.

矩阵 A 的特征值如下:

$$|\lambda I - A| = (\lambda + \omega_c)^2(\lambda + \omega_o)^3,$$

$$\lambda_{1,2} = -\omega_c, \quad \lambda_{3,4,5} = -\omega_o.$$

由此可以得到

$$J = \begin{bmatrix} -\omega_c & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_o & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_o & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_o \end{bmatrix}.$$

同样,通过计算得到矩阵A的特征向量,如下:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & b_3 & b_5 \\ -\omega_c & 1 & b_2 & b_4 & b_6 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\omega_o} & -\frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{\omega_c^2 + \omega_o^2 + 4\omega_c\omega_o}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^2}, \quad b_2 = \frac{\omega_c^2 + \omega_o^2 + 4\omega_c\omega_o}{\omega_o(\omega_c - \omega_o)^2}, \\ b_3 &= \frac{\omega_c^3 + 3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + 2\omega_o^3}{\omega_o^3(\omega_c - \omega_o)^3}, \\ b_4 &= -\frac{2\omega_c^3 + 6\omega_c^2\omega_o + 3\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^3}, \\ b_5 &= -\frac{9\omega_c^2 + 6\omega_c\omega_o + 3\omega_o^2}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ b_6 &= \frac{\omega_c^4 + 2\omega_c^3\omega_o + 12\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3 + \omega_o^4}{\omega_o^3(\omega_c - \omega_o)^4}. \end{aligned}$$

其逆矩阵为

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & \frac{6\omega_o^2 + 12\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^4} \\ * & * & * & * & \frac{3\omega_o^2 + 3\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^3} \\ * & * & * & * & 1 \\ * & * & * & * & \omega_o \\ * & * & * & * & \omega_o^2 \end{bmatrix}.$$

由于矩阵的特殊性,后续计算只应用逆矩阵的最后一列,所以其它项未列出。

定义如下矩阵:

$$M = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4 \ m_5]^T.$$

进行矩阵变换 $E = PM$,则 $g_2 \leq L_h \|P_0 M\|$,且

$$\dot{M} = JM + P^{-1}B g_2, \quad (10)$$

其中:

$$P^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{6\omega_o^2 + 12\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^4} \\ \frac{3\omega_o^2 + 3\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^3} \\ 1 \\ \omega_o \\ \omega_o^2 \end{bmatrix},$$

即

$$\dot{m}_1 = -w_c m_1 + m_2 + \frac{6\omega_o^2 + 12\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^4} g_2,$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_2 &= -w_c m_2 + \frac{3\omega_o^2 + 3\omega_c\omega_o}{(\omega_c - \omega_o)^3} g_2, \\ \dot{m}_3 &= -w_o m_3 + m_4 + g_2, \\ \dot{m}_4 &= -w_o m_4 + m_5 + \omega_o g_2, \\ \dot{m}_5 &= -w_o m_5 + \omega_o^2 g_2. \end{aligned}$$

构造如下李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}(2\omega_c m_1 + m_2)^2 + (\frac{1}{2} + 2\omega_c^2)m_2^2 + \\ &\quad \frac{\omega_c}{2\omega_o}(2\omega_c m_3 + \frac{\omega_c}{\omega_o}m_4 + \frac{\omega_c}{2\omega_o^2}m_5)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}(\sqrt{\frac{\omega_c^3(1+4\omega_o^2)}{\omega_o^3}}m_4 + \\ &\quad \frac{(1+2\omega_o^2)\sqrt{\omega_c^3\omega_o(1+4\omega_o^2)}}{\omega_o^3(1+4\omega_o^2)}m_5)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}(\frac{\omega_c^3}{4\omega_o^5} + \frac{4\omega_c^3}{\omega_o} + \frac{2\omega_c^3(1+2\omega_o^2)}{(1+4\omega_o^2)\omega_o^3})m_5^2, \quad (11) \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -4\omega_c^3[(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2) - \\ &\quad \frac{12\omega_o^2\omega_c + 27\omega_o\omega_c^2 - 3\omega_o^3}{2\omega_c^2(\omega_c - \omega_o)^4}g_2 m_1 - \\ &\quad \frac{6\omega_o^2\omega_c + 15\omega_o\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c^4 - 3\omega_o^3 - 6\omega_o^3\omega_c^2}{2\omega_c^3(\omega_c - \omega_o)^4}g_2 m_2 - \\ &\quad \frac{7}{4\omega_o}g_2 m_3 - \frac{11 + 12\omega_o^2}{8\omega_o^2}g_2 m_4 - \\ &\quad (\frac{1 + 5\omega_o^2 + 5\omega_o^4 + 4\omega_o^6}{\omega_o^3(1 + 4\omega_o^2)})g_2 m_5]. \quad (12) \end{aligned}$$

