

可穿戴五自由度上肢外骨骼机器人固定时间控制

张高巍, 杨 鹏, 王 婕[†], 孙建军

(河北工业大学 控制科学与工程学院, 天津 300130; 智能康复装置与检测技术教育部工程研究中心, 天津 300130)

摘要: 针对可穿戴上肢外骨骼系统在外部干扰及参数不确定条件下的轨迹跟踪问题, 提出了一种基于观测器的固定时间控制策略. 首先, 采用拉格朗日方法对五自由度上肢外骨骼系统的动力学模型进行面向控制处理. 其次, 考虑模型中存在参数不确定及外部干扰, 基于改进超螺旋算法设计了固定时间干扰观测器, 实现对系统干扰的实时估计, 完成对控制器的在线补偿; 在此基础上, 设计了非奇异终端滑模固定时间控制律, 保证外骨骼关节角度跟踪误差在固定时间内收敛至原点. 再次, 基于Lyapunov方法证明了闭环系统的稳定性. 最后, 通过对比和数值仿真结果证明所提出控制策略的有效性.

关键词: 外骨骼机器人; 固定时间控制; 干扰观测器; 滑模控制; 轨迹跟踪

引用格式: 张高巍, 杨鹏, 王婕, 等. 可穿戴五自由度上肢外骨骼机器人固定时间控制. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 205 – 214

DOI: 10.7641/CTA.2019.80235

Fixed-time control for wearable 5 degrees of freedom upper-limb exoskeleton

ZHANG Gao-wei, YANG Peng, WANG Jie[†], SUN Jian-jun

(School of Control Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China;

Engineering Research Center of Intelligent Rehabilitation and Detection Technology, Ministry of Education, Tianjin 300130, China)

Abstract: Aiming at the trajectory tracking problems of wearable upper-limb exoskeleton under the condition of lumped perturbations, an observer-based fixed-time control strategy is proposed in this paper. Firstly, the dynamic model of 5 degrees of freedom (DOF) upper-limb exoskeleton is constructed by Lagrange method for control purpose. Secondly, considering the parameter uncertainties and external disturbances existing in the model, a fixed-time disturbance observer (FTDO) based on improved super-twisting algorithm is designed to estimate the lumped perturbations and compensate the controller online. Furthermore, a non-singular terminal sliding mode controller (NTSMC) is proposed to guarantee that the angle tracking errors can be forced to the origin in fixed-time and maintained zero in all subsequent time. Subsequently, the stability of closed-loop system is proved by Lyapunov theory. Finally, Comparison and numerical simulation results are given to demonstrate the effectiveness of the proposed integrated control strategy.

Key words: exoskeleton; fixed-time control; disturbance observer; sliding mode control; trajectory tracking

Citation: ZHANG Gaowei, YANG Peng, WANG Jie, et al. Fixed-time control for wearable 5 degrees of freedom upper-limb exoskeleton. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 205 – 214

1 引言

可穿戴外骨骼机器人因其在军事、医疗、康复等领域具有重大研究意义和广阔市场前景^[1-2]而成为机器人领域研究的热点之一. 不同于其他种类的机器人, 可穿戴外骨骼机器人具有与人体高度贴合, 扩展人体机能的特性^[3], 因此对人机协同控制的要求更加苛刻.

由于人机之间存在交互力矩, 而人体参数难以准确获取和建模, 因此人机系统中不可避免地存在结构参数摄动和外部干扰(综合干扰). 除此之外, 对于快速响应和准确跟随人体运动意图的要求也使得可穿戴外骨骼机器人轨迹跟踪控制器的设计成为研究的重点问题.

收稿日期: 2018-04-04; 录用日期: 2019-04-30.

[†]通信作者. E-mail: wangjie@hebut.edu.cn; Tel.: +86 22-60204682.

本文责任编辑: 武玉强.

国家自然科学基金项目(61703134, 61703135, 61773151, 61503118), 天津市自然科学基金项目(17JCQNJC04400), 河北省自然科学基金项目(F2015202150), 河北省研究生创新项目(CXZZBS2017038)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703134, 61703135, 61773151, 61503118), the National Natural Science Foundation of Tianjin (17JCQNJC04400), the National Natural Science Foundation of Hebei Province (F2015202150) and the Graduate Innovation Funding Project of Hebei Province (CXZZBS2017038).

针对外骨骼机器人期望轨迹跟踪问题,国内外学者做了很多研究,取得了一定的成果.文献[4]针对单自由度下肢助力外骨骼机器人轨迹跟踪控制,建立了输入力矩与人机系统运动之间的导纳模型,采用PID控制方法实现对外骨骼机器人的跟踪控制.文献[5-6]针对上肢康复外骨骼提出了自适应阻抗控制方法,实现了干扰条件下对期望轨迹的准确跟踪.然而,传统控制方法很难保证在系统存在较大干扰及参数不确定情况下的控制效果.滑模控制因其鲁棒性好,响应速度快而广泛应用于外骨骼系统控制.文献[7]采用基于饱和函数的滑模控制方法,在系统存在干扰的情况下实现对期望曲线的准确跟踪,但传统滑模切换项是不连续的,导致在实际应用过程中易引起抖振.文献[8]将指令滤波反步滑模控制与模糊估计相结合,在系统存在较大幅值干扰的情况下仍能保持系统稳定,抑制传统滑模中存在的抖振问题.

上述控制算法都只能实现系统的渐近稳定.相比于渐近稳定,有限时间稳定具有更快的收敛速度和更好的抗干扰能力^[9-10].文献[11-12]分别采用二阶滑模和非奇异终端滑模控制方法,实现对膝关节外骨骼闭环系统的有限时间稳定控制.但有限时间控制方法的收敛时间会随着系统初始误差的增加而无限增大,在对时间要求严格的应用场合中存在弊端.相比于有限时间稳定,固定时间稳定具备收敛时间与系统初始状态无关的特点,即系统收敛时间存在上界,因而比有限时间稳定的收敛条件更加苛刻^[13-14].近年来,固定时间控制受到众多学者关注,被广泛应用于复杂非线性系统控制,如多智能体协作控制^[15-16]、单级倒立摆系统控制^[17]、运载火箭控制^[18]、航天器控制^[19-20]等.然而,应用于外骨骼系统的固定时间控制策略尚未被研究.

综上所述,文章在五自由度上肢外骨骼动力学模型的基础上,提出了一种基于观测器的固定时间控制策略并分析了闭环系统的稳定性.考虑到人机系统中存在外部干扰及不确定,采用改进超螺旋算法实现对干扰的在线估计,保证估计误差能在固定时间内收敛至零且收敛时间上界与系统的初始状态无关,进而实现对控制器的补偿;在观测误差值的基础上,设计非奇异终端滑模固定时间控制器,在提高系统收敛速度的同时保证控制律光滑有界;通过与文献[21]所提出的有限时间干扰观测器对比说明所提出算法的有效性和优越性.

2 上肢外骨骼动力学模型

参考人体运动学及动力学特性,一般上肢外骨骼系统应具备5个旋转关节:肩关节的外展/内收、屈曲/伸展,肘关节屈曲/伸展,腕关节屈曲/伸展和前臂旋转,如图1所示.

