

航天器全状态约束输出反馈控制

陈中天^{1,2}, 陈 强², 孙明轩², 何熊熊^{2†}

(1. 浙江工业大学 政治与公共管理学院, 浙江 杭州 310023; 2. 浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 针对无角速度测量的刚性航天器姿态跟踪问题, 提出一种全状态约束输出反馈控制方法. 建立修正罗德里格参数描述的系统模型, 提出能够适用于约束与非约束情况的改进型障碍李雅普诺夫函数(MBLF), 拓展传统对数型障碍李雅普诺夫函数的适用范围. 构造二阶辅助系统, 将控制输入和饱和输入之间的差作为构造系统的输入, 进而产生信号以补偿饱和的影响. 设计状态观测器估计未知状态量, 并结合反步法设计输出反馈控制律, 保证系统全状态约束性能和姿态跟踪精度. 通过李雅普诺夫稳定性分析证明姿态观测误差和跟踪误差能够达到一致最终有界. 仿真结果验证所提方法的有效性.

关键词: 全状态约束; 障碍李雅普诺夫函数; 输出反馈控制; 姿态跟踪

引用格式: 陈中天, 陈强, 孙明轩, 等. 航天器全状态约束输出反馈控制. 控制理论与应用, 2020, 37(2): 355 – 364

DOI: 10.7641/CTA.2019.80657

Full state constrained output feedback control for rigid spacecraft

CHEN Zhong-tian^{1,2}, CHEN Qiang², SUN Ming-xuan², HE Xiong-xiong^{2†}

(1. School of Politics and Public Administration, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China;

2. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: In this paper, a full state constrained output feedback control scheme is proposed for rigid spacecrafts without angular velocity measurement. The system model is constructed based on modified Rodrigues parameter description, and a modified barrier Lyapunov function (MBLF) is presented to be suitable for constraint and non-constraint conditions, such that the application scope of traditional logarithmic barrier Lyapunov function could be extended. A second order auxiliary system is constructed, with the error between the control input and saturation input as the input of the constructed system, and signals are generated to compensate the effect of saturation. Then, a state observer is designed to estimate unknown system states, and the output feedback control law is designed by using backstepping techniques to ensure the full state constraints and attitude tracking accuracy. Through the Lyapunov stability analysis, the state observation errors and tracking errors are proved to be uniformly ultimately bounded. Simulation results validate the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: full state constraint; barrier Lyapunov function; output feedback control; attitude tracking

Citation: CHEN Zhongtian, CHEN Qiang, SUN Mingxian, et al. Full state constrained output feedback control for rigid spacecraft. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(2): 355 – 364

1 引言

在编队飞行、卫星通信、太空站对接等许多关键任务中, 航天器姿态跟踪控制是任务成功的关键因素. 在角速度已知的情况下, 常用的控制方法包括滑模控制^[1]、反步控制^[2]、自适应控制^[3]和有限时间控制^[4]等. 然而, 在实际中测量信号不可避免地含有噪声或传感器损坏均会导致航天器角速度信息无法准确获取. 因此, 有必要研究不依赖角速度信息的航天器输出反馈控制策略.

文献[5]较早地针对无角速度测量的航天器姿态控制问题进行研究, 并设计非线性观测器估计未知角速度实现航天器的姿态跟踪控制. 文献[6–7]分别基于四元数和罗德里格参数建立航天器姿态模型, 并探讨姿态跟踪系统的无源性. 文献[8]基于旋转矩阵建立航天器姿态模型, 并利用无源滤波器设计一种无角速度测量控制律, 保证系统姿态跟踪性能. 文献[9]设计角速度观测器和姿态跟踪控制器, 保证观测误差和跟踪误差在没有外部干扰的情况下渐近收敛. 针对存在外

收稿日期: 2018–08–31; 录用日期: 2019–06–20.

†通信作者. E-mail: hxx@zjut.edu.cn.

本文责任编辑: 宗群.

国家自然科学基金项目(61873239, 61573320, 61403343), 浙江省自然科学基金项目(LY17F030018)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61473262, 61573320, 61403343) and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (LY17F030018).

部干扰情况的航天器姿态跟踪控制问题, 文献[10]使用近似滤波器方法得到角速度的误差信息, 用于保证外部干扰下的航天器姿态跟踪控制性能. 文献[11]使用自适应模糊观测器估计未知量, 并基于反步法设计输出反馈控制器, 实现姿态跟踪误差的收敛. 文献[12]设计一种时变增益扩张状态观测器对角速度和外部干扰进行估计, 并结合互联和阻尼分配无源控制理论设计控制律. 文献[13]针对存在外部干扰和输入饱和并且无角速度测量的航天器系统, 通过设计有限时间状态观测器并结合积分滑模设计控制律, 保证系统的渐近稳定. 文献[14]基于超螺旋滑模设计有限时间观测器估计未知角速度, 并设计多变量积分滑模控制器解决了角速度不可测情形下的柔性航天器振动抑制及鲁棒容错控制问题. 以上文献主要致力于提高航天器姿态跟踪的稳态精度, 却较少考虑其瞬态响应和状态约束问题.

为保证系统的瞬态性能和稳定性, 通常会对系统状态和输出的幅值予以约束. 在系统运行过程中, 如果违反约束条件, 可能会导致系统性能下降甚至出现安全问题. 因此, 对系统输出或者状态的约束控制是近年来的研究热点之一, 常用方法有预设性能函数(prescribed performance function, PPF)^[15-17]、Funnel控制方法^[18-20]以及障碍李雅普诺夫函数(barrier Lyapunov function, BLF)^[21-25]等. 在航天器姿态控制过程中, 由于工作场景或者传感器本身的限制以及考虑到安全因素, 对系统各状态的约束十分必要. 文献[26]提出一种基于对数型BLF的柔性航天器角速度有界鲁棒自适应控制器, 保证航天器姿态跟踪误差的一致最终有界. 文献[27]针对航天器接近和交汇问题, 使用对数型BLF设计状态反馈控制器最终实现全状态约束. 文献[28-31]基于预设性能函数和误差变换, 设计包含预设性能边界的控制器, 实现刚性和挠性航天器的姿态约束控制. 然而, 以上文献中控制律设计均需已知航天器角速度信息, 而针对无角速度测量的航天器状态约束控制问题的研究成果则相对较少.

针对无角速度测量的航天器姿态约束问题, 本文提出一种改进型对数障碍李雅普诺夫函数, 可以在非约束情况下转化为二次型李雅普诺夫函数, 因此所提改进型障碍李雅普诺夫函数能够适用于约束和非约束情况, 拓展了传统对数障碍李雅普诺夫函数的适用范围. 在此基础上, 进一步提出非对称改进型障碍李雅普诺夫函数, 实现更精确的非对称状态约束. 基于修正罗德里格参数模型, 设计状态观测器用于估计未知状态量, 并结合改进型障碍李雅普诺夫函数和反步法设计输出反馈控制律, 从而保证系统观测误差和跟踪误差能够达到一致最终有界, 并给出数值仿真验证本文所提方法的有效性.

2 问题描述

航天器姿态的四元数描述方法已在工程上被广泛采用, 四元数具有计算精度高, 避免奇异性等特点, 但四个元素由于存在约束条件而并不独立, 因此在进行姿态计算时存在冗余. 本文采用修正罗德里格参数(modified Rodrigues parameter, MRP)方法建立航天器模型, 在实时性姿态解算计算量上比四元数小, 且计算精度与四元数相近^[32]. 修正罗德里格参数可以由四元数导出, 即给出如下四元数:

$$q = [q_v \ q_4]^T = [\sin(\varphi/2)n \ \cos(\varphi/2)]^T, \quad (1)$$

其中: $q_v = [q_{v1} \ q_{v2} \ q_{v3}]^T$ 为四元数的矢量部分, q_4 是四元数的标量部分, φ 和 $n = [n_1 \ n_2 \ n_3]^T$ 分别为欧拉角和欧拉轴, 则相应的修正罗德里格参数为^[33]

$$\sigma = \frac{q_v}{1 + q_4} = \frac{\sin(\varphi/2)n}{1 + \cos(\varphi/2)} = \tan(\varphi/4)n, \quad (2)$$

其中 $\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3]^T$.

