卫星光通信精确跟踪控制系统的参数化综合优化设计

段广仁¹, 王建宇², 赵天一¹, 张 亮^{2†}

(1. 哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术中心,黑龙江 哈尔滨 150080;

2. 中国科学院 上海技术物理研究所空间主动光电技术重点实验室, 上海 200083)

摘要:精确跟踪对准控制系统在卫星光通信中起着至关重要的作用.我国已完成的墨子号量子科学实验卫星,是 基于经典随动系统理论设计的跟踪与瞄准系统,并在实践中取得了圆满效果.面向未来更远距离的空间通信应用, 对跟踪与瞄准系统提出了更高的精度要求,传统的控制方法很难满足.为此本文提出了精确瞄准系统的一种参数 化设计方法,抛弃了传统方法的精、粗系统分别设计的思想,对两级子系统进行整体设计,充分地利用了系统中的 设计自由度.通过综合优化这些设计自由度,实现了系统对阶跃干扰的解耦和复杂干扰的抑制、不敏感极点配置和 控制增益极小化等各项设计要求,从而显著地提高了对准精度.仿真结果表明,对准精度由原来的微弧度量级提高 到了纳弧度量级.

关键词: 控制系统参数化设计; 多目标设计; 卫星光通信; 参数摄动; 精准跟踪控制系统; 控制系统设计

引用格式:段广仁,王建宇,赵天一,等.卫星光通信精确跟踪控制系统的参数化综合优化设计.控制理论与应用, 2020, 37(3):469-480

DOI: 10.7641/CTA.2020.90583

Parametric comprehensive optimization design of high accuracy tracking control system for satellite optical communication

DUAN Guang-ren¹, WANG Jian-yu², ZHAO Tian-yi¹, ZHANG Liang^{2†}

 Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150080, China;
 Key Laboratory of Space Active Opto-Electronics Technology, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: Accurate tracking and alignment control systems play a vital role in satellite optical communications. China's completed Mozi quantum science experimental satellite uses a tracking and aiming system based on the classical follow-up system theory design, and achieved a satisfactory effect in practice. Space quantum communication application for farther distance in the future puts forward higher precision requirements for the aiming and tracking system, which is difficult to meet when using the traditional control method. To this end, this paper proposes a parametric design method for the aiming system, abandoning the idea of separate design of fine and coarse systems of the traditional methods, and designing the two-stage subsystems as a whole, making full use of the design freedom in the system. By comprehensively optimizing the design degrees of freedom, the system meets various design requirements such as decoupling step disturbance and attenuating complex interference, insensitive pole assignment and minimizing control gain, which significantly improves the alignment accuracy. The simulation results show that the alignment accuracy is improved from the original micro-arc metric to the nano-arc metric.

Key words: parametric design of control system; multi-objective design; satellite optical communication; parameter perturbations; high accuracy tracking control system; control system design

Citation: DUAN Guangren, WANG Jianyu, ZHAO Tianyi, et al. Parametric comprehensive optimization design of high accuracy tracking control system for satellite optical communication. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(3): 469 – 480

上海市青年科技启明星项目(19QA1410400)资助.

收稿日期: 2019-07-18; 录用日期: 2020-03-02.

[†]通信作者. E-mail: zhliang@mail.sitp.ac.cn; Tel.: +86 13818628572. 本文责任编委: 贾英民.

Supported by the Shanghai Rising-Star Program (19QA1410400).

1 引言

量子通信是量子物理与信息科学的新型交叉学科, 在保密安全性上具有经典通信无法比拟的优势,是近 年来国际研究的热点课题.基于卫星的量子通信摆脱 了光纤的距离束缚,为全球量子通信网的建立提供了 有效途径.

量子通信链路的实现依赖于高精度捕获跟踪瞄 准(acquisition, tracking and pointing, ATP)系统.由于 空间尺度量子通信系统中量子光发散角仅10 μrad左 右,因此动态情况下通信链路的建立和维持是系统的 重点和难点.

由于国内激光通信研究开展较晚,导致国内的 ATP技术发展较为有限.国外ATP技术的研究与发展 己历经近30年,发展己较为成熟,并已经多次成功地 应用在星间及星地通信试验当中^[1].目前国际上关于 ATP技术比较有代表性的项目有欧空局的SILEX 计划^[2-3]、Space-QUEST 计划^[4],日本的ETS-VI计 划^[5]、OICETS计划^[6-7]等等.SILEX计划的终端采用 了大范围精指向机构,粗指向机构可以以开环状态工 作^[2-3].ETS-VI计划的LCE终端采用小范围二维指向 镜作为粗指向机构,与探测器闭环跟踪精度高,因 此精跟踪机构的波动范围较小^[5].OICETS 计划的 LUCE终端采用二维转台作为粗指向机构,优势是跟 踪范围较大,不足是跟踪的精度稍低;精跟踪机构与 ETS-VI计划、SILEX计划的相比跟踪范围较大^[6-7].

目前国内外的ATP系统大多采用了精、粗对准系 统分别设计的方式,子系统内部则采用了传统的 PID控制架构. 欧洲宇航局(ESA)主导的SILEX计划 的ATP系统包含了粗跟踪系统、精跟踪系统和超前瞄 准系统3个子系统,各个子控制系统分别独立采用了 古典PID控制方式^[2-3]. 日本主导的ETS-VI计划^[5]和 OICETS计划^[6-7]的ATP系统同样采取了这种粗跟踪 系统、精跟踪系统和超前瞄准系统的控制系统架构. 其中, OICETS计划将精跟踪环嵌套于粗跟踪环当中, 而将超前瞄准子系统独立开来. 粗跟踪子系统包含电 机驱动的转台结构,具有较大的粗跟踪范围.2008年 美国航空航天局(NASA)开启了月地激光通信演示验 证(LLCD)计划,将激光通信研究推入了深空阶段.相 比于近地激光通信,深空超长链路的环境更为复杂和 恶劣,空间终端只能依靠极弱的光信号进行高带宽的 跟踪以维持通信链路稳定.为此,LLCD计划基于精、 粗跟踪系统分别设计的思想,采用了主被动相结合的 跟踪控制方案.这种基于本地稳定平台的主被动结合 的控制策略不仅解决了极弱光强的跟踪问题,同时还 减缓了光学跟踪频率从而弱化了空间终端对大气干 扰的敏感性^[8-9].

