

动力定位的分数阶双环自适应终端滑模控制

薛 焱[†], 邵哲平, 潘家财, 张 锋, 钟纪锋

(集美大学 航海学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 针对具有非线性和环境干扰的船舶动力定位系统, 本文提出了一种基于分数阶双环自适应终端滑模控制算法。首先, 设计了由外环滑模控制实现自动定位于期望位置和姿态, 由内环滑模控制速度和角速度。然后, 证明了闭环系统的稳定性, 计算了滑模的收敛时间。其次, 分别对外环控制和内环控制的指数趋近项系数, 进行了理论分析。分别对外环滑模和内环滑模的抖振抑制, 进行了理论分析。通过自适应控制律和切换函数的设计, 实现系统对动力学数学模型参数不确定性和外加干扰的鲁棒性。结果表明, 所设计的控制器的动态响应要稍快于传统控制, 终端滑模和分数阶滑模, 且超调量小, 调节时间短。最后, 仿真实验验证了所设计的控制策略可行且有效。

关键词: 动力定位; 滑模控制; 自适应控制系统; 分数阶; 双环控制

引用格式: 薛晗, 邵哲平, 潘家财, 等. 动力定位的分数阶双环自适应终端滑模控制. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1745–1754

DOI: 10.7641/CTA.2019.80419

Fractional-order dual-loop adaptive terminal sliding mode control for dynamic positioning

XUE Han[†], SHAO Zhe-ping, PAN Jia-cai, ZHANG Feng, ZHONG Ji-feng

(Institute of Navigation, Jimei University, Xiamen Fujian 361021, China)

Abstract: For ship dynamic positioning system with nonlinear and environmental disturbance, a fractional-order dual-loop adaptive terminal sliding mode control is proposed. Firstly, the outer-loop sliding mode control is designed to automatically locate the desired position and attitude. The inner-loop sliding mode control is used to control the velocity and angular velocity. The stability of the system is proved and the convergence time of the sliding mode is calculated. Secondly, the exponential reaching coefficients of the outer-loop control and the inner-loop control are theoretically analyzed respectively. The chattering reduction of the outer-loop sliding mode and the inner-loop sliding mode are theoretically analyzed respectively. Through the design of the adaptive control law and the switching function, the system is robust to uncertain parameters of the dynamic mathematical model and the external disturbance. The results show that the dynamic response of the designed controller is slightly faster than that of the traditional control, the terminal sliding mode and fractional order sliding mode. And its overshoot is smaller and its adjustment time is shorter. Finally, the simulation results show that the designed control strategy is feasible and effective.

Key words: dynamic positioning; sliding mode control; adaptive control systems; fractional order; dual-loop control

Citation: XUE Han, SHAO Zheping, PAN Jiacai, et al. Fractional-order dual-loop adaptive terminal sliding mode control for dynamic positioning. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(10): 1745–1754

1 引言

动力定位是海洋工程船舶的一种定位方法^[1–4]。目前动力定位设备中采用的控制算法有PID控制、线性二次型最优控制、反步积分控制等。滑模控制是20世纪50年代前苏联学者提出的变结构控制的一个分支, 属于非线性控制, 通过切换函数来实现, 根据系统状

态偏离滑模的程度来切换控制律或控制器参数^[5–6]。文献[7]设计了适用于船舶三自由度运动模型的滑模控制器和自适应滑模控制器。文献[8]针对欠驱动船舶的路径跟踪问题, 提出一种基于强化学习的自适应迭代滑模控制方法。文献[9]采用终端滑模和自抗扰控制技术相结合的方法。文献[10]采用终端滑模控制方法,

收稿日期: 2018–06–07; 录用日期: 2019–04–28。

[†]通信作者。E-mail: imlmd@163.com; Tel.: +86 15159240716。

本文责任编辑: 丛爽。

国家自然科学基金项目(51579114), 福建省自然科学基金项目(2018J05085)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51579114) and the National Natural Science Foundation of Fujian Province (2018J05085).

引入辅助线性滑模面。文献[11]运用扩张扰动观测器对滑模控制进行改进。文献[12]提出基于神经网络观测器的船舶轨迹跟踪递归滑模动态面输出反馈控制，以解决三自由度全驱动船舶速度不可测问题。

在双环滑模控制方面，文献[13]将滑模控制与PI控制结合，形成双环控制，并运用于燃料电池用低压变换器。文献[14]将高阶滑模引入双环控制，并应用于血糖调节。文献[15]将双环滑模控制用于四旋翼姿态控制系统设计与仿真。文献[16]提出一种基于滑模控制的双环控制策略，用于改进电压电流双环控制下双Buck逆变器电压调整率和动态性能。双环滑模的优点在于减少了外环和内环的关联度，同时可以使得外环和内环两种被控量达到期望目标值。文献[17]对多源扰动下的光电跟踪系统，提出基于有限时间扰动观测器的连续非奇异终端滑模控制。文献[18]提出具有不确定性和外干扰的阶非线性系统的新型非奇异终端滑模控制，以解决传统非奇异终端滑模控制方法不适用于3阶系统的问题。文献[19]设计了基于干扰观测器和反步法的非奇异快速终端滑模控制，应用于存在非匹配干扰的非线性系统。

然而滑模变结构控制存在因为不连续开关特性所引起的系统抖振等问题。分数阶滑模控制能够有效地消弱抖振，提高系统控制的鲁棒性能^[20-23]。分数阶滑模有以下优点：具有记忆效应；稳定性更好；参数选择范围更大、更灵活。利用分数阶微积分算子的优点，将滑模控制理论中和分数阶微积分理论结合，能够在常规滑模的基础上进一步改善控制性能，得到更快的速度和更高的控制精确度，不仅能够使系统在有限时间内收敛，有效削弱传统整数阶滑模控制器的抖振，取得比传统终端滑模较好的效果。

本文将双环滑模控制与分数阶控制相结合，提出了一种分数阶双环自适应终端滑模控制算法，证明了闭环系统的稳定性，通过自适应控制律的设计，对不确定性和外加干扰具有较强的鲁棒性，避免系统出现抖振现象。对外环控制率增益 λ_2 等参数进行比较，分析其对控制效果的影响。结果表明，所设计的控制器对有非线性和环境干扰的船舶动力定位系统都具有较强的鲁棒性。

2 船舶动力定位数学模型

2.1 船舶运动模型

考虑前进运动、横漂运动和船舶艏摇运动的三自由度平面运动。动力定位船舶的数学模型如下式所示^[24]：

$$\dot{\eta} = R(\psi)\nu, \quad (1)$$

式中： η 为位置和姿态矩阵， $\eta = [x \ y \ \psi]^T$ ； x 为前进位置， y 为横荡位置， ψ 为艏摇角度； u 为前进速度， v 为横荡速度， r 为艏摇角速度， $\nu = [u \ v \ r]^T$ ；