基于修正罗德里格参数的航天器姿态模型为

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{4}[(1 - \sigma^T \sigma)I_3 + 2\sigma^\times + 2\sigma\sigma^T]\omega =$$

$$G(\sigma)\omega, \quad (3)$$

$$(J + \Delta J)\dot{\omega} = -\omega^\times(J + \Delta J)\omega + \text{sat } u + d, \quad (4)$$

其中 $\sigma^\times$ 为 σ 的反对称矩阵, 具体形式如下:

$$\sigma^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

I_3 为 3×3 单位矩阵, $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 是航天器的角速度(本体坐标系下), $\omega^\times$ 是 ω 的反对称矩阵, $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 是航天器正定对称的名义惯量矩阵, ΔJ 为有界的转动惯量不确定性, $d = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ 为有界外部干扰力矩, $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ 为控制力矩, $\text{sat } u = [\text{sat } u_1 \ \text{sat } u_2 \ \text{sat } u_3]^T$ 为带有饱和约束的控制力矩, 表达式如下:

$$\text{sat } u_i = \begin{cases} \bar{u}_i \cdot \text{sgn } u_i, & |u_i| \geq \bar{u}_i, \\ u_i, & |u_i| < \bar{u}_i, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad (6)$$

其中 $\bar{u} = [\bar{u}_1 \ \bar{u}_2 \ \bar{u}_3]^T$ 是执行器额定最大输出力矩, 可根据经验设置. 矩阵 $G(\sigma)$ 有如下性质^[11, 34]:

$$G^{-1}(\sigma) = \frac{16}{(1 + \sigma^T \sigma)^2} G^T(\sigma), \quad (7)$$

$$G^T(\sigma)G(\sigma) = \left(\frac{1 + \sigma^T \sigma}{4}\right)^2 I_3. \quad (8)$$

根据文献[33], 在定义域 $\varphi \in (-2\pi, 2\pi)$ 内, 修正罗德里格参数可以描述任意的姿态, 但当 φ 接近 $\pm 2\pi$ 时, σ 将趋于无穷, 此时可将 σ 映射为变量 $\sigma^s = -\sigma/\sigma^T \sigma$. 变量 σ^s 随着 φ 增大而减小, 而在 φ 接近 0 时将 σ^s 映射回 σ , 如此可保证系统状态量 σ 的有界性. 由式(8)

可得, 函数 G 是有界的, 即存在一个正常数 μ_G 满足 $\|G\| \leq \mu_G$.

将式(4)中的含有 ΔJ 的项移到等式右边可得

$$J\dot{\omega} = -\omega^\times J\omega - \omega^\times \Delta J\omega + \text{sat } u + d - \Delta J\dot{\omega}. \quad (9)$$

化简式(9)可得

$$J\dot{\omega} = -\omega^\times J\omega + \text{sat } u + \bar{d}, \quad (10)$$

其中 $\bar{d} = d - \omega^\times \Delta J\omega - \Delta J\dot{\omega}$. 在式(4)中, 系统输入 $\text{sat } u$ 和 d 都是有界变量, 可得角速度 ω 和 $\dot{\omega}$ 亦有界. 考虑到 ΔJ 的有界性, 可得 $\bar{d}$ 也是有界的.

在式(10)两边同时左乘 GJ^{-1} 可得

$$G\dot{\omega} = -GJ^{-1}\omega^\times J\omega + GJ^{-1}\text{sat } u + GJ^{-1}\bar{d}. \quad (11)$$

令 $L(\sigma) = G(\sigma)^{-1}$, 在式(3)两边同时左乘 $L(\sigma)$ 可得

$$\omega = L(\sigma)\dot{\sigma}. \quad (12)$$

对式(12)求导可得

$$\dot{\omega} = \dot{L}\dot{\sigma} + L\ddot{\sigma}. \quad (13)$$

将式(12)–(13)代入式(11)可得

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} = & -[G\dot{L} + GJ^{-1}(L\dot{\sigma})^\times JL]\dot{\sigma} + \\ & GJ^{-1}\text{sat } u + GJ^{-1}\bar{d} = \\ & E(\sigma, \dot{\sigma}) + GJ^{-1}\text{sat } u + d', \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $d' = GJ^{-1}\bar{d}$ 是有界的, 且满足 $\|d'\| \leq d_m$, 其中 d_m 是正的未知上界, $E(\sigma, \dot{\sigma}) = -[G\dot{L} + GJ^{-1}(L\dot{\sigma})^\times JL]\dot{\sigma}$.

令 $x_1 = \sigma$, $x_2 = \dot{\sigma}$, 并且定义 $y = \sigma$ 为航天器姿态输出, 则原系统(3)–(4)可以被改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = E(x) + GJ^{-1}\text{sat } u + d', \end{cases} \quad (15)$$

其中: $x = [x_1^T \ x_2^T]^T = [x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{23}]^T \in \mathbb{R}^n$, 函数 $E(x) = [E_1(x) \ E_2(x) \ E_3(x)]^T$. 根据式(3)中 ω 和 $G(\sigma)$ 的有界性可得 $\dot{\sigma}$ 同样有界. 通过式(14)中等式右边元素的有界性, 可得 $\ddot{\sigma}$ 亦有界. 根据定义, $E(x)$ 是 $\sigma, \dot{\sigma}$ 的函数, 再结合 $\sigma, \dot{\sigma}$ 和 $\ddot{\sigma}$ 均有界, 可得 $E(x)$ 的导数也有界. 因此, 非线性函数 $E_i(x), i = 1, 2, 3$ 满足局部利普希茨条件的假设是合理的, 即存在利普希茨常数 $m_i, i = 1, 2, 3$, 使得 $|E_i(x) - E_i(x')| \leq m_i \cdot \|x - x'\|, x, x' \in \mathbb{R}^n, i = 1, 2, 3$ 在域 $\varphi \in (-2\pi, 2\pi)$ 内成立^[11].

如文献[35]所述, $\text{sat } u$ 可以表示为

$$\text{sat } u = u + \Delta u, \quad (16)$$

其中 $\Delta u = [\Delta u_1 \ \Delta u_2 \ \Delta u_3]^T$ 反映执行器受到饱和的程度.

本文的控制目标是针对带有干扰的航天器系统(3)和(4), 设计无角速度测量(即 ω 和 $\dot{\sigma}$ 不可知)的状态观测器和姿态跟踪控制器, 使得航天姿态观测误差和跟踪误差能够达到一致最终有界.

3 改进型障碍李雅普诺夫函数

3.1 对称改进型障碍李雅普诺夫函数

传统对数型BLF的表达形式为^[22]

$$V_b(t) = \frac{1}{2} \ln \frac{k_b^2}{k_b^2 - z^2}, \quad (17)$$

其中: $\ln(\cdot)$ 是自然对数, z 为被约束的变量, 满足 $|z(0)| < k_b$, k_b 是约束边界. 然而, 由式(17)可以看出, 当 $k_b \rightarrow \infty$ 时, 可得 $V_b(t) \rightarrow 0$.

本文提出对称改进型障碍李雅普诺夫函数(sym-metric modified barrier Lyapunov function, SMBLF), 具体形式如下:

$$V_n(t) = \frac{1}{2} \ln \frac{k_b^2 e^{z^2}}{k_b^2 - z^2}, \quad |z(0)| < k_b, \quad (18)$$

其中 e 是自然底数. 当 $k_b \rightarrow \infty$, 利用洛必达法则可得

$$\lim_{k_b \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \ln \frac{k_b^2 e^{z^2}}{k_b^2 - z^2} = \frac{1}{2} z^2. \quad (19)$$

从式(19)可以看出, 在非约束情况, 即 $k_b \rightarrow \infty$, SMBLF可以转换为二次型李雅普诺夫函数形式. 因此, 本文提出的改进型障碍李雅普诺夫函数(18)能够同时适用于约束与非约束($k_b \rightarrow \infty$)情况, 因而拓展了传统对数型BLF的适用范围. 文献[23]提出一种正切型障碍李雅普诺夫函数(tangential barrier Lyapunov function, TBLF), 同样适用于非约束情况, 其形式为

$$V_t(t) = \frac{k_b^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z^2}{2k_b^2}\right), \quad |z(0)| < k_b. \quad (20)$$

然而, 分别对MBLF和TBLF求导可得

$$\dot{V}_n = \left(1 + \frac{1}{k_b^2 - z^2}\right) z \dot{z}, \quad (21)$$

$$\dot{V}_t = \frac{z \dot{z}}{\cos^2\left(\frac{\pi z^2}{2k_b^2}\right)}. \quad (22)$$

对比式(21)和式(22)不难发现, TBLF中三角函数的引入会增加控制器的复杂度, 而本文提出的SMBLF则不存在此问题.

