考虑误差补偿的柔性关节机械臂命令滤波反步控制

李鹏飞^{1,2},张银河²,张 蕾^{1†},王晓华¹,王文杰¹

(1. 西安工程大学 电子信息学院, 陕西 西安 710048;

2. 西安工程大学 陕西省2011产业用纺织品协同创新中心, 陕西 西安 710048)

摘要: 针对柔性关节机械臂在运动过程中易产生振动, 使力和位置等控制精度难以保证等问题, 提出了一种改进的命令滤波反步控制方法. 首先, 采用二阶命令滤波器得到反步控制方法中所需的虚拟控制函数及其导数, 避免了对虚拟控制函数的多阶求导所导致的计算爆炸问题. 随后, 为了消除引入命令滤波器所产生的滤波误差, 设计了滤波误差补偿机制, 并基于李雅普诺夫稳定性理论证明了该策略可保证闭环跟踪误差系统的稳定性. 最后, 针对单关节柔性机械臂进行MATLAB仿真, 证明了该方法的有效性. 实验结果表明, 加入滤波误差补偿后, 跟踪精度提高了12.7%, 滤波误差明显减少.

关键词:柔性关节机械臂;命令滤波;反步控制;滤波误差补偿

引用格式: 李鹏飞, 张银河, 张蕾, 等. 考虑误差补偿的柔性关节机械臂命令滤波反步控制. 控制理论与应用, 2020, 37(8): 1693 – 1700

DOI: 10.7641/CTA.2020.90872

Command-filtered backstepping control with error compensation for flexible joint manipulator

LI Peng-fei^{1,2}, ZHANG Yin-he², ZHANG Lei^{1†}, WANG Xiao-hua¹, WANG Wen-jie¹

(1. School of Electronic and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an Shaanxi 710048, China;

2. Cooperative Innovational Center for Technical Textiles for Shaanxi Province, Xi'an Polytechnic University,

Xi'an Shaanxi 710048, China)

Abstract: Aiming at the problem that the flexible joint manipulator is subjected to vibration during the movement, which makes the control accuracy of force and position difficult to be guaranteed, a modified command filtering backstepping control strategy with error compensation is proposed for flexible joint manipulator. Firstly, the second-order command filter is adopted to derive the virtual control and its derivative. Thus the problem of "explosion of complexity" caused by recursive calculation of the partial derivatives of virtual control inputs is avoided. Secondly, in order to reduce the filtering error caused by adopting command filter, an error compensation mechanism is designed and the stability of the tracking error closed-loop system is verified based on Lyapunov stability theory. Finally, simulation results on a single-link flexible manipulator show that the tracking accuracy is increased by 12.7% and the filtering error is obviously reduced, which proves the effectiveness of the proposed method.

Key words: flexible-joint manipulator; command filtering; backstepping control; filtering error compensation

Citation: LI Pengfei, ZHANG Yinhe, ZHANG Lei, et al. Command-filtered backstepping control with error compensation for flexible joint manipulator. *Control Theory & Applications*, 37(8): 1693 – 1700

1 引言

柔性关节机械臂因质量轻、耗能少、惯性小、高适 应性,可进行安全的人机交互等优点,在航空航天、柔 性制造、纺织服装、医疗、康复等行业拥有巨大的应 用前景和发展潜力^[1-3].然而由于关节柔性的增加,柔 性关节机械臂在运动过程中易产生振动,使力和位置 的控制精度降低,直接影响到机器人的响应速度和控制精度等运行指标.

针对以上问题,研究者们提出了多种控制策略 用于柔性关节机械臂的控制,其中最常用的控制方 法是比例微分 (proportional-derivative, PD) 加重力补 偿^[4-5],但是这种控制方法只适合状态反馈位置控制,

收稿日期: 2019-10-21; 录用日期: 2020-04-04.

[†]通信作者. E-mail: carol1208@163.com; Tel.: +86 13679278102.

本文责任编委: 贺威.

国家自然科学基金项目(51607133),陕西省科技厅工业攻关项目(2016GY-136),重点产业创新链(群)—工业领域(2019ZDLGY01-08)资助. Supported by the National Natural Science Foundation of China (51607133), the Industrial Pubic Relation Project of Shaanxi Technology Committee (2016GY-136) and the Key Industries Innovation Chain (Group)—Industrial Area (2019ZDLGY01-08).