R 为旋转矩阵，计算公式如下：

$$A = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

船舶高速和低速动力学模型可以表示成下式：

$$M\ddot{\nu} + D\nu = \tau + \tau_\omega, \quad (3)$$

式中： τ 为合外力矩； M 为惯性矩阵； D 为阻尼矩阵； τ_ω 为外界环境扰动，设 $\|\tau_\omega\| \leq \phi$ 。

2.2 考虑模型参数不确定性的数学模型

船舶运动控制存在的主要问题包括：船舶在实际运动中，表现出高度非线性、大时滞、大惯性、易受风浪流外界干扰和模型参数不确定等特点，大大增加了对船舶运动研究的难度。如模型参数的不确定性，基于假设船舶非线性项结构已知，与工程实际状况不符。时变的风、浪、流导致的横向漂移等。考虑模型参数的不确定性，实际的数学模型如下：

$$(M + \Delta M)\ddot{\nu} + (D + \Delta D)\nu = \tau + \tau_\omega. \quad (4)$$

设

$$M + \Delta M = k_m M, \quad (5)$$

$$D + \Delta D = k_m k_d D, \quad (6)$$

式中 k_m 和 k_d 是实数，则有

$$k_m = (M + \Delta M)M^{-1}, \quad (7)$$

$$k_d = k_m^{-1}(D + \Delta D)D^{-1} = M(M + \Delta M)^{-1}(D + \Delta D)D^{-1}. \quad (8)$$

将式(5)和式(6)代入式(3)，可得

$$k_m M \ddot{\nu} + k_m k_d D \nu = \tau + \tau_\omega. \quad (9)$$

2.3 环境扰动力数学模型

外界环境干扰包括风、浪、流等的干扰。

2.3.1 风干扰模型

根据Isherwood的研究表明，风干扰力和风力矩为

$$\begin{cases} F_{wx} = \frac{1}{2}C_x(\gamma_r)\rho_a A_f V_r^2, \\ F_{wy} = \frac{1}{2}C_y(\gamma_r)\rho_a A_s V_r^2, \\ N_{wc} = \frac{1}{2}C_N(\gamma_r)\rho_a A_s L_{oa} V_r^2, \end{cases} \quad (10)$$

式中： C_x 和 C_y 为风力系数， C_N 为风力矩系数， A_f 为水线上正投影面积， A_s 为侧投影面积， L_{oa} 为船舶总长度， ρ_a 为空气密度。

2.3.2 流干扰模型

海流作用在船舶上的力和力矩可表示为

$$F_{cx} = \frac{1}{2}\rho A_{fw} V_C^2 C_x(\beta), \quad (11a)$$

$$F_{cy} = \frac{1}{2} \rho A_{sw} V_c^2 C_y(\beta), \quad (11b)$$

$$N_c = \frac{1}{2} \rho A_{fw} L V_c^2 C_n(\beta), \quad (11c)$$

式中: F_{cx} 和 F_{cy} 分别为海流产生的纵向力和横向力, N_c 为海流产生的流力矩, V_c 表示海流流速, A_{fw} 为船舶水下正投影面积, A_{sw} 为船舶水下侧投影面积, L 是船舶水线长, β 为漂角, ρ 为海水密度, C_x 和 C_y 分别表示纵向、横向流力系数, C_n 是流力矩系数。

2.3.3 浪干扰模型

海浪干扰力和力矩计算公式为

$$\begin{cases} F_{sx} = \frac{1}{2} \rho La^2 \cos \chi C_{xw}(\lambda), \\ F_{sy} = \frac{1}{2} \rho La^2 \sin \chi C_{yw}(\lambda), \\ N_s = \frac{1}{2} \rho L^2 a^2 \sin \chi C_{nw}(\lambda), \end{cases} \quad (12)$$

其中: a 为平均波浪幅值, χ 为遭遇角, C_{xw} 和 C_{yw} 分别表示纵向、横向波浪漂移力, C_{nw} 是波浪漂移力矩系数, λ 为波长。

3 分数阶双环自适应终端滑模控制

3.1 分数阶微积分

Caputo型分数阶微积分的定义为

$$D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{\int_0^t f^m(\tau) d\tau}{\Gamma(m-\alpha)}, & m-1 < \alpha < m, \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), & \alpha = m, \end{cases} \quad (13)$$

式中: 当 $\alpha > 0$ 时为分数阶微分; 当 $\alpha < 0$ 时为分数阶积分; $\Gamma(x)$ 为伽马函数, 定义为

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt. \quad (14)$$

由上式可以看出, 分数阶微积分具有记忆效应, 与系统过去时刻的状态值有关。分数阶导数具有全局的特点, 对函数求分数阶导, 能够展现出控制系统函数变化的历史和依赖过程; 而常规的整数阶只具有局部性, 例如整数阶微分只对求导时刻的附近状态有关。

图1是分数阶系统的稳定区域。基阶为 α ($0 < \alpha < 1$) 的系统的稳定区域的起始边的斜率是 $\pm \frac{\alpha\pi}{2}$ 。当 $\alpha = 1$ 时, 稳定区域为虚轴左边的左半平面。可看出分数阶微积分的稳定区域比整数阶微积分的稳定区域更大。

由于整数阶微分是 $\alpha = 1$ 的特例, 整数阶积分是 $\alpha = -1$ 的特例, 所以整数阶微积分是分数阶微积分的特例, 分数阶微积分具有参数选择范围更大、更灵活的优点。综上, 分数阶滑模有以下优点: 具有记忆效应, 稳定性更好, 参数选择范围更大、更灵活。

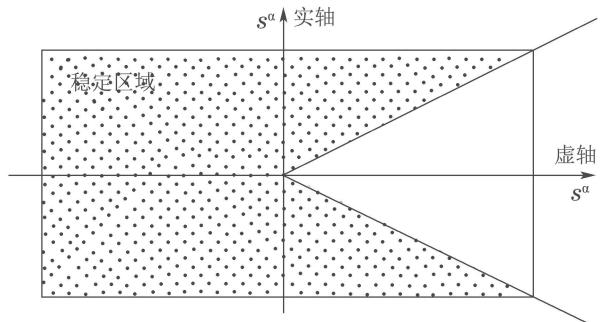


图1 分数阶系统的稳定区域

Fig. 1 Stable domain of fractional order system

3.2 控制系统结构

如图2所示, 系统由外环位置姿态环和内环速度环构成。内外环滑模面之间除了参数的传递, 还有分工的联系: 外环滑模控制实现自动定位于期望位置和姿态, 内环滑模控制实现对速度和角速度的定位。图中 η_d 为期望位置和姿态, $v_d = [u_d \ v_d \ r_d]^T$ 为期望速度向量。分数阶双环自适应终端滑模控制使系统既有双环控制的优势, 又兼具分数阶滑模控制的特点。

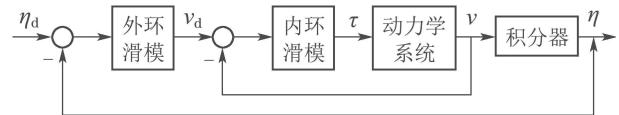


图2 分数阶双环自适应终端滑模控制系统结构图

Fig. 2 Structure diagram of fractional-order double loop adaptive terminal sliding mode control system

