

# 具有输入和输出约束的高阶随机系统神经网络控制

司文杰<sup>1</sup>, 王东署<sup>2†</sup>

(1. 河南城建学院 电气与控制工程学院, 河南 平顶山 467036; 2. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 针对高阶非线性系统, 开展自适应神经网络跟踪控制器设计, 系统受到随机扰动的影响。首次把输入和输出约束问题引入到高阶系统的跟踪控制中, 并假定系统动态是未知。首先借用高斯误差函数表达连续可微的非对称饱和模型以实现输入约束, 和障碍 Lyapunov 函数保证系统输出受限; 其次, 针对高阶非线性系统, 径向基函数(RBF)神经网络用来克服未知系统动态和随机扰动。在每一步的backstepping计算中, 仅用到单一的自适应更新参数, 从而克服了过参数问题; 最后, 基于Lyapunov稳定性理论提出自适应神经网络控制策略, 并减少了学习参数。最终结果表明设计的控制器能保证所有闭环信号半全局最终一致有界, 并能使跟踪误差收敛到零值小的邻域内。仿真研究进一步验证了提出方法的有效性。

**关键词:** 自适应控制系统; 神经网络; 高阶随机非线性系统; 障碍Lyapunov函数; 输入和输出约束

**引用格式:** 司文杰, 王东署. 具有输入和输出约束的高阶随机系统神经网络控制. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1250–1258

DOI: 10.7641/CTA.2018.80427

## Adaptive neural control for uncertain high-order stochastic nonlinear systems with input and output constraints

SI Wen-jie<sup>1</sup>, WANG Dong-shu<sup>2†</sup>

(1. School of Electrical and Control Engineering, Henan University of Urban Construction, Pingdingshan Henan 467036, China;

2. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou Henan 450001, China)

**Abstract:** This paper presents the problem of adaptive neural tracking control for a class of high-order nonlinear systems subject to stochastic disturbances. It is the first time that input and output constraints are introduced into the design of controllers of higher-order systems, and it is assumed that unknown system dynamics are unknown. First, the Gaussian error function is employed to represent a continuous differentiable asymmetric saturation nonlinearity, and barrier Lyapunov functions are designed to ensure that the output parameters are restricted. Second, for high-order nonlinear systems, radial basis function (RBF) neural networks are employed to tackle the difficulties caused by completely unknown system dynamics and stochastic disturbances. At each recursive step of backstepping design, only one adaptive parameter is constructed to overcome the over-parameterization. At last, based on the Lyapunov stability method, the adaptive neural control method is proposed, which decreases the number of learning parameters. It is shown that the designed controller can ensure that all the signals in the closed-loop system are semi-globally uniformly ultimately bounded (SGUUB), and the tracking error converges to a small neighborhood of the origin. The simulation studies are provided to further illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** adaptive control systems; neural networks; high-order stochastic nonlinear systems; barrier Lyapunov function (BLF); input and output constraints

**Citation:** SI Wenjie, WANG Dongshu. Adaptive neural control for uncertain high-order stochastic nonlinear systems with input and output constraints. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(8): 1250–1258

## 1 引言

随机扰动是现实中真实存在且不可避免的。而在实际工程中, 系统通常在安全边界运行时能获得更高的经济效益, 例如航空发动机失速喘振线<sup>[1]</sup>, 电机的

转速和电流均不能超过一定范围, 且输出功率也有上限。需要注意的是随机扰动的出现可能会使控制系统偏离稳定边界, 因此约束问题值得关注。本文考虑具有未知系统动态的高阶随机非线性系统, 研究高阶系

收稿日期: 2018-06-11; 录用日期: 2018-10-11。

†通信作者. E-mail: wangdongshu@zzu.edu.cn; Tel.: +86 13623832569.

本文责任编辑: 陈杰。

国家自然科学基金项目(61803145)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803145).

统下具有输入和输出约束的跟踪控制器.

高阶系统中高阶项的存在使得通常的控制器无法适用, 因此出现了大量的高阶系统相关文献. 文献[2]针对高阶系统研究了自适应控制方法. 一种统一的时变反馈方法应用到高阶系统的自适应稳定问题<sup>[3]</sup>. 然而上面提到的控制策略都要求系统函数已知. 作为逼近器的神经网络和模糊逻辑为处理具有未知系统函数的控制器设计提供了一种解决途径. 文献[4]提出了基于神经网络观测器的船舶轨迹跟踪控制方法. 文献[5]设计了一种非严格反馈系统的神经网络控制器. 接着, 模糊/神经网络控制应用到实际对象上, 如机器人的跟踪控制、水面无人艇控制<sup>[6]</sup>、多智能体的leader-following控制<sup>[7]</sup>. 基于神经网络学习机制, 文献[8]针对机械臂给出了从控制中学习的方法, 进一步该方法应用在水面无人艇leader-follower编队控制问题<sup>[9]</sup>. 在文献[10]中, 神经网络解决了高阶系统中未知系统动态的问题, 同时, 文献[11–12]也针对高阶系统的未知函数开展了跟踪控制研究.

然而上面提到的高阶系统并没有考虑输入和输出约束问题. 实际上, 工程系统中都会面临输入和输出约束问题<sup>[13]</sup>. 文献[14]针对饱和特性研究了随机系统的跟踪控制问题. 文献[15]研究了具有输出饱和的多智能体系统有限时间趋同跟踪控制问题. 为了满足状态约束问题, 基于障碍 Lyapunov 函数 (barrier Lyapunov function, BLF), 出现了大量的自适应受限控制器研究方案<sup>[16]</sup>. 基于BLF的自适应神经网络控制也应用到了实际系统, 如水面船舶<sup>[17]</sup>、超音速飞行器<sup>[18]</sup>、机械臂系统<sup>[19]</sup>. 基于逼近能力的输入和输出约束问题被研究<sup>[20–21]</sup>. 文献[22–23]对全状态问题开展了研究. 但是上面提到的研究方法无法应用到高阶系统中. 据作者所知, 现存的文献中没有开展对高阶系统的输入和输出研究, 再加上随机扰动的存在, 会使该类系统的控制器设计更加具有挑战性, 也具有工程实用价值.

基于上面分析, 本文针对高阶随机系统, 开展在未知系统动态下的输入和输出跟踪控制问题. 非对称饱和非线性特性和BLF被用来处理输入和输出约束问题. 径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络被用来解决未知的系统函数. 基于backstepping技术与Lyapunov稳定性理论, 提出自适应神经网络控制器, 最终保证所有闭环信号有界. 本文的创新点总结如下:

- 1) 针对高阶系统, 考虑未知的系统动态, 并提出一种新的控制方法. 相比于文献[2–3], 未知系统函数和随机扰动被研究, 具有一定的工程应用价值.
- 2) 第1次把输入和输出约束问题引入到高阶系统的控制器设计, 相比于文献[11–12], 本文方法能解决

对系统输入和输出的受限问题.

