# 基于递推最小二乘与互补滤波的姿态估计

陈光武<sup>1,2†</sup>,李少远<sup>3</sup>,李文元<sup>1,2</sup>,王 迪<sup>1,2</sup>,张琳婧<sup>1,2</sup>

(1. 兰州交通大学 自动控制研究所, 甘肃 兰州 730070;

2. 甘肃省高原交通信息工程及控制重点实验室, 甘肃 兰州 730070; 3. 上海交通大学 电子信息与电气工程学院, 上海 200240)

摘要:针对基于微机电系统(MEMS)的惯性导航系统中陀螺噪声较大导致姿态漂移的问题,本文基于递推最小二 乘(RLS)与互补滤波器提出一种提高姿态估计精度的方法.该方法从陀螺去噪算法和姿态解算原理两个方面提高 姿态估计精度:在陀螺去噪方面,为克服传统递推最小二乘的不足,提出一种随机加权的递推最小二乘法,利用随机 加权实现对偏差的估计;在姿态解算方面,在传统互补滤波器的基础上通过自适应调整比例–积分(PI)参数来调整 滤波器的交接频率,最终得到陀螺积分值的高通滤波和加速度计的低通滤波的叠加.转台静态和动态实验结果表 明,使用本文所提方法后,有效降低了陀螺噪声,姿态估计精度明显提升.

关键词: 微机电系统; 惯性导航; 递推最小二乘法; 互补滤波器

引用格式:陈光武,李少远,李文元,等.基于递推最小二乘与互补滤波的姿态估计.控制理论与应用,2019,36(7): 1096-1103

DOI: 10.7641/CTA.2018.80359

# Attitude estimation based on recursive least square and complementary filtering

CHEN Guang-wu<sup>1,2†</sup>, LI Shao-yuan<sup>3</sup>, LI Wen-yuan<sup>1,2</sup>, WANG Di<sup>1,2</sup>, ZHANG Lin-jing<sup>1,2</sup>

(1. Automatic Control Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu 730070, China;

2. Gansu Provincial Key Laboratory of Traffic Information Engineering and Control, Lanzhou Gansu 730070, China;

3. Electronic Information and Electrical Engineering Institute, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of attitude drift caused by gyroscope noise in inertial navigation system based on micro-electromechanical system (MEMS), a method to improve attitude estimation based on recursive least squares (RLS) and complementary filter is proposed. The accuracy of attitude estimation is improved from the aspects of gyro de-noising algorithm and attitude solving principle: in terms of gyro de-noising, in order to overcome the deficiency of traditional recursive least squares, a random weighted recursive least squares method is proposed; in the aspect of attitude calculation, on the basis of the traditional complementary filter, the switching frequency of the filter is adjusted by adaptive proportional-integral (PI) parameter adjustment, and finally the superposition of high pass filtering of gyro integral value and low pass filtering of accelerometer is obtained. The static and dynamic test results of the turntable showed that the proposed method can effectively reduce the noise of gyro and improve the accuracy of attitude estimation.

Key words: micro-electromechanical system; inertial navigation; recursive least squares; complementary filters

**Citation:** CHEN Guangwu, LI Shaoyuan, LI Wenyuan, et al. Attitude estimation based on recursive least square and complementary filtering. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(7): 1096 – 1103

# 1 引言

微机电系统 (micro-electromechanical system, MEMS)由于其成本低、体积小、易于集成以及功耗低等优点, 近年来成了惯性导航系统的首选器件, 基于

MEMS的惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)能够测量载体运动的三轴角速率信息和加速度 信息,通过姿态解算就能够得到载体姿态,实现惯性 导航.近年来随着MEMS技术的飞速发展,其在消费

收稿日期: 2018-05-16; 录用日期: 2018-09-25.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: cgwyjh1976@126.com; Tel.: +86 13893686935.

本文责任编委: 倪茂林.