国外的ATP跟踪精度已经达到了较高的水平.在 量子科学实验卫星中载荷对地的快速捕获,初始捕获 时间平均1.1 s, 丢失后重捕获0.3 s, 载荷跟踪精度最 优达到0.5 μrad (1σ), 系统指向误差小于1 μrad; 实现 了一星对双站的高精度光链路跟踪; 文献[11]摘录了 日本、欧洲最具代表性的激光通信中的跟踪指向性能 测试情况.日本OICETS项目中跟踪精度小于0.2 μrad (1σ), 系统指向误差修正前3 μrad, 修正后小于1 μrad (见文献[11]第2–3页); 欧洲SiLEX计划中, 终端捕获 时间平均68 s, 跟踪精度小于0.2 μrad (1σ), 系统指向 误差0.85~1.5 μrad, (见文献[11]第5–6页).(以上误差 分为了两项, 一项是跟踪精度, 也就是与控制跟踪有 关的误差; 另一项是系统指向误差, 指的是发射光轴 与接收光轴之间的系统偏差, 一般与自动控制无关, 而与结构、热稳定性有关.这次本文只涉及前一项误 差.)

在中国科学院空间科学战略性先导专项项目支持 下,我国成功发射了墨子号量子科学实验卫星,完成 了多项星地量子科学实验任务,在空间尺度量子通信 方面取得重大进展.从工程技术的角度,基于经典随 动系统理论方法,完成了高精度捕获跟踪与瞄准系统 的设计实现,在轨实测跟踪精度优于0.5 μrad (1σ),满 足空间量子通信链路需求^[10].

前期项目中精准对准系统采用了经典的PID控制 方式,取得了良好的控制效果.未来空间量子通信将 向更高轨道更远距离发展,其对控制的精度提出了更 高的要求,已有的传统的控制方法难以满足.因此,本 文针对该项目第二期的预先研究,开发了一种新的精 确对准系统的参数化设计方法.不同于传统的控制方 法,参数化方法通过首先建立控制律的完全参数化表 示,然后综合优化控制律中的自由参数来实现控制系 统的多目标设计要求,如闭环极点对参数摄动不灵敏 设计[12-13]、干扰抑制设计[14-15]、增益调度设计[16-17] 等,因而相较于其他设计方法更加灵活、方便,具有更 加广泛的适用范围.本文设计的控制律同时考虑了精 度、阶跃干扰解耦、干扰抑制、对参数摄动不敏感等 方面.从仿真结果上看,本文设计的参数化方法的控 制效果在对准精度、干扰抑制能力等方面要远远优于 传统的控制方法,对准精度由原来的微弧度量级提高 到了纳弧度量级.

2 问题描述

2.1 控制系统构成

在项目中,粗跟踪机构(可使用二维转台或二维指 向镜)与粗跟踪探测器构成粗跟踪光闭环系统,实现对 地面站信标光的捕获及粗跟踪,将光束引入望远镜及 后光路.精跟踪机构即压电陶瓷快速反射镜与精跟踪 相机构成精跟踪光闭环系统,对粗跟踪的残差进一步 抑制,量子发射及接收则通过分光合束器件与跟踪单 元共光路(见图1).具体控制系统结构如图2所示.

2.2 状态空间模型

系统的开环模型如图3所示. 选取如下状态向量:

$$= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ z_1 \ z_2]^{\mathrm{T}} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_1 \ v \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2]^{\mathrm{T}},$$

并将控制向量定义为 $u = [u_1 \ u_2]^{\mathrm{T}}$.

引入如下记号:

ζ

$$\zeta_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \ \zeta_2 = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix},$$

则根据框图3,容易导出开环系统的状态方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \end{bmatrix} d, \quad (1)$$

其中: d是外部干扰,

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{a_1}{a_0} & 0 \\ 18a_2 & 0 & 0 & -a_2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_1c_2}{a_0} & 0 \\ 0 & 18a_2 \end{bmatrix},$$
(2)

制系统的参数化综合优化设计 471
$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b\omega_n^2 \end{bmatrix}, \ A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix},$$
(3)

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{c_1 c_2}{a_0} & 0 \end{bmatrix}.$$
(4)

根据物理背景可知系统的量测输出方程为

$$y_l = C\zeta,$$

其中
$$C = [I_5 \ 0].$$



图 1 精确对准系统物理结构图





图 2 基于经典方法的控制系统





2.3 问题的描述

根据实际任务需求,希望对准系统的角度输出 θ₁和θ₂渐进跟踪给定的定常参考信号,因此引入如下 的受控输出方程:

$$y_{\rm s} = C_1 \zeta_1 + C_2 \zeta_2, \tag{5}$$

其中:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
(6)

本文想要解决的问题可以描述如下:

问题1 给定系统(1),设计线性反馈控制律,使得如下条件被同时满足:

1) 闭环系统的受控输出 y_{s} 渐近跟踪给定的定常 参考信号 y_{r} ;

2) 闭环系统的受控输出y_s对阶跃的干扰信号完 全解耦;

3) 闭环系统是非退化的,且具有期望的复共轭闭 环极点;

4) 闭环系统具有较小的特征值灵敏度;

5) 闭环系统由干扰d到最终角度输出 θ_2 的传递函数 $G_{d\theta_2}(s)$ 具有尽可能小的 H_2 范数;

6) 反馈增益矩阵具有尽可能小的范数.