对于轨迹跟踪控制来说,其性能会极大降低.为克服 PD控制的局限性,研究者们又采用了奇异摄动控 制^[6-7]、反步控制^[8-10]、自适应控制^[11-12]、变结构控 制^[13-14]、智能控制^[15-18]等非线性控制策略来提高柔 性关节机械臂的控制精度.当进行接触性控制任务时, 需要柔性关节机械臂具有柔顺性,研究者们也提出了 基于控制算法的主动柔顺控制方法和基于安装在机 械臂末端关节的被动柔性装置的被动柔顺控制方 法^[19-22].本文针对柔性关节机械臂的轨迹跟踪控制 策略进行研究.

为了获得良好的控制性能,在设计柔性关节机械 臂控制器时,一方面,需要考虑到其动力学模型非线 性、强耦合、参数时变的特点;另一方面,对于实际的 柔性关节机械臂控制系统,还必须考虑反馈系统的实 际限制,例如:执行器的结构和参数存在不确定性、信 号延迟和未建模的动态、重复性运动时,易受到周期 性的干扰等不确定性问题[9]. 反步法因其能够有效地 消除参数时变和外界扰动对系统性能的影响,在柔性 关节机械臂的控制中具有显著的优势^[23]. 文献[24]提 出了一种模糊自适应反步控制方法用于人体上肢外 骨骼康复机器人,该方法结合了外骨骼的迭代学习控 制来提供前臂运动的辅助,使人的前臂能够在结构和 参数不确定、存在未建模动力学和环境扰动的情况下 跟踪任何连续的期望轨迹(或设定的恒定点). 然而, 该 方法需要对虚拟控制函数反复求偏导,从而导致"计 算爆炸"的问题. 文献[25]提出了一种柔性关节机械 臂自适应动态面控制方法,该方法将反步过程中设计 的虚拟控制函数经过一阶低通滤波器,得到滤波后的 虚拟控制函数,再经过一阶低通滤波器得到滤波后虚 拟控制函数的导数,以消除"计算爆炸"问题,但该方 法没有考虑到采用滤波器引起的滤波误差对系统的 控制性能的影响.

本文提出一种用于柔性关节机械臂的具有误差补 偿机制的命令滤波反步控制(command-filtered backstepping control, CFBC)方法.该方法将所设计的虚拟 控制函数经过二阶命令滤波器来得到滤波后的虚拟 控制函数及其导数,避免了对虚拟控制函数的多阶求 导所导致的计算爆炸问题,同时引入了滤波误差补偿 机制,并通过李雅普诺夫稳定性理论证明了该误差闭 环系统的稳定性.最后,通过MATLAB仿真来证明所 提出方法在柔性关节机械臂轨迹跟踪控制中的有效 性.

2 柔性关节机械臂数学建模和控制目标

本文针对单连杆柔性关节机械臂进行控制策略研 究,首先,建立单连杆柔性关节机械臂动力学模型如 下^[26]:

$$\begin{cases} I\ddot{q} + K(q-\theta) + Mgl\sin q = 0, \\ J\ddot{\theta} - K(q-\theta) = u, \end{cases}$$
(1)

其中: q, θ分别表示关节位置和电机的转角位置, I, J 分别表示关节的转动惯量和电机的转动惯量, M, g, l 分别表示关节质量、重力加速度、关节到杆质心距离, K表示关节刚度系数, u是电机转矩输入.

由于使用二阶命令滤波器得到反步法中所需的虚 拟控制函数及其导数过程中, 会产生滤波误差, 本文 提出一种改进的命令滤波反步控制方法, 希望通过引 入滤波误差补偿机制, 来提高关节角度跟踪期望角度 的精度, 根据这一控制目标, 选取系统中的q, θ作为状 态变量, 并将式(1)整理为以下非线性系统形式:

$$\begin{cases} \ddot{q} = g_1 \theta + f_1(q), \\ \ddot{\theta} = g_2 u + f_2(q, \theta), \end{cases}$$
(2)

$$g_1 = \frac{K}{I}, \ g_2 = \frac{1}{J},$$

$$f_1(q) = -\frac{Mgl}{I}\sin q - \frac{K}{I}q,$$

$$f_2(q,\theta) = \frac{K}{J}(q-\theta).$$

假设1 *g*₁, *g*₂为己知常数, *f*₁, *f*₂为具体形式的 连续未知函数, 其一阶导数连续有界.

假设2 理想轨迹q_d连续、有界,其一阶导数和 二阶导数连续、有界.