国家自然科学基金项目(61863024),甘肃省基础研究创新群体计划项目(1606RJIA327),甘肃省自然科学基金项目(18JR3RA107),甘肃省高等学校 科研项目(2018C-11),甘肃省科技计划项目(18CX3ZA004)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61863024), Provincial Basic Research Innovation Group Plan of Gansu (1606RJI– A327), Provincial Natural Science Foundation of Gansu (18JR3RA107), Provincial Higher Education Research Fund of Gansu (2018C–11) and Provincial Science and Technology Program of Gansu (18CX3ZA004).

领域以及工业领域得到了广泛应用.

但是基于MEMS的陀螺仪有着不可忽视的偏移误 差,这导致了姿态解算的漂移.为解决基于MEMS的 姿态漂移问题,目前研究者们主要从两方面进行研究: 陀螺去噪和姿态解算方法.在MEMS陀螺去噪方面, 文献[1]分析了小波阈值去噪原理和MEMS陀螺数学 模型,采用小波阈值去噪对MEMS陀螺信号进行处理, 使得陀螺的零偏稳定性得到了改善; 文献[2]在小波阈 值去噪的基础上提出了基于二代小波变换的阈值去 噪方法,并将其引入到陀螺去噪中,以去除MEMS 陀 螺的随机漂移误差: 文献[3]通过对陀螺信号进行自回 归(auto regressive, AR)模型处理得到相应的误差参 数,然后通过自适应滤波算法对其进行降噪处理,并 取得了较好的效果; 文献[4]将经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)阈值降噪方法引入到 陀螺去噪中,并分析了不同信噪比下的降噪效果.在 姿态解算方面; 文献[5]为补偿姿态误差问题, 将反向 传播(back propagation, BP)神经网络引入到姿态解算 中对姿态误差进行预测补偿; 文献[6]介绍了一种基于 卡尔曼滤波的姿态解算方法,并通过加速度计测量重 力加速度来纠正姿态漂移. 以上去噪方法和姿态解算 算法虽然在不同程度上实现了对MEMS陀螺的漂移 误差信号的抑制,获得了精度较高的姿态信息,但是 仍存在以下问题: 第一, 算法计算复杂且耗时长, 难以 满足实时性要求; 第二, 未考虑周围环境的复杂性. 基 于以上,本文提出一种基于递推最小二乘(recursive least squares, RLS)与互补滤波器的姿态估计方法. 该 方法针对传统RLS滤波的不足,提出一种随机加权的 递推最小二乘法,利用随机加权实现对偏差的估计, 以提高滤波精度;同时在传统互补滤波器的基础上通 过自适应调整比例-积分(proportional-integral, PI)参 数来调整滤波器的交接频率,最终得到陀螺积分值的 高通滤波和加速度计的低通滤波的叠加.

# 2 姿态四元数原理

设b系表示载体坐标系,选取东-北-天导航坐标系 为惯性导航坐标系,用n表示,则由b系到n系的坐标 变换矩阵(又称方向余弦矩阵)表示为C<sub>b</sub>.由于安装在 载体上的惯性测量单元输出的信息是载体坐标系下 的数据,而姿态解算后输出的是导航坐标系下的信息, 因此在进行姿态更新的时候需要将载体坐标系下的 陀螺仪和加速度计的三轴输出信息通过实时计算出 的*C*<sup>b</sup>转换成导航坐标系下的值,从而进一步完成姿态 解算.由于*n*系和b系均为直角坐标系,且各轴之间始 终保持垂直,因此,两坐标系的空间位置关系即可理 解为刚体的定点转动.用四元数描述刚体的定点转动, 可表示为<sup>[7]</sup>

$$\boldsymbol{q} = \cos\frac{\theta}{2} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{n}}\sin\frac{\theta}{2},\tag{1}$$