引理1 对任意常数 k_b 和向量 $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$, 当 $\|z\| < k_b$ 时, 则下式成立:

$$\left(1 + \frac{1}{k_b^2 - z^T z}\right) z^T z \geq \ln \frac{k_b^2 e^{z^T z}}{k_b^2 - z^T z}. \quad (23)$$

证 令 $K = k_b^2$, $x_z = z^T z$. 定义 $F(x_z) = \frac{x_z}{K - x_z} - \ln \frac{K}{K - x_z}$, 对 $F(x_z)$ 求导可得

$$\dot{F}(x_z) = \frac{x_z}{(K - x_z)^2} \geq 0. \quad (24)$$

从式(24)中可知, $F(x_z)$ 是一个增函数. 且 $F(0)=0$, 由于 $x_z = z^T z \geq 0$, 则有 $F(x_z) \geq 0$ 成立, 即

$$\frac{z^T z}{k_b^2 - z^T z} \geq \ln \frac{k_b^2}{k_b^2 - z^T z}. \quad (25)$$

在不等式(25)两边同时增加 $z^T z$, 整理可得

$$(1 + \frac{1}{k_b^2 - z^T z})z^T z \geq \ln \frac{k_b^2 e^{z^T z}}{k_b^2 - z^T z}. \quad (26)$$

证毕.

3.2 非对称改进型障碍李雅普诺夫函数

由于现实系统中变量受约束的上界和下界不一定是对称的, 因此为了达到不对称约束的控制目标, 本文进一步提出非对称改进型障碍李雅普诺夫函数 (asymmetric modified barrier Lyapunov function, AMBLF), 其表达形式如下:

$$V_{an} = \frac{1}{2}q(z) \ln \frac{k_a^2 e^{z^2}}{k_a^2 - z^2} + \frac{1}{2}(1 - q(z)) \ln \frac{k_b^2 e^{z^2}}{k_b^2 - z^2}, \quad (27)$$

其中 k_a 和 k_b 为两个正常数, 分别为约束的上界和下界, 满足 $-k_b < z(0) < k_a$, 函数 $q(z)$ 的形式为

$$q(z) = \begin{cases} 1, & z > 0, \\ 0, & z \leq 0. \end{cases} \quad (28)$$

根据式(28), 式(27)可以被改写为

$$V_{an} = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \frac{k_a^2 e^{z^2}}{k_a^2 - z^2}, & 0 < z < k_a, \\ \frac{1}{2} \ln \frac{k_b^2 e^{z^2}}{k_b^2 - z^2}, & -k_b < z \leq 0. \end{cases} \quad (29)$$

从式(29)可见, V_{an} 在 $z \in (-k_b, 0]$ 和 $z \in (0, k_a)$ 两个分段中都是光滑连续的, 且在零点左右极限相等, 因此 V_{an} 是连续函数. 并且, V_{an} 的左右导数在零点处相等, 即 $\lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{dV_{an}}{dz} = \lim_{z \rightarrow 0^-} \frac{dV_{an}}{dz} = 0$, 因此 V_{an} 的一阶导数也是连续的.

引理2 对任意常数 k_a, k_b 和变量 z , 当 $z \in (-k_b, k_a)$ 时, 则下式成立:

$$\frac{1}{2}(1 + \frac{q(z)}{k_a^2 - z^2} + \frac{1 - q(z)}{k_b^2 - z^2})z^2 \geq V_{an}. \quad (30)$$

证 当 $z > 0$ 时, 根据式(29)和引理1可得

$$V_{an} = \frac{1}{2} \ln \frac{k_a^2 e^{z^2}}{k_a^2 - z^2} \leq \frac{1}{2}(1 + \frac{q(z)}{k_a^2 - z^2}). \quad (31)$$

同理, 当 $z \leq 0$ 时, 下式成立:

$$V_{an} = \frac{1}{2} \ln \frac{k_b^2 e^{z^2}}{k_b^2 - z^2} \leq \frac{1}{2}(1 + \frac{1 - q(z)}{k_b^2 - z^2}). \quad (32)$$

结合式(31)–(32)可得式(30)成立. 证毕.

对比式(18)(27)可知, 当取 $k_a = k_b$ 时, SMBLF和AMBLF相同, 因此SMBLF可被认为是AMBLF的特例. 与SMBLF相比, AMBLF的参数 k_a 和 k_b 可以分开设计, 因此可以实现更为精确的约束效果. 同时, 相比AMBLF, SMBLF参数较少, 因此在约束上下界对称的情况下应使用SMBLF, 反之则使用AMBLF.

4 输出反馈控制器设计

4.1 观测器设计

在控制器设计之前, 首先设计状态观测器估计未知状态量, 将系统(15)改写为以下状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Ky + BE(x) + \\ \quad BGJ^{-1} \text{sat } u + Bd', \\ y = C^T x, \end{cases} \quad (33)$$

$$\text{其中: } A = \begin{bmatrix} -k_1 I_3 & I_3 \\ -k_2 I_3 & 0_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad K = \begin{bmatrix} k_1 I_3 \\ k_2 I_3 \end{bmatrix}_{6 \times 3}, \quad B =$$

$$\begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix}_{6 \times 3}, \quad C = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0_3 \end{bmatrix}_{6 \times 3}. \text{ 选取适当的参数 } k_1, k_2 \text{ 使 } A$$

是赫尔维茨矩阵, 则根据李雅普诺夫定理, 对于任意的对称正定矩阵 Q , 存在一个对称正定矩阵 P 满足

$$A^T P + PA = -2Q. \quad (34)$$

针对系统(33), 设计状态观测器如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Ky + BE(\hat{x}) + \\ &\quad BGJ^{-1} \text{sat } u + H(x_1 - \hat{x}_1), \end{aligned} \quad (35)$$

其中 $\hat{x} = [\hat{x}_1^T \ \hat{x}_2^T]^T$, $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ 分别为 x_1, x_2 的估计值, H 为观测器增益矩阵, 其形式为

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & h_1 \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & h_1 \epsilon \\ h_2 \epsilon^2 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 \epsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 \epsilon^2 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

其中 $h_1, h_2, \epsilon > 0$ 是可设计的参数.

定义观测误差 $e = [e_1^T \ e_2^T]^T$, 其中 $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, 则用式(33)减式(35)可得

$$\dot{e} = Ae + B\tilde{E} + Bd' - He_1, \quad (37)$$

其中 $\tilde{E} \triangleq E(x) - E(\hat{x})$, 满足 $\|\tilde{E}\|^2 \leq \|M\|^2 \|e\|^2$, 其中 $M = [m_1 \ m_2 \ m_3]^T$, m_i 是未知利普希茨常数.

