

多阶段传感器-武器-目标分配问题的建模与优化求解

王艺鹏¹, 辛 斌^{1,2,3†}, 陈 杰^{1,2,3}

(1. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100081; 2. 复杂系统智能控制与决策国家重点实验室, 北京 100081;

3. 北京智能机器人与系统高精尖创新中心, 北京 100081)

摘要: 本文在静态传感器-武器-目标分配(S-WTA)问题的基础上, 将作战过程分为多个拦截阶段, 以最小化来袭目标的剩余威胁的期望值为目标, 建立了一种多阶段S-WTA问题模型. 为了解决该问题, 本文将多阶段S-WTA问题分解为两类作战资源分配子问题. 首先, 提出了一种基于知识的增量式构造型启发式算法对多阶段武器-目标分配子问题进行求解. 根据已确定的多阶段武器-目标分配方案, 提出了一种基于边际损失的构造型启发式算法求解多阶段传感器-目标分配子问题. 结合两种低复杂度、快速构造型启发式算法实现多阶段S-WTA问题的有效求解. 本文选取了基于随机排列(RP)的随机采样算法作为对比算法, 并通过仿真实验验证了算法的有效性. 实验结果表明, 本文提出的算法在大部分算例的求解质量和时间成本上都优于RP算法.

关键词: 联合分配; 传感器-武器-目标分配; 启发式算法; 协同作战

引用格式: 王艺鹏, 辛斌, 陈杰. 多阶段传感器-武器-目标分配问题的建模与优化求解. 控制理论与应用, 2019, 36(11): 1886 – 1895

DOI: 10.7641/CTA.2019.90507

Modeling and optimization of multi-stage sensor-weapon-target assignment

WANG Yi-peng¹, XIN Bin^{1,2,3†}, CHEN Jie^{1,2,3}

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

2. Key Laboratory of Intelligent Control and Decision of Complex Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

3. Beijing Advanced Innovation Center for Intelligent Robots and Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on the static variant of the sensor-weapon-target assignment (S-WTA) problem, we built a mathematical model for the multi-stage S-WTA problem, with the objective of minimizing the expected remaining threat value of the incoming targets, by dividing the operational process into several interception stages. In order to solve this problem, the multi-stage S-WTA problem was decomposed into two combat resource assignment subproblems. Firstly, a knowledge-based incremental constructive heuristic was proposed to solve the multi-stage weapon-target assignment subproblem. With the obtained weapon-target assignment scheme, a marginal-loss-based constructive heuristic was proposed to solve the multi-stage sensor-target assignment subproblem. Thus, we can obtain valid solutions of the multi-stage S-WTA problem by incorporating the proposed two fast constructive heuristic algorithms with low complexity. A random sampling method based on random permutations (RP) was employed as the competitor, and some simulation experiments were carried out to validate the effectiveness of the proposed heuristic. The computational result indicates that the proposed heuristic outperforms its competitor for most of the test instances, in terms of both solution quality and time cost.

Key words: Co-allocation; sensor-weapon-target assignment; heuristic algorithms; cooperative engagement

Citation: WANG Yipeng, XIN Bin, CHEN Jie. Modeling and optimization of multi-stage sensor-weapon-target assignment. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(11): 1886 – 1895

收稿日期: 2019-07-01; 录用日期: 2019-09-25.

†通信作者. E-mail: brucebin@bit.edu.cn; Tel.: +86 10-68912463.

本文责任编辑: 王凌.

国家优秀青年科学基金项目(61822304), 国家自然科学基金项目(61673058), NSFC-浙江两化融合联合基金项目(U1609214), 国家自然科学基金创新研究群体科学基金项目(61621063), 国家自然科学基金重大国际(地区)合作研究项目(61720106011), 鹏城实验室资助.

Supported by the National Outstanding Youth Talents Support Program (61822304), the National Natural Science Foundation of China (61673058), the NSFC-Zhejiang Joint Fund for the Integration of Industrialization and Informatization (U1609214), the Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (61621063), the Projects of Major International (Regional) Joint Research Program of NSFC (61720106011) and the Peng Cheng Laboratory.

1 引言

顺应信息化时代的发展,网络中心战(network centric warfare, NCW)已成为信息化战争的重要作战样式. NCW的核心思想是利用计算机网络将战场态势共享给各作战单位,实现战场信息的交流与传递,使传感器、指挥中心和火力单元构成一个有机整体,实现真正的协同作战,从而提高作战效率和效能^[1]. 在NCW指导思想下,要求有效地协调散布在战场各地的作战资源,以形成良好的协同作战能力^[2-3]. 其中,传感器和火力资源之间的协调是网络化作战条件下提升作战效能的关键因素之一.

在以网络为中心的现代战争中,制导武器扮演着越来越重要的角色,其打击效果在很大程度上依赖于传感器. 除了雷达等区域性探测传感器,还有应用于武器系统的传感器,它们不但有利于目标探测、精确打击、姿态控制,还能对武器和军事设施状态进行控制和诊断,极大地提高了整体作战能力. 此外,由于不同传感器对不同目标的截获能力、跟踪能力和识别能力不尽相同,所以传感器-目标分配方案对作战效果至关重要. 因此,在经典的武器-目标分配(weapon-target assignment, WTA)问题的基础上,考虑了传感器-目标分配方案的传感器-武器-目标分配(sensor-weapon-target assignment, S-WTA)问题更加贴近真实的战场情况,该问题的研究对提升协同作战效能至关重要. 图1描述了一个具有网络化传感器和武器的作战情景,其中任何传感器收集的信息都由网络内的所有武器共享.

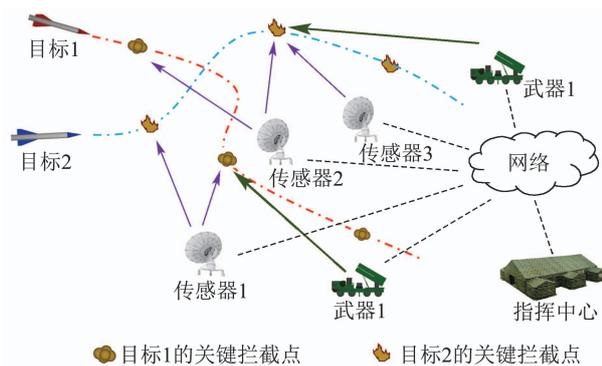


图 1 网络化资源的作战情景

Fig. 1 Combat scenario with networked resources

与NP完全的经典WTA问题^[4]相比较, S-WTA问题的求解具有更高的挑战性. 目前很多国内外学者对WTA问题进行了大量的研究,但是只有少数学者在研究中考虑了传感器和火力资源的协同分配^[5-14].