3 准备工作

3.1 渐近跟踪

考虑下述线性定常系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Dd, \\ y = Cx, \end{cases}$$
(7)

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$, $y \in \mathbb{R}^m$ 和 $d \in \mathbb{R}^l$ 分别是系统的状态向量、控制输入向量、输出向量和干扰向量; A, B, D和C是适当维数的已知参数矩阵.

在许多实际问题中,希望设计控制律u,使得控制 系统的输出y(t)能够渐进跟踪某一给定的定常参考信 号 y_r ,即 lim $[y(t) - y_r] = 0$.

引入如下新的变量q(t)

$$q(t) = \int_0^t [y(\tau) - y_{\rm r}] \mathrm{d}\tau,$$

则有

$$\dot{q}(t) = y(t) - y_{\rm r}.\tag{8}$$

联立式(7)-(8),可得如下增广系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0 \\ y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} d, \\ y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}.$$
(9)

针对该增广系统设计如下状态反馈控制律:

$$u = \begin{bmatrix} K_{\mathbf{x}} & K_{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} = K_{\mathbf{x}}x + K_{\mathbf{q}}q = K_{\mathbf{x}}x + K_{\mathbf{q}}\int_{0}^{t} [y(\tau) - y_{\mathbf{r}}]d\tau,$$

显然, 控制律(10)相对于系统(7)是一个广义的PI控制器.

引理 1^[18] 如果式(10)是增广系统(9)的一个状态 反馈镇定律,则在干扰d为定常的条件下,系统(7)可以 在控制律(10)的作用下实现其输出对于阶跃信号y_r的 渐近跟踪,同时对干扰d完全解耦.

3.2 状态反馈参数化设计

针对系统(7),设计如下状态反馈控制律:

$$u = Kx. \tag{11}$$

希望在控制律(11)的作用下,闭环系统是非退化的,并 拥有期望的复共轭极点 s_i , $i = 1, 2, \cdots, n$.

根据文献[19]的理论,依次对矩阵[$s_iI - A - B$], $i = 1, 2, \dots, n$ 进行奇异值分解,进而得到正交矩阵 $P_i, Q_i, i = 1, 2, \dots, n$,使得

$$P_i[s_i I - A - B]Q_i = [\Sigma_i \ 0], \ i = 1, 2, \cdots, n.$$
(12)

若对矩阵
$$Q_i, i = 1, 2, \cdots, n,$$
进行如下分块

$$Q_i = \begin{bmatrix} * \hat{N}_i \\ * \hat{D}_i \end{bmatrix}, \ \hat{N}_i \in \mathbb{R}^{n \times r}, \ \hat{D}_i \in \mathbb{R}^{r \times r},$$
(13)

则根据式(12),有

$$(s_i I - A)\hat{N}_i - B\hat{D}_i = 0, \ i = 1, 2, \cdots, n$$

有了以上准备,根据文献[19]的理论,有以下结论.

引理 2 设系统 (7) 能控, 设 $\hat{N}_i \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $\hat{D}_i \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为由式(12)–(13)给出的矩阵. 则所有能使闭环系统非退化并拥有期望的复共轭极 点 s_i , $i = 1, 2, \dots, n$ 的控制律(11)可以由下式给出:

$$\begin{cases} u = Kx = WV^{-1}x, \\ V = [\hat{N}_1 z_1 \ \hat{N}_2 z_2 \ \cdots \ \hat{N}_n z_n], \\ W = [\hat{D}_1 z_1 \ \hat{D}_2 z_2 \ \cdots \ \hat{D}_n z_n], \end{cases}$$

其中 $z_i \in \mathbb{C}^r$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为满足如下约束的参数 向量:

- 1) det $[\hat{N}_1 z_1 \ \hat{N}_2 z_2 \ \cdots \ \hat{N}_n z_n] \neq 0;$
- 2) 如果 $s_i = \bar{s}_l \perp \operatorname{Im}(s_i) \neq 0$, 则 $z_i = \bar{z}_l$.

3.3 干扰抑制

线性定常系统(7)在状态反馈控制律(11)作用下的 闭环系统为

(10)

其中

$$A_{\rm c} = A + BK$$

希望干扰d对输出y的影响尽可能小,为此可以极小化

$$G_{dy}(s) = C(sI - A)^{-1}D$$

的H2范数.

引理 3^[15] 设 $A_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$. 若矩阵 A_c 的特征值均具有非正实部, 则

1) 如下两个Lyapunov方程均存在唯一的对称半 正定解P₁和P₂:

$$A_{c}P_{1} + P_{1}A_{c}^{T} = -BB^{T},$$

 $A_{c}^{T}P_{2} + P_{2}A_{c} = -C^{T}C;$

2) 如下的关系式成立:

$$||C(sI - A_c)^{-1}B||_2^2 = \operatorname{tr}(CP_1C^T) = \operatorname{tr}(B^T P_2 B).$$

4 控制系统设计

4.1 控制器结构

引入如下记号:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0\\ b\omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} 1\\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
(14)

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ C_1 & C_2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
(15)

其中: A₁₁, A₂₁, A₂₂, B₁由式(2)-(3)给出; C₁, C₂由式 (6)给出.