设计如下李雅普诺夫函数:

$$V_0 = \frac{1}{2} e^T P e. \quad (38)$$

根据式(34)和式(37), 可得 V_0 的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &= \frac{1}{2}e^T(PA + A^TP)e + \\ &e^TP(B\tilde{E} + Bd' - He_1) = \\ &-e^TQe + e^TPB(\tilde{E} + d') - e^TPHe_1. \quad (39)\end{aligned}$$

使用杨氏不等式性质, 有

$$\begin{aligned}e^TPB\tilde{E} &\leq |e^TPB\tilde{E}| \leq \frac{1}{2}\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|P\|^2\|\tilde{E}\|^2 \leq \\ &\frac{1}{2}\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|P\|^2\|M\|^2\|e\|^2, \quad (40)\end{aligned}$$

$$e^TPBd' \leq \frac{1}{2}\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|P\|^2d_m^2, \quad (41)$$

$$\begin{aligned}-e^TPHe_1 &\leq \frac{1}{2}e^TP^TPe + \frac{1}{2}\|H\|^2\|e\|^2 \leq \\ &\frac{1}{2}\lambda_{\max}^2(P)\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|H\|^2\|e\|^2, \quad (42)\end{aligned}$$

其中 $\lambda_{\max}(P)$ 是矩阵 P 的最大特征值.

将式(40)–(42)代入式(39), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &\leq -\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + \frac{3}{2}\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|P\|^2\|M\|^2\|e\|^2 + \\ &\frac{1}{2}\lambda_{\max}^2(P)\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|H\|^2\|e\|^2 + \\ &\frac{1}{2}\|P\|^2d_m^2 \leq -\eta\|e\|^2 + \frac{1}{2}\|P\|^2d_m^2, \quad (43)\end{aligned}$$

其中 $\eta = \lambda_{\min}(Q) - [\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\|P\|^2\|M\|^2 + \frac{1}{2}\lambda_{\max}^2(P) + \frac{1}{2}\|H\|^2]$, $\lambda_{\min}(Q)$ 是矩阵 Q 的最小特征值.

根据式(38)和式(43)可得

$$\dot{V}_0 \leq -\frac{2\eta}{\lambda_{\max}(P)}V_0 + \frac{1}{2}\|P\|^2d_m^2. \quad (44)$$

通过解微分不等式(44)可得观测误差最终收敛到如下范围:

$$\|e\| \leq \sqrt{\|P\|^2d_m^2\lambda_{\max}(P)/2\eta\lambda_{\min}(P)}, \quad (45)$$

其中 $\lambda_{\min}(P)$ 是矩阵 P 的最小特征值, 因此可以通过选取适当的参数 k_1 , k_2 和正定矩阵 Q , 使得 $\lambda_{\min}(Q)$ 足够大, 如此可以使得 η 足够大, 从而保证观测误差 e 收敛到足够小的范围内.

4.2 控制器设计

定义跟踪误差 $e_\sigma = \sigma - \sigma_d$, 其中 σ_d 是期望姿态, 满足 $\|\sigma_d\| \leq \bar{\sigma}_1$, $\|\dot{\sigma}_d\| \leq \bar{\sigma}_2$, 其中 $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$ 是两个正常数. 为补偿执行器饱和和引起的输入非线性, 构建如下二阶辅助系统^[35–36]:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -c_1\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = -c_2\xi_2 + GJ^{-1}\Delta u, \end{cases} \quad (46)$$

其中: $c_1, c_2 > 0$ 为可设计参数, $\xi_1 = [\xi_{11} \ \xi_{12} \ \xi_{13}]^T$ 和 $\xi_2 = [\xi_{21} \ \xi_{22} \ \xi_{23}]^T$ 为辅助变量.

设计如下虚拟变量 z_1 和 z_2 :

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - \sigma_d - \xi_1, \\ z_2 = \hat{x}_2 - \alpha - \xi_2, \end{cases} \quad (47)$$

其中 α 是虚拟控制律, 其形式在式(52)给出.

步骤 1 对 z_1 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\sigma}_d - \dot{\xi}_1 = x_2 - \dot{\sigma}_d - \dot{\xi}_1 = \\ &e_2 + \hat{x}_2 - \dot{\sigma}_d - \dot{\xi}_1. \quad (48)\end{aligned}$$

设计非对称改进型障碍李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 [q(z_{1i}) \ln \frac{k_{a1i}^2 e^{z_{1i}^2}}{k_{a1i}^2 - z_{1i}^2} + \\ &(1 - q(z_{1i})) \ln \frac{k_{b1i}^2 e^{z_{1i}^2}}{k_{b1i}^2 - z_{1i}^2}], \quad (49)\end{aligned}$$

其中 $k_{a1i} > z_{1i}(0) > -k_{b1i}$, $i = 1, 2, 3$, k_{a1i} 和 k_{b1i} 是 z_{1i} 的可设计的上下界参数.

由式(48), 可得 V_1 导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^3 (1 + \frac{q(z_{1i})}{k_{a1i}^2 - z_{1i}^2} + \frac{1 - q(z_{1i})}{k_{b1i}^2 - z_{1i}^2}) z_{1i} \dot{z}_{1i} = \\ &z_1^T \Gamma_1 \dot{z}_1 = z_1^T \Gamma_1 (e_2 + \hat{x}_2 - \dot{\sigma}_d - \dot{\xi}_1), \quad (50)\end{aligned}$$

其中: $\Gamma_1 = \text{diag}\{\Gamma_{11}, \Gamma_{12}, \Gamma_{13}\}$, $\Gamma_{1i} = 1 + \frac{q(z_{1i})}{k_{a1i}^2 - z_{1i}^2}$

$+ \frac{1 - q(z_{1i})}{k_{b1i}^2 - z_{1i}^2}$, $i = 1, 2, 3$.

将式(47)代入式(50), 可得

$$\dot{V}_1 = z_1^T \Gamma_1 (e_2 + z_2 + \alpha + \xi_2 - \dot{\sigma}_d - \dot{\xi}_1), \quad (51)$$

其中虚拟控制律 α 设计为

$$\alpha = -(\frac{\|\Gamma_1\|^2 \Gamma_1^{-1}}{2} + c_1)z_1 - c_1\xi_1 + \dot{\sigma}_d. \quad (52)$$

使用杨氏不等式性质, 可得

$$z_1^T \Gamma_1 e_2 \leq \frac{\|\Gamma_1\|^2}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2}\|e\|^2. \quad (53)$$

将式(46)–(53)代入式(51), 可得

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 z_1^T \Gamma_1 z_1 + \frac{1}{2}\|e\|^2 + z_1^T \Gamma_1 z_2. \quad (54)$$

步骤 2 对 z_2 求导, 并由式(46)和式(35)可得

$$\begin{aligned}\dot{z}_2 &= \dot{\hat{x}}_2 - \dot{\alpha} - \dot{\xi}_2 = \\ &k_2 e_1 + E(\hat{x}) + GJ^{-1} \text{sat } u + H_2 e_1 - \dot{\alpha} - \dot{\xi}_2 = \\ &k_2 e_1 + E(\hat{x}) + GJ^{-1}(u + \Delta u) + \\ &H_2 e_1 - \dot{\alpha} + c_2 \xi_2 - GJ^{-1} \Delta u = \\ &k_2 e_1 + E(\hat{x}) + GJ^{-1} u + H_2 e_1 - \dot{\alpha} + c_2 \xi_2. \quad (55)\end{aligned}$$

设计如下李雅普诺夫函数:

$$V_2 = V_0 + V_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 [q(z_{2i}) \ln \frac{k_{a2i}^2 e^{z_{2i}^2}}{k_{a2i}^2 - z_{2i}^2} +$$

$$(1 - q(z_{2i})) \ln \frac{k_{b2i}^2 e^{z_{2i}^2}}{k_{b2i}^2 - z_{2i}^2}, \quad (56)$$

其中: $k_{a2i} > z_{2i}(0) > -k_{b2i}$, $i = 1, 2, 3$, k_{a2i} 和 k_{b2i} 是 z_{2i} 的可设计的上下界参数

对 V_2 求导, 并将式(43)(54)和式(55)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\eta \|e\|^2 + \frac{1}{2} \|P\|^2 d_m^2 - c_1 z_1^T \Gamma_1 z_1 + \\ & \frac{1}{2} \|e\|^2 + z_1^T \Gamma_1 z_2 + z_2^T \Gamma_2 (k_2 e_1 + E(\hat{x}) + \\ & GJ^{-1}u + H_2 e_1 - \dot{\alpha} + c_2 \xi_2), \end{aligned} \quad (57)$$

其中 $\Gamma_2 = \text{diag}\{\Gamma_{21}, \Gamma_{22}, \Gamma_{23}\}$, $\Gamma_{2i} = 1 + \frac{q(z_{2i})}{k_{a2i}^2 - z_{2i}^2} + \frac{1 - q(z_{2i})}{k_{b2i}^2 - z_{2i}^2}$, $i = 1, 2, 3$.