美国武器装备研发与工程中心的 Z. R. Bogdanowicz和N. P. Coleman首次将传感器目标分配问题和武器目标分配问题结合在一起进行研究,并基于不同传感器-武器配对分配给不同目标的收益值,建立

了传感器、武器和目标数目相等且三者一一配对的S-WTA问题的数学模型^[5]. 此外,他们针对该模型提出了基于拍卖算法的精确优化算法,称为Swt_opt算法,同时证明了算法对于特殊问题情形的最优性^[6]. 国防科技大学的杨晓凌等人依据目标毁伤概率的两种计算方法,给出了S-WTA问题的两种规划模型,并应用遗传算法对问题进行求解^[7]. 海军航空工程学院的黎子芬等人提出了基于一致性算法的Swt_opt改进算法,并进行了算法可行性的验证^[8]. 进一步地,他们给出了Bogdanowicz提出的模型中的收益值的一种近似表示,并考虑了在不同时段传感器和武器之间是否允许配对的约束^[9]. Wang等人在Bogdanowicz提出的模型的基础上,考虑传感器的探测能力和武器的杀伤概率,给出了不同传感器-武器配对分配给不同目标的收益值的计算方式,同时增加了武器的打击使能约束、传感器的引导和探测使能约束,并提出了一种改进的遗传算法对问题进行求解^[10].

以上研究考虑的均是传感器、武器和目标三者一一配对的情形. Chen等人在Bogdanowicz等人提出的模型的基础上,考虑多个武器同时打击一个目标的情形,并采用粒子群算法对小规模问题进行求解^[11]. Xin等人考虑了更复杂的问题情形,建立了允许多个传感器或武器分给同一个目标且传感器和武器均能同时作用于多个目标的S-WTA问题模型,并提出了一种基于边际回报的构造型启发式算法对问题进行快速有效求解^[12]. 目前,已有的研究主要考虑的是静态S-WTA问题,缺乏适用于连续作战的动态S-WTA问题的研究.

本文聚焦地面防空作战情形下的多阶段S-WTA问题的建模与优化求解,将来袭目标的预测轨迹离散为若干个关键拦截点,将作战过程分为多个拦截阶段,以最小化来袭目标的期望剩余威胁值为目标,建立了多阶段S-WTA问题的数学规划模型. 为了求解该问题,将多阶段S-WTA问题分解为两类作战资源分配子问题,分别提出了两种基于知识的低复杂度、快速构造型启发式算法对子问题进行求解,并通过仿真实验验证了算法的有效性.

2 问题描述和数学模型构建

2.1 问题描述与符号说明

S-WTA问题是在传统WTA过程中考虑了传感器的分配而衍生的多类异构资源联合分配问题,其基本任务是通过分配传感器和武器单元用以拦截来袭目标,使得整体作战效能最大化,或使得来袭目标对防御方的威胁最小化. 为了实现武器对来袭目标的有效打击,需要分配传感器单元对来袭目标进行跟踪探测以获取目标的动态信息,并对制导武器的火力打击进行火力引导(如激光照射等). 由于考虑了对来袭目标

分多个阶段进行拦截的情形,多阶段S-WTA问题需要根据传感器、武器和目标在不同阶段的状态和性能,制定合理的多阶段联合分配方案以最大化传感器和武器资源的协同作战效能。

考虑如下情形:假设有 T 个来袭目标,分别记为 $1, 2, \dots, T$. 根据已经获取来袭目标信息,对其运动轨

迹进行初步预测,并将每个目标的预测轨迹离散成 L 个关键拦截点.若防御方总计有 S 个传感器和 W 个武器可用于拦截来袭目标,分别记为 $1, 2, \dots, S$ 和 $1, 2, \dots, W$.令 v_k 表示目标 k 的威胁值,其中 $k \in \mathcal{S}_T$.

为了清楚起见,表1中列出了文中所用变量的声明。

表1 变量声明

Table 1 Notation declaration

S : 传感器数目; W : 武器数目; T : 来袭目标数目; L : 目标预测轨迹的关键拦截点数目;
$\mathcal{S}_S = \{1, 2, \dots, S\}$: 传感器标号的集合; $\mathcal{S}_W = \{1, 2, \dots, W\}$: 武器标号的集合;
$\mathcal{S}_T = \{1, 2, \dots, T\}$: 目标标号的集合; $\mathcal{S}_L = \{1, 2, \dots, L\}$: 关键拦截点标号的集合;
$V = [v_k]_{1 \times T}$: 目标威胁值矩阵, v_k 表示目标 k 的威胁值;
$P = [p_{ik}^l]_{S \times T \times L}$: 传感器能力矩阵, p_{ik}^l 表示目标 k 在其预测轨迹的第 l 个关键点被传感器 i 成功捕获的概率;
$Q = [q_{jk}^l]_{W \times T \times L}$: 武器毁伤概率矩阵, q_{jk}^l 表示武器 j 在有效引导下,于目标 k 预测轨迹的第 l 个关键点处对该目标的毁伤概率;
m_k : 允许同时分配给目标 k 的传感器数目;
n_k : 允许同时分配给目标 k 的武器数目;
\mathcal{S}_k^l : 分配给目标 k 预测轨迹第 l 个关键点处的传感器集合,集合的势满足 $ \mathcal{S}_k^l \leq m_k, \forall k \in \mathcal{S}_T$;
\mathcal{W}_k^l : 分配给目标 k 预测轨迹第 l 个关键点处的武器集合,集合的势满足 $ \mathcal{W}_k^l \leq n_k, \forall k \in \mathcal{S}_T$;
$Y = [y_{ik}^l]_{S \times T \times L}$: 多阶段传感器-目标分配决策矩阵($y_{ik}^l = 1$ 表示将传感器 i 分配给目标 k 预测轨迹上的第 l 个关键点;否则, $y_{ik}^l = 0$);
$Z = [z_{jk}^l]_{W \times T \times L}$: 多阶段武器-目标分配决策矩阵($z_{jk}^l = 1$ 表示将武器 j 分配给目标 k 预测轨迹上的第 l 个关键点;否则, $z_{jk}^l = 0$);
$E = [e_{ik}^l]_{S \times T \times L}$: 多阶段传感器-目标分配可行性矩阵($e_{ik}^l = 1$ 表示传感器 i 可以分配给目标 k 预测轨迹上的第 l 个关键点;否则, $e_{ik}^l = 0$);
$F = [f_{jk}^l]_{W \times T \times L}$: 多阶段武器-目标分配可行性矩阵($f_{jk}^l = 1$ 表示武器 j 可以分配给目标 k 预测轨迹上的第 l 个关键点;否则, $f_{jk}^l = 0$);
O : 矩阵元素全为0的零矩阵;
$J(Y, Z)$: 分配方案 (Y, Z) 对应的剩余目标威胁的期望值.