根据柯西不等式 $(\sum_{i=1}^n a_i^2)(\sum_{i=1}^n b_i^2) \geq (\sum_{i=1}^n a_i b_i)^2$,可以得到

$$\begin{aligned} &\frac{12\omega_o^2\omega_c + 27\omega_o\omega_c^2 - 3\omega_o^3}{2\omega_c^2(\omega_c - \omega_o)^4}g_2 m_1 + \\ &\frac{6\omega_o^2\omega_c + 15\omega_o\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c^4 - 3\omega_o^3 - 6\omega_o^3\omega_c^2}{2\omega_c^3(\omega_c - \omega_o)^4}g_2 m_2 + \\ &\frac{7}{4\omega_o}g_2 m_3 + \frac{11 + 12\omega_o^2}{8\omega_o^2}g_2 m_4 + \\ &(\frac{1 + 5\omega_o^2 + 5\omega_o^4 + 4\omega_o^6}{\omega_o^3(1 + 4\omega_o^2)})g_2 m_5 \leq \phi \sqrt{g_2^2 M^2} \leq \\ &L_h \phi \|P_0\| M^2, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\dot{V} \leq -4w_c^3(1 - L_h \phi \|P_0\|)M^2. \quad (14)$$

显然, V 是正定的,且式(15)成立时, \dot{V} 是负定的。

$$L_h \phi \|P_0\| < 1, \quad (15)$$

$\phi, \|P_0\|$ 的定义如上。

因此,根据李雅普诺夫函数定理,式(10)所示闭环

系统是全局渐近稳定的, 也就是 $\lim_{t \rightarrow \infty} M(t) = 0$, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} PM(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0.$$

从而对于任意给定初值, 都会满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_i = r_i (i=1, 2), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_j = z_j (j=1, 2, 3).$$

推论 1 1) 当 b_0 已知时, b_0 的取值不会影响系统的稳定性. 2) 当内扰只与状态 x_1 有关时,

$$\|P_0\| = \sqrt{\frac{1}{\omega_o^4} + \frac{1}{\omega_o^6}}.$$

3) 这是一个充分条件, 所以实际参数可行域会比结果表示的大.

3.2 被控对象的动态模型未知(The dynamic model of plant is unknown)

定义另一个函数空间:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{L_{h_0}} = \{h \in C^2(\mathbb{R}^3) | & |h(x_1, x_2, w) - h(r, \dot{r}, w)| \leq \\ & L_h \|(x_1 - r, x_2 - \dot{r})\|, \\ & \forall x_1, x_2, r, \dot{r}, w \in \mathbb{R}\}. \end{aligned}$$

假设 2 被控对象总扰动的导数满足利普希茨条件, 即 $h \in \mathcal{F}_{L_{h_0}}$, 且 $\dot{h}(r, \dot{r}, w) = 0$.

定理 2 当假设 2 成立时, 如果观测器和控制器带宽 $\omega_o, \omega_c \in \Omega_2$, 那么自抗扰闭环控制系统(2)是全局渐近稳定的, 且以一定收敛律满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y &= r, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z_i = x_i (i=1, 2, 3), \\ \Omega_2 &= \{\omega_o, \omega_c | L_h \phi_1(\omega_o, \omega_c) \|P_{01}\| < 1; \omega_c \neq \omega_o\}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$P_{01} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\omega_c} & -\frac{1}{\omega_c^2} & c_1 & c_3 & c_5 & c_7 \\ -\frac{1}{\omega_c^2} & 0 & c_2 & c_4 & c_6 & 0 \\ 1 & 0 & c_2 & c_4 & c_6 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\phi_1 = \sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2}.$$

矩阵 P_{01} 是矩阵 P_1 的前两行. 这里:

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{\omega_c^2 + 4\omega_c\omega_o + \omega_o^2}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^2}, \quad c_2 = \frac{\omega_c^2 + 4\omega_c\omega_o + \omega_o^2}{\omega_o(\omega_c - \omega_o)^2}, \\ c_3 &= \frac{\omega_c^3 + 3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + 2\omega_o^3}{\omega_o^3(\omega_c - \omega_o)^3}, \\ c_4 &= -\frac{2\omega_c^3 + 6\omega_c^2\omega_o + 3\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^3} \\ c_5 &= -\frac{3(3\omega_c^2 + 2\omega_c\omega_o + \omega_o^2)}{\omega_o^2(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ c_6 &= \frac{w_c^4 + 2w_c^3w_o + 12w_c^2w_o^2 + 2w_cw_o^3 + w_o^4}{w_o^3(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ c_7 &= -\frac{\omega_c^2 + 6\omega_c\omega_o + 3\omega_o^2}{\omega_c^2\omega_o^3}, \end{aligned}$$