设计实际控制律 u 设计为

$$\begin{aligned} u = & -JG^{-1}[(c_2 + \frac{k_2 + 1}{2} \| \Gamma_2 \|^2 \Gamma_2^{-1}) z_2 + \\ & E(\hat{x}) - \dot{\alpha} + c_2 \xi_2 + \Gamma_2^{-1} \Gamma_1 z_1], \end{aligned} \quad (58)$$

其中 $\dot{\alpha}$ 的表达形式为

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial z_1} \dot{z}_1 - c_1 (\xi_2 - c_1 \xi_1) + \ddot{\alpha}_d.$$

文献[22]指出, 在障碍李雅普诺夫函数的约束作用下, 当 z_1 和 z_2 初始条件满足 $z_{1i}(0) \in (-k_{b1i}, k_{a1i})$, $z_{2i}(0) \in (-k_{b2i}, k_{a2i})$, $i = 1, 2, 3$ 时, z_{1i} 和 z_{2i} 均不会到达边界, 即 $z_{1i} \neq -k_{b1i}$ 或 k_{a1i} , $z_{2i} \neq -k_{b2i}$ 或 k_{a2i} . 则 u , α 和 $\dot{\alpha}$ 均有界且不会出现奇异值问题.

在实际应用中, 系统的初始状态一般是给定的, 参数 k_{a1i} 和 k_{b1i} 可根据所需约束要求预先设计. 如初始状态未给定, 可设计较大的 k_{a1i} 和 k_{b1i} . 由于本文提出的改进型障碍李雅普诺夫函数可以同时适用于约束和非约束情况, 因此相比传统对数障碍李雅普诺夫方法, 本文的方法有更大的参数选择范围, 保证 z_{1i} 的初始值属于 $(-k_{b1i}, k_{a1i})$.

5 稳定性分析

定理 1 针对航天器系统(3)和(4), 在状态观测器(35), 虚拟控制律(52)和实际控制律(58)作用下, 航天器姿态观测误差和跟踪误差能够达到一致最终有界.

证 基于李雅普诺夫函数(56),

$$\begin{aligned} V_2 = & V_0 + V_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 [q(z_{2i}) \ln \frac{k_{a2i}^2 e^{z_{2i}^2}}{k_{a2i}^2 - z_{2i}^2} + \\ & (1 - q(z_{2i})) \ln \frac{k_{b2i}^2 e^{z_{2i}^2}}{k_{b2i}^2 - z_{2i}^2}]. \end{aligned}$$

根据杨氏不等式性质可得

$$k_2 z_2^T \Gamma_2 e_1 \leq \frac{\| \Gamma_2 \|^2 k_2}{2} z_2^T z_2 + \frac{k_2}{2} \|e\|^2, \quad (59)$$

$$z_2^T \Gamma_2 H_2 e_1 \leq \frac{\| \Gamma_2 \|^2}{2} z_2^T z_2 + \frac{1}{2} \|H_2\|^2 \|e\|^2. \quad (60)$$

将式(46)(59)(60)代入式(57), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\eta \|e\|^2 + \frac{1}{2} \|P\|^2 d_m^2 - c_1 z_1^T \Gamma_1 z_1 + \\ & \frac{1}{2} \|e\|^2 + z_1^T \Gamma_1 z_2 + \frac{k_2 + \|H_2\|^2}{2} \|e\|^2 + \\ & \frac{\| \Gamma_2 \|^2 (k_2 + 1)}{2} z_2^T z_2 + \\ & z_2^T \Gamma_2 (E(\hat{x}) + GJ^{-1}u - \dot{\alpha} + c_2 \xi_2). \end{aligned} \quad (61)$$

将实际控制律(58)代入式(61), 则 V_2 的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -(\eta - \frac{1 + k_2 + \|H_2\|^2}{2}) \|e\|^2 - \\ & c_1 z_1^T \Gamma_1 z_1 - c_2 z_2^T \Gamma_2 z_2 + \frac{1}{2} \|P\|^2 d_m^2. \end{aligned} \quad (62)$$

根据引理2, 不等式(62)可以被改写成

$$\dot{V}_2 \leq -CV_2 + \mu, \quad (63)$$

其中: $C = \min\{[2(\eta - \frac{1 + k_2 + \|H_2\|^2}{2})/\lambda_{\max}(P)], 2c_1, 2c_2\}$, $\mu = \frac{1}{2} \|P\|^2 d_m^2$. 根据李雅普诺夫定理, 只要取适当的参数使得 $C > 0$, 则观测误差 e , 虚拟变量 z_1 和 z_2 均可达到一致最终有界. 由式(58)可得, 控制信号 u 有界, 因此 $\Delta u = \text{sat } u - u$ 亦有界.

令 $\mu_0 = \frac{\mu}{C}$, 则解微分不等式(63)可得

$$0 \leq V_2(t) \leq \mu_0 + (V_2(0) - \mu_0)e^{-Ct}. \quad (64)$$

结合式(49)和式(64), 有

$$\begin{aligned} q(z_{1i}) \ln \frac{k_{a1i}^2 e^{z_{1i}^2}}{k_{a1i}^2 - z_{1i}^2} + (1 - q(z_{1i})) \ln \frac{k_{b1i}^2 e^{z_{1i}^2}}{k_{b1i}^2 - z_{1i}^2} \leq \\ 2[\mu_0 + (V_2(0) - \mu_0)e^{-Ct}], \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (65)$$

令 $\mu_1(t) = \mu_0 + (V_2(0) - \mu_0)e^{-Ct}$, 通过解不等式(65)可得

$$-k_{b1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_1(t)}} \leq z_{1i} \leq k_{a1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_1(t)}}. \quad (66)$$

以下进一步讨论辅助变量 ξ_1 和 ξ_2 的有界性, 故设计如下雅普诺夫函数:

$$V_\xi = \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} \xi_2^T \xi_2. \quad (67)$$

对 V_ξ 求导并代入式(46), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi = & \xi_1^T \dot{\xi}_1 + \xi_2^T \dot{\xi}_2 = \\ & -c_1 \xi_1^T \xi_1 - c_2 \xi_2^T \xi_2 + \xi_1^T \xi_2 + \xi_2^T GJ^{-1} \Delta u. \end{aligned} \quad (68)$$

根据杨氏不等式, 有如下不等式成立:

$$\xi_1^T \xi_2 \leq \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} \xi_2^T \xi_2, \quad (69)$$

$$\xi_2^T G J^{-1} \Delta u \leq \frac{1}{2} \xi_2^T \xi_2 + \frac{1}{2} \mu_G \|J^{-1}\| \|\Delta u\|^2. \quad (70)$$

将式(69)–(70)代入式(68), 可得

$$\dot{V}_\xi \leq -C_\xi V_\xi + \frac{1}{2} \mu_G \|J^{-1}\| \|\Delta u\|^2, \quad (71)$$

其中 $C_\xi = \min\{2c_1 - 1, 2c_2 - 2\}$.

由于 Δu 有界, 因此只要保证 $C_\xi > 0$, 则可证明虚拟变量 ξ_1 和 ξ_2 均一致最终有界.