3) 在神经网络控制器构造中, 代替更新权值向量而是更新神经网络权值范数. 因此控制器运算中只用到了单一的自适应参数, 最终减轻了计算负担.

## 2 预备知识和问题描述

### 2.1 预备知识

**定义 1** 对于随机系统  $dx = f(x, t)dt + h(x, t)d\omega$ , 给定任意的  $V(x, t) \in C^{2,1}$ , 定义如下的微分算子  $L$ :

$$LV = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{2}\text{tr}\{h^T \frac{\partial V}{\partial x}h\}, \quad (1)$$

其中  $\text{tr}(A)$  代表矩阵  $A$  的秩.

**引理 1**(Young不等式<sup>[24]</sup>) 对于  $\forall(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , 有如下不等式成立:

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p}|x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q}|y|^q, \quad (2)$$

其中:  $p > 1$ ,  $q > 1$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $(p - 1)(q - 1) = 1$ .

### 2.2 问题描述

在本文, 考虑如下的高阶(hight-order)随机系统:

$$\begin{cases} dx_i = (x_{i+1}^{p_i} + f_i(\bar{x}_i))dt + \psi_i^T(\bar{x}_i)d\omega, \\ dx_n = (u^{p_n} + f_n(\bar{x}_n))dt + \psi_n^T(\bar{x}_n)d\omega, \\ y = x_1, 1 \leq i \leq n-1, \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i]^T \in \mathbb{R}^i$ ,  $u \in \mathbb{R}$  和  $y \in \mathbb{R}$  分别是系统的状态、系统输入和系统输出;  $p_i \in \mathbb{R}^* \triangleq \{\lambda \in \mathbb{R} : \lambda \geq 1, \lambda \text{ 是奇数}\}$ ; 函数  $f_i(\cdot) : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}$  和  $\psi_i(\cdot) : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^r$  是未知的;  $\omega$  是  $r$  维相互独立的标准维纳过程向量;  $u$  代表饱和非线性特性, 如下:

$$u(v) = \text{Sat}[v] = \begin{cases} u^-, & v < u^-, \\ v, & u^- \leq v \leq u^+, \\ u^+, & v > u^+, \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $v$  是饱和模型的输入,  $u^+$  和  $u^-$  分别代表执行器  $u(t)$  的上限和下限.

**注 1** 当高阶项  $p_i > 1$  时, 系统(3)被表达为高阶(hight-order)系统. 需要注意的是, 这些控制器<sup>[14,25]</sup>无法应用于该类高阶系统. 所以系统(3)可以表达更广泛的系统结构. 与高阶系统<sup>[12,26]</sup>相比, 系统(3)考虑了随机扰动, 随机扰动的存在使得控制器设计更具有实际应用价值. 在文献[27]中系统函数是已知的, 实际上针对未知系统动态的高阶系统去设计控制器本身是一个困难的问题. 本文第1次把输入和输出受限问题引入到高阶系统的控制器设计中.

本文控制的目标是针对高阶系统(3)设计一个自适应神经网络控制器保证闭环系统内所有信号有界, 使跟踪误差收敛到预定的界限内, 并完成对系统输入和输出的约束.

**假设1** 参考轨迹 $y_d(t)$ 及其 $k$ 阶导数都是连续和有界的.

**引理2**<sup>[10]</sup> 有 $p \in \mathbb{R}^*$ ,  $c \geq 1$ 和 $x, y$ 是实数函数, 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}|x^p - y^p| &\leq p|x - y||x^{p-1} + y^{p-1}|, \\ |x + y|^c &\leq 2^{c-1}(|x|^c + |y|^c).\end{aligned}$$

### 2.3 非对称饱和模型

式(4)描述的饱和模型是一种非光滑结构, 本文借用如下的非对称光滑结构<sup>[28]</sup>去描述饱和特性.

$$u(v) = u_M \times \text{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2u_M}v\right), \quad (5)$$

其中:  $u_M = (u^+ + u^-)/2 + (u^+ - u^-)/2\text{sgn } v$ ,  $u^+$ 和 $u^-$ 代表控制器的上界和下界;  $\text{sgn}(\cdot)$ 是标准的符号函数,  $\text{erf}(\cdot)$ 被定义为高斯误差函数.

根据饱和模型(4)和(5), 图1展示了不同的输出结果. 可以看出, 当输入信号为 $v(t) = 5 \sin t$ , 有 $u^+ = 2.5$ 和 $u^- = -2$ , 饱和模型(5)确实完成了饱和约束问题.

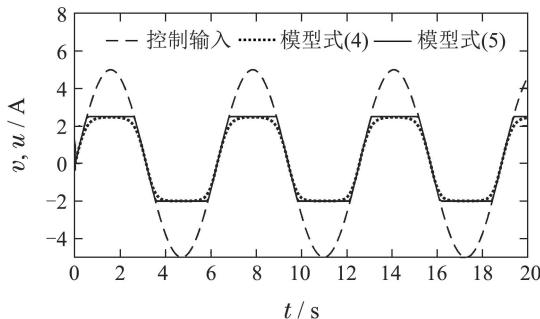


图1 饱和非线性特性

Fig. 1 Saturation nonlinearity

为了便于后面的控制器设计, 基于文献[28]分析, 饱和模型(5)可以表达为

$$u = cv + \Delta(v). \quad (6)$$

为了下面的控制器设计, 给出下面的假设:

**假设2** 存在正的常值 $\bar{\Delta}, \underline{c}, \bar{c}$ 满足 $\Delta(v) \leq \bar{\Delta}$ ,  $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$ .

### 2.4 RBF神经网络

给定紧集 $\Omega_Z \subset \mathbb{R}^m$ , 有连续函数 $f(x) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ 和任意值 $\epsilon > 0$ , 存在神经网络 $W^T S(Z)$ , 使得

$$\sup |f(Z) - W^T S(Z)| \leq \epsilon,$$

其中:  $W \in \mathbb{R}^l$ 是神经网络权值,  $l > 1$ 是神经网络个数,  $Z \in \mathbb{R}^m$ 是神经网络输入,  $S(Z) = [s_1(Z) \ s_2(Z) \ \dots \ s_l(Z)]$ 是径向基函数, 有

$$s_i(z) = \exp\left(\frac{-(z - \mu_i)^T(z - \mu_i)}{\eta_i^2}\right), \quad i = 1, \dots, l, \quad (7)$$

其中 $\mu_i$ 和 $\eta_i$ 分别代表神经元中心和高斯函数的宽度.