a_3, a_4, a_5 定义见定理 1.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{21\omega_c^2\omega_o + 12\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_o^3}{2\omega_c(\omega_c - \omega_o)^4}, \\ a_{21} &= \frac{6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2 + 3\omega_o\omega_c^3 - 3\omega_c\omega_o^3}{\omega_c(\omega_c - \omega_o)^4}. \end{aligned}$$

证 当被控对象模型未知时, 假设总扰动的导数为 0.

令 $e_i = r_i - x_i, \varepsilon_j = x_j - z_j (i=1, 2; j=1, 2, 3)$, 则式(7)变为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{r}_1 - \dot{x}_1 = r_2 - x_2 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \dot{r}_2 - \dot{x}_2 = r_3 - x_3 - b_0 u = -\varepsilon_3 - k_p(e_1 + \varepsilon_1) - k_d(e_2 + \varepsilon_2), \\ \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - \beta_1 \varepsilon_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_3 - \beta_2 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_3 = h(x_1, x_2, w) - h(r, \dot{r}, w) + h(r, \dot{r}, w) - \beta_3 \varepsilon_1. \end{cases} \quad (17)$$

令 $h(r, \dot{r}, w) = \xi, h(x_1, x_2, w) - h(r, \dot{r}, w) = g_{11}$, 而且 $\xi = 0$ 是有解的, 则上式变为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{r}_1 - \dot{x}_1 = r_2 - x_2 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \dot{r}_2 - \dot{x}_2 = r_3 - x_3 - b_0 u = -\varepsilon_3 - k_p(e_1 + \varepsilon_1) - k_d(e_2 + \varepsilon_2), \\ \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - \beta_1 \varepsilon_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_3 - \beta_2 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_3 = g_{11} + \xi - \beta_3 \varepsilon_1, \quad \dot{\xi} = 0, \end{cases} \quad (18)$$

且 $g_{11} \leq L_h \|(e_1, e_2)\|, [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ 为式(18)系统的平衡点. 同样, 将上式变换成若当标准型.

$$\dot{E}_1 = A_1 E_1 + B_1 g_{11}, \quad (19)$$

其中:

$$E_1 = [e_1 \ e_2 \ \varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \ \xi]^T,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_c^2 & -2\omega_c & -\omega_c^2 & -2\omega_c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3\omega_o & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3\omega_o^2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_o^3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T.$$

首先, 求取矩阵 A_1 的特征值.

$$\begin{aligned} |\lambda I - A_1| &= \lambda(\lambda + \omega_c)^2(\lambda + \omega_o)^3, \\ \lambda_{1,2} &= -\omega_c, \quad \lambda_{3,4,5} = -\omega_o, \quad \lambda_6 = 0. \end{aligned}$$

由此可以得到

$$J_1 = \begin{bmatrix} -\omega_c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_o & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_o & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

矩阵 A_1 的特征向量为

$$P_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\omega_c} & -\frac{1}{\omega_c^2} & c_1 & c_3 & c_5 & c_7 \\ 1 & 0 & c_2 & c_4 & c_6 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} & 0 & \frac{1}{\omega_o^3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{\omega_o} & -\frac{1}{\omega_o^2} & -\frac{1}{\omega_o^3} & \frac{3}{\omega_o^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{\omega_o} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则

$$P_1^{-1} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & -\frac{9\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_o^3}{(\omega_c - \omega_o)^4} & * \\ * & * & * & * & -\frac{3\omega_c^2\omega_o + 3\omega_c\omega_o^2}{(\omega_c - \omega_o)^3} & * \\ * & * & * & * & 1 & * \\ * & * & * & * & \omega_o & * \\ * & * & * & * & \omega_o^2 & * \\ * & * & * & * & 0 & * \end{bmatrix}.$$

令 $N = [n_1 \ n_2 \ n_3 \ n_4 \ n_5 \ n_6]^T$, 对式(19)进行矩阵变换 $E_1 = P_1 N$, 可以得到

$$\dot{N} = J_1 N + P_1^{-1} B_1 g_{12}, \quad (20)$$

其中:

$$P_1^{-1} B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{9\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_o^3}{(\omega_c - \omega_o)^4} \\ -\frac{3\omega_c^2\omega_o + 3\omega_c\omega_o^2}{(\omega_c - \omega_o)^3} \\ 1 \\ \omega_o \\ \omega_o^2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

且 $g_{12} \leq L_h \|P_0 N\|$.