令 $\mu_\xi(t) = \frac{\mu_G \|J^{-1}\| \|\Delta u\|^2}{2C_\xi}$, 结合式 (67)(71), 根据文献[35]可推出

$$\|\xi_1\|_2^2 = \int_0^\infty \|\xi_1\|^2 d\tau \leq \frac{2}{C_\xi} [(V_\xi(0) - V_\xi(\infty)) + \int_0^\infty \mu_\xi(t) d\tau]. \quad (72)$$

取 $\xi_1(0) = \xi_2(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$, 则 $V_\xi(0) = 0$, 进而得到 ξ_{1i} 的界满足

$$|\xi_{1i}| \leq \|\xi_1\|_2 \leq \sqrt{\frac{2}{C_\xi}} \|\mu_\xi(t)\|_2. \quad (73)$$

由于 $z_{1i} = e_{\sigma i} - \xi_{1i}$, $i = 1, 2, 3$, 根据式(66)和(73), 可得跟踪误差 $e_{\sigma i}$, $i = 1, 2, 3$ 满足

$$\underline{e}_{\sigma i} \leq e_{\sigma i} \leq \bar{e}_{\sigma i}, \quad (74)$$

其中 $\underline{e}_{\sigma i}$ 和 $\bar{e}_{\sigma i}$ 分别为

$$\underline{e}_{\sigma i} = -k_{b1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_1}} - \sqrt{\frac{2}{C_\xi}} \|\mu_\xi(t)\|_2, \quad (75)$$

$$\bar{e}_{\sigma i} = k_{a1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_1}} + \sqrt{\frac{2}{C_\xi}} \|\mu_\xi(t)\|_2. \quad (76)$$

从式(74)可知, 跟踪误差的界与 MBLF 参数 k_{a1} , k_{b1} 以及饱和程度 Δu 相关, 当时间 $t \rightarrow \infty$ 时, 如果 $\Delta u \rightarrow [0 \ 0 \ 0]^T$, 则 $\mu_\xi \rightarrow 0$, 且 $\xi_{1i} \rightarrow 0$. 从而可得 $e_{\sigma i} \rightarrow z_{1i}$, 且 $\mu_1(t) \rightarrow \mu_0$, 因此跟踪误差 $e_{\sigma i}$, $i = 1, 2, 3$ 将最终收敛至与参数 k_{a1} 和 k_{b1} 相关的界 $(-k_{b1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_0}}, k_{a1i} \sqrt{1 - e^{-2\mu_0}})$ 以内. 证毕.

在控制器(58)中, 参数 k_{a1i} , k_{b1i} , k_{a2i} , k_{b2i} , $i = 1, 2, 3$ 需依据约束要求设置且保证 $-k_{b1i} < z_{1i}(0) < k_{a1i}$, $-k_{b2i} < z_{2i}(0) < k_{a2i}$, $i = 1, 2, 3$. 尽管较小的 k_{a1i} , k_{b1i} , k_{a2i} , k_{b2i} 能够实现更好的约束效果, 但可能会增加控制力矩. 同时, 较大的控制器增益 c_1, c_2 能够提高收敛速度但也会增加控制力矩. 因此, 控制参数 k_{a1i} , k_{b1i} , k_{a2i} , k_{b2i} 和 c_1, c_2 的选择需要同时考虑约束性能和控制力矩.

6 数值仿真

本节给出数值仿真实例验证本文控制方法的有效性和优越性, 其中期望轨迹为

$$\sigma_d = [\sin(1.5t + \pi) \ \sin(t + \pi) \ 1.5 \sin t]^T,$$

航天器系统(3)和(4)的名义惯量矩阵 J , 外部干扰 d 和状态量 σ 的初始值分别设置为^[11]

$$J = 0.001 \begin{bmatrix} 20 & 1.2 & 0.09 \\ 1.2 & 17 & 1.4 \\ 0.09 & 1.4 & 15 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$d = 1.5 \times 10^{-3} [3 \cos(0.8t) + 1, 1.5 \sin(0.8t) + 3 \cos(0.8t), 3 \sin(0.8t) + 1]^T \text{ N} \cdot \text{m}$$

和

$$\sigma(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \dot{\sigma}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T.$$

转动惯量不确定性 ΔJ 设置为

$$\Delta J = 0.02 \begin{bmatrix} \sin t & 0 & 0 \\ 0 & \cos(0.5t) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(0.5t) \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

为体现本文所提方法的有效性和优越性, 本节将饱和约束设为 $\bar{u} = [0.3 \ 0.3 \ 0.3]^T \text{ N} \cdot \text{m}$, 并对以下两种控制方法进行对比:

M1: 本文提出的全状态约束反步控制方法, 包括状态观测器(35)、辅助系统(46)、控制器(52)和(58). 其中: 状态观测器的参数为 $k_1 = 40$, $k_2 = 2$, $h_1 = 1$, $h_2 = 4.5$, $\epsilon = 20$; 虚拟控制律和实际控制律的参数分别为 $c_1 = 5$, $c_2 = 2$; MBLF 的参数为 $k_{a1i} = 0.2$, $k_{b1i} = 0.15$, $k_{a2i} = 4$, $k_{b2i} = 2$.

M2: 文献[35]中的反步控制方法, 其中状态观测器与M1相同, 虚拟控制律和实际控制律设计如下:

$$\alpha = -\left(\frac{1}{2} + c_1\right)z_1 - c_1\xi_1 + \dot{\sigma}_d, \quad (77)$$

$$u = -JL(E(\hat{x}) - \dot{\alpha} + \frac{k_2 + 1}{2}z_2 +$$

$$c_2z_2 + c_2\xi_2 + z_1). \quad (78)$$

观测器和控制器的相关参数均与M1相同.

仿真结果如图1–6所示. 图1和图2分别为航天器姿态输出跟踪效果和跟踪误差的范数 $\|e_\sigma\|$, 由图中可知, 两种方法在无角速度测量情况下航天器输出均能跟踪给定期望轨迹, 但本文给出的M1方法有更小的稳态误差即更高的控制精度. 图3为虚拟变量 z_1 的曲线, 从图中可以明显看出, 本文提出的M1方法使得 z_1 受到约束, 因此有了更快的收敛速度和更小的稳态误差. 图4给出两种控制策略的饱和控制力矩 $\text{sat } u$, 从图中可以看出两者的力矩没有太大的区别, 而M1方法却能提供更好的控制效果体现其优越性. 图5给出状态观测器的观测误差曲线, 从图中可以看出观测器(35)能够较好地估计未知状态量.

为了更好体现本文方法饱和和补偿的有效性, 将饱和约束设为 $\bar{u} = [0.18 \ 0.18 \ 0.18]^T \text{ N} \cdot \text{m}$, 并将M1方法与以下控制方法对比.