根据神经网络逼近原理, 连续的函数 $f(Z)$ 可以逼近为

$$f(Z) = W^{*T} S(Z) + \epsilon(Z), \quad (8)$$

其中:  $W^*$ 是理想的神经网络权值向量,  $\epsilon(Z)$ 是逼近误差.

对于理想的权重可以表达为

$$W^* := \arg \min_{\hat{W} \in \mathbb{R}^l} \{ \sup_{Z \in \Omega_Z} |f(Z) - \hat{W}^T S(Z)| \}, \quad (9)$$

这里 $\hat{W}$ 是 $W^*$ 的估计值.

在本文, 考虑未知的常值 $\theta^*$ 存在 $\|W^*\|^2 = b\theta^*$ , 其中 $b$ 是相关的正常数.  $\hat{\theta}$ 作为 $\theta^*$ 的估计, 结果的估计误差 $\tilde{\theta}$ 可以表达为 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$ .

**引理3**<sup>[29]</sup> 对于任意的常值 $k_{bi} \in \mathbb{R}$ , 存在正常数 $r$ , 使得 $z_i \in \mathbb{R}$ 满足 $|z_i| < |k_{bi}|$ . 那么有如下结果成立:

$$\log \frac{k_{bi}^{2r}}{k_{bi}^{2r} - z_i^{2r}} \leq \frac{z_i^{2r}}{k_{bi}^{2r} - z_i^{2r}}. \quad (10)$$

### 3 自适应控制器设计和稳定性分析

定义 $p = \max\{p_i, i = 1, \dots, n\}$ , 其中 $p_i$ 是正的奇整数. 然后, 借助如下的坐标变换:

$$z_1 = y - y_d, \quad z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (11)$$

其中 $\alpha_{i-1}$ 是虚拟控制信号, 后面给出定义.

**步骤1** 考虑系统(3), 有 $z_1 = y - y_d$ , 对其微分可得

$$dz_1 = (x_2^{p_1} + f_1(x_{i,1}) - \dot{y}_d)dt + g_1^T(x_1)d\omega. \quad (12)$$

选择如下的Lyapunov函数:

$$V_1 = \frac{1}{p-p_1+4} \log\left(\frac{k_{b1}^{p-p_1+4}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}}\right) + \frac{\tilde{\theta}_1^2}{2r_1}, \quad (13)$$

其中 $r_1$ 是正的设计参数. 注意 $p$ 和 $p_1$ 是正的奇整数, 满足引理3.

基于 $V_1$ 的Itô微分, 并从式(12)可得

$$\begin{aligned}LV_1 = & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} (x_2^{p_1} + f_1(x_1) - \dot{y}_d) + \frac{\tilde{\theta}_1 \dot{\tilde{\theta}}_1}{r_1} + \\ & \frac{((p-p_1+3)k_{b1}^{p-p_1+4} + z_1^{p-p_1+4})z_1^{p-p_1+2}}{2(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^2} g_1^T g_1.\end{aligned} \quad (14)$$

基于Young不等式, 可以获得

$$\begin{aligned} & \frac{((p-p_1+3)k_{b1}^{p-p_1+4} + z_1^{p-p_1+4})z_1^{p-p_1+2}}{2(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^2} g_1^T g_1 \leqslant \\ & \frac{\varsigma_1 + 2}{2(\varsigma_1 + 3)} \frac{(\xi_1((\varsigma_1 + 3)k_{b1}^{\varsigma_1+4} + z_1^{\varsigma_1+4}))^{\frac{\varsigma_1+3}{\varsigma_1+2}}}{(k_{b1}^{\varsigma_1+4} - z_1^{\varsigma_1+4})^{\frac{2(\varsigma_1+3)}{\varsigma_1+2}}} \times \\ & z_1^{\varsigma_1+3} \|g_1\|^{\frac{2(\varsigma_1+3)}{\varsigma_1+2}} + \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi_1^{-(p-p_1+3)}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\xi_1 > 0$ 是正的设计参数. 避免公式排版超出页边界, 这里特别用 $\varsigma_1$ 代替 $p - p_1$ , 即 $\varsigma_1 = p - p_1$ . 可以得出

$$\begin{aligned} LV_1 & \leqslant \\ & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} x_2^{p_1} + \\ & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} (f_1(x_1) - \dot{y}_d + \frac{\varsigma_1 + 2}{2(\varsigma_1 + 3)} \times \\ & (\xi_1((\varsigma_1 + 3)k_{b1}^{\varsigma_1+4} + z_1^{\varsigma_1+4}))^{\frac{\varsigma_1+3}{\varsigma_1+2}} \|g_1\|^{\frac{2(\varsigma_1+3)}{\varsigma_1+2}}) + \\ & \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi_1^{-(p-p_1+3)} + \frac{\tilde{\theta}_1 \dot{\tilde{\theta}}_1}{r_1}. \end{aligned} \quad (16)$$

未知的非线性函数 $F_1(Z_1)$ 定义为

$$\begin{aligned} F_1(Z_1) & = \\ f_1(x_1) - \dot{y}_d + \frac{\varsigma_1 + 2}{2(\varsigma_1 + 3)} \times & \\ (\xi_1((\varsigma_1 + 3)k_{b1}^{\varsigma_1+4} + z_1^{\varsigma_1+4}))^{\frac{\varsigma_1+3}{\varsigma_1+2}} \|g_1\|^{\frac{2(\varsigma_1+3)}{\varsigma_1+2}}, & \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$Z_1 = [x_1 \ y_d \ \dot{y}_d]^T \in \Omega_1.$$

RBF神经网络被用来逼近 $F_1$ , 对于给定的 $\epsilon_1^* > 0$ .

$$F_1(Z_1) = W_1^T S_1(Z_1) + \epsilon(Z_1), \quad (18)$$

其中 $\epsilon(Z_1)$ 是逼近误差, 并满足 $|\epsilon(Z_1)| \leqslant \epsilon_1^*$ .

基于Young不等式, 得出

$$\begin{aligned} & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} F_1(Z_1) \leqslant \\ & \eta_1^{\frac{p+3}{p-p_1+3}} \frac{z_1^{p+3} \theta_1^*(S_1^T S_1^{\frac{p+3}{2(p-p_1+3)}})}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+3}}} + \epsilon_1^{*\frac{p+3}{p_1}} + \\ & \eta_1^{-\frac{p+3}{p_1}} + \frac{z_1^{p+3}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+3}}}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中:  $\theta_1^* = \|W_1^*\|^{\frac{p+3}{p-p_1+3}}$ ,  $\eta_1 > 0$ 是设计参数.