构造与式(11)相同的李雅普诺夫函数, 则可以得到类似的结论:

$$\dot{V} \leq -4\omega_c^3(1 - L_h \phi_1 \|P_0 N\|)N^2. \quad (21)$$

因此, 当下式成立时, 根据李雅普诺夫函数定理可知, 闭环系统是渐近稳定的.

$$L_h \phi_1 \|P_0 N\| < 1. \quad (22)$$

只是定理1的 ϕ , P_0 变为 ϕ_1 , P_{01} . 证毕.

注 1 当 b_0 未知时, 系统的微分方程由式(1)变为

$$\begin{cases} \ddot{x} = f_0(x, \dot{x}, (b - b_0)u, w) + b_0 u, \\ y = x, \end{cases}$$

其中 $f_0(x, \dot{x}, (b - b_0)u, w) = f(x, \dot{x}, w) + bu - b_0 u$.

此时, 总扰动为 f_0 , 是一个同时包含 u, b, b_0 的函数. 所以, 定理1和定理2中 f 满足的条件, f_0 也必须满足时系统才是稳定的. 可见, 当 b_0 未知时, 控制律 u 和估计值 b_0 必须满足一定的条件系统才可以稳定, 而且 b 的估计值 b_0 与 b 越接近, 系统越容易控制.

4 仿真验证(Simulation demonstration)

4.1 参数可行域(Feasible region for parameters)

4.1.1 被控对象的动态模型已知 (The dynamic model of plant is known)

当被控对象模型已知时, 即模型总扰动 f 已知, 设计式(3)所示扩张状态观测器. 下面分别讨论当总扰动与系统内部所有状态和部分状态相关时, 系统的控制参数可行域范围, 及可行域范围随利普希茨常数变化的趋势.

当被控对象总扰动与其内部状态都相关时, 即

$$f = f(x_1, x_2, w).$$

根据定理1, 随着利普希茨常数 L_h 的增大, 系统控制参数 ω_o, ω_c 的可行域如图2-4所示.

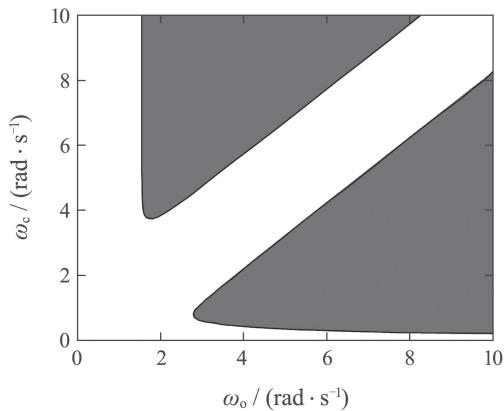


图 2 $L_h = 0.2$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域

Fig. 2 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.2$

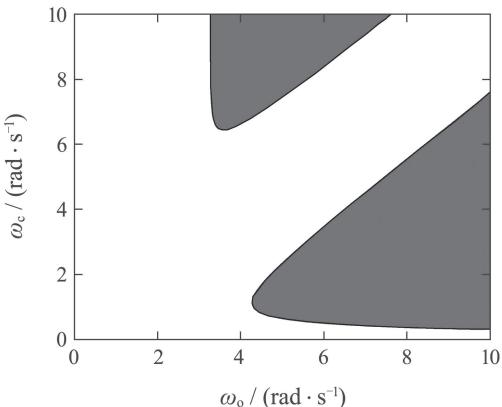
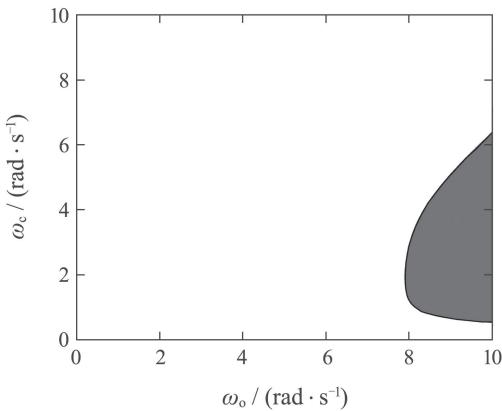
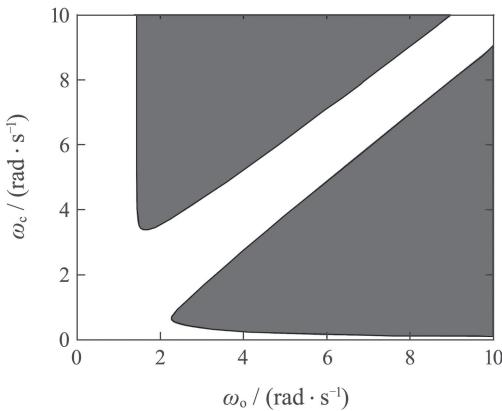