其中: **q**表示四元数,包含了这种等效旋转的全部信息: **u**<sup>n</sup>表示旋转轴和旋转方向; θ表示转过的角度.用 四元数描述从b系到n系的坐标变换时,可认为b系是 由n系经过无中间过程的一次性等效旋转形成的,用 四元数表示b系到n系的坐标变换矩阵为

$$C_{\rm b}^{\rm n} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \end{bmatrix}$$

$$2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix}.$$
(2)

将C<sup>n</sup>简记为

$$C_{\rm b}^{\rm n} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}.$$
 (3)

求解坐标变换矩阵的关键在于如何更新姿态四元数,即转换为四元数微分方程的求解,四元数微分方程如下<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\boldsymbol{q}\otimes\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{b}} = \frac{1}{2}M'(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{b}})\boldsymbol{q},\qquad(4)$$

其中

$$M'(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{b}}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathrm{x}} & -\omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{z}} \\ \omega_{\mathrm{x}} & 0 & \omega_{\mathrm{z}} & -\omega_{\mathrm{y}} \\ \omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{z}} & 0 & \omega_{\mathrm{x}} \\ \omega_{\mathrm{z}} & \omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{x}} & 0 \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

其中:  $\otimes$ 表示四元数乘法符号;  $\boldsymbol{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]; \omega^{\text{b}} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^{\text{T}}$ 表示载体坐标系下的陀螺仪三轴的角 速率输出.

在东-北-天导航坐标系下, ψ, θ, γ分别表示运动 载体的航向角、俯仰角和横滚角, 则用欧拉角法表示 的b系到n系的坐标变换矩阵为

$$C_{\rm b}^{\rm n} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\theta\sin\gamma & -\sin\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\sin\theta\cos\gamma\\ \sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\theta\sin\gamma & \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\theta\cos\gamma\\ -\cos\theta\sin\gamma & \sin\theta & \cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix}.$$
 (6)

对比式(3)和式(6)可得姿态角为

$$\begin{cases} \theta = \arcsin(T_{32}), \\ \gamma = \arctan(-\frac{T_{32}}{T_{33}}), \\ \psi = \arctan(\frac{T_{12}}{T_{22}}). \end{cases}$$
(7)

#### 3 基于互补滤波器的姿态估计

互补滤波器是针对同一个信号的不同传感器测量 得到的噪声特性,从频率域分辨和消除噪声.相比于 时域的滤波器,并不需要对信号进行精确建模,而且 操作简单易实现<sup>[9]</sup>.本文采用加速度计和陀螺仪构建 姿态测量系统,研究互补滤波器估计载体姿态,通过 调整控制器参数来设置滤波器运作规则,使得互补滤 波器能根据载体的运动状态来自适应调整参数.自适 应互补滤波所要解决的问题就是如何根据控制对象 的实际运行状态,自适应的调整权重系数从而在复杂 环境下更好的完成运动载体的姿态估计<sup>[10]</sup>.

互补滤波关键有两点:一是选取合适的交接频率, 二是设置合适的控制器参数k<sub>p</sub>和k<sub>i</sub>.本文通过自适应 调整k<sub>p</sub>和k<sub>i</sub>来调整传感器的交接频率,最终得到陀螺 积分值的高通滤波和加速度计的低通滤波的叠加,最 佳的姿态估计值.

# 3.1 互补滤波器

互补滤波器提供了一种融合高通滤波器与低通滤 波器的手段, 互补滤波姿态估计算法是一种基于四元 数原理的算法. 对于低成本的IMU, 由陀螺仪积分得 到的角度随时间的增加积分漂移与温度漂移的误差 比较大, 因此短时精度好; 加速度计测量误差不会随 时间积累, 长时精度好, 但是对载体加速度敏感, 无法 区分重力加速度和载体运动加速度, 取瞬时值计算误 差较大.