引理1 本文采用的二阶命令滤波器定义如下^[27]:

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1} = \omega_{n} z_{i,2}, \\ \dot{z}_{i,2} = -2\zeta \omega_{n} z_{i,2} - \omega_{n} (z_{i,1} - \alpha_{i}), \end{cases}$$
(3)

其中: $\alpha_i^c = z_{i,1}$, $\dot{\alpha}_i^c = \omega_n z_{i,2}$ 为命令滤波器的两个输 出; α_i 为命令滤波器的输入. 滤波器初始状态 $\alpha_i(0) = z_{i,1}(0)$, $z_{i,2}(0) = 0$, 当 $t \ge 0$ 时, 若输入信号 α_i 满足 $|\dot{\alpha}_i| \le \rho_1$, $|\ddot{\alpha}_i| \le \rho_2$, 则对于任意的 $\mu > 0$, 存在 $\zeta \in (0,1]$ 和 $\omega_n \ge 0$, 使 $\alpha_i^c - \alpha_i(i = 1, 2, 3) \le \mu$, $\dot{\alpha}_i^c - \dot{\alpha}_i(i = 1, 2, 3) \le \mu$. 理论上通过增加 ω_n 的值, 可以达到任意 跟踪精度. 其中 ρ_1 , ρ_2 为正的常数.

引理 2 针对^[28]: V: $[0, +\infty) \in \mathbb{R}$, 不等式方程 $\dot{V} \leq -aV + f$, $\forall t \geq t_0 \geq 0$ 的解为

$$V(t) \leq e^{-a(t-t_0)} V(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-a(t-h)} f(h) dh,$$
(4)

其中a为任意常数.

本研究的控制目标可总结为:为系统(1)设计一种 非线性的轨迹跟踪控制策略,以确保柔性关节机械臂 的关节位置q跟踪期望轨迹 q_d ,跟踪误差 $q - q_d$ 可收敛 到零附近的一个邻域内,即 $\forall \beta > 0$, $\exists t_0 \ge 0$, $\exists t > t_0$ 时, $有 | q - q_d | < \beta$,并且闭环系统的所有状态变量 连续稳定有界. 第8期

3 柔性关节机械臂命令滤波反步控制器 (CFBC)设计

根据控制目标中的轨迹跟踪任务,定义如下跟踪 误差:

$$\begin{cases}
e_{1} = q - q_{d}, \\
e_{2} = \dot{q} - \alpha_{1}^{c}, \\
e_{3} = \theta - \alpha_{2}^{c}, \\
e_{4} = \dot{\theta} - \alpha_{3}^{c},
\end{cases}$$
(5)

其中 $\alpha_i^c(i=1,2,3)$ 为经过滤波器后的虚拟控制函数.

由于使用命令滤波器会产生滤波误差,影响系统性能,本文通过引入误差补偿机制来减少滤波误差 $\alpha_i^c - \alpha_i (i = 1, 2, 3)$,因此,选取误差补偿信号为

$$\begin{cases} \delta_{1} = -k_{1}\delta_{1} + (\alpha_{1}^{c} - \alpha_{1}) + \delta_{2}, \\ \dot{\delta}_{2} = \frac{1}{I}(-k_{2}\delta_{2} + K(\alpha_{2}^{c} - \alpha_{2}) + K\delta_{3}), \\ \dot{\delta}_{3} = -k_{3}\delta_{3} + (\alpha_{3}^{c} - \alpha_{3}), \\ \dot{\delta}_{4} = 0, \end{cases}$$
(6)

其中: α_i (*i* = 1, 2, 3)为虚拟控制函数, α_i^c (*i* = 1, 2, 3)

为经过滤波器后的虚拟控制函数, k_i (i = 1, 2, 3)为所 设计的大于0 的常数, $\delta_i(0) = 0$ (i = 1, 2, 3, 4)为初始 值. 由文献[29]可知, 滤波误差补偿信号 δ_i (i = 1, 2, 3, 4)满足

$$\lim_{t \to \infty} \|\delta_i\| \leqslant \frac{\mu\rho}{k_0},$$

其中: $k_0 = \min(k_1, k_2, k_3, k_4), \rho$ 为正常数, 定义虚拟 控制函数的滤波误差为

$$\tilde{\alpha}_i = \alpha_i^{\rm c} - \alpha_i, \ i = 1, 2, 3$$

从而建立补偿后的跟踪误差子系统如下式所示:

$$\begin{cases} r_1 = e_1 - \delta_1, \\ r_2 = e_2 - \delta_2, \\ r_3 = e_3 - \delta_3, \\ r_4 = e_4 - \delta_4. \end{cases}$$
(7)

根据前述控制目标,在后续的设计中将通过命令 滤波反步算法来保证r₁, r₂, r₃, r₄尽可能小,同时保 证闭环系统所有状态变量连续稳定有界.控制系统框 图如图1所示,具体步骤将在下面的设计中给出.