图 3 $L_h = 0.4$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域

Fig. 3 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.4$

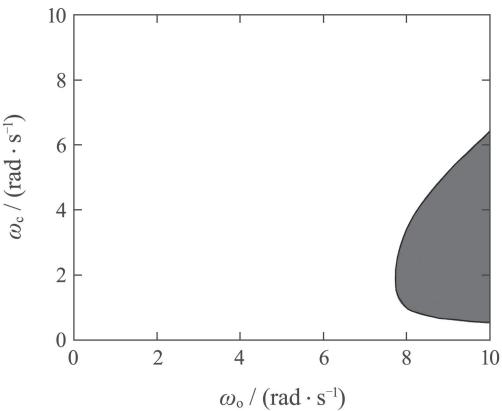
图 4 $L_h = 0.48$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域Fig. 4 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.48$

当被控对象扰动只与内部部分状态相关时, 若 $f = f(x_1, w)$, $L_h = 0.48$ 时的参数可行域如图 5 所示。

图 5 $f = f(x_1, w)$, $L_h = 0.48$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域Fig. 5 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.48$ and

$$f = f(x_1, w)$$

若 $f = f(x_2, w)$, $L_h = 0.48$ 时的参数可行域如图 6 所示。

图 6 $f = f(x_2, w)$, $L_h = 0.48$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域Fig. 6 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.48$ and

$$f = f(x_2, w)$$

比较图 2—4 可知, 随着利普希茨常数的增大, 系统控制参数的可行域在减小。由于定理 1 仅是一个充分

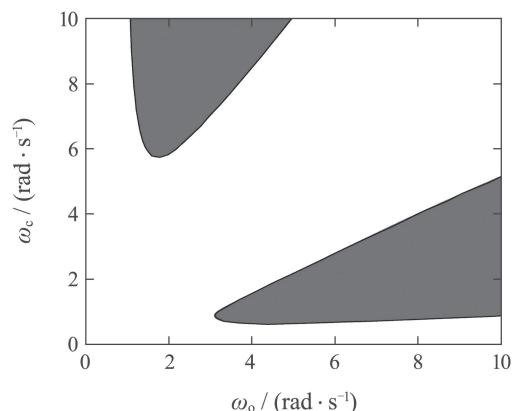
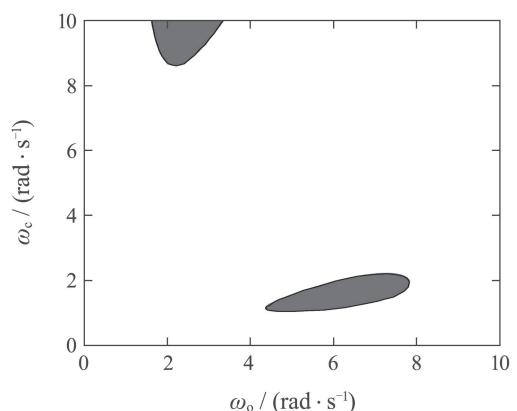
条件, 所以实际参数可行域会比上图大, 甚至会大很多。而且, 当利普希茨常数增大到一定程度时, 控制参数可行域为空, 但是实际仍可以找到使得系统稳定的控制参数, 这是定理的不足之处。

通过比较图 4—6 可知, 针对同一利普希茨常数 $L_h = 0.48$, 当系统内部扰动中已知状态越多时, 控制参数可行域越大, 系统越好控制。但是当总扰动包含状态 x_2 时, 控制参数可行域会明显减小。

4.1.2 被控对象的动态模型未知 (The dynamic model of plant is unknown)

当被控对象未知时, 即 f 是无法得到的, 所以设计 ESO 时不能使用 f 的任何信息。则按照式(4)设计扩张状态观测器, 并进行如上类似分析。

当被控对象总扰动与内部状态都相关时, 即 $f = f(x_1, x_2, w)$, 根据定理 2, 随着利普希茨常数 L_h 的增大, 系统控制参数 ω_o, ω_c 的可行域如图 7—8 所示。

图 7 $L_h = 0.05$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域Fig. 7 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.05$ 图 8 $L_h = 0.1$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域Fig. 8 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.1$