3.2.1 内环滑模

位置和姿态与期望值的误差为

$$e = \eta - \eta_d. \quad (15)$$

速度和角速度与期望值的误差为

$$\tilde{v} = v - v_d = R^{-1}\dot{\eta} - R^{-1}\dot{\eta}_d. \quad (16)$$

由式(9)得

$$\dot{v} = M^{-1}(-k_d Dv + \frac{\tau + \tau_\omega}{k_m}). \quad (17)$$

加速度和角加速度与期望值的误差为

$$\begin{aligned} \ddot{e} &= \ddot{\eta} - \ddot{\eta}_d = \\ R\dot{v} + \dot{R}v - \ddot{\eta}_d &= \\ RM^{-1}(-k_d Dv + \frac{\tau + \tau_\omega}{k_m}) + \dot{R}v - \ddot{\eta}_d. \end{aligned} \quad (18)$$

设内环分数阶滑模面为

$$s = D^\alpha e + \dot{e} + c_1 e, \quad (19)$$

式中: $\alpha \in (0, 1)$, c_1 为实数。对上式微分, 可得

$$\dot{s} = D^\alpha \dot{e} + \ddot{e} + c_1 \dot{e} =$$

$$D^\alpha \dot{e} + RM^{-1}(-k_d D\nu + \frac{\tau + \tau_\omega}{k_m}) + \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}. \quad (20)$$

设 \hat{k}_m 是对 k_m 的估计, \hat{k}_d 是对 k_d 的估计, 参数估计误差为

$$\tilde{k}_m = k_m - \hat{k}_m, \quad (21)$$

$$\tilde{k}_d = k_d - \hat{k}_d. \quad (22)$$

定义Lyapunov函数如下:

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m^2 + \frac{1}{2} \tilde{k}_d^2. \quad (23)$$

对上式微分, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} + \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m + \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d = \\ &= s^T \dot{s} - \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m - \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d = \\ &= s^T [D^\alpha \dot{e} + RM^{-1}(-k_d D\nu + \frac{\tau + \tau_\omega}{k_m}) + \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}] - \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m - \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d. \end{aligned} \quad (24)$$

将式(22)代入式(24)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T [D^\alpha \dot{e} + RM^{-1} \frac{\tau + \tau_\omega}{k_m} + \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}] - \tilde{k}_d (\dot{\tilde{k}}_d + s^T RM^{-1} D\nu) - \\ &\quad - \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m - s^T RM^{-1} \hat{k}_d D\nu. \end{aligned} \quad (25)$$

设计自适应率如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{k}}_m &= -\text{sgn } \frac{1}{k_m} s^T (-\lambda_1 s - D^\alpha \dot{e} - \dot{R}\nu + \hat{k}_d RM^{-1} D\nu + \ddot{\eta}_d - c_1 \dot{e} - s \|RM^{-1}\|^2) - c_2 \hat{k}_m, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\dot{\hat{k}}_d = -s^T RM^{-1} D\nu - c_3 \hat{k}_d, \quad (27)$$

式中: $\lambda_1 > 0$, c_2 和 c_3 为实数. $\text{sgn } t$ 为符号函数, 其定义如下所示:

$$\text{sgn } t = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t = 0, \\ -1, & t < 0. \end{cases} \quad (28)$$

设计控制律为

$$\begin{aligned} \tau &= \hat{k}_m M R^{-1} (-\lambda_1 s - D^\alpha \dot{e} - \dot{R}\nu + \hat{k}_d RM^{-1} D\nu + \ddot{\eta}_d - c_1 \dot{e} - s \|RM^{-1}\|^2). \end{aligned} \quad (29)$$

3.2.2 外环滑模

令外环滑模面为

$$s_{\text{out}} = e + c_4 D^{\alpha-1} e, \quad (30)$$

式中 c_4 为正定对角阵. 对上式求导, 可得

$$\dot{s}_{\text{out}} = \dot{e} + c_4 D^\alpha e =$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta} - \ddot{\eta}_d + c_4 D^\alpha e &= \\ R\nu - \ddot{\eta}_d + c_4 D^\alpha e. \end{aligned} \quad (31)$$

设计控制律为

$$\nu_d = R^{-1}(\dot{\eta}_d - c_4 D^\alpha e - \lambda_2 s_{\text{out}} - \varepsilon \text{sgn } s_{\text{out}}) - \tilde{\nu}, \quad (32)$$

式中系数 $\varepsilon > 0$.

3.3 稳定性分析

本节先介绍Gronwall-Bellman型不等式^[25], 再证明系统的稳定性.

引理 1 设正定函数 $V(t)$ 在区间 $[t_0, +\infty)$ 上连续可微, $v(t), w(t)$ 在区间 $[t_0, +\infty)$ 上连续, 若对 $t \geq t_0$, $V(t_0) \leq M$, $M \in \mathbb{R}$ 满足下式:

$$\dot{V}(t) \leq V(t)v(t) + w(t), \quad (33)$$

则对 $t \geq t_0$ 有

$$V(t) \leq (M + \int_{t_0}^t w(s) e^{\int_{t_0}^s -v(\tau) d\tau} ds) e^{\int_{t_0}^t v(s) ds}. \quad (34)$$

当 $w(t) = A$, $v(t) = K$, $t_0 = 0$ 时, 对 $t \geq 0$ 有

$$V(t) \leq -\frac{A}{K} + (M + \frac{A}{K}) e^{Kt}. \quad (35)$$

定理 1 基于Lyapunov稳定性理论, 考虑动力定位系统动力学方程式(9), 采用基于分数阶双环自适应终端滑模控制器, 自适应控制率为式(26)–(27), 内环控制如式(29), 外环控制如式(32), 则系统的纵向前进路径跟踪误差、横向路径跟踪误差与艏摇角跟踪误差将渐进稳定.