由文献[10]对IMU的动态响应分析曲线,加速度 计动态响应较慢,在高频时信号不可用,可通过低通 滤波器抑制高频信号,陀螺仪响应快,但由于零漂等 在低频段信号干扰较大,通过高通滤波器可抑制低频 噪声.两种传感器的动态响应频率覆盖了整个频率范 围,选择合适的交接频率,采用互补滤波器将两种传 感器数据融合可提高姿态估计精度.根据上述分析, 设计互补滤波观测器原理框图如图1所示,两个传递 函数可表示为式(8)和式(9).







图1中,两滤波器 $F_1(s)$ 和 $F_2(s)$ 在频域上互补,因此 $F_1(s) + F_2(s) = 1$ .

$$F_1(s) = \frac{X(s)}{Y_1(s)} = \frac{k_{\rm p}s + k_{\rm i}}{s^2 + k_{\rm p}s + k_{\rm i}},\tag{8}$$

$$F_2(s) = \frac{X(s)}{Y_2(s)} = \frac{s^2}{s^2 + k_{\rm p}s + k_{\rm i}}.$$
 (9)

互补滤波设计的关键在于高、低通滤波器交接频率的确定<sup>[11]</sup>,交接频率可以通过调节*k*<sub>p</sub>和*k*<sub>i</sub>两个参数改变,因此对*k*<sub>p</sub>与*k*<sub>i</sub>的合理设置直接影响系统姿态估计的精度与稳定性.

#### 3.2 自适应互补滤波算法

在实际情况中,载体的运动情况随时变化,不同的运动情况难以适应一组固定的控制参数,因此在载体运动发生变化时,系统姿态估计结果很容易出现较大偏差甚至出现估计结果发散的现象.因此,本文提出一种自适应调节PI参数的方法,假设k<sub>i</sub>不变,在载体运动过程中根据加速度计与陀螺仪的输出值实时动态的调整k<sub>p</sub>的值,本文将载体的运动情况可分为3种:静止或匀速状态、低加速状态、高加速状态.它们分别对应于不同的PI参数,使得互补滤波器始终得到较好的姿态估计的结果.自适应互补滤波姿态估计算法框图如图2所示.







图2中,在每次进行姿态估计时,首先根据加速度 计的输出对载体的运动情况进行判断,根据判断的运 动情况相应调整PI参数,然后在进行互补数据融合, 最后根据四元数姿态更新方程计算出此时刻姿态.

由文献[10]中对两惯性传感器的动态分析可知, 加速度计在低频范围时表现了较好的动态响应, 当频 率超过2.35 rad/s时出现偏离现象, 而陀螺仪高频特性 较好, 在频率超过3.48 rad/s时表现出较好的动态响应 特性.本文对载体运动情况的判断主要采用的是加速 度计的输出信息, 系统的初始交接频率可设置为 $\omega_{am}$ = 2.35 rad/s.

本文设置低加速状态的阈值*h*为0.3 g. 用以判断 运动情况的为载体的合加速度, 计算公式为

$$\alpha = |\sqrt{a_{\rm x}^2 + a_{\rm y}^2 + a_{\rm z}^2} - \mathbf{g}|, \qquad (10)$$

其中: $a_x, a_y, a_z$ 为加速度计的输出,g为当地重力加速 度值.

$$\beta = \sigma_{\rm x}^2 + \sigma_{\rm y}^2 + \sigma_{\rm z}^2, \tag{11}$$

1099

# 其中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为加速度计白噪声零偏的标准差.

本文的自适应互补滤波规则如下:

1) 当 $\alpha \leq \beta$ 时,表明载体处于静止或匀速运动状态, $k_{\rm p}$ 取较大值, $k_{\rm p} = 0.707\omega_{\rm am}$ .

2) 当 $\beta < \alpha \leq h$ 时, 表明载体处于低加速运动状态,  $k_{\rm p}$ 应适当减小,  $k_{\rm p} = 0.707 \omega_{\rm am} (1 - \frac{3}{10\alpha})$ .

3) 当 $\alpha > h$ ,表明载体处于高加速状态,加速度计的值无法用于补偿姿态估计误差,此时, $k_p = 0$ .