定理1 设 $y_r \in \mathbb{R}^2$ 是给定的定常参考信号, \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} 由式(14)给出, A, B由式(15)给出. 设矩阵($\tilde{A} + L\tilde{C}$), (A + BK)的特征值均具有负实部, 则系统(1) (5)在如下控制律的作用下:

$$\begin{cases} \dot{q} = C_1 \zeta_1 + C_2 \zeta_2 - y_{\rm r}, \\ \dot{\hat{\zeta}}_2 = (\tilde{A} + L\tilde{C})\hat{\zeta}_2 + \tilde{B}x_4 - Lz_1, \\ u = K[\zeta_1 \ \hat{\zeta}_2 \ q]^{\rm T}, \end{cases}$$
(16)

有如下结论:

1) 闭环系统的受控输出 y_s 渐近跟踪给定的定常 参考信号 y_r ;

2) 闭环系统的受控输出y_s对阶跃的干扰信号d完 全解耦.

证 容易看出ζ2子系统的状态空间模型为

$$\dot{\zeta}_2 = \tilde{A}\zeta_2 + \tilde{B}x_4,$$

$$\tilde{y} = z_1 = \tilde{C}\zeta_2.$$
(17)

若引入变量

$$e = \zeta_2 - \hat{\zeta}_2, \tag{18}$$

则式(16)的第2个表达式可以改写为

$$\dot{e} = (\tilde{A} + L\tilde{C})e, \tag{19}$$

若将矩阵K进行如下分块:

$$K = [K_1 \ K_2 \ K_3], \ K_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 4}, \ K_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

同时考虑到式(18),则式(16)的第3个表达式可以改写 为

$$u = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & -K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ q \\ e \end{bmatrix}.$$
 (20)

综合开环系统(1)与控制律(16),并将表达式(19)-(20)代入,可得如下闭环系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK & * \\ 0 & \tilde{A} + L\tilde{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{D}_1 \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} \tilde{y}_r \\ 0 \end{bmatrix},$$
(21)

其中:

$$\eta = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ q \end{bmatrix}, \quad \tilde{D}_1 = \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{y}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_r \end{bmatrix}. \quad (22)$$

由假设条件可以知道矩阵($\tilde{A} + L\tilde{C}$), (A + BK)的特 征值均具有负实部,因此上述闭环系统显然是渐近稳 定的.进而,根据引理1,可知闭环系统的受控输出 y_s 渐近跟踪给定的定常参考信号 y_r ,闭环系统的受控输 出 y_s 对阶跃的干扰信号完全解耦. 证毕.

4.2 观测器设计

由定理1的证明不难看出,式(16)的第2个表达式 本质是ζ₂子系统的全维状态观测器.本节考虑该观测 器的设计方法.

假设此观测器期望配置的实极点为 \hat{s}_1, \hat{s}_2 .对 (\tilde{A}, \tilde{C})进行观测器设计等价于对($\tilde{A}^{T}, \tilde{C}^{T}$)进行状态 反馈极点配置.因此,利用第3.2节展示的理论,依次 对矩阵[$s_i I - \tilde{A}^{T} - \tilde{C}^{T}$], i = 1, 2,进行奇异值分解, 进而得到正交矩阵 $P_i, Q_i, i = 1, 2$,使得

$$P_{i}[s_{i}I - \tilde{A} - \tilde{C}]Q_{i} = [\Sigma_{i} \ 0], \ i = 1, 2.$$
(23)

若对矩阵 Q_i , i = 1, 2, 进行如下分块:

$$Q_i = \begin{bmatrix} * & \hat{H}_i \\ * & \hat{L}_i \end{bmatrix}, \ \hat{H}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}, \ \hat{L}_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}, \qquad (24)$$

则有

473

$$(s_i I - \tilde{A}^{\mathrm{T}}) \hat{H}_i - \tilde{C}^{\mathrm{T}} \hat{L}_i = 0, \ i = 1, 2.$$

有了以上准备,根据第3.2节展示的结果,观测器的增益矩阵L可以由下式给出:

$$\begin{cases} L = T^{-T}G^{T}, \\ T = [\hat{H}_{1} \ \hat{H}_{2}] \\ G = [\hat{L}_{1} \ \hat{L}_{2}]. \end{cases}$$

由引理2可知,若按照以上方法进行观测器设计, 则 $(\tilde{A} + L\tilde{C})$ 是非退化的,且其特征值为 \hat{s}_1, \hat{s}_2 .

定理 2 给定系统(1). 设 \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} 由式(14)给出, A, B由式(15)给出. 若($\tilde{A} + L\tilde{C}$) 稳定,则

1) (极点分离原理)在控制律(16)的作用下的闭环 系统的极点集, 是矩阵(A + BK)和 $(\tilde{A} + L\tilde{C})$ 的特征 值集合的并;

2) (传递函数分离原理) 在控制律(16)的作用下的 闭环系统由干扰*d*到最终角度输出θ₂的传递函数可以 由下式给出:

$$G_{d\theta_2}(s) = e_5^{\mathrm{T}}(sI - (A + BK))^{-1}\tilde{D}_1,$$
 (25)
其中: $e_5 \in \mathbb{R}^8$ 代表第5个元素是1,其余元素是0的向

3) (特征值灵敏度分离原理)在控制律(16)的作用 下的闭环系统的特征值灵敏度由矩阵(A + BK)和 ($\tilde{A} + L\tilde{C}$)的特征向量矩阵的条件数决定.

证 与定理1的证明过程类似,将控制律(16)代入 开环系统(1),并将表达式(19)-(20)代入,可得闭环系 统(21).由式(21)容易看出

$$\operatorname{eig} \begin{bmatrix} A + BK & * \\ 0 & \tilde{A} + L\tilde{C} \end{bmatrix} = \operatorname{eig}(A + BK) \cup \operatorname{eig}(\tilde{A} + L\tilde{C})$$

即定理的结论1成立.