当传感器 i 被分配给目标 k 来袭轨迹的第 l 个关键拦截点时,则将该目标在该关键点被传感器成功捕获这一事件发生的概率记为 p_{ik}^l ;相似地,当武器 j 被分配给目标 k 来袭轨迹的第 l 个关键拦截点时,则在有效引导下武器 j 将该目标成功摧毁这一事件发生的概率记为 q_{jk}^l .值得注意的是,此处假定任一传感器捕获目标或武器成功摧毁目标的事件都是相互独立的.分别记多阶段传感器-目标分配和多阶段武器-目标分配方案为 $Y = [y_{ik}^l]_{S \times T \times L}$ 和 $Z = [z_{jk}^l]_{W \times T \times L}$,则可考虑以下4个随机事件:

1) 记事件 $A_k^l (\forall l \in \mathcal{S}_L)$: 在第 l 个关键拦截点处,分配给目标 k 的传感器组合 \mathcal{S}_k^l 成功探测到该目标;则该事件发生的概率为

$$P(A_k^l) = 1 - \prod_{i \in \mathcal{S}_k^l} (1 - p_{ik}^l)^{y_{ik}^l}, \quad (1)$$

其中: p_{ik}^l 表示传感器 i 对目标 k 处于第 l 个关键点时的探测概率; y_{ik}^l 为传感器-目标分配决策变量,若 $y_{ik}^l = 1$,则表示传感器 i 在第 l 个关键点处分配给目标 k ;反

之, $y_{ik}^l = 0$.

2) 记事件 $B_k^l (\forall l \in \mathcal{S}_L)$: 在第 l 个关键拦截点处,分配给目标 k 的武器组合 \mathcal{W}_k^l 在有效的引导下成功完成对该目标的打击;则该事件发生的概率为

$$P(B_k^l) = 1 - \prod_{j \in \mathcal{W}_k^l} (1 - q_{jk}^l)^{z_{jk}^l}, \quad (2)$$

其中: q_{jk}^l 表示武器 j 对目标 k 处于第 l 个关键点时的毁伤概率; z_{jk}^l 为武器-目标分配决策变量,若 $z_{jk}^l = 1$,则表示武器 j 在第 l 个关键点处分配给目标 k ;反之, $z_{jk}^l = 0$.

3) 记事件 $C_k^l (\forall l \in \mathcal{S}_L)$: 在第 l 个关键拦截点处,目标 k 在打击所需的跟踪阶段(从发现时刻到解算后的相遇时刻)内的关键点均能被成功探测;则该事件发生的概率为

$$\begin{aligned} P(C_k^l) &= P(A_k^1 \cap A_k^2 \cap \dots \cap A_k^l) = \\ &= P(A_k^1)P(A_k^2) \dots P(A_k^l) = \\ &= \prod_{m=1}^l [1 - \prod_{i \in \mathcal{S}_k^m} (1 - p_{ik}^m)^{y_{ik}^m}], \quad (3) \end{aligned}$$

此处考虑决策时刻所发现的 T 个目标; 若考虑中途有新的目标出现的情形, 则计算此概率应从其发现时刻算起.

4) 记事件 $D_k^l (\forall l \in \mathcal{J}_L)$: 在所分配的武器组合和传感器组合的协同作用下, 目标 k 在第 l 个关键拦截点被成功拦截; 则该事件发生的概率为

$$P(D_k^l) = P(C_k^l \cap B_k^l) = P(C_k^l)P(B_k^l) = \left\{ \prod_{m=1}^l [1 - \prod_{i \in \mathcal{S}_k^m} (1 - p_{ik}^m)^{y_{ik}^m}] \right\} \times [1 - \prod_{j \in \mathcal{W}_k^l} (1 - q_{jk}^l)^{z_{jk}^l}]. \quad (4)$$

2.2 数学规划模型

2.2.1 目标函数

本文所考虑的S-WTA问题的根本目的是最大化对来袭目标的期望毁伤效果, 也即最小化来袭目标剩余总威胁的期望值. 因此, 我们选取来袭目标剩余威胁的期望值作为目标函数, 如式(5)所示:

$$J(Y, Z) = \sum_{k=1}^T v_k \prod_{l=1}^L [1 - P(D_k^l)] = \sum_{k=1}^T v_k \prod_{l=1}^L \left\{ 1 - [1 - \prod_{j \in \mathcal{W}_k^l} (1 - q_{jk}^l)^{z_{jk}^l}] \times \prod_{m=1}^l [1 - \prod_{i \in \mathcal{S}_k^m} (1 - p_{ik}^m)^{y_{ik}^m}] \right\}. \quad (5)$$

2.2.2 约束条件

S-WTA模型中主要包含以下6种不同的约束条件:

$$\sum_{k=1}^T y_{ik}^l \leq 1, \forall i \in \mathcal{I}_S, \forall l \in \mathcal{J}_L, \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^T z_{jk}^l \leq 1, \forall j \in \mathcal{I}_W, \forall l \in \mathcal{J}_L, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^S y_{ik}^l \leq m_k, \forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L, \quad (8)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^W z_{jk}^l \leq n_k, \forall k \in \mathcal{I}_T, \quad (9)$$

$$y_{ik}^l \leq e_{ik}^l, \forall i \in \mathcal{I}_S, \forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L, \quad (10)$$

$$z_{jk}^l \leq f_{jk}^l, \forall j \in \mathcal{I}_W, \forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L. \quad (11)$$

其中约束条件(6)反映了每个传感器在每个关键点同时只能为一项任务服务. 若实际情景中存在一个传感器具有同时探测、跟踪多个目标的能力, 可以将其近似为多个只能探测、跟踪一个目标的传感器, 本模型同样适用. 对于某些特殊类型的传感器, 还需考虑分解后的多个相关传感器之间的联合约束, 如功率分配等. 类似地, 约束条件(7)表明了每个武器在每个关键点同时只能攻击一个目标. 若一个武器一次同时攻击多个目标, 则可以将其简化为多个独立的武器.