证 对内环控制, 将式(27)代入式(25)得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s^T (D^\alpha \dot{e} + \frac{1}{k_m} RM^{-1} \tau + \frac{1}{k_m} RM^{-1} \tau_\omega + \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}) - \\ &\quad - \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m + \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d - s^T RM^{-1} \hat{k}_d D\nu. \end{aligned} \quad (36)$$

将式(26)和式(29)代入上式得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s^T (D^\alpha \dot{e} - \lambda_1 s - D^\alpha \dot{e} - \dot{R}\nu + \hat{k}_d RM^{-1} D\nu + \ddot{\eta}_d - c_1 \dot{e} - s \|M^{-1}\|^2 + \frac{1}{k_m} RM^{-1} \tau_\omega + \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}) + \\ &\quad + c_2 \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m + \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d - s^T RM^{-1} \hat{k}_d D\nu = \\ &\quad - s^T \lambda_1 s - s^T s \|RM^{-1}\|^2 + \frac{1}{k_m} s^T RM^{-1} \tau_\omega + c_2 \frac{1}{|\tilde{k}_m|} \tilde{k}_m \dot{\tilde{k}}_m + \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d. \end{aligned} \quad (37)$$

因为

$$\frac{1}{k_m} s^T R M^{-1} \tau_\omega \leq \|s^T R M^{-1}\|^2 + \frac{1}{4k_m} \|\tau_\omega\|^2, \quad (38)$$

所以有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -s^T \lambda_1 s - s^T s \|RM^{-1}\|^2 + \\ &\quad \|s^T RM^{-1}\|^2 + \frac{1}{4k_m} \|\tau_\omega\|^2 + \\ &\quad c_2 \frac{1}{|k_m|} \tilde{k}_m \hat{k}_m + \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d. \end{aligned} \quad (39)$$

又因为

$$\begin{aligned} \|s^T RM^{-1}\|^2 - s^T s \|RM^{-1}\|^2 &\leq \\ \|s\|^2 \|RM^{-1}\|^2 - s^T s \|RM^{-1}\|^2 &= \\ (\|s\|^2 - s^T s) \|RM^{-1}\|^2 &= 0, \end{aligned} \quad (40)$$

所以有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -s^T \lambda_1 s + \frac{1}{4k_m} \|\tau_\omega\|^2 + \\ &\quad c_2 \frac{1}{|k_m|} \tilde{k}_m \hat{k}_m + \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d. \end{aligned} \quad (41)$$

同时, 有下式成立:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|k_m|} \tilde{k}_m c_2 \hat{k}_m &= \frac{1}{|k_m|} \tilde{k}_m c_2 (k_m - \tilde{k}_m) = \\ -\frac{1}{|k_m|} c_2 \tilde{k}_m^2 + \frac{1}{|k_m|} c_2 \tilde{k}_m k_m &\leq \\ -\frac{1}{|k_m|} c_2 \tilde{k}_m^2 + \frac{1}{2|k_m|} c_2 \tilde{k}_m^2 + \frac{1}{2|k_m|} c_2 k_m^2 &= \\ -\frac{1}{2|k_m|} c_2 \tilde{k}_m^2 + \frac{1}{2|k_m|} c_2 k_m^2, & \quad (42) \\ \tilde{k}_d c_3 \hat{k}_d &= \tilde{k}_d c_3 (k_d - \tilde{k}_d) = \\ -c_3 \tilde{k}_d^2 + c_3 \tilde{k}_d k_d &\leq \\ -c_3 \tilde{k}_d^2 + \frac{1}{2} c_3 \tilde{k}_d^2 + \frac{1}{2} c_3 k_d^2 &= \\ -\frac{1}{2} c_3 \tilde{k}_d^2 + \frac{1}{2} c_3 k_d^2. & \quad (43) \end{aligned}$$

设

$$\varepsilon = \frac{1}{4k_m} \|\tau_\omega\|^2 + \frac{1}{2|k_m|} c_1 k_m^2 + \frac{1}{2} c_3 k_d^2. \quad (44)$$

将式(42)–(43)和式(44)代入式(41)得

$$\dot{V}(t) \leq -s^T \lambda_1 s - \frac{1}{2|k_m|} c_2 \tilde{k}_m^2 - \frac{1}{2} c_3 \tilde{k}_d^2 + \varepsilon. \quad (45)$$

设

$$\xi = \min\{2\lambda_1, c_2, c_3\}, \quad (46)$$

由式(23)和式(45)可得

$$\dot{V}(t) \leq -\xi V(t) + \varepsilon. \quad (47)$$

根据引理1知, 系统在有限时间内收敛, 即

$$V(t) \leq \frac{\varepsilon}{\xi} + (V(0) - \frac{\varepsilon}{\xi}) e^{-\xi t}, \quad (48)$$

$$t_1 = \frac{1}{\xi} \ln\left(1 - \frac{\xi V(0)}{\varepsilon}\right), \quad (49)$$

$$V(t) = 0, \quad t \geq t_1. \quad (50)$$

对外环控制, 取Lyapunov函数为 $V_{out} = \frac{1}{2} s_{out}^T s_{out}$, 代入式(20)–(21)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{out} &= s_{out}^T \dot{s}_{out} = \\ s_{out}^T (R(\nu_d + \tilde{\nu}) - \dot{\eta}_d + c_4 D^\alpha e) &= \\ s_{out}^T (\dot{\eta}_d - c_4 D^\alpha e - \lambda_2 s_{out} - \\ \varepsilon \operatorname{sgn} s_{out} - \dot{\eta}_d + c_4 D^\alpha e) &= \\ -\lambda_2 \|s_{out}\|^2 - \varepsilon |s_{out}| &\leq 0. \end{aligned} \quad (51)$$

基于Lyapunov稳定性理论, 系统的跟踪误差将收敛到零, 闭环控制系统是渐近稳定的. 证毕.

3.4 参数分析

对外环控制, 以外环控制率增益 λ_2 为例进行理论分析. λ_2 的物理意义是外环滑模控制的指数趋近律的比例系数. 将式(32)代入式(31)得

$$\begin{aligned} \dot{s}_{out} &= R(\nu_d + \tilde{\nu}) - \dot{\eta}_d + c_4 D^\alpha e = \\ \dot{\eta}_d - c_2 D^\alpha e - \lambda_2 s_{out} - \dot{\eta}_d - \\ \varepsilon \operatorname{sgn} s_{out} + c_2 D^\alpha e = \\ -\lambda_2 s_{out} - \varepsilon \operatorname{sgn} s_{out}. \end{aligned} \quad (52)$$

上式为对切换面 s_{out} 的趋近运动过程. 求解上式的微分方程, 可得趋近运动轨线的规律为

$$s_{out}(t) = \begin{cases} a_1 e^{-\lambda_2 t} - \frac{\varepsilon}{\lambda_2}, & s_{out} > 0, \\ a_2 e^{-\lambda_2 t} + \frac{\varepsilon}{\lambda_2}, & s_{out} < 0, \end{cases} \quad (53)$$

式中: 系数 $a_1 > 0, a_2 < 0$. $\lambda_2 s_{out}$ 为指数趋近项, ε 为趋近系数. 在指数趋近过程中, 趋近速度由大变小, 既可以使系统趋近滑模面的时间缩短, 同时当系统运动到滑模面上时速度较小, 保证系统具有较快的趋近速度和较小的抖振. 当 λ_2 较大时, 能快速趋近于滑模切換面, 从而系统具有过渡过程时间短的优点.