根据拉格朗日动力学建模方法,五自由度上肢外

骨骼模型可表示为^[22]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_d + \tau_h = \tau, \quad (1)$$

其中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^5$ 分别表示关节角度、角速度、角加速度; $M(q), C(q, \dot{q}), G(q)$ 分别表示外骨骼系统的惯性矩阵、科氏力/离心力矩阵和重力矩阵,具体表达式及参数值参照文章附录; $\tau \in \mathbb{R}^5$ 为控制力矩, $\tau_d \in \mathbb{R}^5$ 为外部扰动, $\tau_h \in \mathbb{R}^5$ 表示由于期望位置与外骨骼角度之间的误差引起的人机交互力矩,由文献[23]可得交互力矩的具体形式为

$$\tau_h = k_s(q - q_d) + k_d(\dot{q} - \dot{q}_d), \quad (2)$$

其中 $q_d, \dot{q}_d \in \mathbb{R}^5$ 为人体期望的关节角度和角速度.

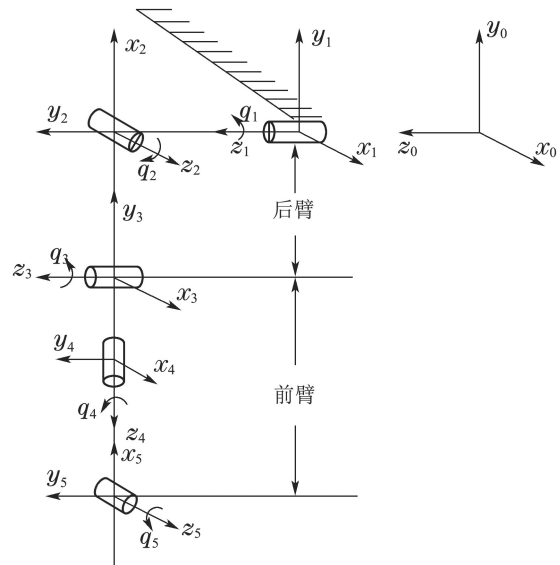


图1 五自由度上肢外骨骼机器人示意图

Fig. 1 Schematic diagram of 5 DOF upper-limb exoskeleton

将式(1)微分方程形式转换为状态空间形式,引入系统状态变量 $x = [x_1^T \ x_2^T]^T$ 和期望位置 $x_d = q_d$, 使得 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$, 则系统的动力学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -M^{-1}(x_1)[C(x)x_2 + G(x_1)] + u + d, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $d = -M^{-1}(x_1)[\tau_d + k_s(x_1 - x_d) + k_d(x_2 - \dot{x}_d)]$ 为综合干扰项, $u = M^{-1}(x_1)\tau$ 为系统控制律. 由上述模型的表达式可知,五自由度外骨骼模型是具备非线性和强耦合特性的多变量系统.

3 固定时间控制器设计

在控制器设计之前,首先给出必要的定义、假设及引理.

定义1^[24] 针对系统(3),系统到达平衡点时间 $T(x_0)$ 一致有界,且与系统状态的初始值无关.即

$$\exists T_{\max}, \forall x_0 \in \mathbb{R}^n, T(x_0) \leq T_{\max}, \quad (4)$$

那么系统在固定时间内收敛.

定义 2 对于 n 维向量 $A = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n]^T$, $B = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_n]^T$, 其 Hadamard 积定义为各向量中元素分别相乘获得的新向量, 数学表示如下:

$$A * B = [a_1 b_1 \ a_2 b_2 \ \cdots \ a_n b_n]^T. \quad (5)$$

假设 1 系统中综合干扰 $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 有界, 存在未知常数 $D_i \in \mathbb{R}^+ (i = 1, 2, 3, 4, 5)$, 满足 $|\dot{d}_i| \leq D_i$, 即综合干扰可导且导数有界.

引理 1^[15] 考虑非线性系统

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(0) = x_0, \quad (6)$$

如果存在一个正定连续的函数 $V(x)$, 满足

$$\dot{V}(x) \leq -(\alpha V^p(x) + \beta V^q(x))^k, \quad (7)$$

其中 $\alpha, \beta, q, p, k \in \mathbb{R}^+$, 且 $pk < 1, 1 < qk < \infty$, 则系统可在固定时间内收敛, 且其收敛时间 $T(x_0)$ 满足

$$T(x_0) \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)}. \quad (8)$$

引理 2^[25] 对于二阶多变量非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{-\lambda_1 x(t)}{\|x(t)\|^{1/2}} - \lambda_2 x(t) \|x(t)\|^{p-1} + y(t), \\ \dot{y}(t) = -g \frac{x(t)}{\|x(t)\|} + \xi(t), \end{cases} \quad (9)$$

其中: $x(t_0) = x_0, y(t_0) = 0$, 参数 $p > 1, \xi(t)$ 存在上界 L . 那么 $x(t), \dot{x}(t)$ 可以在固定时间 T_{\max} 内收敛到原点, 且

$$T_{\max} = \left(\frac{1}{\lambda_2(p-1)\varepsilon^{p-1}} + \frac{2(\sqrt{n\varepsilon})^{1/2}}{\lambda_1} \right) \cdot \left(1 + \frac{M}{m(1-\sqrt{2g/\lambda_1})} \right),$$

其中: $\varepsilon > 0$ 为给定常数, $M = g + L, m = g - L$ 为系数, 满足条件 $g > 4L, \lambda_1 > \sqrt{2g}$. 通过计算可得, 当 $\varepsilon = (n^{1/4} \lambda_1 / \lambda_2)^{(1/(p+1/2))}$ 时, 收敛时间取得最小值.

引理 3 (Young's 不等式) 若实数 p, q 满足 $p > 1, q > 1$ 且 $(1/p) + (1/q) = 1$, 则对于任意正实数 a, b , 存在

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}. \quad (10)$$

引理 4 (Cauchy-Schwarz 不等式) 对于任意实数 a_1, a_2, \dots, a_n 与 b_1, b_2, \dots, b_n , 有

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i b_i \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n b_i^2 \right). \quad (11)$$

3.1 固定时间干扰观测器设计

首先设计干扰观测器 w , 在固定时间内实现对系统干扰的准确估计. 通过将干扰估计值反馈给控制器达到对干扰在线补偿的目的.

定义速度跟踪误差为 $e_1 = x_1 - x_d$, 角度跟踪误差为 $e_2 = x_2 - \dot{x}_d$, 其中 x_d, \dot{x}_d 分别为期望轨迹及其

导数, 则由系统(2)可得

$$\dot{e}_2 = -M^{-1}(x_1)(C(x)x_2 + G(x_1)) + u + d - \ddot{x}_d. \quad (12)$$

定义固定时间干扰观测器为

$$\dot{w} = -M^{-1}(x_1)(C(x)x_2 + G(x_1)) + u - \ddot{x}_d + v_o. \quad (13)$$

引入辅助滑模变量

$$s_o = e_2 - w, \quad (14)$$

则

$$\dot{s}_o = d - v_o. \quad (15)$$

只需证明 s_o, \dot{s}_o 可在固定时间内收敛至原点, 则 $v_o = d$, 即综合干扰的估计值. 取

$$\begin{cases} v_o = \lambda_1 \frac{s_o}{\|s_o\|^{1/2}} + \lambda_2 s_o \|s_o\|^{p-1} + z_1, \\ \dot{z}_1 = g \frac{s_o}{\|s_o\|}, \quad z_1(0) = 0. \end{cases} \quad (16)$$

由式(15)-(16), 可得辅助滑模面的微分方程为

$$\begin{cases} \dot{s}_o = -\lambda_1 \frac{s_o}{\|s_o\|^{1/2}} - \lambda_2 s_o \|s_o\|^{p-1} + z, \\ \dot{z} = -g \frac{s_o}{\|s_o\|} + \dot{d}. \end{cases} \quad (17)$$