约束条件(8)-(9)依据作战策略限定了攻击各个目

标所用武器和传感器资源的数量. 特别地, 考虑到传感器资源可以连续工作的特点, 同时为了充分利用已有的传感器资源, 此S-WTA模型中仅限制了某个目标在各个关键点处所分配的传感器数量. 约束(8)描述了目标在其路径上的各关键点处可以分配的传感器资源的最大数目; 约束(9)阐述了允许分配给目标 k 的武器资源的最大数量. m_k 和 n_k 的取值应由目标的威胁评估结果以及可用传感器和武器资源的作战性能决定. 简便起见, 本文根据来袭目标的威胁值确定 m_k 和 n_k 的取值. 简言之, 威胁越大的目标可以消耗更多的资源. 约束条件(10)表示使用传感器时的可行性约束, $e_{ik}^l = 1$ 表示传感器 i 可以分配给目标的 k 的第 l 个关键拦截点; 否则, $e_{ik}^l = 0$. 约束条件(11)表示使用武器时的可行性约束, $f_{jk}^l = 1$ 表示武器 j 可以分配给目标的 k 的第 l 个关键拦截点; 否则, $f_{jk}^l = 0$. 值得注意的是, e_{ik}^l 和 f_{jk}^l 均为常量(0或1), 其取值由具体算例情形确定.

2.2.3 优化模型

综上所述, 本文所考虑的S-WTA问题的优化模型可以表示为如下形式:

$$\min J(Y, Z), \text{ s.t. (6)-(11)}, \quad (12)$$

它是一个典型的有约束的非线性0-1规划问题.

如果多阶段传感器-目标分配方案 Y 已经给出, 则 $P(A_k^l)$ 和 $P(C_k^l) (\forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L)$ 就都变为常数. 若 $p_{ik}^l = 1 (\forall i \in \mathcal{I}_S, \forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L)$, 则 $P(C_k^l) = 1 (\forall k \in \mathcal{I}_T, \forall l \in \mathcal{J}_L)$. 那么上述的多阶段S-WTA问题将简化为如下的多阶段WTA问题:

$$\min J_1(Z) = \sum_{k=1}^T v_k \prod_{l=1}^L [\prod_{j \in \mathcal{W}_k^l} (1 - q_{jk}^l)^{z_{jk}^l}], \text{ s.t. 式(7) (9) (11)}. \quad (13)$$

从这个意义上来看, 多阶段WTA问题可以视为多阶段S-WTA问题一种特殊情形. 而S. P. Lloyd和H. S. Witsenhausen已经证实了WTA问题的NP完全性^[15], 故而上述S-WTA问题至少也是NP完全的.

3 基于知识的构造型启发式算法

本文考虑的多阶段S-WTA问题考虑了目标来袭过程中的多个拦截阶段, 利用已获取的目标信息以及防御方可用的作战资源, 在目标来袭过程中的不同阶段合理地分配资源对目标进行拦截, 以提高整体作战效能, 尽可能多地消除来袭目标对防御方的威胁. 因而, 直接完整表示一个分配方案需要一个四维0-1矩阵. 若直接利用“传感器-武器-目标-关键点”四元配对蕴含的相关知识来求解此问题, 则随着问题规模的增大, 需要考虑的四元配对的数目将呈指数爆炸式增长, 这极不利于问题的快速求解. 然而战场瞬息万变, 辅助作战系统必须在极短的时间内进行问题求解,

为指挥人员提供作战辅助决策支持. 所以, S-WTA问题对时间是十分敏感的. 为了快速获得一个质量较好的可行分配方案, 本文将多阶段传感器武器目标联合分配问题分解为两个子问题, 即多阶段传感器目标分配子问题和多阶段武器目标分配子问题. 首先, 采用基于问题知识的启发式构造算法求解多阶段武器-目标分配子问题, 确定多阶段武器-目标分配方案. 然后, 根据得到的多阶段武器-目标分配方案, 采用基于边际损失的构造型启发式算法求解多阶段传感器-目标分配子问题, 从而得到最终的多阶段传感器-武器-目标联合分配方案.

利用问题领域知识可以降低所求解问题的复杂度, 这是启发式算法在各类优化问题的求解中得到广泛应用的主要原因之一^[4, 16-19]. 本文意在利用包含在两个子问题结构和参数中的潜在知识, 实现对多阶段S-WTA问题的快速有效求解. 首先, 受文献[13]中提出的RCH算法的启发, 本文提出了一种基于知识的构造型启发式算法来快速求解分解后的多阶段武器-目标分配子问题. 与此同时, 为了充分利用可用的传感器资源, 提出了一种基于边际损失的启发式算法来快速求解分解后的多阶段传感器-目标分配子问题. 结合两种快速构造型启发式算法实现多阶段S-WTA问题的有效求解.

3.1 约束处理

为了保证启发式算法产生的解的可行性, 本文定义了一些变量来记录资源的使用情况, 以便于判断解的约束满足情况. 首先, 针对式(6)和(7)所示的约束, 利用 N_S 和 N_W 分别记录当前分配方案中每个传感器资源和武器在每个关键拦截点的使用次数. 对于式(8)中的约束, 利用 NT_S 来记录当前分配方案中任一目标每个关键拦截点处所分配的传感器数量. 与此同时, 对于式(9)的约束则利用 NT_W 来记录当前分配方案中分配给每个目标的武器数目. 关于式(10)和(11)中约束的处理是在解的构造过程中直接考虑在不同关键拦截点处使用传感器和武器的可行性. 具体地说, 根据可行性约束矩阵 E 和 F 分别确定可行的“传感器-目标-关键点”和“武器-目标-关键点”分配对.

上述变量的说明如下所示:

$N_S = [n_S(i, l)]_{S \times L}$, $n_S(i, l)$ 表示在第 l 个关键点, 第 i 个传感器使用的次数;

$N_W = [n_W(j, l)]_{W \times L}$, $n_W(j, l)$ 表示在第 l 个关键点, 第 j 个武器使用的次数;

$NT_S = [nt_S(k, l)]_{S \times L}$, $nt_S(k, l)$ 表示在第 l 个关键点, 分配给目标 k 的传感器数目;

$NT_W = [nt_W(k)]_{1 \times T}$, $nt_W(k)$ 表示分配给目标 k 的武器数目.