量, *D*₁由式(22)给出;

考察闭环系统(21)由干扰d到最终角度输出θ₂的 传递函数

$$G_{\mathrm{d}\theta_2}(s) = \begin{bmatrix} e_5^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sI - A_{\mathrm{C}} & * \\ 0 & sI - A_{\mathrm{L}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{D}_1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

其中:

$$A_{\rm C} = A + BK, \ A_{\rm L} = \tilde{A} + L\tilde{C}.$$

注意到分块矩阵的求逆引理,上式可以改写为

$$\begin{split} G_{\mathrm{d}\theta_2}(s) \! = \! [e_5^{\mathrm{T}} \ 0] \! \begin{bmatrix} (sI \! - \! A_{\mathrm{C}})^{-1} & * \\ 0 & (sI \! - \! A_{\mathrm{L}})^{-1} \end{bmatrix} \! \begin{bmatrix} \tilde{D}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \! = \\ e_5^{\mathrm{T}}(sI - A - BK)^{-1} \tilde{D}_1, \end{split}$$

即定理的结论2成立.

由文献[9]可知矩阵(A + BK)和 $(\tilde{A} + L\tilde{C})$ 的特征值灵敏度分别取决于这两个矩阵的特征向量矩阵的条件数,又由定理的结论1可知闭环系统(21)的极点

是矩阵(A + BK)和 $(\tilde{A} + L\tilde{C})$ 的特征值集合的并,因此显然定理的结论3成立. 证毕.

4.3 鲁棒反馈镇定律设计

本节考虑增益矩阵K的求取.

假设(A + BK)期望配置的极点为 s_1, s_2, \dots, s_8 . 利用第3.2节展示的理论,依次对矩阵 $[s_iI - A - B]$, $i = 1, 2, \dots, 8$,进行奇异值分解,进而得到正交矩阵 $P_i, Q_i, i = 1, 2, \dots, 8$,使得

$$P_i[s_iI - A - B], \ Q_i = [\Sigma_i \ 0], \ i = 1, 2, \cdots, 8.$$
(26)

若对矩阵 Q_i , $i = 1, 2, \cdots, 8$ 进行如下分块:

$$Q_i = \begin{bmatrix} * & \hat{N}_i \\ * & \hat{D}_i \end{bmatrix}, \ \hat{N}_i \in \mathbb{R}^{8 \times 2}, \ \hat{D}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2},$$
(27)

则有

$$(s_i I - A) \tilde{N}_i - B \tilde{D}_i = 0, \ i = 1, 2, \cdots, 8.$$

有了以上准备,根据第3.2节展示的结果,反馈增益矩阵*K*可以由下式给出:

$$\begin{cases} K = WV^{-1}, \\ V = [\hat{N}_1 f_1 \ \hat{N}_2 f_2 \ \cdots \ \hat{N}_n f_n], \\ W = [\hat{D}_1 f_1 \ \hat{D}_2 f_2 \ \cdots \ \hat{D}_n f_n], \end{cases}$$
(28)

其中 $f_i \in \mathbb{C}^r$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为满足如下约束的参数 向量:

- 1) det $[\hat{N}_1 f_1 \ \hat{N}_2 f_2 \ \cdots \ \hat{N}_n f_n] \neq 0;$
- 2) 如果 $s_i = \bar{s}_l \perp \operatorname{Im}(s_i) \neq 0$, 则 $f_i = \bar{f}_l$.

定理3 给定系统(1). 设*A*, *B*由式(15)给出. 设 *s*₁, *s*₂, …, *s*₈为一组具有负实部的复共轭复数, *K*由 式(28)给出. 则

1) 矩阵(A + BK)是非退化的且其特征值为 s_1 , s_2, \dots, s_8 ;

2) 若采用第4.2节展示的设计方法进行观测器设 计,并取控制律(16),则闭环系统是非退化的,且其特 征值为 $\hat{s}_1, \hat{s}_2, s_1, s_2, \cdots, s_8;$

3) 由式(25)给出的传递函数*G*_{dθ2}(*s*)的*H*₂范数可 以由下式给出:

$$||G_{\mathrm{d}\theta_2}(s)||_2^2 = \mathrm{tr}(\tilde{D}_1^{\mathrm{T}} V^{-\mathrm{T}} P_2 V^{-1} \tilde{D}_1), \qquad (29)$$

其中:

$$P_2 = \operatorname{unvec}_{8,8}(\rho),\tag{30}$$

$$\rho = ((I_8 \otimes \Lambda_1) + (\Lambda_1 \otimes I_8))^{-1} \operatorname{vec}(\Psi), \quad (31)$$

$$\Psi = -V^{\mathrm{T}} e_5 e_5^{\mathrm{T}} V, \tag{32}$$

$$\Lambda_1 = \text{diag}\{s_1, \, s_2, \, \cdots, \, s_8\}.$$
(33)

证 根据第4.3节的设计方法以及第3.2节展示的 结果,定理的结论1显然成立.由定理2可知在控制律 (16)的作用下的闭环系统的极点集,是矩阵(*A*+*BK*)

和 $(\tilde{A} + L\tilde{C})$ 的特征值集合的并,同时考虑到引理2,可知定理的结论2成立.

当K由式(28)给出时,有

$$A + BK = V\Lambda_1 V^{-1}.$$

将上式代入到传递函数 $G_{d\theta_2}(s)$ 的表达式(25)中,可得

$$G_{\mathrm{d}\theta_2}(s) = e_5^{\mathrm{T}} V(sI - \Lambda_1)^{-1} V^{-1} D_1.$$
 (34)

为了对上式应用引理3,考虑如下Lyapunov方程:

$$\Lambda_1 P_2 + P_2 \Lambda_1 = \Psi,$$

其中 Ψ 由式(32)给出.利用拉直运算,可得上述Lyapunov方程的解为式(30),则根据引理3,传递函数 $G_{d\theta_2}(s)$ 的 H_2 范数可以由式(29)给出.即定理的结论3 成立. 证毕.