虚拟控制信号构建为

$$\alpha_1 = -z_1 \left\{ \frac{k_1}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p_1-1}{p-p_1+4}}} + \right. \\ \left. \frac{(\eta_1^{\frac{p+3}{p-p_1+3}} \hat{\theta}_1 (S_1^T S_1)^{\frac{p+3}{2(p-p_1+3)}} + 1)}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p_1}{p-p_1+3}}} \right\}^{\frac{1}{p_1}}, \quad (20)$$

其中 $\hat{\theta}_1$ 是 $\theta_1^*$ 的估计, 有 $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1^*$ ,  $\alpha_1 = -z_1 \varrho_1$ .

自适应参数更新为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_1 & = -\sigma_1 \hat{\theta}_1 + \\ & \frac{z_1^{p+3} r_1 \eta_1^{\frac{p+3}{p-p_1+3}}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+3}}} (S_1^T S_1)^{\frac{p+3}{2(p-p_1+3)}}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\sigma_1 > 0$ 是设计参数.

把式(17)–(21)代入式(16), 并考虑

$$-\frac{\sigma_1}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \leqslant -\frac{\sigma_1}{2r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{\sigma_1}{2r_1} \theta_1^{*2},$$

可以有

$$\begin{aligned} LV_1 & \leqslant -k_1 \frac{z_1^{p+3}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+4}}} + \\ & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} (x_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}) - \\ & \frac{\sigma_1}{2r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{\sigma_1}{2r_1} \theta_1^{*2} + \eta_1^{-\frac{p+3}{p_1}} + \epsilon_1^{*\frac{p+3}{p_1}} + \\ & \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi_1^{-(p-p_1+3)}. \end{aligned} \quad (22)$$

因为 $z_2 = x_2 - \alpha_1$ , 基于定理2和Young不等式, 如下的结果成立:

$$\begin{aligned} & \frac{z_1^{p-p_1+3}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} (x_2^{p_1} - \alpha_1^{p_1}) \leqslant \\ & \frac{3z_1^{p+3}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+4}}} + z_2^{p-p_2+3} \bar{\varrho}_1, \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\varrho}_1 & = \\ & z_2^{p_2} \left( \frac{2^{p_1-2} p_1}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{1}{p-p_1+4}}} \right)^{\frac{p+3}{p_1}} + \\ & \left( \frac{2^{p_1-2} p_1 \varrho_1^{p_1-1}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{1}{p-p_1+4}}} \right)^{p+3} + \\ & \left( \frac{p_1 \varrho_1^{p_1-1}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{1}{p-p_1+4}}} \right)^{p+3}. \end{aligned}$$

考虑式(23), 式(22)可以重新整理为

$$\begin{aligned} LV_1 & \leqslant -(k_1 - 3) \frac{z_1^{p+3}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+4}}} + \\ & z_2^{p-p_2+3} \bar{\varrho}_1 - \frac{\sigma_1}{2r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{\sigma_1}{2r_1} \theta_1^{*2} + \end{aligned}$$

$$\eta_1^{-\frac{p+3}{p_1}} + \epsilon_1^{*\frac{p+3}{p_1}} + \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi_1^{-(p-p_1+3)}. \quad (24)$$

**步骤 i** ( $i = 2, \dots, n-1$ ) 基于backstepping, 第*i*步相似于第1步进行重复运算.  $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ , 给出其微分形式

$$\begin{aligned} dz_i &= (x_{i+1}^{p_i} + f_i(\bar{x}_i) - l\alpha_{i-1})dt + \\ &\quad (g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_{i,c}} g_{i,c})^T d\omega, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} l\alpha_{i-1} &= \\ &\sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} (x_{c+1}^{p_c} + f_c(\bar{x}_i)) + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial^2 \alpha_{i-1}}{\partial x_p \partial x_q} g_p^T g_q + \\ &\sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_c} \dot{\hat{\theta}}_c + \sum_{c=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(c)}} y_d^{(c+1)}. \end{aligned}$$

Lyapunov函数  $V_i$  选择为

$$V_i = \frac{1}{p-p_i+4} z_i^{p-p_i+4} + \frac{1}{2r_i} \tilde{\theta}_i^2, \quad (26)$$

其中  $r_i > 0$  是设计参数.

函数  $V_i$  的微分算子  $L$  是

$$\begin{aligned} LV_i &= z_i^{p-p_i+3} (x_{i+1}^{p_i} + f_i(\bar{x}_i) - l\alpha_{i-1}) + \frac{1}{r_i} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i + \\ &\quad \frac{p-p_i+3}{2} z_i^{p-p_i+2} (g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c)^T \cdot \\ &\quad (g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c). \end{aligned} \quad (27)$$

基于Young不等式, 可以得出

$$\begin{aligned} &\frac{p-p_i+3}{2} (g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c)^T \cdot \\ &(g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c) z_i^{p-p_i+2} \leqslant \\ &\frac{p-p_i+2}{2} \xi_i^{\frac{p-p_i+3}{p-p_i+2}} z_i^{p-p_i+3}. \\ &\|g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c\|^{\frac{2(p-p_i+3)}{p-p_i+2}} + \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_i+3)}, \end{aligned} \quad (28)$$

其中  $\xi_i > 0$  是设计参数.

把式(28)代入式(27), 可以得到

$$\begin{aligned} LV_i &\leqslant \\ &z_i^{p-p_i+3} x_{i+1}^{p_i} + z_i^{p-p_i+3} (f_i - l\alpha_{i-1} + \\ &\frac{p-p_i+2}{2} \xi_i^{\frac{p-p_i+3}{p-p_i+2}} \|g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c\|^{\frac{2(p-p_i+3)}{p-p_i+2}}) + \\ &\frac{1}{r_i} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i + \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_i+3)}. \end{aligned} \quad (29)$$

未知的函数  $F_i(Z_i)$  定义为

$$F_i(Z_i) =$$

$$\begin{aligned} &f_i - l\alpha_{i-1} + \bar{\varrho}_{i-1} + \\ &\frac{p-p_i+2}{2} \xi_i^{\frac{p-p_i+3}{p-p_i+2}} \|g_i - \sum_{c=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_c} g_c\|^{\frac{2(p-p_i+3)}{p-p_i+2}}, \end{aligned} \quad (30)$$

其中  $Z_i = [x_1 \dots x_i \ y_d \ \dots \ y_d^{(i)} \ \hat{\theta}_1 \ \dots \ \hat{\theta}_{i-1}]^T \in \Omega_i$ .