通过分析可得, 当辅助滑模面 s_o 远离原点时, $-\lambda_2 s_o \|s_o\|^{p-1}$ 能够保证其快速收敛至原点附近. 而 $-\lambda_1 \frac{s_o}{\|s_o\|^{1/2}}$ 项可以保证 s_o 由原点附近快速收敛至原点. 根据假设1和引理3可知, 通过选取适当的 λ_1, λ_2 , g 和 p, v_o 可以在固定时间 T_o 内准确估计干扰值 d . 且

$$T_o = \left(\frac{1}{\lambda_2(p-1)\varepsilon^{p-1}} + \frac{2(\sqrt{5\varepsilon})^{1/2}}{\lambda_1} \right) \cdot \left(1 + \frac{M}{m(1-\sqrt{2g/\lambda_1})} \right). \quad (18)$$

3.2 固定时间终端滑模控制器设计

通过设计控制律 u , 实现可穿戴上肢五自由度外骨骼机器人在固定时间内对期望轨迹 $x_d \in \mathbb{R}^5$ 的快速稳定跟踪. 即 $t \geq T, e_1 = x_1 - x_d = 0$. 选取非奇异终端滑模面函数为

$$s = e_2^{m_1/n_1} + a e_1^{m_2/n_2} + b e_1^{m_3/n_3}, \quad (19)$$

其中: $s \in \mathbb{R}^5$ 为滑模面向量; $a > 0, b > 0$ 为滑模面系数; $m_i, n_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 为正奇数且满足 $1 < m_2/n_2 < m_1/n_1 < m_3/n_3 < 2, (n_1^2 m_3)/(m_1^2 n_3) < 1$; 对于 n 维向量 x 和常数 γ , 定义

$$x^\gamma = [x_1^\gamma \ x_2^\gamma \ \cdots \ x_n^\gamma]^T, \quad \dot{x} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \cdots \ \dot{x}_n]^T.$$

为了解决控制过程中可能出现的奇异问题, 引入如下非线性函数^[26]:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin(\frac{\pi x^2}{2\eta^2}), & |x| \leq \eta, \\ 1, & |x| > \eta, \end{cases} \quad (20)$$

其中 $\eta \in \mathbb{R}^+$ 为设计参数, 其对固定时间上界的影响将在后文讨论. 对于向量 $A = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n]$, 定义 $\varphi(A) = [\varphi(a_1) \ \varphi(a_2) \ \cdots \ \varphi(a_n)]^T$.

设计非奇异终端滑模控制律为

$$u = M^{-1}(x_1)[C(x)x_2 + G(x_1)] + \ddot{x}_d - v_o - \frac{n_1}{m_1}(a\frac{m_2}{n_2}e_1^{m_2/n_2-1} + b\frac{m_3}{n_3}e_1^{m_3/n_3-1}) * e_2^{2-m_1/n_1} - \frac{n_1}{m_1}\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} - k_1 \text{sgn } s, \quad (21)$$

其中 $k_1 \in \mathbb{R}^+$.

所提出五自由度上肢外骨骼固定时间控制策略结构图如图2所示. 其中FT-NTSMC为式(21)所表示的非奇异终端滑模控制器; FTDO为式(13)和式(16)表示的固定时间干扰观测器.

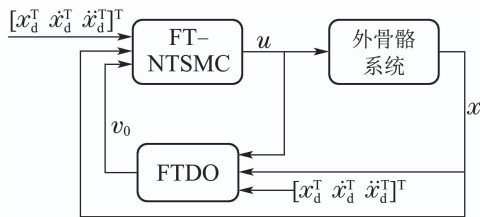


图2 固定时间控制策略示意图

Fig. 2 Diagram of the fixed time control strategy

定理 1 对于五自由度上肢外骨骼系统(3)及固定时间干扰观测器(13), 通过选取控制律(21)及滑模函数(19), 可以使外骨骼系统角度跟踪误差 e_1, e_2 在固定时间 T 内收敛到0并一直保持下去.

证 固定时间综合控制策略的稳定性证明过程分为3步.

第1步 证明闭环系统状态的有界性, 即在干扰观测误差收敛的 T_o 时间内, 闭环系统状态 s, e_1, e_2 有界. 将控制律(21)代入到系统误差 e_2 的导数中可得

$$\dot{e}_2 = d - v_o - k_1 \text{sgn } s - \frac{n_1}{m_1}\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} - \frac{n_1}{m_1}e_2^{2-m_1/n_1} * (a\frac{m_2}{n_2}e_1^{m_2/n_2-1} + b\frac{m_3}{n_3}e_1^{m_3/n_3-1}). \quad (22)$$

对滑模面函数(19)按时间微分得

$$\dot{s} = \frac{m_1}{n_1}e_2^{m_1/n_1-1} * \dot{e}_2 + a\frac{m_2}{n_2}e_1^{m_2/n_2-1} * e_2 +$$

$$b\frac{m_3}{n_3}e_1^{m_3/n_3-1} * e_2. \quad (23)$$

将式(22)代入式(23), 则

$$\dot{s} = \frac{m_1}{n_1}e_2^{m_1/n_1-1} * (d - v_o - k_1 \text{sgn } s) - \varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}. \quad (24)$$

选取系统状态的Lyapunov函数为

$$V_a = \frac{1}{2}(s^T s + e_1^T e_1 + e_2^T e_2), \quad (25)$$

其对时间的导数可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= s^T \dot{s} + e_1^T \dot{e}_1 + e_2^T \dot{e}_2 = \\ &= s^T [\frac{m_1}{n_1}e_2^{m_1/n_1-1} * (d - v_o - k_1 \text{sgn } s) - \\ &\quad \varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}] + \\ &\quad e_1^T \dot{e}_1 + e_2^T [d - v_o - k_1 \text{sgn } s - \\ &\quad \frac{n_1}{m_1}\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ &\quad (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} - \frac{n_1}{m_1}e_2^{2-m_1/n_1} * \\ &\quad (a\frac{m_2}{n_2}e_1^{m_2/n_2-1} + b\frac{m_3}{n_3}e_1^{m_3/n_3-1})]. \end{aligned} \quad (26)$$

由 $s_i^{m_1/n_1+m_2/n_2} > 0, s_i^{m_1/n_1+m_3/n_3} > 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$ 和 $\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) > 0$ 可得

$$\begin{aligned} &= s^T [-\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} - \\ &\quad \sum_{i=1}^5 \varphi(e_{2i}^{m_1/n_1-1})(as_i^{m_2/n_2} + bs_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} s_i - \\ &\quad \sum_{i=1}^5 \varphi(e_{2i}^{m_1/n_1-1})(as_i^{m_1/n_1+m_2/n_2} + \\ &\quad bs_i^{m_1/n_1+m_3/n_3})^{n_1/m_1} s_i] \leq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

由 $e_{2i}^{m_1/n_1-1} \geq 0, e_{1i}^{m_2/n_2-1} \geq 0, e_{1i}^{m_3/n_3-1} \geq 0, e_{2i}^{3-m_1/n_1} \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$, 可用相似方法得到

$$\begin{aligned} &= s^T [e_2^{m_1/n_1-1} * (-k_1 \text{sgn } s)] \leq 0, \\ &= e_2^T [- (a\frac{m_2}{n_2}e_1^{m_2/n_2-1} + b\frac{m_3}{n_3}e_1^{m_3/n_3-1}) * \\ &\quad e_2^{2-m_1/n_1}] \leq 0. \end{aligned}$$

因此, 式(26)可被表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &\leq s^T [\frac{m_1}{n_1}e_2^{m_1/n_1-1} * (d - v_o)] + e_1^T \dot{e}_1 + \\ &\quad e_2^T [(d - v_o - k_1 \text{sgn } s - \\ &\quad \frac{n_1}{m_1}\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * \\ &\quad (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]. \end{aligned} \quad (28)$$