矩阵(*A* + *BK*)的特征向量矩阵的条件数可以由下式给出:

$$\operatorname{cond}(V) = \|V\| \|V^{-1}\|,$$

反馈增益矩阵K的范数可以由下式给出:

$$||K|| = ||WV^{-1}||.$$

为了使闭环系统具有较小的特征值灵敏度以及尽可能小的反馈控制增益,同时使由干扰d到最终角度 输出 θ_2 的传递函数 $G_{d\theta_2}(s)$ 具有尽可能小的 H_2 范数, 引入如下优化指标:

$$J(f_i, i = 1, 2, \cdots, 8) =$$

 $\alpha_{\rm d} {\rm tr}(\tilde{D}_1^{\rm T} V^{-{\rm T}} P_2 V^{-1} \tilde{D}_1) +$
 $\alpha_{\rm c} \|V\| \|V^{-1}\| + \alpha_{\rm u} \|WV^{-1}\|$

其中: $\alpha_d, \alpha_c, \alpha_u \ge 0$ 是权重系数, W, V由式(28)给出. 求解如下优化问题:

min
$$J(f_i, i = 1, 2, \cdots, 8),$$

s.t. det
$$[N_1 f_1 \ N_2 f_2 \ \cdots \ N_n f_n] \neq 0,$$
 (35)

记得到的最优参数为 f_i^* , $i = 1, 2, \dots, 8$. 将这组最优参数带入到控制器增益K的表达式(28)中即可得到想要设计的控制器.

注1 可以看出式(35)是一个受约束的非线性优化问题,想要得到理论上的全局最优解比较困难.但可以事先确定待优化参数的大致范围,然后利用数值优化算法(如遗传算法、退火算法等)来求得问题(35)的局部数值最优解.

5 仿真分析

5.1 控制系统设计

开环系统(1)的参数值由表1给出.

	表1 开环系统参数值
Table 1	Open loop system parameter value

参数	数值	参数	数值
a_0	0.0032	c_1	15
a_1	1.63	c_2	5/3
a_2	18840	ω_n	7000
ξ	0.35	b	0.25×10^{-4}

控制系统的 Simulink 实现如图 4 所示, 矩阵 (A+BK)期望配置的极点为

 $s_1 = -30.756, s_2 = -10.701,$ $s_3 = -1.2823, s_4 = -59170,$ $s_5 = -19170, s_6 = -39170,$

$$s_{7.8} = -1506.9 \pm i6837.5.$$



图 4 参数化方法控制系统Simulink框图

Fig. 4 Simulink block diagram of the parametric method control system

求解优化问题(35),得到最优参数如下(仅展示5位 有效数字):

$$f_{1} = \begin{bmatrix} 98.613 \\ -96.551 \end{bmatrix}, f_{2} = \begin{bmatrix} -22.138 \\ -69.046 \end{bmatrix},$$

$$f_{3} = \begin{bmatrix} 1.6006 \\ 40.796 \end{bmatrix}, f_{4} = \begin{bmatrix} 22.506 \\ 152.88 \end{bmatrix},$$

$$f_{5} = \begin{bmatrix} 57.279 \\ -211.44 \end{bmatrix}, f_{6} = \begin{bmatrix} -115.56 \\ -100.76 \end{bmatrix},$$

$$f_{7} = \begin{bmatrix} 29.968 \\ -57.264 \end{bmatrix}, f_{8} = \begin{bmatrix} 97.488 \\ -17.826 \end{bmatrix}.$$

将上述最优参数代入式(28),可得控制器的增益矩阵*K*为

$$K = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4]$$

其中:

$$K_{1} = \begin{bmatrix} -4.9554 \times 10^{6} & -1.5390 \times 10^{5} \\ -1.6362 \times 10^{3} & -5.0333 \times 10^{1} \end{bmatrix},$$

$$K_{2} = \begin{bmatrix} -9.8252 \times 10^{0} & -4.3138 \times 10^{0} \\ -1.0777 \times 10^{-2} & -5.7672 \times 10^{-2} \end{bmatrix},$$

$$K_{3} = \begin{bmatrix} 1.1010 \times 10^{5} & -1.1714 \times 10^{2} \\ 1.4138 \times 10^{2} & 1.2184 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$K_{4} = \begin{bmatrix} -6.0996 \times 10^{6} & 1.3849 \times 10^{8} \\ -2.0140 \times 10^{3} & -7.0499 \times 10^{2} \end{bmatrix}.$$
矩阵 $(A + LC)$ 期望配置的极点为

 $\hat{s}_1 = -5274.2, \ \hat{s}_2 = -12274.$ 所设计的观测器的博益되阵 I 为

$$L = [-1.2648 \times 10^4 \ 4.6241 \times 10^7]^{\mathrm{T}}$$

前期项目采用了经典PID控制方法,其控制系统 Simulink实现如图5所示.





Fig. 5 Simulink block diagram of the classic method control system

5.2 大扰动情形

仿真环境与条件详述如下:

1) MATLAB与Simulink版本为2014a;

2) 仿真算法采取Simulink软件中的ode23tb (stiff/ TR-BDF2);

3) 闭环系统的状态初值全部取为0.

将参考信号θ_{r1}选取为单位阶跃信号,参考信号θ_{r2} 选取为0.为了测试控制系统的抗干扰能力与对准精 度,考虑了大干扰的情形.将干扰信号d分别选取为如 下3种情形:

情形1 斜率为1的斜坡信号;

情形 2 幅值为1,角频率为0.5 rad/s,初相位为0 的正弦信号,即

$$d(t) = \sin(0.5t)$$

情形 3 方差为1×10⁻⁴的高斯白噪声(生成信号的步长为0.001 s).