借助RBFNN  $W_i^{*T} S_i$  对  $F_i$  进行建模,

$$F_i(Z_i) = W_i^{*T} S_i(Z_i) + \epsilon(Z_i), \quad (31)$$

其中  $\epsilon(Z_i)$  是逼近误差, 有  $|\epsilon(Z_i)| \leq \epsilon_i^*$ .

相似于式(19), 基于Young不等式, 可以得出

$$\begin{aligned} z_i^{p-p_i+3} F_i &\leqslant \\ &\eta_i^{\frac{p+3}{p-p_i+3}} z_i^{p+3} \theta_i^* (S_i^T S_i)^{\frac{p+3}{2(p-p_i+3)}} + \\ &\eta_i^{-\frac{p+3}{p_i}} + z_i^{p+3} + \epsilon_i^{*\frac{p+3}{p_i}}, \end{aligned} \quad (32)$$

其中:  $\theta_i^* = \|W_i^*\|_{p-p_i+3}^{\frac{p+3}{p-p_i+3}}$ ,  $\eta_i > 0$  是设计参数.

虚拟控制信号和自适应控制率为

$$\alpha_i = -z_i \{k_i + \eta_i^{\frac{p+3}{p-p_i+3}} \hat{\theta}_i (S_i^T S_i)^{\frac{p+3}{2(p-p_i+3)}} + 1\}^{\frac{1}{p_i}}, \quad (33)$$

其中:  $k_i > 0$  是一个设计参数;  $\hat{\theta}_i$  是  $\theta_i^*$  的估计值, 有  $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i^*$ ,  $\alpha_i = -z_i \varrho_i$ ,

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = r_i \eta_i^{\frac{p+3}{p-p_i+3}} (S_i^T S_i)^{\frac{p+3}{2(p-p_i+3)}} z_i^{p+3} - \sigma_i \hat{\theta}_i, \quad (34)$$

其中  $\sigma_i > 0$  是设计参数.

因为  $z_i = x_i - \alpha_i$ , 相似于式(23), 有

$$z_i^{p-p_i+3} (x_{i+1}^{p_i} - \alpha_i^{p_i}) \leqslant 3z_i^{p+3} + z_{i+1}^{p-p_i+1+3} \bar{\varrho}_i, \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\varrho}_i &= z_{i+1}^{p+1} ((2^{p_i-2} p_i)^{(p+3/p_i)}) + \\ &(2^{p_i-2} p_i \varrho_i^{p_i-1})^{p+3} + (p_i \varrho_i^{p_i-1})^{p+3}). \end{aligned}$$

相似于式(22), 考虑  $-\frac{\sigma_i}{r_i} \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i \leqslant -\frac{\sigma_i}{2r_i} \tilde{\theta}_i^2 + \frac{\sigma_i}{2r_i} \theta_i^{*2}$ ,

如下的不等式成立:

$$\begin{aligned} LV_i &\leqslant \\ &-(k_i - 3) z_i^{p+3} + z_{i+1}^{p-p_i+1+3} \bar{\varrho}_i + \eta_i^{-\frac{p+3}{p_i}} + \epsilon_i^{*\frac{p+3}{p_i}} - \\ &z_i^{p-p_i+3} \bar{\varrho}_{i-1} - \frac{\sigma_i}{2r_i} \tilde{\theta}_i^2 + \frac{\sigma_i}{2r_i} \theta_i^{*2} + \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_i+3)}. \end{aligned} \quad (36)$$

**步骤 n** 在最后一步中,  $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$ , 考虑 Lyapunov函数  $V_n$  选择为

$$V_n = \frac{1}{p-p_n+4} z_n^{p-p_n+4} + \frac{1}{2r_n} \tilde{\theta}_n^2, \quad (37)$$

其中  $r_n$  是设计参数,

$$\begin{aligned} l\alpha_{n-1} &= \\ &\sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} (x_{c+1}^{p_c} + f_c(\bar{x}_n)) + \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_c} \dot{\hat{\theta}}_c + \end{aligned}$$

$$\sum_{c=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(c)}} y_d^{(c+1)} + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{n-1} \frac{\partial^2 \alpha_{n-1}}{\partial x_p \partial x_q} g_p^T g_q.$$

$V_n$ 的微分算子 $L$ 为

$$\begin{aligned} LV_n = & z_n^{p-p_n+3} (u^{p_n} + f_n(\bar{x}_n) - l\alpha_{n-1}) + \\ & \frac{1}{r_n} \tilde{\theta}_n \dot{\tilde{\theta}}_n + \frac{p-p_n+3}{2} z_n^{p-p_n+2} (g_n - \\ & \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c)^T (g_n - \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c). \end{aligned} \quad (38)$$

基于Young不等式, 可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{p-p_n+3}{2} (g_n - \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c)^T (g_n - \\ & \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c) z_n^{p-p_n+2} \leqslant \\ & \frac{p-p_n+2}{2} \xi_n^{\frac{p-p_n+3}{p-p_n+2}} z_n^{p-p_n+3}. \\ \|g_n - \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c\| & \leq \xi_n^{\frac{2(p-p_n+3)}{p-p_n+2}}, \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\xi_n > 0$ 是设计参数.

基于引理2, 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned} z_n^{p-p_n+3} (cv + \Delta(v))^{p_n} & \leqslant \\ z_n^{p-p_n+3} 2^{p_n-1} (cv)^{p_n} + z_n^{p+3} + (2^{p_n-1} \bar{\Delta}^{p_n})^{\frac{p+3}{p_n}} & . \end{aligned} \quad (40)$$

非线性函数 $F_n(Z_n)$ 定义为

$$\begin{aligned} F_n(Z_n) = & \\ -l\alpha_{n-1} + \bar{\varrho}_{n-1} + \frac{p-p_n+2}{2} \xi_n^{\frac{p-p_n+3}{p-p_n+2}}. & \\ \|g_n - \sum_{c=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_c} g_c\| & \leq \xi_n^{\frac{2(p-p_n+3)}{p-p_n+2}}, \end{aligned} \quad (41)$$

其中 $Z_n = [x_1 \cdots x_n \ y_d \cdots y_d^{(n)} \ \hat{\theta}_1 \cdots \hat{\theta}_{n-1}]^T \in \Omega_n$ .