比较图 7—8, 利普希茨常数越大, 控制参数可行域越小。

若 $f = f(x_1, w)$, $L_h = 0.1$ 时的参数可行域如图 9 所示。

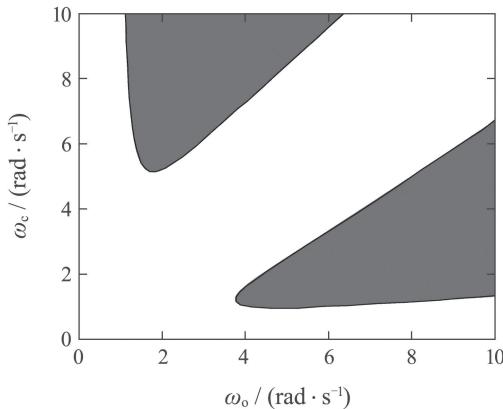


图 9 $f = f(x_1, w)$, $L_h = 0.1$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域
Fig. 9 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.1$ and
 $f = f(x_1, w)$

若 $f = f(x_2, w)$, $L_h = 0.1$ 时的参数可行域如图 10 所示。

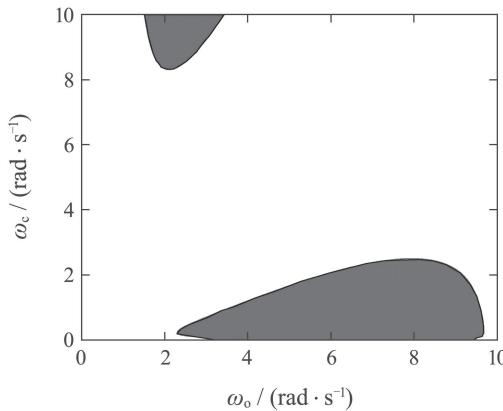


图 10 $f = f(x_2, w)$, $L_h = 0.1$ 时, 控制参数 ω_o, ω_c 可行域
Fig. 10 Feasible region for ω_o, ω_c when $L_h = 0.1$ and
 $f = f(x_2, w)$

从图 8–10 中看出, 当利普希茨常数一定时, 系统内部扰动中已知状态越多, 控制参数可行域越大, 系统越好控制, 但状态 x_2 的存在会使参数可行域减小。

而且, 对于相同的利普希茨常数, 当被控对象完全已知时, 控制参数可行域更大, 系统更容易控制。由于定理 1 和 2 是充分条件, 使得绘制的参数可行域有一定的局限性。

4.2 实例(Example)

基于著名的牛顿第二定律^[30], 有如下表达式:

$$ma = f_n(p, v, w) + u, \quad (23)$$

其中: a 为加速度, m 为物体的质量, 假设作用于物体的力包含了 f_n 和 u , 且 f_n 是包含了位置 p , 速度 v 和外部扰动 w 的非线性函数, u 是施加的控制力。

令 $p = x$, 则 $v = \dot{x}$, $a = \ddot{x}$, 式 (23) 可以写成 $\ddot{x} = f(x, \dot{x}, w) + b_0 u$ 的形式, b_0 与物体的质量相关, 并假设是已知的。当被控对象已知和未知时分别对以下情况进行仿真验证。

4.2.1 被控对象的动态模型已知(The dynamic model of plant is known)

假设 $\dot{f} = h = 0.25x_1 + 0.25x_2 + 10 \sin t$ 且已知时, 根据定理 1 设计自抗扰控制器。其中输入设定值为 $r = 1 - \cos(4t)$ 。

基于定理 1 及其推论, 由于 b_0, x_1, x_2 的初值不影响系统的稳定性, 所以选取 $b_0 \in (0, 50)$, $x_1, x_2 \in (0, 5)$ 进行 5 次谐波响应, 仿真步长为 $h = 0.01$, 根据图 4 选择控制参数为 $\omega_o = 10$, $\omega_c = 4$, 系统的输出和总扰动 f 如图 11 所示。可以看出, 尽管系统开始有超调, 但最终都趋于稳定, 而且, 总扰动 f 具有强烈的非线性, 系统输出最终跟踪设定值。所以自抗扰控制具有很强的鲁棒性。

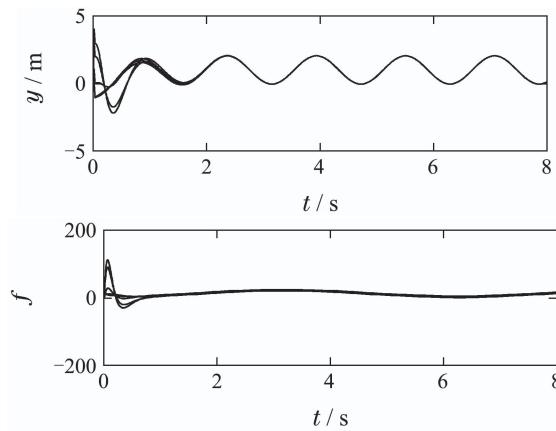


图 11 二阶非线性系统自抗扰控制谐波响应
Fig. 11 Harmonic response of LADRC controller for second-order nonlinear system