根据绝对值定理及柯西-施瓦茨不等式可将上述不等式改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_a \leq & \frac{m_1}{n_1} \|s\| \|e_2^{m_1/n_1-1}\| \|d - v_o\| + \|e_1\| \|e_2\| + \\ & \|e_2\| \|d - v_o\| + \|e_2\| \|k_1 \operatorname{sgn} s\| + \\ & \frac{n_1}{m_1} |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ & (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]|. \end{aligned} \quad (29)$$

注意对于任意正实数 δ 以及 $0 < \alpha < 1$, 不等式 $\delta^\alpha \leq 1 + \delta$ 总成立. 同时采用引理4可得

$$\begin{aligned} \|e_2^{m_1/n_1-1}\| & \leq \\ \| [|e_{21}|^{m_1/n_1-1} \dots |e_{25}|^{m_1/n_1-1}]^T \| & = \\ \left[\sum_{i=1}^5 (|e_{2i}|^{m_1/n_1-1})^2 \right]^{1/2} & \leq \\ \left[\sum_{i=1}^5 (1 + |e_{2i}|)^2 \right]^{1/2} & = \\ \left[5 + \sum_{i=1}^5 2|e_{2i}| + \sum_{i=1}^5 e_{2i}^2 \right]^{1/2} & \leq \\ \left[5 + 2\sqrt{5} \left(\sum_{i=1}^5 e_{2i} \right)^{1/2} + \sum_{i=1}^5 e_{2i}^2 \right]^{1/2} & = \\ \sqrt{5} + \|e_2\|. \end{aligned} \quad (30)$$

同理, $\|e_1^{m_2/n_2-1}\| \leq \sqrt{5} + \|e_1\|$, $\|e_1^{m_3/n_3-1}\| \leq \sqrt{5} + \|e_1\|$.

将上式结果代入到式(29)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_a \leq & \frac{m_1}{n_1} \|s\| (\sqrt{5} + \|e_2\|) \|d - v_o\| + \|e_1\| \|e_2\| + \\ & \|e_2\| \|d - v_o\| + \sqrt{5} k_1 \|e_2\| + \\ & \frac{n_1}{m_1} |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ & (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]|. \end{aligned} \quad (31)$$

在干扰观测器证明过程中, 由式(15)(17)-(18)可知, $\dot{s}_o = d - v_o$ 可以在固定时间收敛至零. 因此, $d_i - v_{oi}$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) 存在上界 L_o . 采用均值不等式可以将式(31)表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_a \leq & \sqrt{5} L_o \frac{m_1}{n_1} \left(\frac{\|s\|^2 + 5}{2} + \frac{\|s\|^2 + \|e_2\|^2}{2} \right) + \\ & \frac{\|e_1^2\| + \|e_2^2\|}{2} + (L_o + k_1) \frac{5 + \|e_2\|^2}{2} + \\ & \frac{n_1}{m_1} |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ & (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]|. \end{aligned} \quad (32)$$

对于上式最后一项, 可根据滑模函数值分别讨论. 由式(20)可得, $0 \leq \varphi(x) \leq 1$. 则

$$\begin{aligned} |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]| \leq \\ \left| \sum_{i=1}^5 e_{2i}^{2-m_1/n_1} (as_i^{m_2/n_2} + bs_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} \right|. \end{aligned} \quad (33)$$

当 $0 < |s_i| \leq 1$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ 时, 利用不等式 $1 < m_2/n_2 < m_1/n_1 < m_3/n_3 < 2$, 可得

$$\begin{aligned} |e_{2i}^{2-m_1/n_1} (as_i^{m_2/n_2} + bs_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}| & \leq \\ |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} [(a+b)s_i^{m_2/n_2}]^{n_1/m_1} & = \\ (a+b)^{n_1/m_1} |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} |s_i|^{(m_2 n_1)/(n_2 m_1)} & \leq \\ (a+b)^{n_1/m_1} |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} & \leq \\ (a+b)^{n_1/m_1} (1 + |e_{2i}|). \end{aligned} \quad (34)$$

当 $|s_i| > 1$ 时, 式(33)可被表示为

$$\begin{aligned} |e_{2i}^{2-m_1/n_1} (as_i^{m_2/n_2} + bs_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}| & \leq \\ |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} [(a+b)s_i^{m_3/n_3}]^{n_1/m_1} & = \\ (a+b)^{n_1/m_1} |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} |s_i|^{(m_3 n_1)/(n_3 m_1)}. \end{aligned} \quad (35)$$

根据引理3及不等式 $(n_1^2 m_3)/(m_1^2 n_3)$, 上式中最后两项可被表示为

$$\begin{aligned} |e_{2i}|^{2-m_1/n_1} |s_i|^{(m_3 n_1)/(n_3 m_1)} & \leq \\ \frac{(|e_{2i}|^{2-m_1/n_1})^{2/(2-m_1/n_1)}}{2/(2-m_1/n_1)} + \\ \frac{(|s_i|^{(m_3 n_1)/(n_3 m_1)})^{2n_1/m_1}}{2n_1/m_1} & = \\ \left(1 - \frac{m_1}{2n_1}\right) |e_{2i}|^2 + \frac{m_1}{2n_1} |s_i|^{2((n_1^2 m_3)/(m_1^2 n_3))} & \leq \\ \left(1 - \frac{m_1}{2n_1}\right) |e_{2i}|^2 + \frac{m_1}{2n_1} |s_i|^2. \end{aligned} \quad (36)$$

因此, 对于任意 $|s_i|$, 都有

$$\begin{aligned} |e_{2i}^{2-m_1/n_1} (as_i^{m_2/n_2} + bs_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}| & \leq \\ (a+b)^{n_1/m_1} [1 + |e_{2i}| + \left(1 - \frac{m_1}{2n_1}\right) |e_{2i}|^2 + \\ \frac{m_1}{2n_1} |s_i|^2], \end{aligned} \quad (37)$$

则式(33)可表示为

$$\begin{aligned} |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]| & \leq \\ |e_2^T [\varphi(e_2^{m_1/n_1-1}) * e_2^{1-m_1/n_1} * \\ (as^{m_2/n_2} + bs^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]| & \leq \\ (a+b)^{n_1/m_1} \left[5 + \sum_{i=1}^5 |e_{2i}| + \right. \\ \left. \left(1 - \frac{m_1}{2n_1}\right) \sum_{i=1}^5 |e_{2i}|^2 + \sum_{i=1}^5 \frac{m_1}{2n_1} |s_i|^2 \right] & = \\ (a+b)^{n_1/m_1} \left[\frac{15}{2} + \left(\frac{3}{2} - \frac{m_1}{2n_1}\right) \|e_2\|^2 + \right. \\ \left. \frac{m_1}{2n_1} \|s\|^2 \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

综合式(32)(38)的结果可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_a \leq & \sqrt{5}L_o \frac{m_1}{n_1} (\|s\|^2 + \frac{1}{2}\|e_2\|^2 + \frac{5}{2}) + \\ & \frac{\|e_1\|^2 + \|e_2\|^2}{2} + (L_o + k_1) \frac{5 + \|e_2\|^2}{2} + \\ & (a+b)^{n_1/m_1} [\frac{15n_1}{2m_1} + (\frac{3n_1}{2m_1} - \frac{1}{2})\|e_2\|^2 + \\ & \frac{1}{2}\|s\|^2] \leq KV_a + L_a, \end{aligned} \quad (39)$$

其中:

$$K = \max\{\sqrt{5}L_o \frac{m_1}{n_1} + \frac{1}{2}(a+b)^{n_1/m_1}, \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{2}(\sqrt{5}L_o \frac{m_1}{n_1} + 1 + L_o + k_1) +$$

$$(a+b)^{n_1/m_1} (\frac{3n_1}{2m_1} - \frac{1}{2})\},$$

$$L_a = \frac{5}{2}[\sqrt{5}L_o \frac{m_1}{n_1} + L_o + k_1 + \frac{3n_1}{m_1}(a+b)^{n_1/m_1}].$$

由上式可得, K, L_a 在参数选定的条件下有界. 解该微分方程可知, 对于给定初值 $V_a(t_0), V_a = (KV_a(t_0) + L_a)e^{(t-t_0)} - L_a$. 即在干扰观测误差收敛时间 T_o 内系统状态保持有界.