## 4 基于RLS的陀螺去噪方法

在姿态估计方面制约其精度的另一方面就是陀螺 噪声,作为敏感的传感器器件,陀螺仪对周围环境、电 磁干扰及载体震动都表现出一定的噪声特性.为了进 一步减少这种噪声对陀螺的影响,考虑实时性及对环 境的适应性,本章在传统RLS滤波算法的基础上,结 合随机加权法提出一种新的随机加权RLS滤波算法.

## 4.1 RLS算法

递推最小二乘法是在最小二乘法的基础上,考虑 计算机存储问题的情况下提出的. RLS估计从每次获 得的测量值中提取出被估计的信息,用于修正上一步 所得的估计,量测次数越多,修正次数越多,估计精度 也就越高,与LS相比RLS不需要存储大量的量测数 据<sup>[12]</sup>.

其求取准则是指数加权的误差平方和达到最小<sup>[13]</sup>.

$$\xi(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i} |e(i)|^2.$$
(12)

引入遗忘因子λ的作用是离n时刻近的误差赋较 大权重,离n时刻远的误差赋较小权重,确保在过去某 一段时间的观测数据被"遗忘",从而使滤波器工作 在平稳状态下.

RLS的具体实现步骤如下:

步骤1 滤波输出:

$$y(n) = w^{\mathrm{T}}(n-1)x(n).$$
 (13)

步骤2 增益计算:

$$k(n) = \frac{p(n-1)x(n)}{\lambda + x^{\mathrm{T}}(n)p(n-1)x(n)}.$$
 (14)

步骤3 估计误差:

$$e(n) = d(n) - w^{\mathrm{T}}(n-1)x(n).$$
 (15)

步骤4 权重系数更新:

$$w(n) = w(n-1) + k(n)e(n).$$
 (16)

步骤 5 协方差更新:

$$p(n) = \lambda^{-1} (p(n-1) - k(n)w(n)p(n-1)),$$
(17)

其中: *d*(*n*)表示输入的离散量测信号; *y*(*n*)表示滤波 后的输出; *x*(*n*)为RLS估计值. 一般给定了初值*x*(0), *p*(0)便可开始进行最小二乘递推运算. 根据式(13)– (17)可绘制出RLS算法的信号流图如图3所示.



图 3 RLS算法信号流图

Fig. 3 RLS algorithm signal flow diagram

#### 4.2 随机加权RLS算法

随机加权估计是郑忠国教授在研究Bootstrap方法 基础上,提出的一种新的统计计算方法<sup>[14]</sup>.该方法直 接利用样本数据,通过给观测数据加适当的权值来形 成新样本,以此来逼近总体分布.这种方法与Bootstrap方法是平行的,且具有很多优点,如易于计算,在 小子样情况下具有更高的逼近精度等<sup>[15]</sup>.

设*X*<sub>1</sub>, *X*<sub>2</sub>, …, *X*<sub>n</sub>是来自分布函数*F*(*x*)的独立 同分布样本经验分布函数为

$$F(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} I_{(X_i \leqslant x)},$$
(18)

则F(x)的随机加权估计为

$$H_n(x) = \sum_{i=1}^n v_i I(X_i \le x),$$
 (19)

其中 $I(X_i \leq x)$ 是示性函数,即

$$I(X_i \leqslant x) = \begin{cases} 1, \ X_i \leqslant x, \\ 0, \ X_i > x, \end{cases}$$

向量 $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 服从Dirichlet $D(1, \dots, 1)$ 分布, 且满足 $\sum_{i=1}^n v_i = 1, (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 的分布密度 $f(v_1, v_2, \dots, v_{n-1}) = \Gamma(n).$ 

本文在RLS的基础上提出一种随机加权估计的 RLS陀螺去噪算法,在原有RLS误差计算的基础上,通 过采用随机加权估计对误差进行随机加权拟合,进一 步提高RLS的滤波精度. 假设选取移动窗口为N, 在n 时刻有N个数据, 根据RLS误差公式(15)可得在移动 窗口中误差数据的平均值为

$$\hat{e}(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( d(i) - w^{\mathrm{T}}(i-1)x(i) \right).$$
 (20)