4.2.2 被控对象的动态模型未知(The dynamic model of plant is unknown)

假设 $\dot{f} = h = 0.07x_1 + 0.07x_2 - 0.05$ 且未知时, 根据定理 2 设计自抗扰控制器。

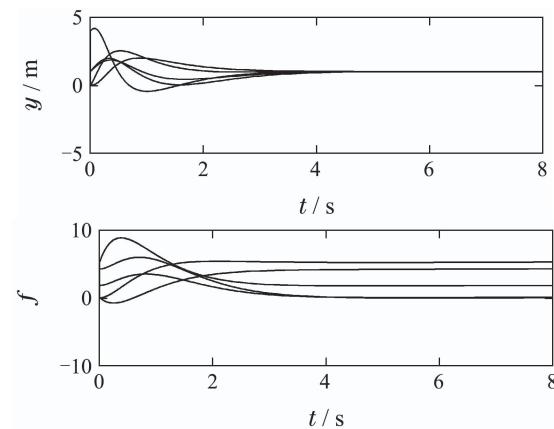


图 12 二阶非线性系统自抗扰控制阶跃响应
Fig. 12 Step response of LADRC controller for second-order nonlinear system

基于定理 2, 选取 $b_0 \in (0, 50)$, $x_1, x_2 \in (0, 5)$ 进行 5 次阶跃响应, 此时仿真步长为 $h = 0.001$, 根据图 8 选

择控制参数为 $\omega_o = 2$, $\omega_c = 10$, 系统的输出和总扰动 f 如图 12 所示。可以看出, 尽管系统开始有超调, 但最终都能够跟踪设定值。所以自抗扰控制对模型依赖低, 具有很强的抗扰能力。

5 结论(Conclusions)

基于二阶非线性被控对象, 当系统模型已知和未知时, 利用李雅普诺夫函数方法分析了自抗扰控制系统的稳定性和收敛性。当被控对象模型已知时, 如果总扰动的导数满足利普希茨条件, 得到了系统稳定的参数可行域。当被控对象模型未知时, 如果总扰动的导数满足利普希茨条件, 且 $\dot{h}(r, \dot{r}, w) = 0$ 时, 也可以得到系统的控制参数可行域。随着利普希茨常数增大, 可行域在慢慢减小。若内部扰动中包含的已知信息量越多, 系统越容易控制。但是, 本文得到的结果只是一个充分条件, 具有一定的保守性, 实际求得的可行域会更大。而且采用的方法只是针对一类二阶非线性系统, 也可以推广到高阶非线性系统中。

参考文献(References):

