DOI: 10.7641/CTA.2018.80706

# 带有完整约束的双吊车系统输入整形控制

卢 彪<sup>1</sup>, 吴 壮<sup>2</sup>, 方勇纯<sup>1†</sup>, 孙 宁<sup>1</sup>

(1. 南开大学 机器人与信息自动化研究所, 天津 300350; 2. 中国科学院 化学研究所, 北京 100190)

摘要:作为一种重要的物料运输工具,桥式吊车在各类工业场景中发挥着举足轻重的作用.然而随着负载体积/ 质量的增大,很多时候不得不使用两台吊车来协同运送负载.目前对于这类双吊车系统的防摆研究仍然较少.本文 针对这一情况,率先提出了一种输入整形控制方法.具体来说,首先分析了双吊车系统中存在的完整约束,通过对 系统模型的合理简化,在不失准确性的情况下获得了台车位移与负载姿态角之间的近似动力学关系.在此基础上, 求取出系统真实的振荡周期并设计出了合适的输入整形器.该整形器能够在不影响台车定位的情况下,充分抑制 负载的摆动,并且对系统参数不确定性具有良好的鲁棒性.仿真和实验结果也证明了这一点.

关键词: 输入整形; 完整约束; 欠驱动; 摆动抑制; 双吊车系统

引用格式: 卢彪, 吴壮, 方勇纯, 等. 带有完整约束的双吊车系统输入整形控制. 控制理论与应用, 2018, 35(12): 1805 – 1811

中图分类号: TP273 文献标识码: A

# Input shaping control for underactuated dual overhead crane system with holonomic constraints

LU Biao<sup>1</sup>, WU Zhuang<sup>2</sup>, FANG Yong-chun<sup>1†</sup>, SUN Ning<sup>1</sup>

(1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350, China;

2. Institute of Chemistry Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** As important transportation tools, cranes are playing a very important role in various industrial fields. However, as the cargoes grow larger and heavier, in many circumstances, they have to be delivered cooperatively by two cranes. Though frequently utilized, the research of such dual overhead crane system (DOCS) is still at a primary stage. In view of this, an input shaping control method is proposed for DOCS in this paper. Specifically, the holonomic constraints of the system are elaborately analyzed at first, and the model is simplified properly without losing much accuracy. Furthermore, the dynamic relationship between the trolley position and the payload swing angle is obtained. Based on that, several input shapers are designed by calculating the real oscillating period of the DOCS. The proposed method ensures good antiswing ability and satisfactory robustness against parameter uncertainties without affecting the payload positing accuracy. Simulation and experimental results also verify this point convincingly.

Key words: input shaping; holonomic constraint; underactuated; swing suppression; dual overhead crane system

**Citation:** LU Biao, WU Zhuang, FANG Yongchun, et al. Input shaping control for underactuated dual overhead crane system with holonomic constraints. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(12): 1805 – 1811

## 1 引言(Introduction)

作为一种重要的物料运输工具、吊车被广泛应用 于各个工业领域,如建筑工地、港口、生产车间、仓库 等.其主要操作目标可以概括为:将货物快速运送到 指定位置并在此过程中尽可能地抑制其摆动.由于人 工操作存在效率低、危险系数高、精度差等诸多缺点, 吊车的自动化控制研究得到了学界的普遍关注.近年 来,随着技术的不断进步,单个吊车的吊运研究已经 日益完善,并取得了丰硕的理论和实践成果<sup>[1-7]</sup>.

一般而言,单个吊车可以完成大多数货物的运送 任务.然而,随着生产力的发展,货物的尺寸和体积等 不断增大,这就对吊车的负载能力提出了更高的要求. 很多时候,不得不使用两台吊车来完成同一个负载的 运送.对于这种双吊车协作系统,尽管其使用已经相

收稿日期: 2018-09-14; 录用日期: 2018-12-19.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: fangyc@nankai.edu.cn; Tel.: +86 22-23505706.

本文责任编委:张伟.

国家自然科学基金项目(61633012),天津市自然科学基金项目(16JCZDJC30300),中国博士后科学基金项目(2016M600186)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61633012), the Natural Science Foundation of Tianjin (16JCZDJC30300) and the China Postdoctoral Science Foundation (2016M600186).