就多阶段武器-目标分配子问题而言, 本文提出的

算法采用启发式算法增量式地构造一个解, 每当有一个新的“武器-目标-关键点”三元对 (j, k, l) 确认加入实际的分配方案中时, 也即 $z_{jk}^l = 1$, 则更新上述相关的变量; 针对多阶段传感器-目标分配子问题, 本文提出的算法先分配所有可用的传感器, 得到一个冗余的分配方案, 然后采用启发式算法递减式地构造一个解. 故而, 每当有一个新的冗余的“传感器-目标-关键点”三元对 (i, k, l) 确认从实际的分配方案中删除时, 也即 $y_{ik}^l = 0$, 则更新上述相关的变量. 分配过程中处理约束条件(6)-(9)时所用的规则如下所示:

- 如果 $n_S(i, l) = 1$, 则第 i 个传感器在第 l 个拦截阶段将不会再使用;
- 如果 $n_W(j, l) = 1$, 则第 j 个武器在第 l 个拦截阶段将不会再使用;
- 如果 $nt_S(k, l) = m_k$, 则第 l 个拦截阶段将不再分配传感器给第 k 个目标;
- 如果 $nt_W(k) = n_k$, 则不再分配武器给第 k 个目标.

3.2 求解多阶段武器-目标分配问题的启发式算法

3.2.1 问题知识

为了求解多阶段武器-目标分配子问题, 采用如下规则建立构造型启发式算法:

- 某个武器在某个拦截阶段可以消除的目标威胁越多, 它在该阶段用来拦截该目标的优先级越高.
- 如果任何有效的武器被分配给一个目标, 那么相应目标的威胁值减小.

武器可以消除的某个目标的威胁可用目标威胁值与武器在某个阶段摧毁该目标的概率值的乘积来表示, 简便起见, 记其为 VQ . 则任一“武器-目标-关键点”三元分配对所对应的 VQ 的值可通过下式得到:

$$VQ(j, k, l) = v_k q_{jk}^l f_{jk}^l. \quad (14)$$

每个可行“武器-目标-关键点”三元分配对所对应的 VQ 值是决定多阶段武器-目标分配子问题最终分配方案的一个关键因素.

3.2.2 多阶段武器-目标分配方法

本文所提出求解多阶段武器-目标分配子问题的启发式算法步骤如表2所示.

在算法的每一次迭代过程中, 首先确定当前所有可行的三元对, 并计算其对应的 VQ 值. 然后找出具有最大的 VQ 值的三元对 (j^*, k^*, l^*) , 并将其加入到分配方案 Z 中. 这与第3.2.1小节中所述的第1条规则吻合. 随即更新相应的约束处理辅助变量, 并依据第3.2.1小节中所述的第2条规则更新目标 k^* 的威胁值, 即

$$v(k^*) = v(k^*) \times (1 - q_{j^*k^*}^{l^*}). \quad (15)$$

表 2 求解多阶段武器-目标分配子问题的算法步骤

Table 2 Steps of the algorithm for the multi-stage WTA subproblem

步骤1 初始化决策变量和相关辅助变量, 令 $Z = O_{W \times T \times L}$, N_W 和 NT_W 中的元素均赋值为 0.

步骤2 根据武器可行性矩阵 F 确定所有可行的“武器-目标-关键点”三元对, 计其数量为 M , 并计算相应的 VQ 值.

步骤3 找到具有最大 VQ 值的三元对 (j^*, k^*, l^*) , 将其加入分配方案 Z , 即令 $z_{j^* k^*}^{l^*} = 1$. 更新相应的目标威胁值, 并更新相关的辅助变量.

步骤4 更新可行分配三元对的数目 M 和相应的 VQ 值. 若 $M = 0$, 则转至步骤 5; 否则, 转至步骤 3.

步骤5 输出分配方案 Z .

3.3 求解多阶段传感器-目标分配问题的启发式算法

如前文所述, 根据武器-目标分配方案来进一步求解多阶段传感器-目标分配子问题. 与第 3.2 节中所用增量式的构造方式不同, 为了充分利用可用的传感器资源, 解决这一子问题时先生成包含所有可用“传感器-目标-关键点”三元对的一个冗余的初始分配方案. 然后, 再利用问题知识递减式地获得一个可行的分配方案.

3.3.1 问题知识

受经济学中的“边际损失(marginal loss)”概念的启发^[20], 在第 3.2 节确定的武器-目标分配方案的基础上, 本文提出了一种基于边际损失的启发式算法快速生成一个可行的多阶段传感器-目标分配方案, 进而得到一个可行的多阶段传感器-武器-目标联合分配方案. 边际损失可以定义为: 在其他输入保持不变的前提下, 可变输入的单位减少量所引起的产出减少量. 而此处一个三元对带来的边际损失指的是, 仅从分配方案中删除一个冗余三元对所引起的 S-WTA 问题的目标函数值的变化量. 由于本文研究的优化问题是最小化问题, 因而此变化量是正值. 记三元对 (i, k, l) 的边际损失为 δ_{ik}^l , 其值可通过比较该三元对被删减前后两个分配方案的目标函数值来确定, 即

$$\delta_{ik}^l = J(Y, Z) - J(Y', Z) = v_k \left\{ \prod_{m=1}^l [1 - P(D_k^m)] \right\} \times \left\{ \prod_{m=l}^L [1 - P(D_k^m)] - \prod_{m=l}^L [1 - P'(D_k^m)] \right\}, \quad (16)$$

式中: Y' 是从分配方案 Y 中删除三元对 (i, k, l) 后得到

的分配方案; $P'(D_k^m) (\forall m \in \mathcal{S}_L)$ 表示采用分配方案 Y' 时目标 k 在第 m 个关键拦截点被成功拦截的概率.

基于上述概念, 利用以下知识来建立针对多阶段传感器-目标分配子问题的构造型启发式算法:

如果删除一个冗余的“传感器-目标-关键点”三元对带来的边际损失越小, 它在分配过程中被考虑的优先级越高.

3.3.2 多阶段传感器-目标分配方法

本文所提出求解多阶段传感器-目标分配子问题的基于边际损失的构造型启发式算法步骤如表 3 所示. 在算法的每一次迭代过程中, 更新当前分配方案中包含的所有三元对对应的边际损失值, 并找出具有最小的边际损失值的三元对 (i^*, k^*, l^*) , 将其从分配方案 Y 中删除. 这与第 3.3.1 小节中所述的第一条规则吻合. 同时, 更新相应的约束处理辅助变量.

表 3 求解多阶段传感器-目标分配子问题的算法步骤

Table 3 Steps of the algorithm for the multi-stage STA subproblem

步骤1 根据多阶段武器-目标分配方案 Z 和武器使用可行性矩阵 F 生成冗余的分配方案 Y , 并由此初始化相关辅助变量.

步骤2 确定冗余方案中所有已分配的“传感器-目标-关键点”三元对, 计其数量为 N .

步骤3 计算所有已分配三元对的边际损失值, 找到具有最小边际损失值的三元对 (i^*, k^*, l^*) , 并将其从冗余方案中删除, 即令 $y_{j^* k^*}^{l^*} = 0$. 更新相应的目标威胁值, 并更新相关的辅助变量.