对内环控制, 将式(29)代入式(20)得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \\ D^\alpha \dot{e} + RM^{-1}(-k_d D\nu + \frac{\tau_\omega}{k_m}) + \\ \frac{1}{k_m} RM^{-1} \hat{k}_m M R^{-1} (-\lambda_1 s - D^\alpha \dot{e} - \dot{R}\nu + \\ \hat{k}_d RM^{-1} D\nu + \dot{\eta}_d - c_1 \dot{e} - s \|RM^{-1}\|^2) + \\ \dot{R}\nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e} &= \\ -\frac{\hat{k}_m}{k_m} (\lambda_1 + \|RM^{-1}\|^2) s + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\hat{k}_m}{k_m} \hat{k}_d - k_d \right) R M^{-1} D \nu + \\
& R M^{-1} \frac{\tau_\omega}{k_m} + \frac{\tilde{k}_m}{k_m} (D^\alpha \dot{e} + \dot{R} \nu - \ddot{\eta}_d + c_1 \dot{e}) = \\
& - \frac{\tilde{k}_m}{k_m} (\lambda_1 + \|R M^{-1}\|^2) s + \\
& \left(\frac{\hat{k}_m}{k_m} \hat{k}_d - k_d \right) R M^{-1} D \nu + \\
& R M^{-1} \frac{\tau_\omega}{k_m} + \frac{\tilde{k}_m}{k_m} (\dot{s} - R \dot{\nu}). \tag{54}
\end{aligned}$$

对上式进行移项化简可得

$$\begin{aligned}
\frac{\hat{k}_m}{k_m} \dot{s} &= - \frac{\hat{k}_m}{k_m} (\lambda_1 + \|R M^{-1}\|^2) s + \\
& \left(\frac{\hat{k}_m}{k_m} \hat{k}_d - k_d \right) R M^{-1} D \nu + \\
& R M^{-1} \frac{\tau_\omega}{k_m} - \frac{\tilde{k}_m}{k_m} R \dot{\nu}, \tag{55}
\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= -(\lambda_1 + \|R M^{-1}\|^2) s + \frac{1}{\hat{k}_m} R M^{-1} \tau_\omega + \\
& \left(\hat{k}_d - \frac{k_m}{\hat{k}_m} k_d \right) R M^{-1} D \nu - \frac{\tilde{k}_m}{\hat{k}_m} R \dot{\nu}. \tag{56}
\end{aligned}$$

上式中 $-(\lambda_1 + \|R M^{-1}\|^2) s$ 为指数趋近项, 当 λ_1 的值较大时, 系统能快速趋近于滑模切换面, 使系统具有过渡过程时间短的优点.

3.5 抖振分析

根据文献[26], 趋近率满足以下条件时, 可以减小抖振现象:

- 1) 快速趋近;
- 2) 有限时间到达;
- 3) 到达切换线时速度等于零, 即

$$\lim_{s \rightarrow 0} \dot{s} = 0. \tag{57}$$

对内环抖振, 由式(56)可知, 当 $-(\lambda_1 + \|R M^{-1}\|^2) s$ 的值较大时, 能快速趋近于滑模切换线. 由第2.3节已知, 系统在有限时间内收敛, 即在有限时间内内环到达 $s_i = 0$. 当系统在有限时间收敛后, $\nu = 0, \tau = 0, \dot{\nu} = 0$, 到达内环切换线时 $s_i(t) = 0$, 代入式(56)可得

$$\dot{s}_i = 0. \tag{58}$$

此时趋近速度为零, s_i 的方向与切换线 $s_i = 0$ 平行, 从而平滑地进入滑动模态.

对于外环控制, 由式(53)可知, 当 $s_{out} \rightarrow 0$, 有

$$\lim_{s_{out} \rightarrow 0^+} \dot{s}_{out} = -\varepsilon, \tag{59}$$

$$\lim_{s_{out} \rightarrow 0^-} \dot{s}_{out} = \varepsilon, \tag{60}$$

ε 表示到达切换面时的趋近速度, 当足够小, 保证了趋

近速度小, 穿过切换面 $s_{out} = 0$ 的距离小, 从而切换的滞后小, 也就保证了抖振小.

4 实例与分析

4.1 实例介绍

为了验证本算法在船舶动力定位中的控制效果, 用文献[1]的船模作为研究对象, 其参数如表1所示.

表 1 船模参数

Table 1 Ship model parameters

参数	数值	参数	数值
船长/m	3.65	设计吃水/m	0.33
设计水线长/m	3.645	方形系数/m	0.73
垂直间长/m	3.40	排水量/m	710
船宽/m	0.86	重心纵坐标/m	0.20
型深/m	0.40	纵向惯性半径/m	0.85

其惯性矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} 0.754 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.199 & 0.211 \\ 0.000 & 0.029 & 0.524 \end{bmatrix},$$

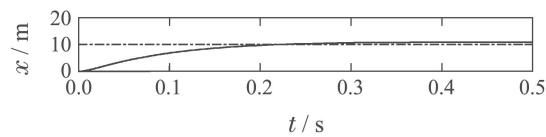
阻尼系数矩阵为

$$D = \begin{bmatrix} 0.014 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.102 & -0.024 \\ 0.000 & 0.192 & 0.095 \end{bmatrix}.$$

4.2 仿真结果

设置完船舶的定位点和艏向以后, 开始仿真、船舶由初始位置向目标位移动, 经过一段时间的调整, 最终定位于目标位置. 船舶初始位置为坐标系中的原点, 初始状态时艏向角为 0° , 位置为原点, 在无风无浪的情况下, 当对其发出指令, 要求其定位于坐标(10, 10)点、艏向为 5° 角时, 船舶开始由初始位置向目标位置前进, 经过一段时间的位置和艏向调整, 船舶最终停在目标位置附近, 误差在允许范围之内, 并且艏向角也保持在. 参数设置如下: $c_1 = 5, c_2 = 2, c_3 = 1, c_4 = 10, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1.5$. 考虑有外界环境干扰情况, 设置平均风速为 7.5 m/s (较恶劣海况). 环境干扰是通过式(3)中的变量 τ_ω 加入系统. 动力学数学模型参数的不确定系数设置如下: $k_m = 0.05, k_d = 0.05$.

船舶位置与姿态定位曲线图如图3所示. 图中横轴表示时间, 单位为s; 上部分图中纵轴表示前进位置, 单位为m; 中部分图中纵轴表示横荡位置, 单位为m; 下部分图中纵轴表示艏摇角度, 单位为度. 点划线代表期望轨迹, 实线代表实际轨迹.



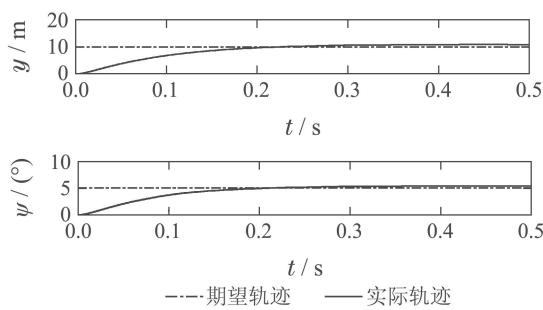


图3 船舶位置与姿态曲线图

Fig. 3 Position and attitude curve of ship

速度曲线图如图4所示, 图中横轴表示时间, 单位为s; 上部分图中纵轴表示前进速度, 单位为m/s; 中部分图中纵轴表示横荡速度, 单位为m/s; 下部分图中纵轴表示艏摇角速度, 单位为 $(^{\circ})/s$.