当频繁,相关研究却仍然处于起步阶段.相对于单吊 车系统,双吊车协作在建模和控制等方面有着更多的 挑战性课题.具体来说:1)由于不同吊车在负载上的 吊点不同,此时无法再将负载简化为一个质点,而必 须要考虑其几何尺寸和姿态,这使得负载摆动的运动 学描述更加困难;2)不同的吊车通过吊绳和负载相互 连接,从而形成了特定的几何结构,这给系统带来了 完整约束.为此,需要引用更多的变量(包括非独立的 变量)来进行系统的动力学特性描述.如何妥善处理 这些非独立变量,是模型建立和系统分析的一大难点; 3)双吊车协作系统的动力学特性更加复杂,非线性特 性和状态耦合也更强.此外,为了充分抑制负载摆动, 吊车之间还必须紧密协调.这些都给控制器的设计工 作带来了极大挑战.

关于吊车协作的研究可以追溯到20世纪90年代[8]. 两个悬臂式吊车在二维平面上的协调运动被初步讨 论. 然而, 该文献在当时并没有产生太大反响. 近年来, 随着生产生活的需要,类似的多吊车协作系统研究又 重新获得了国内外学者的注意. 在文献[9-10]中, 吊 车协作系统的动力学特性被充分测试和分析.然而这 些方法是基于数据和仿真的,并未对吊车本身的动力 学给出一个明确的数学描述.一些学者致力于研究双 吊车系统在起吊过程中的协作,利用并行多目标优化 遗传算法[11]或者概率地图方法[12]自动产生具有避障 功能的起吊路径. 通过充分考虑负载的摆动特性和工 作环境,该方法可以达到很高的规划成功率,由于具 有简单的结构且便于应用,输入整形技术经常被用来 解决多吊车协作的控制问题[13]. 然而目前只能针对一 些相对简单的应用场景(如吊绳平行). 此外, 当前的输 入整形器设计一般是将双吊车系统当做两个独立的 单吊车系统进行分析,没有考虑吊车之间的耦合和负 载的摆动特性. 文献[14]中建立了双吊车系统的准确 模型,并通过对系统完整动力学的分析,提出了一种 协调控制方法,该方法能够保证吊车之间的距离始终 保持在合适的范围之内,从而避免碰撞等事故.还有 一些文献讨论了船用起重机的协同控制问题[15],这必 须考虑船体运动所带来的持续扰动.

本文从便于实际应用的角度出发, 拟在文献[14] 的基础上, 针对双吊车系统展开基于输入整形的防摆 控制研究. 区别于已有方法, 本文的控制器设计是基 于双吊车系统模型, 对负载的摆动特性和系统中存在 的完整约束有着更准确的分析, 因此得到的输入整形 器具有更好的摆动抑制效果. 此外, 本文方法考虑的 工作场景并不限于吊绳平行的情况, 因此更具一般性, 便于实际推广应用. 文章最后, 还进行了充分的仿真 和实验, 所得结果证明了提出方法的有效性.

本文的剩余部分组织如下:第2节简要描述了双吊 车系统的模型,并阐述了需要解决的控制问题;第3节 进行了模型的简化分析以及输入整形器设计;第4节 给出了仿真和实验结果,并对控制效果进行了分析; 第5节将对全文工作进行总结与展望.

2 问题描述(Problem formulation)

为了便于描述,本文采用如下简写形式:

$$s_i = \sin \theta_i, \ c_i = \cos \theta_i, \ s_{i\pm j} = \sin(\theta_i \pm \theta_j),$$
$$c_{i\pm j} = \cos(\theta_i \pm \theta_j), \ i, j = 1, \ 2, \ 3 \ (i \neq j).$$

如图1所示,由于负载体积和质量较大,采用两台 吊车协同运送的方式,也即双吊车系统.其中,两个台 车和负载的质量分别用m<sub>1</sub>,m<sub>2</sub>,m表示;吊绳长度为 *l*;2*a*表示吊绳在负载上的吊点A<sub>1</sub>,A<sub>2</sub>之间的距离;*b* 代表直线A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>到负载质心P的距离;台车的位移分 别用x<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>表示; θ<sub>1</sub>, θ<sub>2</sub>代表吊绳相对于竖直方向的摆 角; θ<sub>3</sub>表示负载的姿态角.