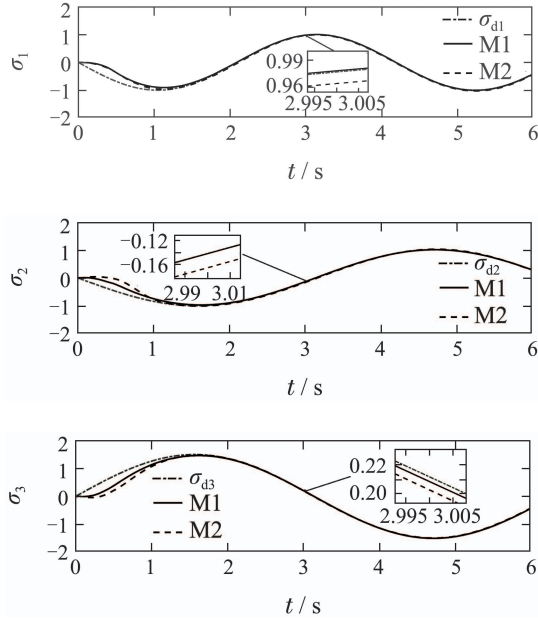
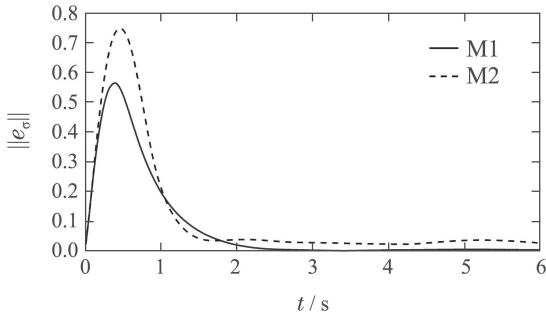
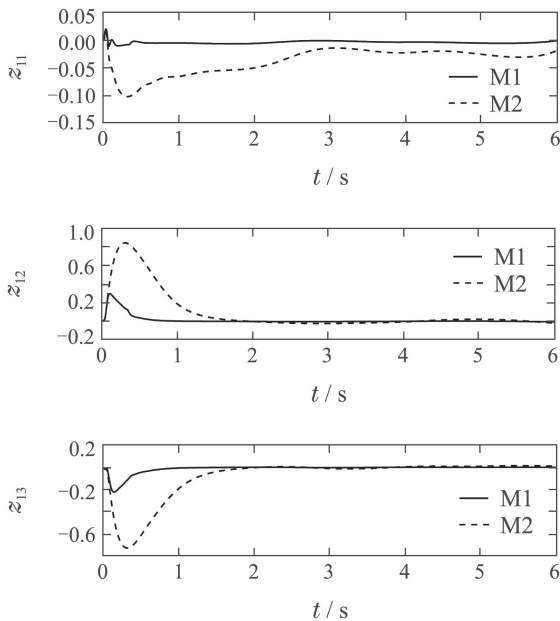
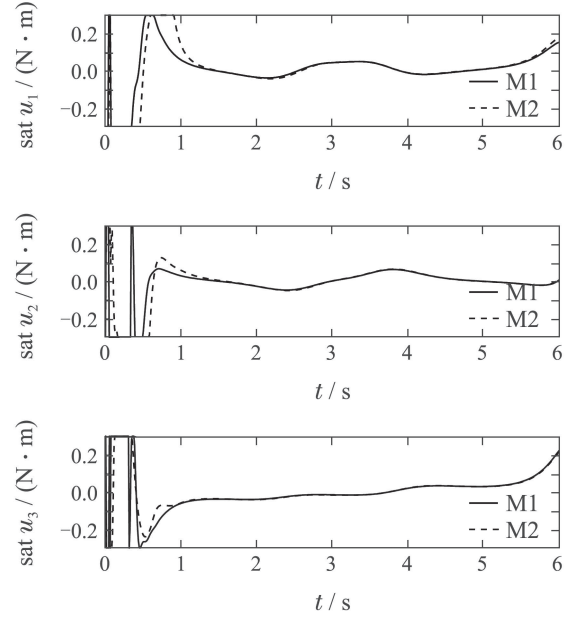
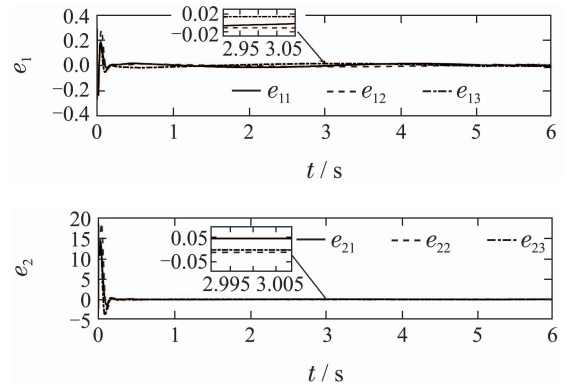


图1 输出跟踪效果

Fig. 1 Output tracking performance

图2 跟踪误差的范数 $\|e_\sigma\|$ Fig. 2 Norm of tracking error $\|e_\sigma\|$ 图3 虚拟变量 z_1 Fig. 3 Virtual state z_1 图4 饱和控制力矩 $\text{sat } u$ Fig. 4 Saturated control torque $\text{sat } u$ 图5 观测误差 e_1 和 e_2 Fig. 5 Observation errors e_1 and e_2

M3: 不含辅助系统(46)的全状态约束反步控制方法. 其中状态观测器与M1相同, 虚拟控制律和实际控制律设计如下:

$$\alpha = -\left(\frac{\|\Gamma_1\|^2 \Gamma_1^{-1}}{2} + c_1\right)z_1 + \dot{\sigma}_d, \quad (79)$$

$$u = -JG^{-1}\left[\left(c_2 + \frac{k_2 + 1}{2}\|\Gamma_2\|^2 \Gamma_2^{-1}\right)z_2 + E(\hat{x}) - \dot{\alpha} + \Gamma_2^{-1}\Gamma_1 z_1\right], \quad (80)$$

其中虚拟变量 z_1 和 z_2 为

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - \sigma_d, \\ z_2 = \hat{x}_2 - \alpha. \end{cases} \quad (81)$$

控制律所有的参数均与M1方法相同.

仿真对比结果如图6–9所示. 图6和图7分别为航天器姿态输出跟踪效果和跟踪误差的范数 $\|e_\sigma\|$, 从图中可以看出, 即使执行器只能提供很小的力矩, M1和

M3方法依然可以跟踪上目标轨迹,但M1方法在相同的情况下比M3有更小的误差即更好的控制精度.图8为两种方法的饱和和控制力矩 $\text{sat } u$,可见饱和比较严重,但是本文的M1方法可以更快脱离饱和状态也更加光滑.为了更好说明M1方法的优越性,本文引入能量消耗这一指标^[37],具体形式为 $E_{\text{eng}} = \int_0^t \text{sat } u^T(\tau) \cdot \text{sat } u(\tau) d\tau$,两种方法的能量消耗如图9中所示,从中可以看出M1方在拥有更好控制效果的同时也消耗更少的能量.以上仿真结果表明,本文所提的全状态约束输出反馈方法在输入饱和的情况下依然具有较高的控制精度和良好的鲁棒性.

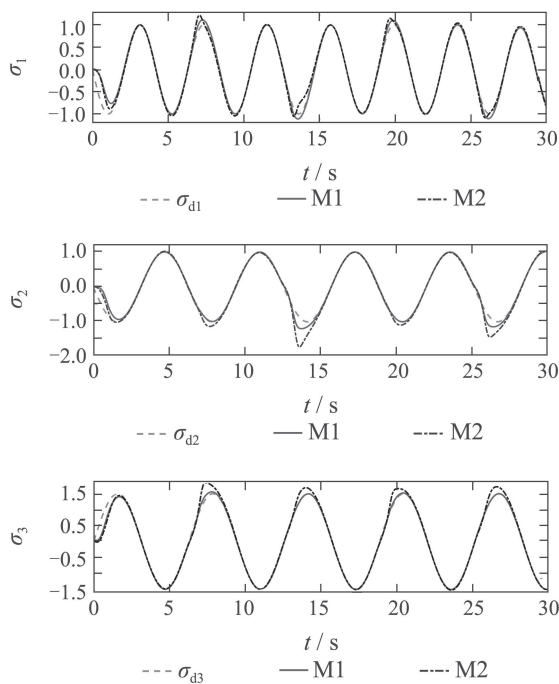
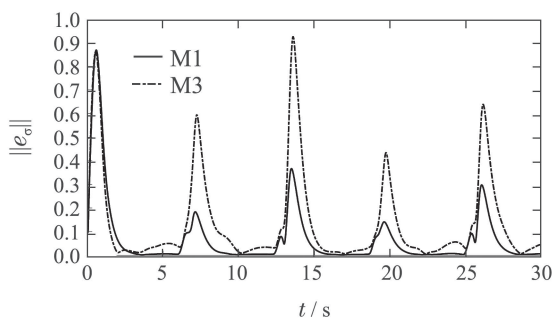
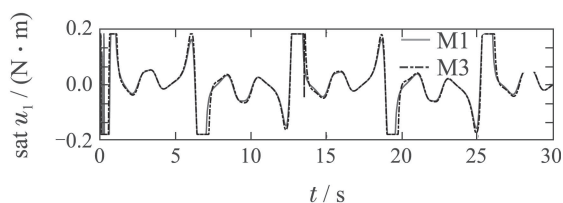
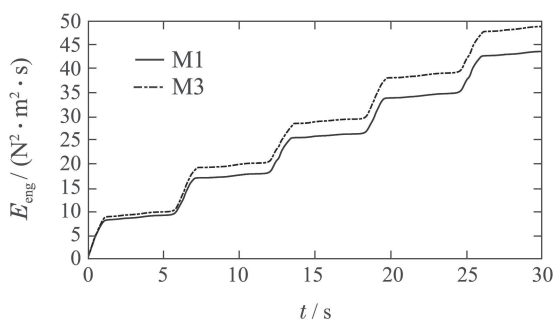


图6 输出跟踪效果

Fig. 6 Output tracking performance

图7 跟踪误差的范数 $\|e_{\sigma}\|$ Fig. 7 Norm of tracking error $\|e_{\sigma}\|$ 图8 饱和控制力矩 $\text{sat } u$ Fig. 8 Saturated control torque $\text{sat } u$ 图9 能量消耗 E_{eng} Fig. 9 Energy consumption E_{eng}

7 结论

针对由修正罗德里格参数描述的航天器姿态跟踪模型,提出无角速度测量的全状态约束控制方法.设计状态观测器估计未知状态量用于反馈控制.提出可以适用于约束与非约束情况的改进型障碍李雅普诺夫函数,并引入辅助系统设计输出反馈控制器确保系统在输入饱和情况下的全状态约束以及航天器姿态跟踪性能.通过仿真对比验证了本文方法的有效性.