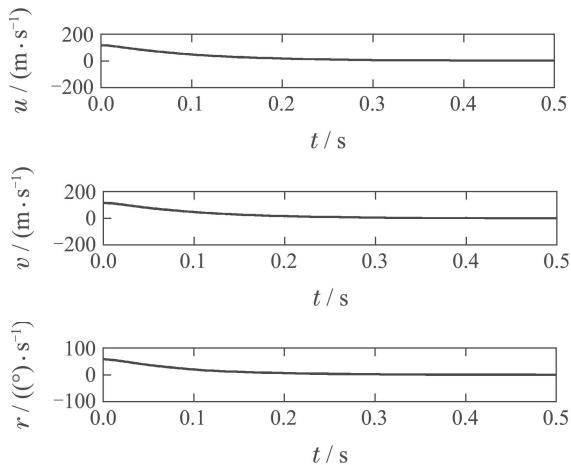
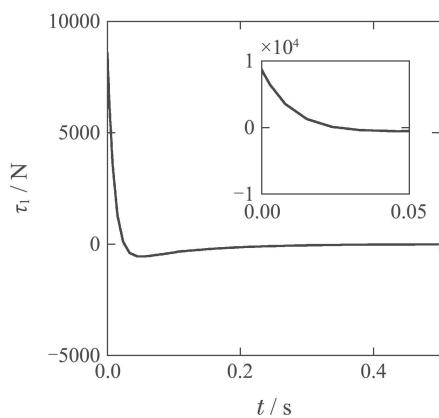


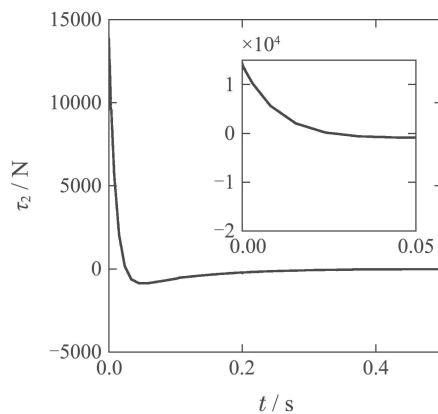
图4 船舶速度曲线图

Fig. 4 Vessel speed curve

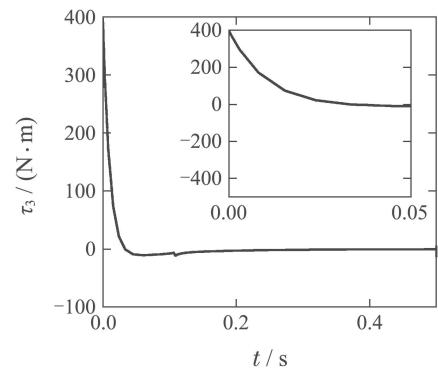
控制输入曲线图如图5所示, 图中横轴表示时间, 单位为s; 图5(a)为前进控制力曲线, 单位为N; 图5(b)表示横荡控制力曲线, 单位为N; 图5(c)表示艏摇控制力矩曲线, 单位为N·m. 图5给出了局部放大图以显示出其更为详尽的变化趋势.



(a) 船舶前进运动力曲线图



(b) 船舶横荡运动力曲线图



(c) 船舶艏摇运动力矩曲线图

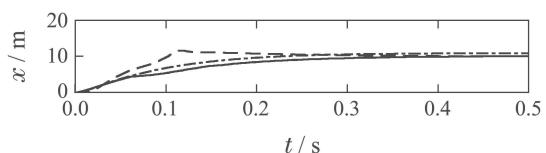
图5 控制输入曲线图

Fig. 5 Control input curve

由此可以看出, 分数阶双环自适应终端滑模控制适用于船舶动力定位控制, 使船舶能达到期望目标, 而且控制力和控制力矩稳定, 不存在抖振现象, 让船舶达到良好的控制性能, 控制器具备有效性和鲁棒性. 由此可以看出, 在有外界环境扰动的情况下, 船舶仍然能达到期望目标, 而且控制力和控制力矩稳定, 不存在抖振现象, 控制器具备有效性和鲁棒性.

4.3 参数影响分析

为了分析主要参数对算法性能的影响, 以外环控制率增益 λ_2 等为例, 对参数取不同的数值, 比较其对控制效果的影响. 对第3.2节情况, 分别取外环控制率增益 $\lambda_2 = 0.15, 15, 1.5$, 其余参数不变. 位置曲线图如图6所示, 图中横轴表示时间, 单位为s; 上部分图纵轴表示前进位置, 单位为m; 中部分图纵轴表示横荡位置, 单位为m; 下部分图中纵轴表示艏摇角度, 单位为度. 实线为 $\lambda_2 = 0.15$, 双划线表示 $\lambda_2 = 15$, 点划线表示 $\lambda_2 = 1.5$.



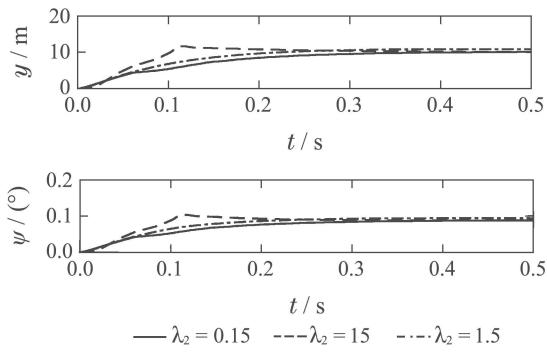
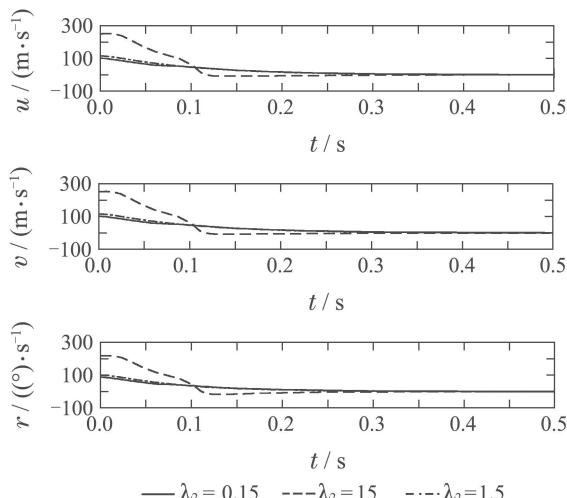