图 1 双吊车系统示意图

Fig. 1 Schematic illustration of dual overhead crane system

从图1中不难得出,该系统具有如下几何约束(完整约束):

$$ls_1 - ls_2 + 2ac_3 - (x_2 - x_1) = 0, \qquad (1)$$

$$lc_1 - lc_2 + 2as_3 = 0. (2)$$

由式(1)-(2)可以看出,系统状态变量 $x_1(t), x_2(t), \theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)之间相互约束,并非完全独立.不失一般性,将<math>x_1(t), x_2(t), \theta_1(t)$ 作为独立变量,而 $\theta_2(t), \theta_3(t)$ 是上述独立变量的隐函数,也即

$$\theta_2 = g(x_1, x_2, \theta_1), \ \theta_3 = h(x_1, x_2, \theta_1).$$

根据上式可进一步得出

$$\dot{\theta}_2 = g_1 \dot{x}_1 + g_2 \dot{x}_2 + g_\theta \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_3 = h_1 \dot{x}_1 + h_2 \dot{x}_2 + h_\theta \dot{\theta}_1,$$
(3)

结合约束方程(1)-(2)可求得

$$g_{1} = \frac{c_{3}}{lc_{2+3}} = -g_{2}, \ h_{1} = -\frac{s_{2}}{2ac_{2+3}} = -h_{2},$$

$$g_{\theta} = \frac{c_{1+3}}{c_{2+3}}, \ h_{\theta} = \frac{ls_{1-2}}{2ac_{2+3}}.$$
(4)

根据系统的对称性,希望在其稳定时负载处于水 平状态.因此,可将期望的平衡点设置为

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^{\top} = \\ \begin{bmatrix} x_{d1} & x_{d2} & \theta_{1d} & \theta_{2d} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top},$$

其中:  $x_{d1}, x_{d2}$ 分别为两台吊车的目标位置, 而 $\theta_{1d}, \theta_{2d}$ 可根据下式计算得到:

$$\theta_{1d} = \arcsin \frac{x_{d2} - x_{d1} - 2a}{2l} = -\theta_{2d}.$$
(5)

综合上述结果,可最终得到双吊车系统的动力学 模型如下<sup>[14]</sup>:

$$\chi_1 + g_1 \chi_4 + h_1 \chi_5 = F_1, \tag{6}$$

$$\chi_2 + g_2 \chi_4 + h_2 \chi_5 = F_2, \tag{7}$$

$$\chi_3 + g_\theta \chi_4 + h_\theta \chi_5 = 0, \tag{8}$$

其中 $\chi_1 - \chi_5$ 具有如下形式:

**注1** 在进行完整动力学分析时,对于系统中的外部 匹配扰动,可以利用干扰观测器,滑模等策略进行补偿.而对 于出现在无驱动自由度上的非匹配扰动,一般是通过在控制 器中加入充分的摆角反馈信息来实现抑制.目前,输入整形等 开环方法由于不具备实时反馈信息,一般无法对非匹配扰动 做出有效反应.这也是开环方法为了简化实施条件所具有的 共性缺点.在今后的研究中,将进一步设计具有高鲁棒性的 闭环控制策略来解决这一问题.

## 3 控制器设计(Controller design)

从式(6)-(8)可以看出,相对于单个吊车,双吊车系统的动力学模型要复杂得多,非线性特性和系统状态间的耦合也更强.如何在存在完整约束的情况下,针对双吊车系统的动力学特性设计出合适的输入整形器是一个重要的研究难点.

由于输入整形方法是将台车的位移/速度作为输入,因此只需对式(8)进行分析即可.结合实际应用情况并为了便于分析,本文仅考虑两个吊车速度相同的情况,也即 $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}$ .在此基础上,将 $\chi_1 - \chi_5$ 代入式(8),合并同类项并化简得到下式:

$$A_1\ddot{x} + A_2\dot{\theta}_1 + A_3\dot{\theta}_2 + A_4\dot{\theta}_3 + A_5\dot{\theta}_1^2 + A_6\dot{\theta}_2^2 + A_7\dot{\theta}_3^2 + A_8 = 0,$$
(9)