- [1] HAN Jingqing. Auto-disturbance-rejection controller and its applications [J]. *Control & Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.
(韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [2] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique: the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
(韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [3] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [4] CHEN Z Z, ZHENG Q, GAO Z Q. Active disturbance rejection control of chemical processes [C] //Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications. Singapore, Singapore: IEEE, 2007: 855 – 861.
- [5] SIRA-RAMÍREZ H, LÓPEZ-URIBE C, VELASCO-VILLA M. Linear observer based active disturbance rejection control of the omnidirectional mobile robot [J]. *Asian Journal of Control*, 2013, 15(1): 51 – 63.
- [6] TANG S, YANG Q H, QIAN S K, et al. Height and attitude active disturbance rejection controller design of a small-scale helicopter [J]. *Science China Information Sciences*, 2015, 58(3): 1 – 17.
- [7] CHEN Shangshang, HE Yingzi, LIU Helong. On robust stability of linear active disturbance rejection control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(5): 662 – 668.
(陈上上, 何英姿, 刘贺龙. 线性自抗扰控制系统的鲁棒稳定性 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(5): 662 – 668.)
- [8] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] //Proceedings of American Control Conference. Denver, CO, USA: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [9] SU J B, MA H Y, QIU W B, et al. Task-independent robotic uncalibrated hand-eye coordination based on the extended state observer [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(4): 1917 – 1922.
- [10] SU J B, QIU W B, MA H Y, et al. Calibration-free robotic eye-hand coordination based on an auto disturbance-rejection controller [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2004, 20(5): 899 – 907.
- [11] SUN L, LI D H, HU K T, et al. On tuning and practical implementation of active disturbance rejection controller: a case study from a regenerative heater in a 1000 MW power plant [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(23): 6686 – 6695.
- [12] YANG X Y, CUI J W, LAO D Z, et al. Input shaping enhanced active disturbance rejection control for a twin rotor multi-input multi-output system (TRMS) [J]. *ISA Transactions*, 2016, 62(2): 287 – 298.
- [13] WU D, CHEN K. Design and analysis of precision active disturbance rejection control for noncircular turning process [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(7): 2746 – 2753.
- [14] ZHENG Q, CHEN Z Z, GAO Z Q. A practical approach to disturbance decoupling control [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(9): 1016 – 1025.
- [15] RAMÍREZ-NERIA M, SIRA-RAMÍREZ H, GARRIDO-MOCTEZUMA R, et al. Linear active disturbance rejection control of underactuated systems: the case of the Furuta pendulum [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 920 – 928.
- [16] RAMÍREZ-NERIA M, SIRA-RAMÍREZ H, GARRIDO-MOCTEZUMA R, et al. On the linear active disturbance rejection control of the inertia wheel pendulum [C] //Proceedings of American Control Conference. Chicago, IL, USA: IEEE, 2015: 3398 – 3403.
- [17] LI Shupe, SONG Liwei. Viscoelastic active control for pulse disturbance [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 367 – 374.
(李书培, 宋立伟. 主动粘弹性控制抗冲击扰动 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 367 – 374.)
- [18] TANG Decui, GAO Zhiqiang, ZHANG Xuhong. Design of predictive active disturbance rejection controller for turbidity [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(1): 101 – 108.
(唐德翠, 高志强, 张绪红. 浊度大时滞过程的预测自抗扰控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 101 – 108.)
- [19] WANG J X, LI S H, YANG J, et al. Extended state observer-based sliding mode control for PWM-based DC–DC buck power converter systems with mismatched disturbances [J]. *Control Theory & Applications Int*, 2015, 9(4): 579 – 586.
- [20] WANG J X, LI S H, YANG J, et al. Finite-time disturbance observer based non-singular terminal sliding-mode control for pulse width modulation based DC–DC buck converters with mismatched load disturbances [J]. *IET Power Electronics*, 2016, 9(9): 1995 – 2002.
- [21] XUE W C, LIU P, CHEN S, et al. On extended state predictor observer based active disturbance rejection control for uncertain systems with sensor delay [C] //Proceedings of International Conference on Control, Automation and Systems. Gyeongju, South Korea: IEEE, 2017: 1267 – 1271.
- [22] GUO B Z, HAN J Q, XI F B. Linear tracking-differentiator and application to online estimation of the frequency of a sinusoidal signal with random noise perturbation [J]. *International Journal of Systems Science*, 2002, 33(5): 351 – 358.
- [23] YOO D, YAU S T, GAO Z Q. On convergence of the linear extended state observer [C] //Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications. Munich, Germany: IEEE, 2006: 1645 – 1650.
- [24] ZHENG Q, GAOL L Q, GAO Z Q. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C] //Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2007: 3501 – 3506.
- [25] HUANG Y, XUE W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [J]. *ISA Transactions*, 2011, 53(4): 963 – 976.
- [26] CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574 – 580.
(陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.)

- [27] XUE W C, HUANG Y. On performance analysis of ADRC for nonlinear uncertain systems with unknown dynamics and discontinuous disturbances [C] //Proceedings of Chinese Control Conference. Xi'an, China: IEEE, 2013: 1102 – 1107.
- [28] SHAO S, GAO Z Q. On the conditions of exponential stability in active disturbance rejection control based on singular perturbation analysis [J]. *International Journal of Control*, 2017, 90(10): 2085 – 2097.
- [29] QI X H, LI J, XIA Y Q, et al. On the robust stability of active disturbance rejection control for SISO systems [J]. *Circuits Systems & Signal Processing*, 2016, 36(1): 1 – 17.
- [30] ZHAO C, GUO L. PID controller design for second order nonlinear uncertain systems [J]. *Science China (Information Sciences)*, 2017, 60(2): 022201.

作者简介:

陈增强 (1964–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、预测控制、自抗扰控制, E-mail: chenzq@nankai.edu.cn;

王永帅 (1993–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制、预测控制, E-mail: 541455366@qq.com;

孙明伟 (1972–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为飞行器制导与控制、自抗扰控制, E-mail: smw_sunmingwei@163.com;

孙青林 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为自抗扰控制、自适应控制、嵌入式控制系统、柔性飞行器建模与控制, E-mail: sunql@nankai.edu.cn.