引入最终角度跟踪误差 $e_2 = \theta_{r2} - \theta_2$,则在上述3 种情形下 e_2 的响应曲线如图6所示,对应的控制输入 u_1, u_2 的曲线如图7所示.

作为对比,还进行了经典控制方法的仿真.将参考 信号θ_{r1}和θ_{r2}均设置为1,仿真环境与条件同上,并采 取了相同的干扰信号.得到的e₂的响应曲线如图8所 示,控制输入u₁,u₂的曲线如图9所示.

注2 参数化方法和经典方法选取了不同的参考输入数值,这是由于经典方法是基于与基座的相对坐标来进行的跟踪控制系统设计,而本文提出的参数化方法则考虑的是相对惯性坐标系的绝对角度跟踪.因此,虽然参考输入数值选取的不同,但本质上跟踪的角度是相同的.

第37卷



注 3 在实际跟踪控制系统中还会受到传感器分辨 率、探测噪声、执行机构控制噪声等多种客观因素影响,本文 主要研究控制系统在动态性能方面的优化方法,未将以上因 素带入仿真模型.

由图6和图8对比可以看出,在3种情形下,采用 参数化控制方法能够达到的跟踪精度均要远远高于















采用经典控制方法.

1) 在以上3种情形下,采用参数化控制方法,角度的跟踪精度均可以达到10⁻⁹ rad数量级.

2) 在干扰选取为斜坡、正弦、白噪声这3种信号的情形下,采用经典控制方法,角度的跟踪精度分别只能达到 10^{-7} rad, 10^{-6} rad, 10^{-2} rad数量级.

注 4 根据文献[1], 经典控制方法是对斜坡干扰完全 解耦的. 但是由本文的仿真结果图8(a)可以看出, 采用经典方 法得到的跟踪误差稳态会存在高频的抖动, 这是由Simulink 的计算噪声所引起的. 对比图6(a)和图8(a)可以发现, 本文的 方法对这种计算噪声更为不敏感.

由图7和图9对比可以看出:

1) 在3种干扰下,参数化控制方法的控制输 入 u_1, u_2 的峰值分别在 10^2 V, 10^0 V数量级. 而经典 控制方法的控制输入 u_1, u_2 的峰值则均要达到 10^3 V数量级.

2) 由图7(c)和图9(c)对比可以发现,当干扰为白 噪声时,经典方法的控制输入u₂存在微小的高频抖 动,而参数化方法的两个控制输入均十分平稳.

可见,本文设计的参数化方法的控制效果在对 准精度、干扰抑制能力、控制量峰值等方面要远远 优于传统的控制方法.

5.3 小扰动情形

实际工程上,干扰的量级要小得多,可被归纳为 如下3种情形:

情形1 斜率为0.017的斜坡信号;

情形 2 幅值为0.0034, 角频率为0.5 rad/s, 初相







位为0的正弦信号,即

 $d(t) = 0.0034\sin(0.5t);$

情形3 方差为1×10⁻⁶的高斯白噪声(生成信号的步长为0.001 s).

在相同的仿真环境下,选取相同的初值,得到的 以上3种情形的e₂的响应曲线如图10所示,控制输 入u₁, u₂的曲线如图11所示.

同样,针对经典控制方法也进行了相应仿真,采取与第5.2节经典控制方法相同的仿真环境与初值, 得到的e₂的响应曲线如图12所示,对应的控制输入u₁,u₂的曲线如图13所示.

由图10和图12对比可以看出,在将干扰选取为 工程上的量级后,采用参数化控制方法能够达到的 跟踪精度依旧均要远远高于采用经典控制方法.

1) 在干扰选取为斜坡、正弦、白噪声这3种信号的情形下,采用参数化控制方法,角度的跟踪精度分别可以达到10⁻¹⁰ rad, 10⁻¹¹ rad, 10⁻¹⁰ rad数量级.

2) 在干扰选取为斜坡、正弦、白噪声这3种信号的情形下,采用经典控制方法,角度的跟踪精度分别只能达到 10^{-7} rad, 10^{-8} rad, 10^{-3} rad数量级.



(c) *d=N*(0.1×10⁻⁶)的情形

图 11 小扰动情形参数化方法控制输入

Fig. 11 Parameterization method control inputs under small disturbance



small disturbance

由图11和图13对比可以看出,在3种干扰下,参数化控制方法的控制输入 u_1, u_2 的峰值分别在 10^2 V, 10^0 V数量级. 而经典控制方法的控制输入 u_1, u_2 的峰值则均要达到 10^3 V数量级.

可见,本文设计的参数化方法的控制效果在对 准精度、干扰抑制能力、控制量峰值等方面要远远 优于传统的控制方法.

6 结论

本文研究了卫星光通信精确跟踪控制系统的设 计问题,提出了一种参数化设计方法,在中国科学 院空间科学战略性先导专项项目的支持下,我国在 对空间尺度量子通信中低损耗链路实现的关键技术 取得重大突破. 该项目基于经典随动系统理论方法, 实现了高精度捕获跟踪与瞄准系统圆满完成了空间 量子科学实验任务.未来通信将向万公里及远距离 发展,为了满足链路效率,信号发散角将降低一个 数量级,相应对控制精度要求有数量级的提升,已 有的传统的控制方法将难以满足.因此,本文开发 了一种新的参数化控制系统设计方法.不同于传统 的控制方法,参数化方法抛弃了传统的精、粗系统 分别设计的思想,通过首先建立控制律的完全参数 化表示,然后综合优化控制律中的自由参数来实现 控制系统的多目标设计要求,因而相较于传统设计 方法更加灵活方便,且更具整体性.本文设计的控 制律同时考虑了精度、阶跃干扰解耦、干扰抑制、对 参数摄动不敏感、控制增益等方面.从仿真结果上





看,本文设计的参数化控制系统在对准精度、干扰 抑制能力、控制输入峰值等方面要远远优于传统的 控制方法.在本文中,系统的闭环极点并未参与优 化,在之后的工作中可以令闭环极点同样参与优化. 从而达到更好的控制效果.