基于Young不等式, 可以得到

$$\begin{aligned} z_n^{p-p_n+3} F_n = & \\ z_n^{p-p_n+3} (W_n^{*\top} S_n(Z_n) + \epsilon(Z_n)) & \leqslant \\ \eta_n^{\frac{p+3}{p-p_n+3}} z_n^{p+3} \theta_n^*(S_n^T S_n)^{\frac{p+3}{2(p-p_n+3)}} + & \\ \eta_n^{-\frac{p+3}{p_n}} + z_n^{p+3} + \epsilon_n^{\frac{p+3}{p_n}}, & \end{aligned} \quad (42)$$

其中:  $|\epsilon(Z_n)| \leq \epsilon_n^*$ 是建模误差,  $\theta_n^* = \|W_n^*\|^{-\frac{p+3}{p-p_n+3}}$ ,  $\eta_n > 0$ 是设计参数.

实际的控制器和控制参数更新如下:

$$v = -\frac{z_n}{K_c} \left\{ \frac{1}{2^{p_n-1}} (k_n + \right. \\ \left. \eta_n^{\frac{p+3}{p-p_n+3}} \hat{\theta}_n (S_n^T S_n)^{\frac{p+3}{2(p-p_n+3)}} + 1) \right\}^{\frac{1}{p_n}}, \quad (43)$$

其中:  $K_c$ 是设计参数, 满足 $K_c = \underline{c}$ ,  $k_n > 0$ 是设计参

数;  $\hat{\theta}_n$ 是 $\theta_n^*$ 的估计, 有 $\tilde{\theta}_n = \hat{\theta}_n - \theta_n^*$ ,

$$\dot{\tilde{\theta}}_n = r_n \eta_n^{\frac{p+3}{p-p_n+3}} (S_n^T S_n)^{\frac{p+3}{2(p-p_n+3)}} z_n^{p+3} - \sigma_n \hat{\theta}_n, \quad (44)$$

其中 $\sigma_n$ 是设计参数.

考虑 $-\frac{\sigma_n}{r_n} \tilde{\theta}_n \dot{\tilde{\theta}}_n \leq -\frac{\sigma_n}{2r_n} \tilde{\theta}_n^2 + \frac{\sigma_n}{2r_n} \theta_n^{*2}$ , 把式(40)-(44)代入式(38), 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned} LV_n \leq & -(k_n - 1) z_n^{p+3} + \eta_n^{-\frac{p+3}{p_n}} + \\ & \epsilon_n^{\frac{p+3}{p_n}} - z_i^{p-p_n+3} \bar{\varrho}_{n-1} - \frac{\sigma_n}{2r_n} \tilde{\theta}_n^2 + \frac{\sigma_n}{2r_n} \theta_n^{*2} + \\ & \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_n+3)} + (2^{p_n-1} \bar{\Delta}^{p_n})^{\frac{p+3}{p_n}}. \end{aligned} \quad (45)$$

考虑整体的Lyapunov函数 $V = \sum_{i=1}^n V_i$ . 从式(24)(36)和式(45), 设定 $k_i - 3 > 0$ ,  $k_n - 1 > 0$ 和 $\frac{\sigma_i}{2r_i} > 0$ , 可以得到

$$\begin{aligned} LV \leq & -(k_1 - 3) \frac{z_1^{p+3}}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{p+3}{p-p_1+4}}} - \\ & \sum_{i=2}^{n-1} (k_i - 3) z_i^{p+3} - (k_n - 1) z_n^{p+3} - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2r_i} \tilde{\theta}_i^2 + \sum_{i=1}^n (\eta_i^{-\frac{p+3}{p_i}} + \epsilon_i^{\frac{p+3}{p_i}} + \\ & \frac{\sigma_i}{2r_i} \theta_i^{*2}) + \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi^{-(p-p_1+3)} + \\ & \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_i+3)} + (2^{p_n-1} \bar{\Delta}^{p_n})^{\frac{p+3}{p_n}}. \end{aligned} \quad (46)$$

有如下的不等式成立:

$$\begin{aligned} a^{p_i-1} b^{p-p_i+4} & \leqslant \\ \frac{p_i-1}{p+3} a^{p+3} + \frac{p-p_i+4}{p+3} b^{p+3} & \leqslant a^{p+3} + b^{p+3}, \end{aligned}$$

考虑 $a = \phi^{\frac{1}{p+3}}$ 和 $b = \varphi$ . 意味着

$$-\varphi^{p+3} \leq -\phi^{\frac{p_i-1}{p+3}} \varphi^{p-p_i+4} + \phi. \quad (47)$$

不等式明显成立

$$\log \frac{k_{p1}^{p-p_1+4}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}} \leq \frac{z_1^{p-p_1+4}}{k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4}}.$$

考虑 $\varphi = \frac{z_1}{(k_{b1}^{p-p_1+4} - z_1^{p-p_1+4})^{\frac{1}{p-p_1+4}}}$ , 因此能获得如下结果:

$$LV \leq -\alpha_0 V + \beta_0, \quad (48)$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha_0 & = \min_{1 \leq i \leq n} \{(p-p_i+4)(k_i-3)\beta_1^{\frac{p_i-1}{p+3}}, \\ & (p-p_n+4)(k_n-1)\beta_1^{\frac{p_n-1}{p+3}}, \sigma_i\}, \\ \beta_0 & = \beta_1 \left( \sum_{i=1}^{n-1} (k_i-3) + (k_n-1) \right) + 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_1 = & \sum_{i=1}^n \left( \eta_i^{-\frac{p+3}{p_i}} + \epsilon_i^{*\frac{p+3}{p_i}} + \frac{\sigma_i}{2r_i} \theta_i^{*2} \right) + \\ & (2^{p_n-1} \bar{\Delta}^{p_n})^{\frac{p+3}{p_n}} + \frac{1}{2(p-p_1+3)} \xi^{-(p-p_1+3)} + \\ & \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} \xi_i^{-(p-p_i+3)}.\end{aligned}$$

参考文献[30], 有如下不等式成立:

$$\frac{dE[V]}{dt} \leq -\alpha_0 E[V] + \beta_0. \quad (49)$$

对不等式(49)两边进行积分, 可以得到

$$0 \leq E[V] \leq (V(0) - \frac{\beta_0}{\alpha_0}) e^{-\alpha_0 t} + \frac{\beta_0}{\alpha_0}, \quad (50)$$

展示闭环系统中所有信号是SGUUB.

设定  $D_0 = \frac{\beta_0}{\alpha_0}$ . 意味着

$$E[V(t)] \leq D_0, t \rightarrow \infty. \quad (51)$$

接着, 可以获得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E[|z_1|] \leq k_{b1} \sqrt[p-p_1+4]{1 - e^{-(p-p_1+4)D_0}}. \quad (52)$$

现在总结最终结论.