第2步 证明滑模面的可达性. 即对于任意初始状态 $x_0 = x(0)$, 所设计的控制律(21)总能保证系统状态能够在固定时间内收敛到滑模面(19)上.

选取Lyapunov函数 $V_{ri} = |s_i|, i = 1, 2, 3, 4, 5$, 则其对时间的导数可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ri} = & \dot{s}_i \operatorname{sgn} s_i = \\ & \operatorname{sgn} s_i [\frac{m_1}{n_1} e_{2i}^{m_1/n_1-1} (d_i - v_{oi} - k_1 \operatorname{sgn} s_i) - \\ & \varphi(e_{2i}^{m_1/n_1-1}) (a s_i^{m_2/n_2} + b s_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}]. \end{aligned} \quad (40)$$

由观测器固定时间收敛特性可知, 对于任意 $t > T_o$, $d_i - v_{oi} = 0$, 则上式可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ri} = & -k_1 \frac{m_1}{n_1} e_{2i}^{m_1/n_1-1} |s_i| - \varphi(e_{2i}^{m_1/n_1-1}) \times \\ & (a s_i^{m_2/n_2} + b s_i^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} \operatorname{sgn} s_i \leq \\ & -\varphi(e_{2i}^{m_1/n_1-1}) (a V_{ri}^{m_2/n_2} + b V_{ri}^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}. \end{aligned} \quad (41)$$

当 $|e_{2i}^{m_1/n_1-1}| > \eta$ 时, 由式(20)可得

$$V_{ri} \leq -(a V_{ri}^{m_2/n_2} + b V_{ri}^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}. \quad (42)$$

由引理1可得, 系统将在固定时间 T_{r1} 内直接收敛至0或到达 $|e_{2i}^{m_1/n_1-1}| \leq \eta$ 区域内, 且

$$T_{r1} = \frac{1}{a^{n_1/m_1} (1 - \frac{m_2 n_1}{n_2 m_1})} + \frac{1}{b^{n_1/m_1} (\frac{m_3 n_1}{n_3 m_1} - 1)}. \quad (43)$$

当系统状态进入 $|e_{2i}^{m_1/n_1-1}| \leq \eta$ 后, 由式(22)可得, 当 $e_{2i} \rightarrow 0$ 时, $\dot{e}_{2i} \rightarrow -k_1 \operatorname{sgn} s_i$. 对于一个较小的 η 值,

可近似得到: 当 $s_i > 0$ 时, $\dot{e}_{2i} = -k_1$; 当 $s_i < 0$ 时, $\dot{e}_{2i} = k_1$. 因此, 系统轨迹将会在固定时间 T_{r2} 内离开区域 $|e_{2i}^{m_1/n_1-1}| \leq \eta$ 收敛到滑模面 $s_i = 0$ 上且保持下去. 因此系统状态将在固定时间 $T_r = T_{r1} + T_{r2}$ 内收敛到滑模面 $s = 0$ 上, 其中面 $s = 0$ 上, 其中

$$T_{r2} = \frac{2\eta^{n_1/(m_1-n_1)}}{k_1}. \quad (44)$$

其系统状态运动轨迹如图3所示阶段1.

第3步 证明外骨骼系统跟踪误差 e_1 在固定时间内可以收敛到原点. 当 $t > T_o + T_r$ 时, 有 $s = 0$. 由式(19)可得

$$e_2 = -(a e_{1i}^{m_2/n_2} + b e_{1i}^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}. \quad (45)$$

选取Lyapunov函数为 $V_{si} = |e_{1i}|, i = 1, 2, 3, 4, 5$, 则其对时间的导数为

$$\begin{aligned} V_{si} = & \operatorname{sgn} e_{1i} e_{2i} = \\ & -(a e_{1i}^{m_2/n_2} + b e_{1i}^{m_3/n_3})^{n_1/m_1} \operatorname{sgn} e_{1i} = \\ & -(a V_{si}^{m_2/n_2} + b V_{si}^{m_3/n_3})^{n_1/m_1}. \end{aligned} \quad (46)$$

由引理1可得, 系统跟踪误差 e_{1i} 将会在固定时间 T_s 内收敛到零, 且

$$T_s = T_{r1} = \frac{1}{a^{n_1/m_1} (1 - \frac{m_2 n_1}{n_2 m_1})} + \frac{1}{b^{n_1/m_1} (\frac{m_3 n_1}{n_3 m_1} - 1)}. \quad (47)$$

系统状态运动轨迹如图3所示阶段2.

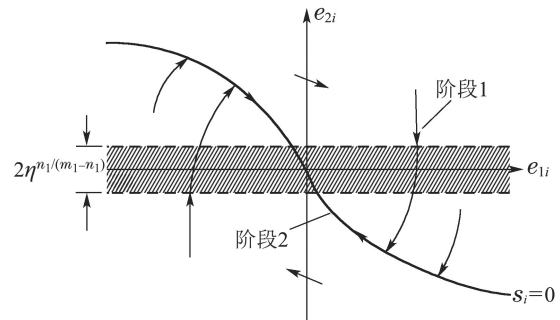


图3 系统相位图

Fig. 3 Phase plot of the system

根据式(18)(43)–(44)和式(47)可得, 上肢五自由度外骨骼系统跟踪误差收敛时间上界为

$$T = T_o + T_r + T_s. \quad (48)$$

证毕.

4 仿真结果分析

4.1 固定时间控制策略仿真结果

为了验证所提出控制算法的有效性, 本文在MATLAB/Simulink环境下搭建系统仿真模型. 五自由度外骨骼系统模型形式及具体参数参考文章附录.

期望关节角度 $x_d = [x_{d1} \ x_{d2} \ x_{d3} \ x_{d4} \ x_{d5}]^T$ 为 $x_{di} = \sin(t + i\pi/5)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. 系统关节角度初始值设置为 $x_1 = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5]^T$ rad. 为了验证干扰观测器的固定时间收敛特性, 引入综合干扰

$$\begin{cases} d = -M^{-1}(x_1)(\tau_d + k_s(x_1 - x_d) + k_d(x_2 - \dot{x}_d)), \\ \tau_d = 0.5 \sin t [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T, \\ k_s = 50, \ k_d = 9.47. \end{cases}$$

针对本文所设计的固定时间干扰观测器(13)(15)和(16), 选取控制增益为 $g=20$, $\lambda_1=20$, $\lambda_2=30$, $p=1.5$. 则由引理3可得, 当取得最小观测时间上界时, $\varepsilon = 0.998$, $T_o = 0.644$ s, 即观测误差值总能在 T_o 时间内收敛至原点而与初始值无关. 非奇异终端滑模控制器控制增益如表1所示.