步骤4 $N = N - 1$. 若 $N = 0$, 则转至步骤 6; 否则, 转至步骤 5.

步骤5 若 Y 满足所有约束条件, 转至步骤 6, 否则转至步骤 3.

步骤6 输出分配方案 Y .

综上, 本文提出的基于知识的构造型启发式 (knowledge-based constructive heuristic, KCH) 算法的主要流程如图 2 所示. 本文结合这两种低复杂度、快速构造型启发式算法可实现多阶段 S-WTA 问题的有效求解.

3.4 时间复杂度分析

本文所提出的启发式算法主要由第 3.2 节和第 3.3 节所述的两个子算法构成, 故而其时间复杂度为子算法时间复杂度之和.

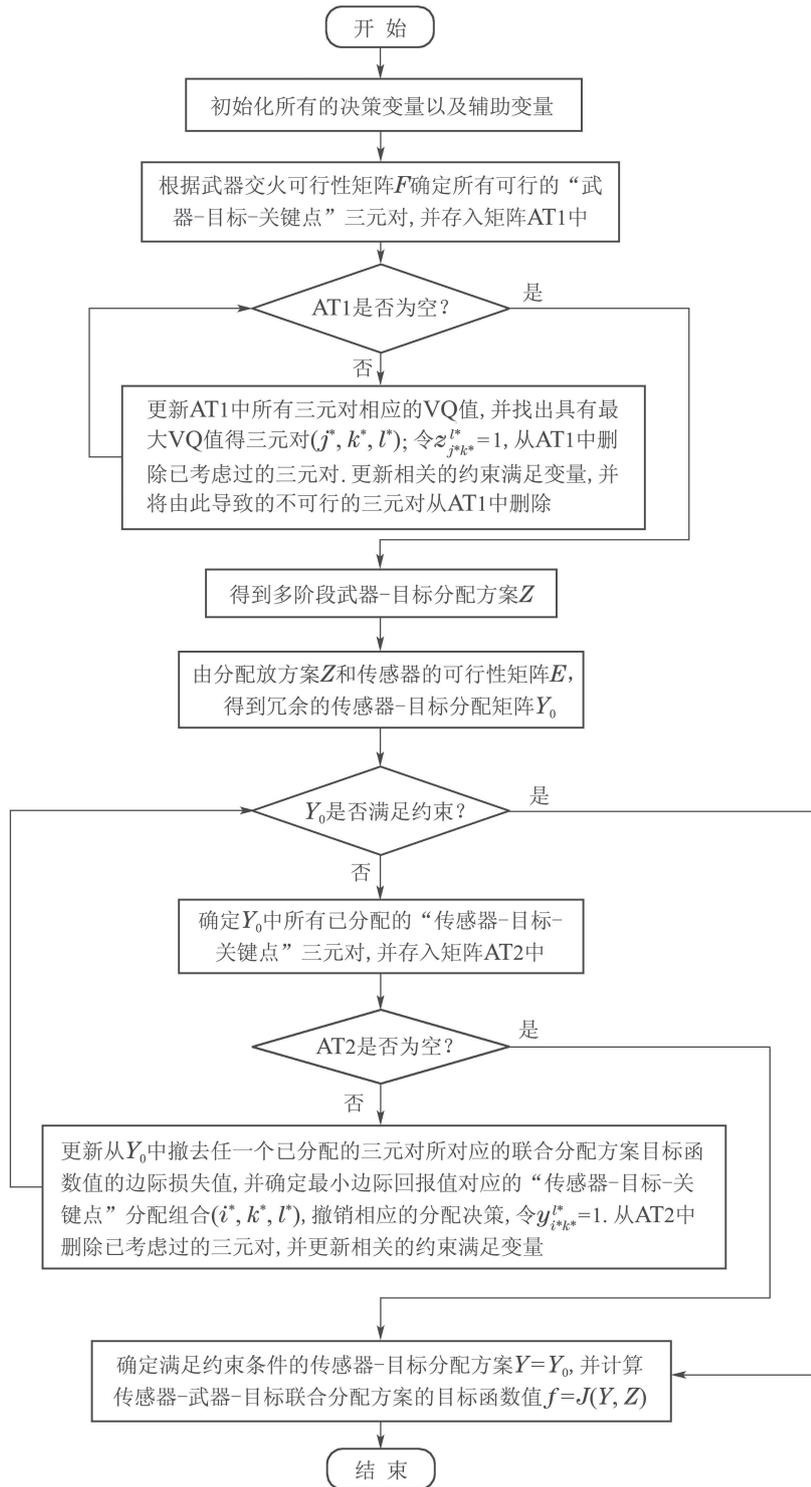


图2 基于知识的启发式算法流程图

Fig. 2 Flowchart of the knowledge-based heuristic

首先, 第3.2节中所提出的子算法的时间复杂度可以近似为内嵌在该算法内的查找操作的时间复杂度. 一个理想的查找算法(取最大值或最小值)的计算复杂度为 $O(n)$, 其中 n 为所需查找的数组大小. 最差情形下, 第3.2节所提出的子算法中 n 的取值为 $W \cdot T \cdot L$. 由于查找算法最多执行 $W \cdot T \cdot L$ 次, 故而该子算法最坏情形下的时间复杂度可以表示为 $O(n^2)$, 其中 $n =$

$W \cdot T \cdot L$.

其次, 第3.3节中所提出的子算法的时间复杂度可以近似为内嵌在该算法内的查找操作和目标函数值评价操作的时间复杂度. 类似地, 一个理想的查找算法(取最大值或最小值)的计算复杂度为 $O(n)$, 其中 n 为所需查找的数组大小. 最差情形下, 第3.3节所提出的子算法中 n 的取值为 $S \cdot T \cdot L$. 此外, 从式(16)可以

看出, 更新一个三元对对应的边际损失值最坏情形下的时间复杂度为 $O(L)$, 每次循环最多需要计算 $S \cdot T \cdot L$ 个边际损失值. 由于查找算法和目标函数值评价操作最多各执行 $S \cdot T \cdot L$ 次, 故而该子算法最坏情形下的时间复杂度可以表示为 $O(S^2 \cdot T^2 \cdot L^3)$.

综上, 本文所提出的启发式算法最坏情形下的时间复杂度可以表示为 $O((W^2 + S^2 \cdot L) \cdot T^2 \cdot L^2)$.

4 实验结果与分析

为了验证本文提出的求解多阶段S-WTA问题的构造型启发式算法的性能, 在配置Intel (R) Xeon E5 2.60 GHz CPU, 64G内存以及Windows 10操作系统的计算机上、MATLAB_R2016B环境下进行计算实验.