参考文献:

- ZHANG Liang. Research on the key technologies of the low loss link implementation in space based quantum communications. Shanghai: Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 2011.
 (张亮. 空间尺度量子通信中低损耗链路实现的关键技术研究. 上海: 中国科学院研究生院, 2011.)
- [2] NIELSEN T T. Pointing, acquisition, and tracking system for the freespace laser communication system SILEX. Free-Space Laser Communication Technologies VII: International Society for Optics and Photonics, 1995, 2381: 194 – 205.
- [3] MATHUR R P, BEARD C I, PURLL D J. Analysis of SILEX tracking sensor performance. *Free-Space Laser Communication Technologies VII: International Society for Optics and Photonics*, 1990, 1218: 129 – 141.
- [4] ARMENGOL J M P, FURCH B, DE MATOS C J, et al. Quantum communications at ESA: towards a space experiment on the ISS. Acta Astronautica, 2008, 63(1/2/3/4): 165 – 178.
- [5] KOMATSU K, KANDA S, HIRAKO K, et al. Laser beam acquisition and tracking system for ETS–VI laser communication equipment. *Free-Space Laser Communication Technologies VII: International Society for Optics and Photonics*, 1990, 1218: 96 – 107.
- [6] JONO T, TOYODA M, NAKAGAWA K, et al. Acquisition, tracking, and pointing systems of OICETS for free space laser communications. Acquisition, Tracking, and Pointing XIII: International Society for Optics and Photonics, 1999, 3692: 41 – 50.
- [7] TAKAYAMA Y, JONO T, TOYOSHIMA M, et al. Tracking and pointing characteristics of OICETS optical terminal in communica-

tion demonstrations with ground stations. *Free-Space Laser Communication Technologies XIX and Atmospheric Propagation of Electromagnetic Waves. International Society for Optics and Photonics*, 2007, 6457: 645707.

- [8] BURNSIDE J W, CONRAD S D, PILLSBURY A D, et al. Design of an inertially stabilized telescope for the LLCD. *Free-Space Laser Communication Technologies XXIII. International Society for Optics and Photonics*. 2011, 7923: 79230L.
- [9] ECKELKAMP B D, SEBESTA H R, BURKHARD K. Magnetohydrodynamic inertial reference system. Acquisition, Tracking, and Pointing XIV: International Society for Optics and Photonics. 2000, 4025: 99 – 110.
- [10] ZHANG Liang, JIA Jianjun, LIAO Shengkai, et al. Establishment and in-orbit test of optical link in satellite-to-ground quantum communication. *Scientia Sinica Informationis*, 2018, 48(9): 1183 – 1197. (张亮, 贾建军, 廖胜凯, 等. 星地量子通信光链路的建立与在轨验证. 中国科学: 信息科学, 2018, 48(9): 1183 – 1197.)
- [11] JONO T, TAKAYAMA Y, SHIRATAMA K, et al. Overview of the inter-orbit and the orbit-to-ground laser communication demonstration by OICETS. Free-Space Laser Communication Technologies X-IX and Atmospheric Propagation of Electromagnetic Waves. International Society for Optics and Photonics, 2007, 6457: 645702.
- [12] DUAN G R. Robust eigenstructure assignment via dynamical compensators. *Automatica*, 1993, 29(2): 469 – 474.
- [13] DUAN G R. Simple algorithm for robust pole assignment in linear output feedback. *IEE Proceedings D: Control Theory and Applications*, 1992, 139(5): 465 – 470.
- [14] DUAN G R, LIU G P, THOMPSON S. Disturbance decoupling in descriptor systems via output feedback-a parametric eigenstructure assignment approach. *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control.* Sydney, Australia: IEEE, 2000, 4: 3660 – 3665.

- [15] DUAN G R, IRWIN G W, LIU G P. Disturbance attenuation in linear systems via dynamical compensators: A parametric eigenstructure assignment approach. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2000, 147(2): 129 – 136.
- [16] WU W J, DUAN G R. Gain scheduled control of linear systems with unsymmetrical saturation actuators. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(15): 3711 – 3719.
- [17] WANG Q, ZHOU B, DUAN G R. Robust gain scheduled control of spacecraft rendezvous system subject to input saturation. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 42(1): 442 – 450.
- [18] DUAN Guangren. Linear System Theory (Volume II). Beijing: Science Press, 2016.
 (段广仁. 线性系统理论(下册). 北京: 科学出版社, 2016.)
- [19] DUAN G R. Parametric eigenstructure assignment via output feedback based on singular value decompositions. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2003, 150(1): 93 – 100.

作者简介:

段广仁 院士,教授,博士生导师,目前研究方向是控制系统参数 化设计、鲁棒控制、航天器控制, E-mail: g.r.duan@hit.edu.cn;

王建宇 院士,研究员,博士生导师,主要从事光学遥感、空间量 子通信与量子信息技术研究, E-mail: jywang@mail.sitp.ac.cn;

赵天一 博士研究生,目前研究方向是控制系统参数化设计、航 天器控制, E-mail: 15765593649@163.com;

张 亮 副研究员,硕士生导师,主要从事空间光传输、空间光通 信技术, E-mail: zhliang@mail.sitp.ac.cn.