表 1 控制器增益

Table 1 Controller gains

符号	数值	符号	数值
m_1	5	n_1	3
m_2	7	n_2	5
m_3	9	n_3	5
a	20	b	20
η	0.01	k_1	1

由上述控制器增益与式(43)–(44)和式(47)可知, 系统状态由初始位置到达滑模面的固定时间上界为 $T_r = T_{r1} + T_{r2} = 3.109$ s, 由到达滑模面至跟踪误差收敛到原点的固定时间上界为 $T_s = 3.107$ s. 因此系统最终收敛时间上界为 $T = 6.216$ s. 仿真结果如图4–11所示.

图4–8为关节角度跟踪曲线. 由图可知, 本文所提出的固定时间控制策略能够在系统存在参数不确定及外部干扰的情况下, 实现对给定期望曲线的准确跟踪且收敛时间均小于1 s. 图9为非奇异终端滑模控制器的控制输出, 从图中可以看出, 所有控制律轨迹均光滑有界且不存在抖振.

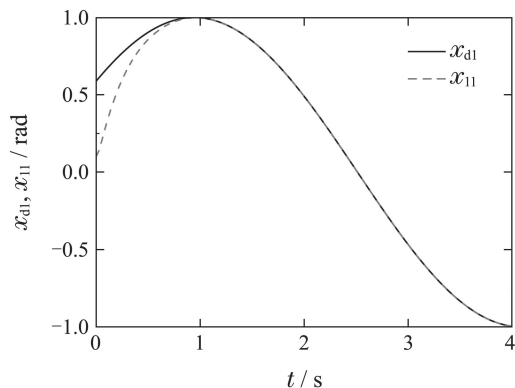


图 4 关节1位置跟踪曲线

Fig. 4 Position tracking of joint 1

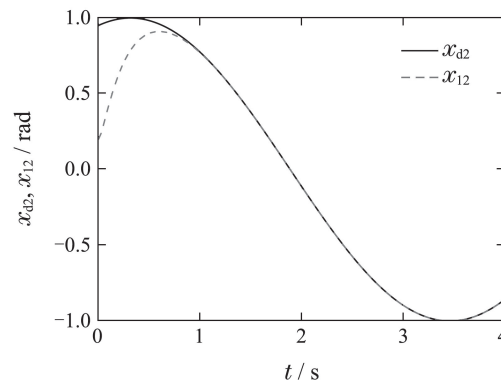


图 5 关节2位置跟踪曲线

Fig. 5 Position tracking of joint 2

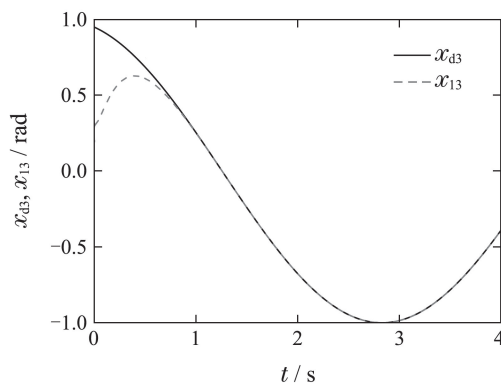


图 6 关节3位置跟踪曲线

Fig. 6 Position tracking of joint 3

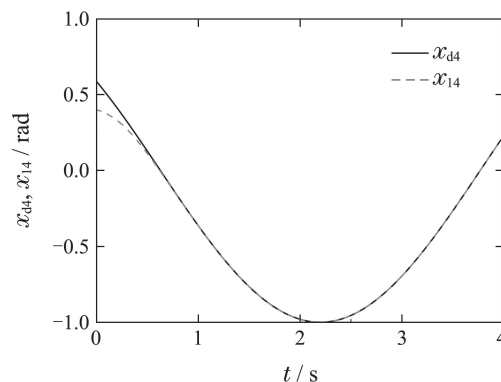


图 7 关节4位置跟踪曲线

Fig. 7 Position tracking of joint 4

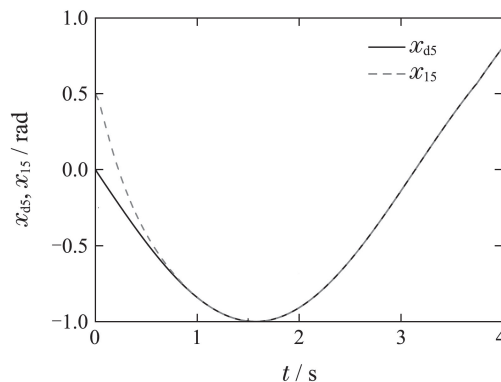


图 8 关节5位置跟踪曲线

Fig. 8 Position tracking of joint 5

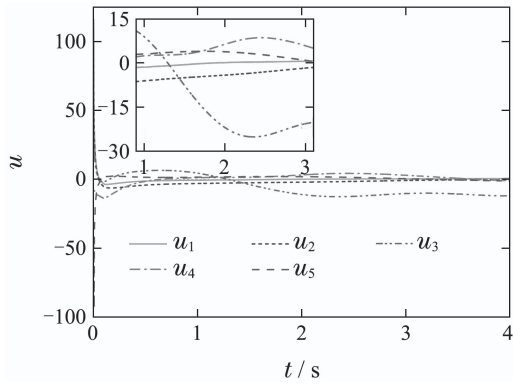


图9 控制律

Fig. 9 Control laws

为了更准确地反映固定时间干扰观测器及系统跟踪误差动态收敛过程及收敛时间, 图10–11分别选取了干扰观测误差在0.2 s内的收敛曲线及系统跟踪误差在2.0 s内的收敛曲线. 由图10可知, 干扰观测误差能够在短时间(0.12 s)内收敛至原点, 即实现对干扰的准确估计. 系统跟踪误差最终在1.0 s内到达并维持在原点, 表明所提出的控制算法具有很快的收敛速度, 见图11. 由仿真图可得, 本文所提出的固定时间控制策略可效解决综合干扰条件下多自由度外骨骼系统的轨迹跟踪问题.

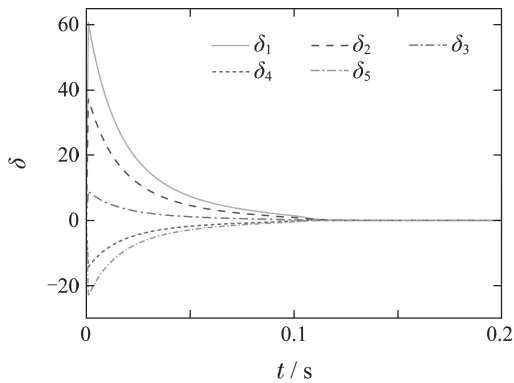


图10 干扰观测器观测误差

Fig. 10 Observer errors of the FTDO

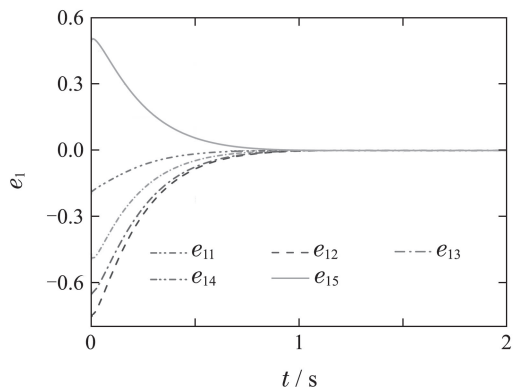


图11 位置跟踪误差

Fig. 11 Position tracking errors

4.2 固定时间与有限时间干扰观测对比仿真

为了验证本文所提出基于改进超螺旋算法的固定时间干扰观测器的优越性, 在其他条件保持一致的情况下, 仿照文献[21]建立有限时间干扰观测器

$$\dot{w}_f = -M^{-1}(x_1)(C(x)x_2 + G(x_1)) + u - \ddot{x}_d + v_f,$$

其中:

$$\begin{cases} v_f = k_{f1} \frac{s_f}{\|s_f\|^{1/2}} + k_{f2} s_f + z_f, \\ \dot{z}_f = k_{f3} \frac{s_f}{\|s_f\|} + k_{f4} s_f. \end{cases}$$

定义 $s_f = e_2 - w_f$. 取有限时间观测器增益为 $k_{f1} = 60$, $k_{f2} = 30$, $k_{f3} = 40$, $k_{f4} = 40$, 初值为 $w(0) = w_f(0) = [-200, -100, 0, 100, 200]$. 同时在相同初始条件下选取本文所提出的固定时间干扰观测器做对比. 为了保证观测仿真结果在同一量级, 选取固定时间干扰观测器的增益为 $g = 20$, $\lambda_1 = 20$, $\lambda_2 = 10$, $p = 1.5$, 仿真结果如图12所示.