首先, 采用10个随机生成的测试算例用以验证算法性能和进行对比, 算例的基本规模参数 S, W, T, L 如表4所示. 由于篇幅限制, 且大量参数为三维矩阵的形式, 故而所用算例的具体参数不予列举, 详见<https://github.com/Ovinton32roc/Multi-stage-S-WTA>.

表 4 算例参数设置

Table 4 Setting of basic parameters for instances

算例	S	W	T	L
1	4	5	3	3
2	6	7	3	3
3	9	5	7	4
4	8	10	9	4
5	13	11	8	5
6	17	12	13	5
7	16	20	14	5
8	19	18	15	5
9	18	15	17	5
10	23	25	19	5

为了进一步验证本文提出的基于知识的构造型启发式算法的有效性, 采用了一种基于随机排列(random permutation, RP)的方法来求解多阶段传感器-目标分配子问题, 与本文提出的算法进行对比. RP方法中所用的约束处理方法与本文提出的KCH算法相同, 它的核心思想是随机地从冗余的传感器-目标分配方案中删除三元对, 直至分配方案满足所有的约束条件. 记初始的分配方案 Y_0 中包含的有效分配三元对的个数为 M , 则每次采样将生成一个1到 M 的随机排列, 这个排列顺序决定了考虑删除各个三元对的顺序. 此外, 在求解过程中, RP方法将随机采样50000次, 并选取找到的最好的一个方案作为算法的解. 由于算法本身的随机特性, RP算法所产生的分配方案将存在较大的不稳定性. 因此对每一个算例, RP都会运行20次, 并对运行结果进行统计分析. 虽然本文所提出的KCH算法是一种确定性算法, 其每次求解的结果都相同,

但为了分析其时间性能, 针对每个算例也运行20次, 并对运行结果进行统计分析.

仿真实验结果如表5和图3所示, 表5中给出了20次运行结果得到的目标函数值的均值、标准差以及5%的显著水平下Wilcoxon秩和检验的结果 p 和 h . 其中: p 为显著性概率, p 越接近于0, 则求解性能的不一致越明显. h 为检验结果, 若 $h = 1$, 则认为在给定的显著性水平下, 两组数据存在显著性差别; 反之, $h = 0$. 由于本文所提出的KCH算法是一种确定性算法, 其每次求得的解都是相同的, 故而其运行结果的标准差为0, 表中未列出. 图3给出了两种算法的运行时间对比结果. 从表5中不难看出, 对于小规模算例而言, RP算法生成的50000个随机排列对解空间进行了大范围的搜索, 因而其求解性能较好, 如算例1-3. 然而, 随着问题规模不断增大, RP算法的求解质量和稳定性都出现了明显下降. 而在求解较大规模算例时, 本文所提出的KCH算法的求解质量明显优于RP方法.

表 5 目标函数值的对比结果

Table 5 Comparison results w.r.t. the value of objective function

算例	目标函数值		秩和检验结果	
	KCH	RP	p	h
1	402.36	294.14 ± 0.00	4.68E-10	1
2	413.77	274.77 ± 0.85	5.76E-09	1
3	669.83	591.82 ± 30.97	8.01E-09	1
4	1224.77	1233.70 ± 60.51	0.2534	0
5	522.56	723.46 ± 80.56	2.10E-07	1
6	1542.25	1782.11 ± 87.21	2.10E-07	1
7	2295.13	3712.17 ± 183.00	8.01E-09	1
8	2871.71	2880.27 ± 174.46	3.99E-06	1
9	3102.19	3844.89 ± 109.11	8.01E-09	1
10	2819.32	4547.94 ± 136.66	8.01E-09	1

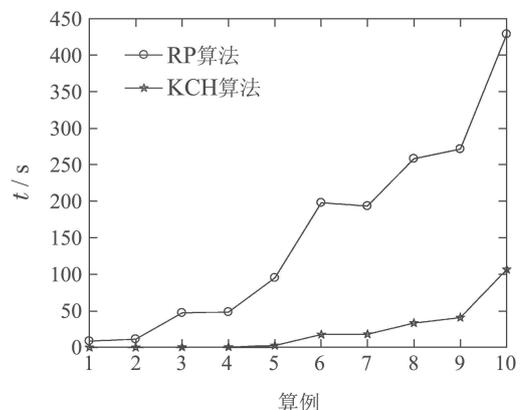


图 3 运算时间对比结果

Fig. 3 Comparison results w.r.t computational time

就算法20次求解所得解的目标函数值的平均值而言, KCH算法在求解这10个测试算例的表现上较RP

算法平均约好12.99%。而当求解算例5, 7和9时, KCH算法在求解质量上的优势则更加明显, 均超过了38%。与此同时, Wilcoxon秩和检验的结果进一步表明了, 在5%的显著水平下, KCH算法在求解较大规模算例5-10时的性能要明显优于RP算法。特别地, 由于算例4规模较小, 两个算法在求解该算例时性能相当, 在5%的显著水平下, 两者的求解质量不存在显著性差异。

从图3中不难看出, KCH算法的时间性能较RP方法相比有较大的优势。随着算例规模的增大, KCH算法20次求解的平均运行时间的增量明显小于RP算法, 其时间性能上的优势在求解较大规模算例时尤为显著。RP算法主要包括生成随机排列和目标函数值评价两种操作, 它们的时间复杂度分别为 $O(S \cdot T \cdot L)$ 和 $O(T \cdot L^2)$, 若RP算法包含 N_S 次随机采样, 则它的时间复杂度为 $O(N_S \cdot (S + L) \cdot T \cdot L)$ 。随着算例规模的增大, 需要通过大幅增加采样次数 N_S 才可保证算法的求解质量。本文的计算实验中 $N_S = 50000$, 就所用算例而言 $N_S \cdot (S + L) \cdot T \cdot L \gg S^2 \cdot T^2 \cdot L^3$ 。故而, RP算法的时间复杂度明显大于KCH算法。综上, 对于较大规模的算例, KCH算法在求解质量和运行时间两个方面均优于RP算法, 它能够在较短的时间内快速得到一个质量较好的解, 这也体现了启发式算法利用知识的有效性。