其中:

$$\begin{split} A_1 &= \frac{1}{2}mlc_1 + g_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mlc_2 - h_{\theta} \cdot mbc_3, \\ A_2 &= \frac{1}{4}ml^2 + g_{\theta} \cdot \frac{1}{4}ml^2c_{1-2} - h_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mblc_{1+3}, \\ A_3 &= \frac{1}{4}ml^2c_{1-2} + g_{\theta} \cdot \frac{1}{4}ml^2 - h_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mblc_{2+3}, \\ A_4 &= -\frac{1}{2}mblc_{1+3} - g_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mblc_{2+3} + h_{\theta} \cdot mb^2, \\ A_5 &= g_{\theta} \cdot \frac{1}{4}ml^2s_{1-2} + h_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mbls_{1+3}, \\ A_6 &= \frac{1}{4}ml^2s_{1-2} + h_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mbls_{2+3}, \\ A_7 &= \frac{1}{2}mbls_{1+3} + g_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mbls_{2+3}, \\ A_8 &= \frac{1}{2}mgls_1 + g_{\theta} \cdot \frac{1}{2}mgls_2 + h_{\theta} \cdot mgbs_3. \end{split}$$

对于一般欠驱动系统,可根据式(9)逐步分析得到系统 输入x与输出 $\theta_i$ (i = 1, 2, 3)之间的传递函数关系,从 而设计合适的输入整形器.然而,由于 $\theta_2(t), \theta_3(t)$ 是 非独立变量,这一过程要复杂得多.为了获得准确的 系统输入输出关系,首先对式(3)进一步求导可得

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_{2} = g_{1}\ddot{x}_{1} + g_{2}\ddot{x}_{2} + g_{\theta}\ddot{\theta}_{1} + g_{1}'\dot{x}_{1} + g_{2}'\dot{x}_{2} + g_{\theta}'\dot{\theta}_{1}, \\ \ddot{\theta}_{3} = h_{1}\ddot{x}_{1} + h_{2}\ddot{x}_{2} + h_{\theta}\ddot{\theta}_{1} + h_{1}'\dot{x}_{1} + h_{2}'\dot{x}_{2} + h_{\theta}'\dot{\theta}_{1}, \end{cases}$$
(10)

其中:

$$\begin{split} g_{\theta}' &= \frac{c_{1+3}c_{2+3}(\dot{\theta}_{2} + \dot{\theta}_{3}) - s_{1+3}c_{2+3}(\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{3})}{c_{2+3}^{2}}, \\ h_{\theta}' &= \frac{l[c_{1-2}c_{2+3}(\dot{\theta}_{1} - \dot{\theta}_{2}) - s_{1-2}s_{2+3}(\dot{\theta}_{2} + \dot{\theta}_{3})]}{2ac_{2+3}^{2}}, \\ g_{1}' &= \frac{c_{3}s_{2+3}(\dot{\theta}_{2} + \dot{\theta}_{3}) - c_{2+3}s_{3}\dot{\theta}_{3}}{lc_{2+3}^{2}} = -g_{2}', \\ h_{1}' &= -\frac{c_{2+3}c_{2}\dot{\theta}_{2} + s_{2}s_{2+3}(\dot{\theta}_{2} + \dot{\theta}_{3})}{2ac_{2+3}^{2}} = -h_{2}'. \end{split}$$

由于此时  $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ ,  $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$ , 且  $g_1 = -g_2$ ,  $h_1 = -h_2$ ,  $g'_1 = -g'_2$ ,  $h'_1 = -h'_2$ , 可根据式(10)获得如下结论:

$$heta_2 = g_ heta heta_1 + g_ heta' heta_1, \ heta_3 = h_ heta heta_1 + h_ heta' heta_1.$$

进一步忽略高次项 $\dot{\theta}_i \dot{\theta}_j (i, j = 1, 2, 3)$ , 可得

$$\ddot{\theta}_2 = g_\theta \ddot{\theta}_1, \ \ddot{\theta}_3 = h_\theta \ddot{\theta}_1. \tag{11}$$

因为吊车的运行速度一般较慢,负载摆动幅度不会很大,根据系统的对称性,一般可作如下假设: $\theta_1 \approx -\theta_2, \theta_3 \approx 0.$ 定义吊车之间的距离 $x_2 - x_1 = 2d$ ,可进一步根据图1得到

$$\begin{cases} s_1 = -s_2 \approx \frac{d-a}{l}, \ c_1 = c_2 \approx \frac{\sqrt{l^2 - (d-a)^2}}{l} \Rightarrow \\ g_\theta = \frac{c_{1+3}}{c_{2+3}} \approx 1, \ h_\theta = \frac{ls_{1-2}}{2ac_{2+3}} \approx \frac{ls_1}{a} \approx \frac{d-a}{a}. \end{cases}$$
(12)