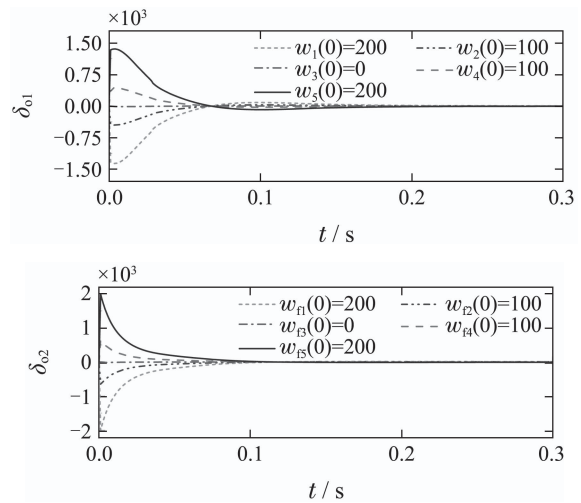


图12 两种干扰观测器对比

Fig. 12 Comparison of the two disturbance observers

图12中: δ_{o1} 表示有限时间干扰观测器观测误差, δ_{o2} 表示固定时间干扰观测器观测误差. 由仿真图可知, 对于不同的干扰观测初值, 本文所提出的固定时间干扰观测器可以做到对干扰的快速准确估计, 估计时间小于0.1 s且不存在过估计. 而有限时间干扰观测器在0.07 s附近到达原点后又脱离原点, 存在明显的过估计, 且总体估计时间约为0.2 s. 除此之外, 本文所提出的观测器在观测误差远离平衡点时具有更好的收敛特性, 这是由于式(16)中 $\lambda_2 s_o \|s_o\|^{p-1}$ 项相比于有限时间干扰观测器中的 $k_{f2} s_f$ 具有更快的收敛速度. 由此可知, 固定时间干扰观测器无论在响应速度还是收敛效果上都具有优越性.

5 结论

针对外部干扰及参数不确定条件下上肢五自由度

外骨骼系统期望关节角度跟踪问题, 提出了一种基于观测器的固定时间控制策略. 分别基于改进超螺旋算法和非奇异终端滑模算法设计了固定时间干扰观测器和滑模控制器, 并进行了仿真验证. 仿真结果表明, 所提出控制策略能够实现期望轨迹快速精准跟踪, 可以降低外界干扰及参数不确定对控制效果的影响, 提高系统的鲁棒性.

参考文献:

- [1] BOGUE R. Robotic exoskeletons: a review of recent progress. *Industrial Robot: An International Journal*, 2015, 42(1): 5 – 10.
- [2] TAO Yuegang, WANG Cailu, WANG Xiaozhou, et al. Period steady-state and autonomous control of the upper limb transfer system of rehabilitation robots. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(1): 103 – 109.
(陶跃钢, 王彩璐, 王晓周, 等. 康复机器人上肢传递系统的周期稳态与自主控制. 控制理论与应用, 2018, 35(1): 103 – 109.)
- [3] VITIELLO N, LENZI T, ROCCELLA S, et al. Neuroexos: a powered elbow exoskeleton for physical rehabilitation. *IEEE Transactions on Robotics*, 2013, 29(1): 220 – 235.
- [4] NAGARAJAN U, AGUIRRE O G, GOSWAMI A. Integral admittance shaping: a unified framework for active exoskeleton control. *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, 75(Part B): 310 – 324.
- [5] LI Z J, HUANG Z C, HE W, et al. Adaptive impedance control for an upper limb robotic exoskeleton using biological signals. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(2): 1664 – 1674.
- [6] HSIEH H C, CHEN D F, CHIEN L, et al. Design of a parallel actuated exoskeleton for adaptive and safe robotic shoulder rehabilitation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(5): 2034 – 2045.
- [7] RAHMAN M H, KITTELOUMET T, SAAD M, et al. Development and control of a robotic exoskeleton for shoulder, elbow and forearm movement assistance. *Applied Bionics Biomechanics*, 2012, 9(3): 275 – 292.
- [8] YANG P, ZHANG G W, WANG J, et al. Command filter backstepping sliding model control for lower-limb exoskeleton. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, DOI: 10.1155/2017/1064535.
- [9] MA Guangfu, YU Yanbo, Li Bo, et al. Integral-type sliding mode finite-time fault tolerant control for spacecraft attitude control. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(8): 1028 – 1034.
(马广富, 于彦波, 李波, 等. 基于积分滑模的航天器有限时间姿态容错控制. 控制理论与应用, 2017, 34(8): 1028 – 1034.)
- [10] WANG J, ZONG Q, SU R, et al. Continuous high order sliding mode controller design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle. *ISA Transactions*, 2014, 53(3): 690 – 698.
- [11] MEFOUED S. A second order sliding mode control and a neural network to drive a knee joint actuated orthosis. *Neurocomputing*, 2015, 155(1): 71 – 79.
- [12] MADANI T, DAACHI B, DJOUANI K. Non-singular terminal sliding mode controller: application to an actuated exoskeleton. *Mechatronics*, 2016, 33(1): 136 – 145.
- [13] ZUO Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, 54(1): 305 – 309.
- [14] LI H F, LI C D, HUANG T W, et al. Fixed-time stability and stabilization of impulsive dynamical systems. *Journal of Franklin Institute*, 2017, 354(18): 8626 – 8644.
- [15] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106 – 2110.
- [16] ZHAO L, YU J P, LIN C, et al. Distributed adaptive fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent systems using modified terminal sliding mode. *Applied Mathematics & Computation*, 2017, 312(1): 23 – 35.
- [17] ZUO Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(4): 545 – 552.
- [18] YOU M, ZONG Q, ZUO L X, et al. Multivariable supertwisting fixed-time approach for RLV re-entry attitude control. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2019, 29(4): 973 – 989.
- [19] GAO J W, CAI Y L. Fixed-time control for spacecraft attitude tracking based on quaternion. *Acta Astronautica*, 2015, 115(1): 303 – 313.
- [20] JIANG B Y, HU Q L, FRISWELL M I. Fixed-time attitude control for rigid spacecraft with actuator saturation and faults. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(5): 1892 – 1898.
- [21] DONG Q, ZONG Q, TIAN B L, et al. Integrated finite-time disturbance observer and controller design for reusable launch vehicle in reentry phase. *Journal of Aerospace Engineering*, 2017, 30(1): 1 – 11.
- [22] KANG H B, WANG J H. Adaptive control of 5 dof upper-limb exoskeleton robot with improved safety. *ISA Transactions*, 2013, 52(6): 844 – 852.
- [23] LI Z, MA W H, YIN Z G, et al. Tracking control of time-varying knee exoskeleton disturbed by interaction torque. *ISA Transactions*, 2017, 71(2): 458 – 466.
- [24] TIAN B L, ZUO Z Y, YAN X M, et al. A fixed-time output feedback control scheme for double integrator systems. *Automatica*, 2017, 80(5): 17 – 24.
- [25] BASIN M, PANATHULA C B, SHTESSEL Y. Multivariable continuous fixed-time second-order sliding mode control: Design and convergence time estimation. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(8): 1104 – 1111.
- [26] YOU M, ZONG Q, TIAN B L, et al. Comprehensive design of uniform robust exact disturbance observer and fixed-time controller for reusable launch vehicles. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 12(5): 638 – 648.