5 结论

在未来战场中, 在不同作战阶段将传感器和武器资源共同分配给适合的目标将是增强作战效能的一种有效途径。本文在已有的S-WTA问题的基础上, 考虑了分多个阶段进行目标拦截的情形, 建立了多阶段S-WTA问题的数学模型。为了快速、有效地求解所提出的多阶段S-WTA问题, 将该问题分解为两个子问题分别进行求解。为了保证解的可行性, 本文通过在解的构造过程中动态地验证各约束条件的满足状态使得生成的解可以满足所有的约束。此外, 为了有效求解多阶段武器-目标分配子问题, 提出了一种基于问题知识的增量式的构造型启发式算法。同时, 为了有效求解多阶段S-WTA问题, 提出了一种基于边际损失的递减式的构造型启发式算法, 根据已确定的多阶段武器-目标分配方案来求解多阶段传感器-目标分配子问题。为了验证本文所提出的启发式算法的有效性, 生成了不同规模的随机算例并进行仿真实验。实验结果表明, 本文提出的KCH算法在大部分算例的求解性能上都优于其对比方法。

为了提高算法的可扩展性和求解效率, 进一步研究如何降低算法时间复杂度具有重要意义。与此同时, 根据毁伤评估的结果动态地调整分配方案的情形也值得进一步研究。此外, 在保证计算的快速性的条件

下, 也可以采用一些先进的启发式或元启发式算法来进行问题求解, 进一步提高求解质量。

参考文献:

- [1] CEBROWSKI A K, GARSTKA J J. Network-centric warfare: its origins and future. *Proceedings of the U.S. Naval Institute*, 1998, 124(1): 28 - 35.
- [2] ALBERTS D S, GARSTKA J J, STEIN F P. Network centric warfare: Developing and leveraging information superiority. *Assistant Secretary of Defense (C3I/Command Control Research Program)*. Washington DC: National Defense University Press, 2000.
- [3] PARADIS S, BENASKEUR A, OXENHAM M, et al. Threat evaluation and weapons allocation in network-centric warfare. *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion*. Philadelphia, Pennsylvania, USA: IEEE, 2005, 2: 1078 - 1085.
- [4] AHUJA R K, KUMAR A, JHA K C, et al. Exact and heuristic algorithms for the weapon-target assignment problem. *Operations Research*, 2007, 55(6): 1136 - 1146.
- [5] BOGDANOWICZ Z R, COLEMAN N P. Sensor-target and weapon-target pairings based on auction algorithm. *Proceedings of the 11th WSEAS International Conference on Applied Mathematics*. Dallas: WSEAS, 2007, 3: 92 - 96.
- [6] BOGDANOWICZ Z R. A new efficient algorithm for optimal assignment of smart weapons to targets. *Computers and Mathematics with Applications*, 2007, 6(6): 730 - 735.
- [7] YANG Xiaoling, QIU Dishan, HUANG Wei, et al. Two planning models and solving method of sensor/weapon-target assignment problem. *Fire Control & Command Control*, 2012, 37(9): 18 - 23. (杨晓凌, 邱涤珊, 黄维, 等. 传感器/武器-目标分配问题的两种规划模型及求解. 火力与指挥控制, 2012, 37(9): 18 - 23.)
- [8] LI Zifen, LI Xiangmin, DAI Jinjin, et al. Swt-opt algorithm for solving formation air to ground joint fire distribution problem. *Modern Defence Technology*, 2012, 40(4): 113 - 118. (黎子芬, 李相民, 代进进, 等. 编队对地攻击联合火力分配问题的Swt-opt算法. 现代防御技术, 2012, 40(4): 113 - 118.)
- [9] LI Zifen, LI Xiangmin, DAI Jinjin, et al. Research of modeling and simulation on formation attack to ground dynamic joint fire distribution. *Journal of System Simulation*, 2013, 25(12): 2900 - 2905. (黎子芬, 李相民, 代进进, 等. 编队对地动态联合火力分配建模与仿真研究. 系统仿真学报, 2013, 25(12): 2900 - 2905.)
- [10] WANG J, CHEN C. Sensor-weapon joint management based on improved genetic algorithm. *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: IEEE, 2015, 6: 2738 - 2742.
- [11] CHEN H, LIU Z, SUN Y, et al. Particle swarm optimization based on genetic operators for sensor-weapon-target assignment. *Proceedings of the 5th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID)*. Hangzhou, China: IEEE, 2012, 2: 170 - 173.
- [12] XIN B, WANG Y, CHEN J. An efficient marginal-return-based constructive heuristic to solve the sensor-weapon-target assignment problem. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, DOI: 10.1109/TSMC.2017.2784187.
- [13] EZRA K L, DELAURENTIS D A, PEKNY J F, et al. Comparative solution methods for the integrated problem of sensors, weapons, and targets. *Proceedings of AIAA Modeling & Simulation Technologies Conference*. Atlanta, GA, USA: AIAA, 2014, 6: 2082 - 2094.
- [14] MU L, QU X, WANG P. Application of sensor/weapon-target assignment based on multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm. *Proceedings of the 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*. Chengdu, China: IEEE, 2017, 6: 1147 -

- 1151.
- [15] LLYOD S P, WITSENHAUSEN H S. Weapons allocation is nocomplete. *Proceedings of IEEE Summer Conference on Simulation*. Reno, NV, USA: IEEE, 1986: 1054 – 1058.
- [16] XIN B, CHEN J, PENG Z, et al. An efficient rule-based constructive heuristic to solve dynamic weapon-target assignment problem. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part A: Systems and Humans*, 2011, 41(3): 598 – 606.
- [17] ZHAO W, MENG Q, CHUNG P. A heuristic distributed task allocation method for multivehicle multitask problems and its application to search and rescue scenario. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(4): 902 – 915.
- [18] CHANG T, KONG D, HAO P, et al. Solving the dynamic weapon target assignment problem by an improved artificial bee colony algorithm with heuristic factor initialization. *Applied Soft Computing*, 2018, 70: 845 – 863.
- [19] MEIGNAN D, KNUST S. A neutrality-based iterated local search for shift scheduling optimization and interactive reoptimization. *European Journal of Operational Research*, 2019, 279(2): 320 – 334.
- [20] LITVINOV E, ZHENG T, ROSENWALD G, et al. Marginal loss modeling in LMP calculation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2004, 19(2): 880 – 888.

作者简介:

王艺鹏 博士研究生, 主要研究方向为资源联合分配和混合算法设计, E-mail: 1752064@bit.edu.cn;

辛 斌 博士, 教授, 博士生导师, 第18届“关肇直奖”(2012年)获奖论文作者, 主要研究方向为智能优化、多智能体系统、无人系统和进化计算等, E-mail: brucebin@bit.edu.cn.

陈 杰 博士, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, IEEE Fellow, IFAC Fellow, 主要研究方向为复杂系统多指标优化与控制、多智能体协同控制等, E-mail: chenjie@bit.edu.cn.