**注 2** 因为两台吊车速度相同, 其距离*x*<sub>2</sub> - *x*<sub>1</sub> = 2*d*始 终为常值.

将 $\ddot{\theta}_2 = g_{\theta}\ddot{\theta}_1$ 代入式(9), 忽略高次项 $\dot{\theta}_i^2$ (i=1,2,3), 并整理可得

 $A_1\ddot{x} + (A_2 + A_3)\ddot{\theta}_1 + A_4\ddot{\theta}_3 + A_8 = 0.$  (13) 为了进一步合并 $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_3$ 相关项,将式(13)左右两侧同 时乘以 $h_{\theta} = \frac{d-a}{a}$ 可得

$$\frac{(d-a)A_1}{a}\ddot{x} + [A_2 + A_3 + \frac{d-a}{a}A_4]\ddot{\theta}_3 + \frac{d-a}{a}A_8 = 0,$$
(14)

其中式(11)中的 $h_{\theta}\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_3$ 被用到.为了求得系统固有 频率,需对 $A_2 - A_4, A_8$ 进行化简( $A_1$ 与频率无关,此 处不再展开分析).首先将式(12)代入 $A_2 - A_4$ 化简得 到

$$A_{2} + A_{3} + \frac{d-a}{a}A_{4} = m[lc_{1} - \frac{d-a}{a}b]^{2} = m[\sqrt{l^{2} - (d-a)^{2}} - \frac{d-a}{a}b]^{2}.$$
 (15)

类似地, A8可化简为

$$A_{8} = \frac{1}{2}mgl(s_{1} + s_{2}) + \frac{d-a}{a} \cdot mgbs_{3}.$$

由于 $\theta_1 \approx -\theta_2, \theta_3 \approx 0,$ 那么 $s_1 + s_2, s_3$ 可以分别近 似为 $\theta_1 + \theta_2, \theta_3.$ 根据式(2)可得

$$l\cos[\frac{(\theta_{1}+\theta_{2})+(\theta_{1}-\theta_{2})}{2}] - l\cos[\frac{(\theta_{1}+\theta_{2})-(\theta_{1}-\theta_{2})}{2}] + 2as_{3} = 0.$$

 $0 \perp 0$ 

对上式化简可得

$$2as_3 = 2l\sin\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\sin\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}.$$
再次利用小角定理, 上式可化简为  

$$2a\theta_3 \approx 2l \cdot \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} s_1 \Rightarrow (d-a)(\theta_1 + \theta_2) \approx 2a\theta_3.$$

其中 $\theta_1 \approx -\theta_2 \pi s_1 \approx \frac{d-a}{l}$ (见式(12))被用到. 将上

$$\frac{d-a}{a}A_8 \approx \frac{d-a}{2a}mgl(\theta_1+\theta_2) + (\frac{d-a}{a})^2 \cdot mgb\theta_3 \approx mg[l + (\frac{d-a}{a})^2b]\theta_3.$$

$$\Xi_1 x + \Xi_2 \theta_3 + \Xi_3 \theta_3 = 0,$$
  
其中:  $\Xi_1 = \frac{(d-a)A_1}{a}, \ \Xi_2 = A_2 + A_3 + \frac{d-a}{a}A_4,$   
 $\Xi_3 = mg[l + (\frac{d-a}{a})^2 b].$  那么, 系统的振荡周期可求  
得为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Xi_2}{\Xi_3}} = 2\pi \frac{\sqrt{l^2 - (d-a)^2} - \frac{d-a}{a}b}{\sqrt{g[l + (\frac{d-a}{a})^2b]}}.$$
(16)

根据上述周期,可方便地对双吊车系统设计ZVD (zero vibration and derivative)、极度不敏感 EI (extrainsensitive)、复数整形器等如下:

ZVD整形器:

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{T}{2} & T \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix};$$

极度不敏感(EI)整形器, 其中令 $V_{\rm ep} = 10\%$ :

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{T}{2} & T \\ 0.275 & 0.45 & 0.275 \end{bmatrix};$$

复数整形器:

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{T}{3} & \frac{2T}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

# 4 仿真与实验结果(Simulation and experimental results)

在本节中,分别给出所设计输入整形器的仿真和 实验结果,并对其进行分析.需要说明的是,因为摆角 变量 $\theta_i$ (i = 1, 2, 3)中只有一个是独立的,为了文章简 洁,接下来选取 $\theta_1$ 的变化来反映负载摆动的情况, $\theta_2$ ,  $\theta_3$ 将不再给出.此外,为了更好地描述控制效果,定义 如下性能指标:

1)  $\theta_{1 \max}$ : 负载 摆角  $\theta_1(t)$  的最大幅值,也即  $\theta_{1 \max} = \max_{t \in \mathbb{R}^+} \{ |\theta_1(t) - \theta_{1d} | \}.$ 

2)  $\theta_{1res}$ : 负载摆角 $\theta_1(t)$ 的残余摆动幅值, 也即  $\theta_{1res} = \max_{\dot{x}_1=\dot{x}_2=0} \{ |\theta_1(t) - \theta_{1d}| \}.$  **4.1** 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

首先在MATLAB/Simulink中进行仿真,其中系统 参数设置为

$$l = 10 \text{ m}, a = b = 1 \text{ m}, g = 9.8 \text{ m/s}^2.$$

此外,吊车之间的初始距离为 $x_2 - x_1 = 6 \text{ m}^1$ ,由于两台吊车速度相同,该距离将始终保持不变.由公式(5)可知,摆角的目标值为

$$\theta_{1d} = 11.46^{\circ} = -\theta_{2d}, \ \theta_{3d} = 0.$$

由式(16)可知,系统的振荡周期为

 $T = 4.2 \, \text{s}.$ 

不失一般性,选取吊车的期望轨迹为

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 = \alpha (1 - e^{-\beta t^2}) \Rightarrow \\ \dot{x}_1 &= \dot{x}_2 = \dot{x} = 2\alpha\beta t e^{-\beta t^2}, \\ \ddot{x}_1 &= \ddot{x}_2 = \ddot{x} = 2\alpha\beta e^{-\beta t^2} (1 - 2\beta t^2), \end{aligned}$$

其中α, β的取值分别为10和0.08.

在进行控制器的效果验证之前,首先做如下仿真: 根据单吊车系统动力学设计ZVD整形器(周期为T =

 $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 6.34 \,\text{s}$ ),并将之应用到双吊车系统,其效果

如图2所示.





从图2可以看出,尽管吊车轨迹已经经过整形,负载的摆动幅度相对于未整形前改善较小,且存在明显的残余摆动.这说明根据单吊车系统动力学设计的输入整形器并不适用于双吊车系统,因此针对双吊车系

统特性设计新的整形器是非常有必要的.

为了更充分地说明所设计整形器的效果,做如下 两组仿真.

## 4.1.1 第1组仿真(First group of simulation)

第1组仿真中,在各项参数准确的情况下对所设计整形器的效果进行验证.图3记录了各整形器与未整形情况的控制对比结果.从图中可以看出,所设计输入整形器均具有良好的消摆效果.具体来说,在未对吊车轨迹整形之前,负载的最大摆角幅值达到了9°,而这一数值在整形后分别为1.3°(ZVD整形器)、2.1°(EI整形器)、3.1°(复数整形器).类似地,负载的残余 摆角也在整形后大大减小(具体数据请参见表1).



图 3 第1组仿真结果: 整形后与未整形轨迹效果对比图 Fig. 3 First group of simulation: performance comparison between shaped and unshaped trajectories

### 表1 第1组仿真结果性能参数表

 Table 1 Performance indices for the first group of simulations

	整形前	ZVD整形器	EI整形器	复数整形器
$\theta_{1\max}$	$9.2^{\circ}$	$1.3^{\circ}$	$2.1^{\circ}$	$3.1^{\circ}$
$\theta_{1res}$	$6.4^{\circ}$	$0.03^{\circ}$	$0.6^{\circ}$	$0.5^{\circ}$





<sup>1</sup>仿真中的参数选取模拟了钢水包等负载的吊运过程.为了充分保证安全性,并且验证本方法在台车之间距离较大时的效果,选 取*x*<sub>2</sub> - *x*<sub>1</sub> = 6 m这一情况进行测试.值得说明的是,即使台车之间的距离取其他值,所提出方法仍能获得优于传统输入整形器的效 果.实验中的参数选择则是对仿真中参数的模拟,具体来说,将仿真中参数等比例缩小10倍,即可近似得到实验中的参数. 图4进一步记录了整形器之间的效果对比,可以看 出ZVD整形器的消摆能力最强,复数整形器次之,但 是具有更短的时滞时间,EI整形器为了鲁棒性牺牲了 部分暂态性能,效果相对最差.这部分结论与单吊车 输入整形类似,因此也从一定角度上证明了本文设计 思路的正确性.