附录 外骨骼系统模型参数

文章所使用的五自由度上肢外骨骼系统模型参数如下^[22], 其惯性矩阵 $M(q)$ 可表示为

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & 0 & 0 \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & 0 & M_{35} \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 \\ 0 & 0 & M_{53} & 0 & M_{55} \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_2 + I_{19} + I_3 \cos^2 q_2 + I_4 \sin(q_2 + q_3) + \\ & I_5 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) + I_6 \sin q_2 \cos q_2 + \\ & I_7 \sin^2(q_2 + q_3) + 2 + I_8 \cos q_2 \sin(q_2 + q_3) + \\ & I_9 \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) + I_{10} \sin^2(q_2 + q_3) + \\ & I_{11} \cos q_2 \sin(q_2 + q_3) + \\ & I_{12} \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3), \\ M_{12} &= M_{21} = \\ & I_{13} \sin q_2 + I_{14} \cos(q_2 + q_3) + I_{15} \cos q_2 + \\ & I_{16} \sin(q_2 + q_3) - I_{17} \cos(q_2 + q_3), \\ M_{13} &= M_{31} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& I_{14} \cos(q_2 + q_3) + I_{16} \sin(q_2 + q_3) - \\
& I_{17} \cos(q_2 + q_3), \\
M_{22} &= I_{18} + I_{19} + I_{20} + 2I_8 \sin q_3 + I_9 \cos q_2 + \\
& I_{10} + I_{11} \sin q_3, \\
M_{23} &= M_{32} = \\
& I_{20} + I_8 \sin q_3 + I_9 \cos q_3 + 2I_{10} + \\
& I_{11} \sin q_3, \\
M_{33} &= I_3 + 2I_{10} + I_{20}, \quad M_{35} = M_{53} = I_{10} + I_{21}, \\
M_{44} &= I_{22} + I_{23}, \quad M_{55} = I_{24} + I_{21}.
\end{aligned}$$

科氏力/离心力矩阵 $C(q, \dot{q})$ 可表示为

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} c_1 \dot{q}_2 & c_2 \dot{q}_3 + c_3 \dot{q}_2 & c_4 \dot{q}_2 + c_5 \dot{q}_3 & 0 & 0 \\ c_6 \dot{q}_1 & c_7 \dot{q}_3 & c_8 \dot{q}_3 & 0 & 0 \\ c_5 \dot{q}_1 & c_9 \dot{q}_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_{10} \dot{q}_2 & 0 & c_{11} \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{12} \dot{q}_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned}
c_1 &= -2[I_3 \sin q_2 \cos q_2 + I_8 \cos(2q_2 + q_3) + \\
& I_4 \sin(q_2 + q_3) \cos q_2 - I_9 \sin(2q_2 + q_3) - \\
& 2I_{10} \sin(q_2 + q_3) + I_{11} \cos(2q_2 + q_3) \\
& I_7 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) + \\
& I_{12}(1 - 2\sin^2(q_2 + q_3))] + \\
& I_5(1 - 2\sin^2(q_2 + q_3)) + I_6(1 - 2\sin^2 q_2), \\
c_2 &= 2[-I_{14} \sin(q_2 + q_3) + I_{16} \cos(q_2 + q_3) + \\
& I_{17} \sin(q_2 + q_3)], \\
c_3 &= I_{13} \cos q_2 - I_{14} \sin(q_2 + q_3) - I_{15} \sin q_2 + \\
& I_{16} \cos(q_2 + q_3) + I_{17} \sin(q_2 + q_3), \\
c_4 &= 2[I_8 \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) + I_4 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) - \\
& I_9 \cos q_2 \sin(2q_2) + 2I_{10} \sin(11q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) + \\
& I_{11} \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) + I_7 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) + \\
& I_{12}(1 - 2\sin^2(q_2 + q_3))] + I_5(1 - 2\sin^2(q_2 + q_3)), \\
c_5 &= 0.5c_2, \quad c_6 = -0.5c_1, \\
c_7 &= 2[-2I_9 \sin q_3 + I_8 \cos q_3 + I_{11} \cos q_3], \\
c_8 &= -0.5c_4, \\
c_9 &= \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) - 2I_{10} \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + \\
& q_3) - I_{11} \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) - I_{12} \cos^2(q_2 + q_3), \\
c_{10} &= -I_{23} \sin(q_2 + q_3) - I_{19} \sin(q_2 + q_3) - I_{20} \sin(q_2 + q_3),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{11} &= -I_{20} \sin(q_2 + q_3) + I_{23} \sin(q_2 + q_3) + I_{19} \sin(q_2 + q_3), \\
c_{12} &= -I_{11} \cos(q_3) - I_{12}.
\end{aligned}$$

重力向量 $G(q)$ 可表示为

$$G(q) = [0 \quad G_2 \quad G_3 \quad 0 \quad G_5]^T,$$

其中:

$$\begin{aligned}
G_2 &= g_1 \cos q_2 + g_2 \sin(q_2 + q_3) + g_3 \sin q_2 + \\
& g_4 \cos(q_2 + q_3) + g_5 \sin(q_2 + q_3), \\
G_3 &= g_2 \sin(q_2 + q_3) + g_4 \cos(q_2 + q_3) + g_5 \sin(q_2 + q_3), \\
G_5 &= g_5 \sin(q_2 + q_3).
\end{aligned}$$

具体参数取值见表A1和表A2.

表 1 A1 惯性常量(kg·m²)
Table A1 Inertial constant (kg·m²)

$I_1 = 1.14$	$I_2 = 1.43$	$I_3 = 1.38$
$I_4 = 0.298$	$I_5 = -0.0213$	$I_6 = -0.0142$
$I_7 = -0.0001$	$I_8 = 0.372$	$I_9 = -0.011$
$I_{10} = 0.00125$	$I_{11} = -0.0124$	$I_{12} = 0.000058$
$I_{13} = -0.69$	$I_{14} = 0.134$	$I_{15} = 0.238$
$I_{16} = 0.00379$	$I_{17} = 0.000642$	$I_{18} = 4.71$
$I_{19} = 1.75$	$I_{20} = 0.333$	$I_{21} = 0.000642$
$I_{22} = 0.2$	$I_{23} = 0.00164$	$I_{24} = 0.179$

表 A2 重力常量(N·m)
Table 1 Gravitational constant (N·m)

$g_1 = -37.2$	$g_2 = -8.43$	$g_3 = 1.02$
$g_4 = 0.249$	$g_5 = -0.00292$	

作者简介:

张高巍 博士研究生, 研究方向为滑模变结构控制、智能外骨骼控制, E-mail: 15202218997@163.com;

杨鹏 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统建模与控制、智能机器人, E-mail: yphebut@163.com;

王婕 博士, 讲师, 研究方向为非线性控制理论、滑模变结构控制, E-mail: wangjie@hebut.edu.cn;

孙建军 硕士研究生, 研究方向为非线性控制理论、智能外骨骼控制, E-mail: 201622501030@stu.hebut.edu.cn.