根据随机加权公式(19), 可得到式(20)的随机加权 估计为

$$\hat{e}^*(n) = \sum_{i=1}^N v_i(d(i) - w^{\mathrm{T}}(i-1)x(i)).$$
 (21)

#### 5 实验与验证

为验证本文所提出的方法的有效性,通过转台设计了静态和摇摆实验.本实验采用的双轴转台如图4所示,其中包含了主轴和俯仰轴,主轴用来控制系统的横滚角转动,俯仰轴用来控制系统的俯仰角转动,系统所采集到的数据通过RS232将数据传输到电脑终端.



图 4 双轴转台实物图 Fig. 4 Physical map of biaxial rotary table

该转台中所使用的传感器为3DM-E10A(AHRS), 其中输出信息包含了三轴陀螺仪和三轴加速度计的 原始测量信息.同时为了说明本文所提出的姿态估计 方法的精度,该传感器可作为航姿参考系统(attitude and heading reference system, AHRS)输出相对准确 的姿态信息(实验数据的参考值),因此可用本文所提 出的方法的计算值和系统输出的姿态信息进行对比 分析.该传感器的具体性能参数如表1所示.

	表 1 3DM-E10A性能参数	

parameters

性能指标	参数
陀螺零偏稳定性	0.03 (°)/s
加速度计零偏稳定性	$0.03\mathrm{g}$
静态角度误差	$\pm 0.1^{\circ}$
动态角度误差	$\pm 1.0^{\circ}$

#### 5.1 静态测试

为验证在静态情况下本方法的性能,实验分两部 分进行验证,首先是验证MEMS陀螺去噪效果.将转 台开机置水平后预热2个小时,之后开始采集数据,数据输出频率20 Hz,采集时间为430 s. 设置对比方法为:原始测量数据、RLS 以及本文提出的随机加权RLS. 其*x*, *y*, *z*三轴的陀螺数据处理结果如图5所示.



图5中: 蓝色线表示原始MEMS陀螺数据; 红色线 表示经过RLS处理后的陀螺数据; 黄色线表示用随机 加权RLS处理后的陀螺数据. 从图中可以看出, 本文 提出的方法与RLS相比有较好的性能. 为进一步说明 数据的科学性, 引入均方根误差RMSE对数据进一步 处理, 均方根误差是观测值与真值的偏差平方和与观 测次数N的比值的平方根, 能够很好地衡量观测值的 偏差, 其如式(22)所示:

RMSE = 
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (x(t) - \bar{x}(t))^2}$$
. (22)

利用式(22)对图5中3种方法的结果进行分析处理, 得到表2中的不同方法下的均方根误差结果.从表2中 可以看出随机加权RLS较RLS相比有着良好的性能.

表 2 陀螺均方根误差RMSE(rad/s)

Table 2 Gyro root mean square error RMSE (rad/s)

陀螺	原始数据	RLS	随机加权RLS
x	0.00106	0.00083	0.00057
y	0.00153	0.00118	0.00081
z	0.00132	0.00103	0.00070

其次,验证在静态情况下提出的姿态估计方法的 效果.在不同方法下姿态解算结果如图6所示.



图6中: 蓝线表示采用互补滤波算法解算的结果; 黑线表示航姿参考系统输出的标准姿态信息(参考 值); 红线表示自适应互补滤波的解算结果. 图6分别 显示了姿态的横滚角、俯仰角和航向角. 从图中看出 本文提出的方法的解算结果的波动性要小于传统的 互补滤波算法, 为进一步说明不同方法下姿态解算的 误差情况, 将其两种方法分别同参考值做对比绘制出 如图7所示的姿态误差曲线. 从图7中可以看出一开始 自适应互补滤波就有着很好的收敛性, 而传统的互补 滤波则收敛速度较慢.