### **4.1.2** 第2组仿真(Second group of simulation)

第2组仿真记录了输入整形器在系统参数存在不确定性情况下的控制效果.具体来说,假设吊车之间的实际距离是 $x_2 - x_1 = 4.5$  m,而其标称值为6 m.根据不准确的参数设计输入整形器并施加到系统上,得到结果如图5和表2所示.根据图表数据可得,ZVD整形器的控制效果出现了轻微的下滑,复数整形器的效果则出现了较大程度的恶化,而EI整形器则具有良好的鲁棒性,依然能够较好地抑制负载摆动.



图 5 第2组仿真结果:参数不确定情况下整形器性能对比 结果图

Fig. 5 Second group of simulation: performance of different shapers when faced with parameter uncertainties

### 表 2 第2组仿真结果性能参数表

 Table 2 Performance indices for the second group of simulations

	ZVD整形器	EI整形器	复数整形器
$\theta_{1\mathrm{max}}$	$3.2^{\circ}$	$2.1^{\circ}$	$5.3^{\circ}$
$\theta_{1res}$	$0.7^{\circ}$	$0.3^{\circ}$	$2.3^{\circ}$

# **4.2** 实验结果与分析(Experimental results and analysis)

为了使本文的结果更有说服力,进一步进行如下 实验验证.其中,吊车系统的参数为

$$l = 1 \text{ m}, a = 0.13 \text{ m}, b = 0.105 \text{ m},$$

 $x_2 - x_1 = 0.63 \,\mathrm{m}.$ 

由上述条件可知,摆角的目标值为

$$\theta_{\rm 1d} = 10.66^\circ = -\theta_{\rm 2d}, \ \theta_{\rm 3d} = 0.$$

系统的振荡周期为

$$T = 1.52 \,\mathrm{s},$$

吊车的期望轨迹具有与仿真中轨迹相同的形式,相关 参数取 $\alpha = 1.7$ ,  $\beta = 0.2$ . 与仿真类似,仍然进行两组 实验.

### 4.2.1 第1组实验(First group of experiment)

第1组实验中, 输入整形器在参数准确情况下的效 果被验证和比较. 可以从图6-7和表3中看出, 实验结 果与仿真结果具有较高的一致性, 3种整形器都达到 了很好的摆动抑制效果. 具体来说, 复数整形器因为 时滞时间短, 在运送过程中产生较大的负载摆动幅值 (θ<sub>1 max</sub> = 2.8°); 而EI整形器牺牲部分性能换来了鲁 棒性能; ZVD整形器的综合效果最优, 最大摆角和残 余摆角分别只有1.8°和0.15°.









Fig. 7 First group of experiment: performance comparison between between different shapers

### 表 3 第1组实验结果性能参数表

 Table 3 Performance indices for the first group of experiments

	整形前	ZVD整形器	EI整形器	复数整形器
$\theta_{1\mathrm{max}}$	$5.9^{\circ}$	$1.8^{\circ}$	$2.0^{\circ}$	$2.8^{\circ}$
$\theta_{1res}$	$2.7^{\circ}$	$0.15^{\circ}$	$0.2^{\circ}$	0.16°

### 4.2.2 第2组实验(Second group of experiment)

第2组实验中,假设系统实际参数为*l* = 1.4 m,而标称值仍然是*l* = 1 m.根据不准确的参数设计整形器施加到双吊车系统上,其控制效果如图8和表4所示.可以看出,在绳长不确定性达到40%的情况下,所设计的整形器依然能够有效地抑制负载摆动.与仿真中类似,ZVD和复数整形器的效果都有所下降,EI整形器则对参数不确定性表现出很好的鲁棒性,残余摆动并没有增加.



- 图 8 第2组实验结果:参数不确定情况下整形器性能对比 结果图
- Fig. 8 Second group of experiment: performance of different shapers when faced with parameter uncertainties

### 表4 第2组实验结果性能参数表

 Table 4 Performance indices for the second group of experiments

	ZVD整形器	EI整形器	复数整形器
$\theta_{1\mathrm{max}}$	$2.6^{\circ}$	$2.6^{\circ}$	$3.7^{\circ}$
$\theta_{1res}$	$0.35^{\circ}$	$0.2^{\circ}$	$1.2^{\circ}$