**定理1** 考虑系统(3)满足假设1-2, 控制器(43)和更新率(21)(34)和(44). 对有界的初始条件, 得出所有闭环信号有界, 输出跟踪误差  $z_1$  收敛到零值小的邻域内, 并且系统输入和输出约束在设定的区域内.

#### 4 仿真研究

在本部分, 给出如下的仿真例子去验证本文方法的有效性.

考虑如下的高阶随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_1 = (x_2^{p_1} + \frac{\cos x_1}{1+x_1^2}) dt + 0.15 \sin x_1 x_1 d\omega, \\ dx_2 = (u^{p_2} + x_1 e^{-0.5x_2^2}) dt + 0.3 \cos x_2 d\omega, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (53)$$

其中: 高阶项  $p_1 = 3, p_2 = 5$ ;  $x_1$  和  $x_2$  是系统状态. 选择的跟踪参考信号  $y_d = 0.5 \sin(0.8t) + 1.2 \cos(1.5t)$ .

初始条件为  $[x_1(0) \ x_2(0)]^T = [1.12 \ 0.16]^T$ ,  $[\hat{\theta}_1(0) \ \hat{\theta}_2(0)]^T = [0 \ 0]^T$ .  $k_{b1} = 0.1$ , 需要保证初始误差  $|z_1(0)| < k_{b1}$ .

在仿真中, 设计参数选择为

$$k_1 = 32, k_2 = 26, r_1 = r_2 = 1,$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 6, \sigma_1 = 0.75, \sigma_2 = 0.16,$$

$$K_c = 2, u^+ = 1.6, u^- = -1.5.$$

基于设计的控制器, RBF神经网络被用来逼近未知的非线性函数.

仿真结果展示在图2-7. 图2给出了系统输出  $y$  和

参考信号  $y_d$  的时间轨迹. 图3画出了误差  $z_1$ , 即系统输出  $y$  被约束在固定的区域内. 图4给出了系统状态的时间轨迹  $x_2$ . 图5和图6画出了自适应参数  $\hat{\theta}_1$  和  $\hat{\theta}_2$ . 图7展示了饱和非线性特性输入  $v$  和输出  $u$ . 从这些图2-7中可以看出闭环系统中的所有信号都是有界的.

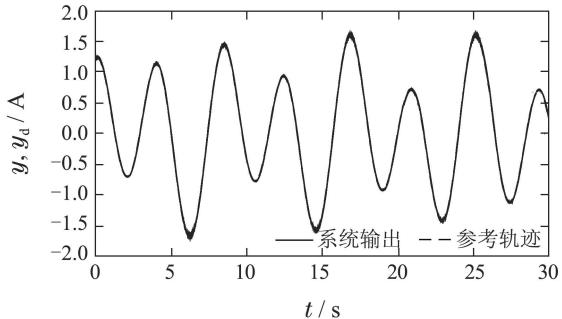


图 2 系统的跟踪性能

Fig. 2 System tracking performance

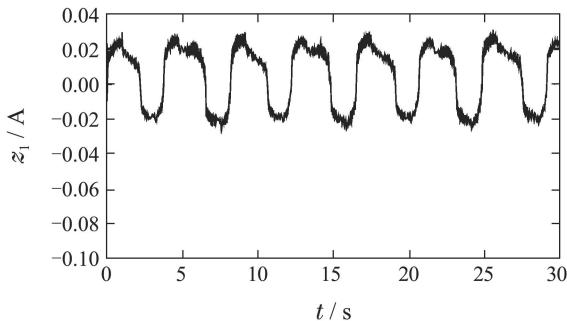


图 3 跟踪误差

Fig. 3 Tracking error

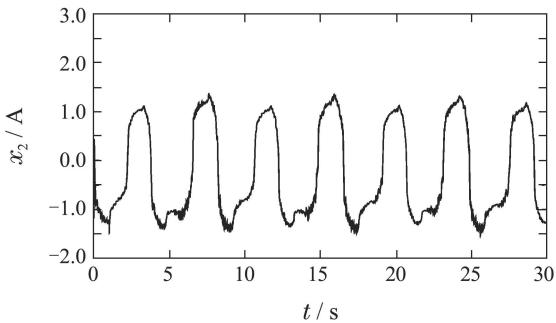


图 4 系统状态

Fig. 4 System state

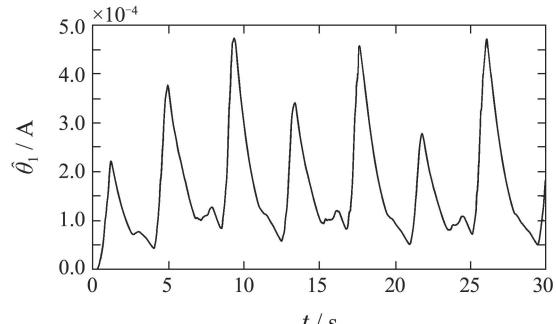
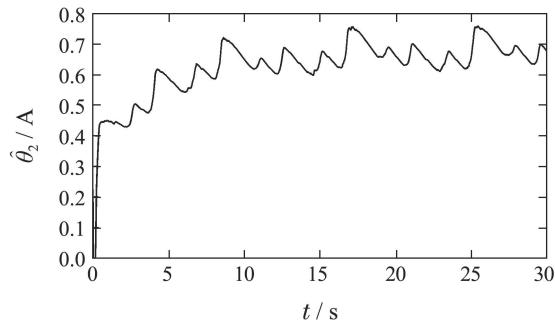
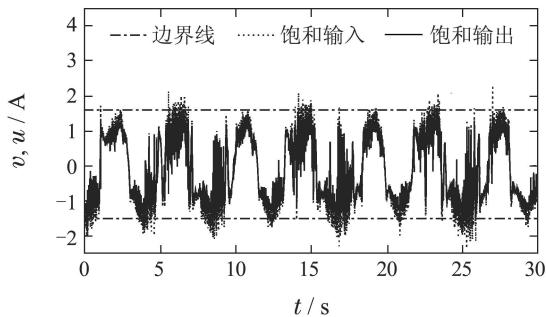


图 5 自适应参数 theta\_1

Fig. 5 Adaptive parameter theta\_1

图 6 自适应参数 $\hat{\theta}_2$ Fig. 6 Adaptive parameter  $\hat{\theta}_2$ 图 7 饱和函数的输入 $v$ 和输出 $u$ Fig. 7 Input  $v$  and output  $u$  of saturation function

## 5 结论

本文研究了具有未知系统动态的高阶随机非线性系统的跟踪控制问题, 该系统受到输入和输出约束。针对高阶系统, 考虑了未知系统函数和随机扰动。把输入和输出约束问题引入到高阶非线性系统的跟踪控制问题中, 其中利用光滑的非对称饱和模型解决了输入约束, 通过构造障碍Lyapunov函数来约束系统输出。结果显示该控制器能保证闭环系统中所有信号有界, 和系统输出受限在预定的界限范围内。