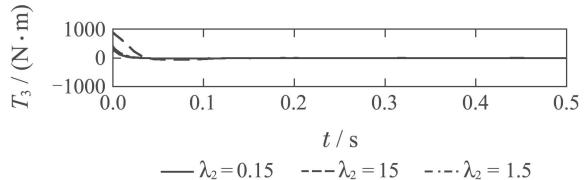
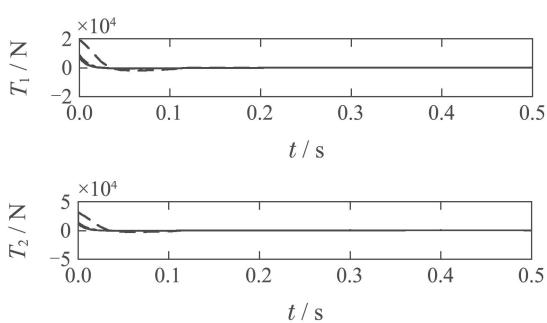
图 6 不同船舶位置曲线图

Fig. 6 Position curve of ship with different

速度曲线图如图7所示, 图中横轴表示时间, 单位为s; 上部分图中纵轴表示前进速度, 单位为m/s; 中部分图中纵轴表示横荡速度, 单位为m/s; 下部分图中纵轴表示艏摇角速度, 单位为 $(^{\circ})/s$. 实线为 $\lambda_2 = 0.15$, 双划线表示 $\lambda_2 = 15$, 点划线表示 $\lambda_2 = 1.5$.

图 7 不同 λ_2 船舶速度曲线图Fig. 7 Vessel speed curve with different λ_2

控制输入曲线图如图8所示, 图中横轴表示时间, 单位为s; 上分图为前进控制力曲线, 单位为N; 中部分图表示横荡控制力曲线, 单位为N, 下部分图表示艏摇力矩, 单位为N·m. 实线为 $\lambda_2 = 0.15$, 双划线表示 $\lambda_2 = 15$, 点划线表示 $\lambda_2 = 1.5$.

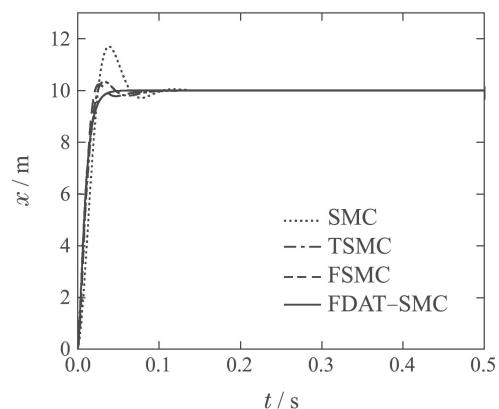
图 8 不同 λ_2 控制输入曲线图Fig. 8 Control input curve with different λ_2

由此可以看出, 当外环控制率增益 λ_2 过大时, 容易引起系统响应发生超调, 系统控制输入力和力矩量的增大; 当外环控制率增益 λ_2 过小时, 容易造成系统控制所需的调节时间延长, 响应速度慢.

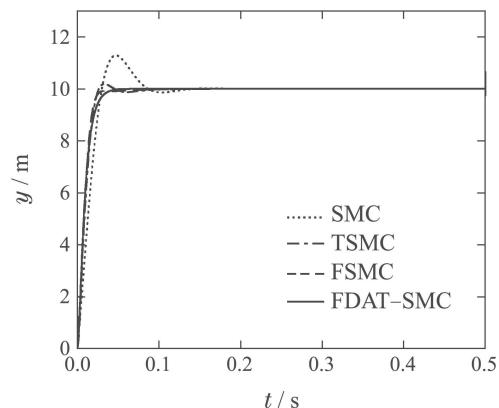
4.4 控制算法性能比较

为了验证所提算法的性能, 将本算法与基本滑模控制算法进行比较. 船舶初始位置和姿态为 $[0 \text{ m} \ 0 \text{ m} \ 0^{\circ}]^T$, 期望位置和姿态设为 $[10 \text{ m} \ 10 \text{ m} \ 5^{\circ}]^T$. 参数设置如第3.2节所示. 动力学数学模型参数的不确定系数设置如下: $k_m = 0.2$, $k_d = 0.2$.

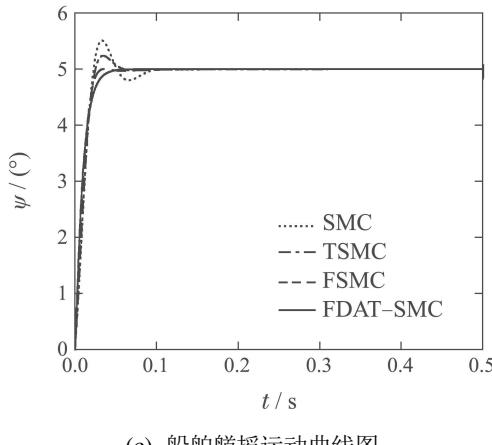
和传统滑模、分数阶滑模和终端滑模比较, 参数用同一组. 位姿曲线如图9所示, 横轴是时间, 单位s; 虚线是基本滑模, 点划线是终端滑模, 双划线是分数阶滑模, 实线是分数阶双环自适应终端滑模控制. 图9(a)是纵轴前进位置曲线, 单位m; 图9(b)是横荡位置曲线, 单位为m; 图9(c)是艏向角度曲线, 单位为度.



(a) 船舶前进运动曲线图



(b) 船舶横荡运动曲线图



(c) 船舶艏摇运动曲线图

图 9 不同算法的位姿曲线比较

Fig. 9 Comparison of position and attitude curves by different algorithms

由比较结果可以看出, 分数阶双环自适应终端滑模控制与分数阶滑模控制算法相比, 上升时间和调整时间更短; 分数阶双环自适应终端滑模控制与终端滑模控制算法相比, 超调量小, 抗模型参数不确定性的鲁棒性更强; 分数阶双环自适应终端滑模控制与基本滑模控制算法相比, 能更快达到期望值, 上升时间和调节时间更短, 超调量更小, 有更好的控制效果。这表明采用分数阶双环自适应终端滑模控制的动态响应和稳态性能在相同的实例和运行条件下优于分数阶滑模、终端滑模、传统滑模, 使系统具有更强的鲁棒性和动态性能。

5 结论

本文提出了一种分数阶双环自适应终端滑模控制, 证明了闭环系统的稳定性, 计算了滑模的收敛时间。其次, 分别对外环控制和内环控制的指数趋近项系数, 进行了理论分析。分别对外环滑模和内环滑模的抖振抑制, 进行了理论分析。对滑模控制器进行仿真, 对外环控制率增益 λ_2 等参数对控制性能的影响进行分析比较。与基本的滑模控制相比, 所设计的控制器对有非线性和环境干扰的船舶动力定位系统都具有较强的鲁棒性。存在外界扰动情况下能更加快速地达到期望指令信号, 且稳态误差保持在较小范围内, 控制器的鲁棒性和动态性能满足实际控制的指标要求。下一步, 将继续对参数不确定的内外部更复杂情况, 改进本控制算法, 进一步提高控制精度和鲁棒性能。

参考文献:

- [1] SØRENSEN A J. A survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*, 2011, 35(1): 123 – 136.
- [2] NGUYEN T D, SØRENSEN A J, QUEK S T. Design of hybrid controller for dynamic positioning from calm to extreme sea conditions. *Automatica*, 2007, 43(5): 768 – 785.
- [3] FANG M C, LEE Z Y. Application of neuro-fuzzy algorithm to portable dynamic positioning control system for ships. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2016, 8(1): 38 – 52.
- [4] PARK K P, JO A R, CHOI J W. A study on the key performance indicator of the dynamic positioning system. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2016, 8(5): 511 – 518.
- [5] ASHRAFIUON H, MUSKE K R, MCNINCH L C, et al. Sliding-mode tracking control of surface vessels. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(11): 4004 – 4012.
- [6] ROY S, KAR I N. Adaptive sliding mode control of a class of nonlinear systems with artificial delay. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(18): 8156 – 8179.
- [7] SHAO Jingfeng. *Research on ship dynamic positioning control based on sliding mode variable structure*. Dalian: Dalian Maritime University, 2015.
(邵井丰. 基于滑模变结构的船舶动力定位控制研究. 大连: 大连海事大学, 2015.)
- [8] DAI Changsheng. *Research on adaptive iterative sliding mode control for underactuated ship motion*. Dalian: Dalian Maritime University, 2017.
(代昌盛. 欠驱动船舶运动的自适应迭代滑模控制研究. 大连: 大连海事大学, 2017.)
- [9] QIN Chaoyu. *Active disturbance rejection control for ship path following based terminal sliding mode*. Dalian: Dalian Maritime University, 2017.
(秦朝宇. 基于终端滑模自抗扰的船舶航迹跟踪控制. 大连: 大连海事大学, 2017.)
- [10] WANG Yuqi. *Terminal sliding mode control for tracking and formation of underactuated surface vessels*. Dalian: Dalian Maritime University, 2017.
(王昱棋. 基于终端滑模的欠驱动水面船舶航迹跟踪及编队控制. 大连: 大连海事大学, 2017.)
- [11] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(4): 1983 – 1992.
- [12] SHEN Zhipeng, ZHANG Xiaoling, ZHANG Ning, et al. Recursive sliding mode dynamic surface output feedback control for ship trajectory tracking based on neural network observer. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1092 – 1100.
(沈智鹏, 张晓玲, 张宁, 等. 基于神经网络观测器的船舶轨迹跟踪递归滑模动态面输出反馈控制. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1092 – 1100.)
- [13] SAADI R, KRAA O, AYAD M Y, et al. Dual loop controllers using PI, sliding mode and flatness controls applied to low voltage converters for fuel cell applications. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2016, 41(42): 19154 – 19163.
- [14] KAVEH P, SHTESSEL Y B. Blood glucose regulation via double loop higher order sliding mode control and multiple sampling rate. *Modern Sliding Mode Control Theory: New Perspectives and Applications*. Berlin: Springer, 2008: 427 – 445.
- [15] CAI Weiping, HU Yueli, YANG Wenrong, et al. Design and simulation of quadrotor attitude control system based on double-loop sliding mode. *Application of Electronic Technique*, 2015, 41(7): 150 – 153.
(蔡伟平, 胡越黎, 杨文荣, 等. 四旋翼双环滑模姿态控制系统设计与仿真. 电子技术应用, 2015, 41(7): 150 – 153.)
- [16] HOU Shiying, ZOU Xuewei, ZHANG Lishuai, et al. Double-loop sliding mode control of dual-Buck inverter. *Electric Power Automation Equipment*, 2014, 34(11): 100 – 106.
(侯世英, 邹学伟, 张立帅, 等. 双Buck逆变器的双环滑模控制策略. 电力自动化设备, 2014, 34(11): 100 – 106.)
- [17] MAO Jianliang, LI Qi, ZHU Hairong. Continuous nonsingular terminal sliding mode control of optical-electronic tracking system subject to multiple disturbances. *Control Theory & Applications*, 2017,

- 34(4): 413 – 423.
 (冒建亮, 李奇, 朱海荣. 多源扰动下光电跟踪系统连续非奇异终端滑模控制. 控制理论与应用, 2017, 34(4): 413 – 423.)
- [18] PU Ming, JIANG Tao, LIU Peng. Nonsingular terminal sliding mode control for a class of 3-order nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(5): 683 – 691.
 (蒲明, 蒋涛, 刘鹏. 一类3阶非线性系统的非奇异终端滑模控制. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 683 – 691.)
- [19] YANG Xiaoqian, LI Jian, DONG Yi. A novel non-singular fast terminal sliding mode control of nonlinear systems with uncertain disturbances. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(6): 772 – 778.
 (杨晓骞, 李健, 董毅. 非线性不确定系统的非奇异快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2016, 33(6): 772 – 778.)
- [20] WANG Y, GU L, XU Y, et al. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronic*, 2016, 63(10): 6194 – 6204.
- [21] XUE Q, DUAN H. Robust attitude control for reusable launch vehicles based on fractional calculus and pigeon-inspired optimization. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017, 4(1): 89 – 97.
- [22] ZHANG Bitao, GAO Furong, YAO Ke. Neural network and adaptive algorithm-based fractional order sliding mode controller. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(10): 1373 – 1377.
 (张碧陶, 高福荣, 姚科. 集成神经网络与自适应算法的分数阶滑模控制. 控制理论与应用, 2016, 33(10): 1373 – 1377.)
- [23] TAN Jian, ZHOU Zhou, ZHU Xiaoping, et al. Attitude control for flying wing unmanned aerial vehicles based on fractional order integral sliding-mode. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(5): 607 – 614.
- (谭健, 周洲, 祝小平, 等. 飞翼布局无人机分数阶积分滑模姿态控制. 控制理论与应用, 2015, 32(5): 607 – 614.)
- [24] FOSSEN T I. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. Norwegian University of Science and Technology, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2011.
- [25] ZHOU Yinggao. A unifying proof and extension of a kind of Gronwall-Bellma type. *College mathematics*, 2006, 22(5): 31 – 35.
 (周英告. 一类Gronwall-Bellman型不等式的统一证明及其推广. 大学数学, 2006, 22(5): 31 – 35.)
- [26] GAO Weibing. *Theory and Design Method of Variable Structure Control*. Beijing: Science Press, 1996.
 (高为炳. 变结构控制的理论及设计方法. 北京: 科学出版社, 1996.)

作者简介:

- 薛晗 博士, 讲师, 目前研究方向为智能控制, E-mail: imlmd@163.com;
- 邵哲平 博士, 教授, 目前研究方向为海上作业与海事保障, E-mail: 19826100004@jmu.edu.cn;
- 潘家财 博士, 副教授, 目前研究方向为智能船舶, E-mail: 414922153@qq.com;
- 张峰 硕士, 讲师, 目前研究方向为智能航运, E-mail: 393479441@qq.com;
- 钟纪锋 硕士, 讲师, 目前研究方向为信息系统建模与仿真, E-mail: 451030147@qq.com.