# 5 结论(Conclusions)

在工业生产中,随着货物的质量和体积逐渐增大, 双吊车协作系统的使用逐渐频繁.但是由于双吊车系 统模型的复杂性,相关的研究目前仍然较少.为了提 高运送效率,本文在文献[14]的基础上,基于输入整形 技术对双吊车系统进行了防摆控制研究.更具体来说, 首先仔细分析了双吊车系统特殊的摆动结构,并在不 失准确性的前提下对其进行了合理近似.然后根据系 统动力学特性为其设计了不同于单吊车系统的输入 整形器.为了证明分析的正确性与所设计整形器的有 效性,还进行了大量仿真和实验验证.所得结果显示, 根据本文思路设计的整形器更符合双吊车系统特性, 能够很好地抑制运送过程中负载的摆动.

### 参考文献(References):

- LU B, FANG Y, SUN N. Continuous sliding mode control strategy for a class of nonlinear underactuated systems [J]. *IEEE Transactions* on Automatic Control, 2018, 63(10): 3471 – 3478.
- [2] RAMS H, SCHÖBERL M, SCHLACHER K. Optimal motion planning and energy-based control of a single mast stacker crane [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(4): 1449 – 1457.
- [3] LU B, FANG Y, SUN N. Nonlinear control for underactuated multirope cranes: modeling, theoretical design and hardware experiments [J]. *Control Engineering Practice*, 2018, 76: 123 – 132.
- [4] CHWA D. Sliding mode control-based robust finite-time anti-sway tracking control of 3-D overhead cranes [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(8): 6775 – 6784.
- [5] LU B, FANG Y, SUN N, et al. Antiswing control of offshore boom cranes with ship roll disturbances [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(2): 740 – 747.
- [6] SUN Ning, FANG Yongchun, CHEN He, Antiswing tracking control for underactuated bridge cranes [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(3): 326 333.
  (孙宁,方勇纯,陈鹤. 欠驱动桥式吊车消摆跟踪控制. 控制理论与应用, 2015, 32(3): 326 333.)
- [7] QIAN Y, FANG Y, LU B. Adaptive repetitive learning control for an offshore boom crane [J]. *Automatica*, 2017, 82: 21 28.
- [8] SOUISSI R, KOIVO A J. Modelling and control of two co-operating planar cranes [C] //Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Atlanta: IEEE, 1993: 957 – 962.
- [9] LEBAN F A. Coordinated control of a planar dual-crane non-fully restrained system [D]. California: Monterey California Naval Postgraduate School, 2008.
- [10] KU N, HA S. Dynamic response analysis of heavy load lifting operation in shipyard using multi-cranes [J]. Ocean Engineering, 2014, 83(2): 63 – 75.
- [11] CHANG Y C, HUNG W H, KANG S C. A fast path planning method for single and dual crane erections [J]. *Automation in Construction*, 2012, 22(4): 468 – 480.
- [12] CAI P, CHANDRASEKARAN I, ZHENG J, et al. Automatic path planning for dual-crane lifting in complex environments using a prioritized multi-objective PGA [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 14(3): 829 – 845.
- [13] VAUGHAN J, YOO J, KNIGHT N, et al. Multi-input shaping control for multi-hoist cranes [C] //American Control Conference. Washington: IEEE, 2013: 3449 – 3454.
- [14] LU B, FANG Y, SUN N. Modeling and nonlinear coordination control for an underactuated dual overhead crane system [J]. *Automatica*, 2018, 91: 244 – 255.
- [15] LEBAN F A, DÍAZ-GONZALEZ J, PARKER G G, et al. Inverse kinematic control of a dual crane system experiencing base motion [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 23(1): 331 – 339.

### 作者简介:

**卢 彪** (1992--), 男, 博士, 主要研究方向为欠驱动系统非线性控制、冗余机械臂控制与规划, E-mail: lubiao@mail.nankai.edu.cn;

**吴 壮** (1996--), 男, 硕士, 主要研究方向为理论与计算化学, E-mail: wuzhuang181@mails.ucas.ac.cn;

**方勇纯** (1973--), 男, 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研 究方向为非线性控制、机器人视觉伺服、无人机和桥式吊车等欠驱动系 统控制, E-mail: fangyc@nankai.edu.cn;

**孙 宁** (1988--), 男, 副教授, 第19届(2013年)《关肇直奖》获提 名奖论文作者, 目前研究方向为欠驱动机电系统的先进控制、轨迹规划 等, E-mail: sunn@nankai.edu.cn.