## 参考文献:

- [1] WANG Cong, SI Wenjie, WEN Binhe, et al. Modeling and detection of rotating stall in axial flow compressors, II: experimental study for a low-speed compressor in Beihang University. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(10): 1414 – 1422.  
(王聪, 司文杰, 文彬鹤, 等. 轴流压气机旋转失速建模与检测: II-基于北航低速压气机试验台的实验研究. 控制理论与应用, 2014, 31(10): 1414 – 1422.)
- [2] ZHANG J, LIU Y, MU X. Global adaptive stabilisation of high-order uncertain non-linear systems with double control input channels. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(5): 659 – 666.
- [3] SUN Z Y, LI T, YANG S H. A unified time-varying feedback approach and its applications in adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2016, 70(8): 249 – 257.
- [4] SHEN Zhipeng, ZHANG Xiaoling, ZHANG Ning, et al. Recursive sliding mode dynamic surface output feedback control for ship trajectory tracking based on neural network observer. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1092 – 1100.  
(沈智鹏, 张晓玲, 张宁, 等. 基于神经网络观测器的船舶轨迹跟踪递归滑模动态面输出反馈控制. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1092 – 1100.)
- [5] WANG H, SHI P, LI H, et al. Adaptive neural tracking control for a class of nonlinear systems with dynamic uncertainties. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(10): 3075 – 3087.
- [6] HE W, YIN Z, SUN C. Adaptive neural network control of a marine vessel with constraints using the asymmetric barrier Lyapunov function. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(7): 1641 – 1651.
- [7] HUA C, ZHANG L, GUAN X. Distributed adaptive neural network output tracking of leader-following high-order stochastic nonlinear multiagent systems with unknown dead-zone input. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(1): 177 – 185.
- [8] WANG M, YANG A. Dynamic learning from adaptive neural control of robot manipulators with prescribed performance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(8): 2244 – 2255.
- [9] HE S, WANG M, DAI S L, et al. Leader-follower formation control of USVs with prescribed performance and collision avoidance. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, DOI: 10.1109/TII.2018.2839739.
- [10] DUAN N, MIN H F. Decentralized adaptive NN state-feedback control for large-scale stochastic high-order nonlinear systems. *Neurocomputing*, 2016, 173(1): 1412 – 1421.
- [11] SI W, DONG X, YANG F. Decentralized adaptive neural control for high-order stochastic nonlinear strongly interconnected systems with unknown system dynamics. *Information Sciences*, 2018, 424(1): 137 – 158.
- [12] YOO S J, KIM T H. Decentralized low-complexity tracking of uncertain interconnected high-order nonlinear systems with unknown high powers. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(11): 4515 – 4532.
- [13] HE W, DONG Y, SUN C. Adaptive neural impedance control of a robotic manipulator with input saturation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, 46(3): 334 – 344.
- [14] GAO Y F, SUN X M, WEN C, et al. Adaptive tracking control for a class of stochastic uncertain nonlinear systems with input saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(5): 2498 – 2504.
- [15] LIANG Jiaqi, BU Xuhui, LIU Jian, et al. Iterative learning consensus tracking control for a class of multiagent systems with output saturation. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(6): 786 – 794.  
(梁嘉琪, 卜旭辉, 刘建, 等. 输出饱和多智能体系统的迭代学习趋同跟踪控制. 控制理论与应用, 2018, 35(6): 786 – 794.)
- [16] LI H, WANG L, DU H, et al. Adaptive fuzzy backstepping tracking control for strict-feedback systems with input delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(3): 642 – 652.
- [17] HE W, YIN Z, SUN C. Adaptive neural network control of a marine vessel with constraints using the asymmetric barrier Lyapunov function. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(7): 1641 – 1651.
- [18] AN H, XIA H, WANG C. Barrier Lyapunov function-based adaptive control for hypersonic flight vehicles. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(3): 1833 – 1853.
- [19] ZHANG S, DONG Y, OUYANG Y, et al. Adaptive neural control for robotic manipulators with output constraints and uncertainties. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, DOI: 10.1109/TNNLS.2018.2803827.
- [20] SI W, DONG X, YANG F. Decentralized adaptive neural control for interconnected stochastic nonlinear delay-time systems with asymmetric saturation actuators and output constraints. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(1): 54 – 80.
- [21] ZHOU Q, WANG L, WU C, et al. Adaptive fuzzy control for nonstrict-feedback systems with input saturation and output constraint. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(1): 1 – 12.

- [22] WANG Chunxiao, WU Yuqiang. Robust adaptive tracking control for full state-constrained nonlinear systems with unknown control direction. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(2): 153 – 161.  
(王春晓, 武玉强. 控制方向未知的全状态约束非线性系统的鲁棒自适应跟踪控制. 控制理论与应用, 2018, 35(2): 153 – 161.)
- [23] SI W, DONG X, YANG F. Nussbaum gain adaptive neural control for stochastic pure-feedback nonlinear time-delay systems with full-state constraints. *Neurocomputing*, 2018, 292(5): 130 – 141.
- [24] DENG H, KRSTIC M. Output-feedback stochastic nonlinear stabilization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(2): 328 – 333.
- [25] CHEN C, LIU Z, ZHANG Y, et al. Asymptotic fuzzy tracking control for a class of stochastic strict-feedback systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(3): 556 – 568.
- [26] ZHAO X, SHI P, ZHENG X, et al. Intelligent tracking control for a class of uncertain high-order nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(9): 1976 – 1982.
- [27] SUN Z Y, LI T, YANG S H. A unified time-varying feedback approach and its applications in adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2016, 70(8): 249 – 257.
- [28] MA J, GE S S, ZHENG Z, et al. Adaptive NN control of a class of nonlinear systems with asymmetric saturation actuators. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(7): 1532 – 1538.
- [29] LIU Y J, LU S, TONG S, et al. Adaptive control-based Barrier Lyapunov Functions for a class of stochastic nonlinear systems with full state constraints. *Automatica*, 2018, 87(1): 83 – 93.
- [30] WANG H, CHEN B, LIN C. Adaptive neural tracking control for a class of stochastic nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(7): 1262 – 1280.

### 作者简介:

司文杰 博士, 副教授, 目前研究为自适应神经网络控制、状态受限的控制、随机系统、时间延迟系统等, E-mail: siwenjie2008@163.com;

王东署 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为自适应控制、机器人智能控制、机器人自主心智发育等, E-mail: wangdongshu@zzu.edu.cn.