表3是根据图7中的误差数据进行求平均值处理, 从结果中可以看出,与传统的互补滤波相比采用自适 应互补滤波在横滚角、俯仰角以及航向角精度方面都 有所提高.

表 3	姿态自	自误差	均值(°)	

Table 3	Attitude angle error mean (°)		
方位角	互补滤波	自适应互补滤波	
横滚角	-0.17272	0.003202	
俯仰角	-0.20911	-0.00209	
航向角	0.399699	0.020041	

#### 5.2 摇摆测试

为验证本文所提出的方法在动态姿态解算方面的 性能,本章节设计了基于转台的摇摆实验.设置转台 的摇摆幅度为20°,摇摆速度为5(°)/s,摇摆轴为主轴. 首先分析动态摇摆情况下的陀螺去噪效果.

图8给出了3种方法下的陀螺去噪曲线,从图中看出代表随机加权RLS的黄色线的波动性最小,去噪效 果最好.



表4给出了上述结果的均方根误差值,在动态情况 下随机加权RLS的去噪精度相比RLS在*x*,*y*,*z*三轴方 向均有不同程度的提高.

表 4 陀螺均方根误差RMSE(rad/s) Table 4 Gyro root mean square error RMSE (rad/s)

陀螺	原始数据	RLS	随机加权RLS
x	0.15818	0.15697	0.15533
y	0.00208	0.00181	0.00168
z	0.00223	0.00211	0.00205

在动态姿态估计方面,图9给出了摇摆情况下不同 方法的姿态估计结果.图10给出了相应的姿态误差曲 线,从图10中可以看出针对摇摆的横滚角在摇摆部分 自适应互补滤波的误差远远小于传统的互补滤波算 法, 在动态情况下其收敛性也远远好于传统的互补滤 波算法.



图 9 动态姿态估计曲线图





图 10 动态姿态估计误差曲线图 Fig. 10 Dynamic pose estimation error graph

表5给出了姿态角误差的均值数据,从表中看出本 文提出的自适应互补滤波算法相比传统的互补滤波 算法其横滚角、俯仰角以及航向角姿态误差减少了 70.5%,99.5%,98.9%.

表 5 姿态角误差均值(°)

Table 5 Attitude angle error mean (°)

方位角	互补滤波	自适应互补滤波
横滚角	-0.41461	-0.12204
俯仰角	-0.35880	-0.00096
航向角	0.36638	0.00365

# 6 结论

为提高基于MEMS的姿态估计精度,本文从两个 方面入手:第一,在陀螺去噪方面,为克服传统递推最 小二乘法的不足,提出一种随机加权的递推最小二乘 法,利用随机加权实现对偏差的估计,以提高滤波精 度;第二,在姿态解算方面,在传统互补滤波器的基础 上通过自适应调整PI参数来调整传感器的交接频率, 最终得到陀螺积分值的高通滤波和加速度计的低通 滤波的叠加.并通过半实物仿真验证了该方法的有效 性.