参考文献:

- [1] XIA Y Q, ZHU Z, FU M Y, et al. Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 647 – 659.
- [2] XU B, WANG D, ZHANG Y, et al. DOB based neural control of flexible hypersonic flight vehicle considering wind effects. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(11): 8676 – 8685.
- [3] SUN Liang, HUO Wei. Adaptive relative motion control of spacecraft approaching a tumbling target. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2014, 34(11): 1319 – 1330.
(孙亮, 霍伟. 航天器逼近自由翻滚目标的自适应相对运动控制. *系统科学与数学*, 2014, 34(11): 1319 – 1330.)
- [4] HU Q, SHAO X. Smooth finite-time fault-tolerant attitude tracking control for rigid spacecraft. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 55(8): 144 – 157.
- [5] NICOSIA S, TOMEI P. Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 970 – 977.

- [6] WEN J T, KREUTA-DELGADO K. The attitude control problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(10): 1148 – 1162.
- [7] LIZARRALDE F, WEN J T. Attitude control without angular velocity measurement: A passivity approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(13): 468 – 472.
- [8] ZHENG Zhong, SONG Shenmin. Rotation matrix based passive attitude tracking control of spacecraft without angular velocity measurements. *Control and Decision*, 2014, 29(9): 1628 – 1632.
(郑重, 宋申民. 基于旋转矩阵描述的航天器无角速度测量姿态跟踪无源控制. 控制与决策, 2014, 29(9): 1628 – 1632.)
- [9] AKELLA M R, THAKUR D, MAZENC F. Partial Lyapunov strictification: smooth angular velocity observers for attitude tracking control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, 38(3): 442 – 451.
- [10] KRISTIANSEN R, LORIA A, CHAILLET A, et al. Spacecraft relative rotation tracking without angular velocity measurements. *Automatica*, 2009, 45(3): 750 – 756.
- [11] HUO B, XIA Y, YIN L, et al. Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(8): 1898 – 1908.
- [12] WANG Qing, GONG Ligang, DONG Chaoyang. Passive attitude tracking control of spacecraft based on time-varying gain ESO. *Control and Decision*, 2018, 33(2): 193 – 202.
(王青, 龚立刚, 董朝阳. 基于时变增益ESO的航天器无源姿态跟踪控制. 控制与决策, 2018, 33(2): 193 – 202.)
- [13] GUO Y, HUANG B, GUO J H, et al. Velocity-free sliding mode control for spacecraft with input saturation. *Acta Astronautica*, 2019, 154: 1 – 8.
- [14] ZHANG X, ZONG Q, TIAN B, et al. Continuous robust fault-tolerant control and vibration suppression for flexible spacecraft without angular velocity. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, DOI: 10.1002/rnc.4584.
- [15] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.
- [16] NA J, HUANG Y, WU X, et al. Active adaptive estimation and control for vehicle suspensions with prescribed performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, DOI: 10.1109/TCST.2017.2746060.
- [17] CHEN M, SHAO S Y, JIANG B. Adaptive neural control of uncertain nonlinear systems using disturbance observer. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(3): 3110 – 3123.
- [18] ILCHMAN A, SCHUSTER H. Tracking control with prescribed transient behavior degree. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(5): 396 – 406.
- [19] CHEN Qiang, TANG Xiaoqing. Nonsingular terminal sliding-mode funnel control for prescribed performance of motor servo systems with unknown input saturation. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(8): 1064 – 1071.
(陈强, 汤筱晴. 带有饱和的电机伺服系统非奇异终端滑模funnel控制. 控制理论与应用, 2015, 32(8): 1064 – 1071.)
- [20] WANG S, REN X, NA J, et al. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2017, 14(1): 98 – 108.
- [21] NGO K B, MAHONY R, JIANG Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints. *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC 2005*. Seville: IEEE, 2005, 12: 8306 – 8312.
- [22] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, 45(4): 918 – 927.
- [23] XU J, JIN X. State-constrained iterative learning control for a class of MIMO systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(5): 1322 – 1327.
- [24] LIU Y J, GONG M, TONG S, et al. Adaptive fuzzy output feedback control for a class of nonlinear systems with full state constraints. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, DOI: 10.1109/TFUZZ.2018.2798577.
- [25] CHEN Z, CHEN Q, HE X, et al. Adaptive backstepping control design for uncertain rigid spacecraft with both input and output constraints. *IEEE Access*, 2018, 6: 60776 – 60789.
- [26] HU Q. Robust adaptive backstepping attitude and vibration control with L2-gain performance for flexible spacecraft under angular velocity constraint. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3/5): 285 – 298.
- [27] SUN L, HUO W, JIAO Z. Adaptive backstepping control of spacecraft rendezvous and proximity operations with input saturation and full-state constraint. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(1): 480 – 492.
- [28] LUO J, YIN Z, WEI C, et al. Low-complexity prescribed performance control for spacecraft attitude stabilization and tracking. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 74: 173 – 183.
- [29] ZHANG C, MA G, SUN Y, et al. Observer-based prescribed performance attitude control for flexible spacecraft with actuator saturation. *ISA Transactions*, 2019, DOI: 10.1016/j.isat.2018.12.027.
- [30] HU Q, SHAO X, GUO L. Adaptive fault-tolerant attitude tracking control of spacecraft with prescribed performance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, 23(1): 331 – 341.
- [31] CHEN Z, CHEN Q, HE X, et al. Adaptive finite-time command filtered fault-tolerant control for uncertain spacecraft with prescribed performance. *Complexity*, 2018, 2018: 1 – 12.
- [32] WANG Yongjun, QIN Yongyuan, SHU Dongliang. Analysis of relationship between Rodrigues parameters and quaternion. *Fire Control and Command Control*, 2008, 33(3): 71 – 73.
(王勇军, 秦永元, 舒东亮. Rodrigues参数与四元数间的关系分析. 火力与指挥控制, 2008, 33(3): 71 – 73.)
- [33] HANSPETER S, JUNKLINS J L. Stereographic orientation parameters for attitude dynamics: a generalization of the Rodrigues parameters. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1996, 44(1): 1 – 19.
- [34] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1996, 19(6): 1381 – 1383.
- [35] ZHOU J, WEN C. *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-variations*. New York: Springer, 2008.
- [36] YANG Q, CHEN M. Adaptive neural prescribed performance tracking control for near space vehicles with input nonlinearity. *Neurocomputing*, 2016, 174(1): 780 – 789.
- [37] GUI H, VUKOVICH G. Adaptive fault-tolerant spacecraft attitude control using a novel integral terminal sliding mode. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(16): 3174 – 3196.

作者简介:

陈中天 博士, 目前研究方向为飞行器控制、约束控制等, E-mail: tcczt@163.com;

陈强 副教授, 目前研究方向为交流伺服电机控制、飞行器控制、自适应神经网络控制等, E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn;

孙明轩 教授, 目前研究方向为迭代学习控制、飞行器控制、交流伺服电机控制等, E-mail: mxsun@zjut.edu.cn;

何熊熊 教授, 目前研究方向为学习控制、多智能体系统、信号处理等, E-mail: hxx@zjut.edu.cn.