## 参考文献:

- SONG L, QIN Y, YANG P. Application of walelet threshold denosing on MEMS gyro. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2009, 23(1): 33 – 36.
- [2] MAO B, WEI W J, TONG W J, et al. MEMS gyro denoising based on second generation wavelet transform. *First International Conference* on Pervasive Computing Signal Processing and Applications. Harbin: IEEE, 2010: 255 – 258.
- [3] SUN J, XU X, LIU Y, et al. FOG random drift signal denoising based on the improved AR model and modified Sage-Husa adaptive Kalman filter. *Sensors*, 2016, 16(7): 1073 – 1095.
- [4] YANG G, LIU Y, WANG Y, et al. EMD interval thresholding denoising based on similarity measure to select relevant modes. *Signal Processing*, 2015, 109(C): 95 – 109.
- [5] AHMED H, TAHIR M. Accurate attitude estimation of a moving land vehicle using low-cost MEMS IMU sensors. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2017, 18(7): 1723 – 1739.
- [6] SHENG H, ZHANG T. MEMS-based low-cost strap-down AHRS research. *Measurement*, 2015, 59: 63 – 72. http://dx.doi.org/10.1016/ j.measurement.2014.09.041.
- [7] ZHANG Dexian, NIE Guigen. Adaptive attitude quaternion Kalman filter based on factored quaternions. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(3): 367 374.
  (张德先, 聂桂根. 基于分解四元数的自适应姿态四元数卡尔曼滤波. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 367 374.)
- [8] HAN Zhiguo, ZHANG Ke, LÜ Meibai, et al. Adaptive non-singular fast terminal sliding mode based tolerant control for spacecraft. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(8): 1046 1053.
  (韩治国,张科,吕梅柏,等. 航天器自适应快速非奇异终端滑模容错 控制. 控制理论与应用, 2016, 33(8): 1046 1053.)
- [9] SHEN Xiaowei, YAO Minli, ZHAO Peng. Antenna attitude estimation based on complementary filter for mobile satellite communication. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2011, 19(2): 194-197. (沈晓卫, 姚敏立, 赵鹏. 基于互补滤波的动中通天线姿态估计. 中国 惯性技术学报, 2011, 19(2): 194-197.)
- [10] LAN Jianjun, LI Jialu, LIU Ying, et al. Control of wheeled inverted pendulum based on adaptive complementary filter algorithm. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2014, (6): 66 68. DOI: 10.13462/j.cnki.mmtamt.2014.06.018.
  (兰建军,李佳璐,刘颖,等.基于自适应互补滤波算法的轮式倒立 摆控制. 组合机床与自动化加工技术, 2014, (6): 66 68. DOI: 10. 13462/j.cnki.mmtamt.2014.06.018.)
- [11] WANG Li, ZHANG Zheng, SUN Ping. An adaptive complementary filter for attitude estimation. *Control Engineering of China*, 2015, 22(5): 881 – 886.

(王立,章政,孙平.一种自适应互补滤波姿态估计算法.控制工程, 2015, 22(5): 881-886.)

[12] LI Yinguo, TANG Zhuoqun, HUANG Lei. Recursive least-squares and minimum-norm algorithm for system identification without persistent excitation condition. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 365 – 370.
(李银国,汤卓群,黄镭. 非持续激励条件下系统辨识递推最小二乘 最小范数算法. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 365 – 370.)

- [13] ELISEI-ILIESCU C, STANCIU C, PALEOLOGU C, et al. Robust variable-regularized RLS algorithms. *Hands-free Speech Communications and Microphone Arrays.* San Francisco: IEEE, 2017: 171 – 175.
- [14] ZHENG Zhongguo. Random weighting method. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1987, 10(2): 247 – 253.
   (郑忠国. 随机加权法. 应用数学学报, 1987, 10(2): 247 – 253.)
- [15] MARTINEK R, KAHANKOVA R, NAZERAN H, et al. Noninvasive fetal monitoring: a maternal surface ECG electrode placement-based novel approach for optimization of adaptive filter

control parameters using the LMS and RLS algorithms. Sensors, 2017, 17(5): 1154 - 1185.

#### 作者简介:

**陈光武** 教授,目前研究方向为交通信息工程及控制, E-mail: cgwyih1976@126.com;

**李少远** 教授,目前研究方向为分布式预测控制、网络控制、动态 系统优化, E-mail: syli@sjtu.edu.cn;

**李文元**硕士研究生,目前研究方向为控制理论与控制工程, E-mail: liweny1994@163.com;

**王 迪** 硕士研究生,目前研究方向为控制理论与控制工程, E-mail: wangdigood2011@163.com;

**张琳婧** 硕士研究生,目前研究方向为控制理论与控制工程, E-mail: 0217673@stu.lzjtu.edu.cn.