步骤1 对上述定义的第1个补偿后的跟踪误差 r₁求导可得

$$\dot{r}_1 = \dot{q} - \dot{q}_{\rm d} - \dot{\delta}_1.$$
 (8)

选取第1个误差子系统的 Lyapunov 函数为 $V_1 = \frac{1}{2}r_1^2$, 对其求导得

$$\dot{V}_1 = r_1 \dot{r}_1 = r_1 (\dot{q} - \dot{q}_d - \dot{\delta}_1).$$
 (9)

将α₁视为该子系统的虚拟控制输入,设计虚拟控制函数为

$$\alpha_1 = -k_1 e_1 + \dot{q}_d,\tag{10}$$

其中k1 > 0为常数. 将式(6)(10)代入式(9)得

$$\dot{V}_1 = r_1 \dot{r}_1 = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - k_1 e_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2) = r_1 (\dot{q} - \alpha_1 - (-k_1 \delta_1 + (\alpha_1^c - \alpha_1) + \delta_2)$$

$$-k_1 r_1^2 + r_1 r_2. (11)$$

由上式可知, 当 $r_2 = 0$ 时, $\dot{V} \leq 0$. 但在这一步骤 中不能保证 r_2 总是为0. 为此, 需要在下一步骤设计时, 引进虚拟控制函数 α_2 , 使第1个误差子系统闭环稳定.

步骤 2 对上述定义的第2个补偿后的跟踪误差 求导可得

$$\dot{r}_2 = \ddot{q} - \dot{\alpha}_1^{\rm c} - \dot{\delta}_2.$$
 (12)

选取第2个误差子系统的Lyapunov函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}Ir_2^2,$$

其中I为关节的转动惯量,对其求导得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + Ir_2\dot{r}_2 = \dot{V}_1 + Ir_2(\ddot{q} - \dot{\alpha}_1^c - \dot{\delta}_2).$$
(13)

将 α_2 视为该子系统的虚拟控制输入,设计虚拟控制函数为

$$\alpha_2 = \frac{1}{K} (-k_2 e_2 + I \dot{\alpha}_1^c + M g l \sin q + K q - r_1),$$
(14)

其中k2 > 0为常数. 将式(1)(6)和式(14)代入式(13)得

$$V_{2} = -k_{1}r_{1}^{2} + r_{1}r_{2} + r_{2}(K\theta - K\alpha_{2} - k_{2}e_{2} - r_{1} + k_{2}\delta_{2} - K(\alpha_{2}^{c} - \alpha_{2}) - K\delta_{3}) = -k_{1}r_{1}^{2} - k_{2}r_{2}^{2} + Kr_{2}r_{3}.$$
(15)

由上式可知, 当 $r_3 = 0$ 时, $\dot{V}_2 \leq 0$. 但这一步骤中 不能保证 r_3 总是为0. 为此, 需要在下一步骤设计时, 引进虚拟控制函数 α_3 , 使第2个误差子系统闭环稳定.

步骤 3 对上述定义的第3个补偿后的跟踪误差 求导可得

$$\dot{r}_3 = \dot{\theta} - \dot{\alpha}_2^{\rm c} - \dot{\delta}_3.$$
 (16)

选取第3个误差子系统的 Lyapunov函数为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}r_3^2,$$

对其求导得

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + r_3(\dot{\theta} - \dot{\alpha}_2^c - \dot{\delta}_3).$$
 (17)

将α₃视为该子系统的虚拟控制输入,设计虚拟控制函数为

$$\alpha_3 = -k_3 e_3 + \dot{\alpha}_2^{\rm c} - K r_2, \tag{18}$$

其中k3 > 0为常数,将式(6)(18)代入式(17)得

$$\dot{V}_{3} = -k_{1}r_{1}^{2} - k_{2}r_{2}^{2} + Kr_{2}r_{3} + r_{3}(\dot{\theta} - \alpha_{3} - k_{3}e_{3} - Kr_{2} + k_{3}\delta_{3} - (\alpha_{3}^{c} - \alpha_{3})) = -k_{1}r_{1}^{2} - k_{2}r_{2}^{2} + Kr_{2}r_{3} + r_{3}(\dot{\theta} - \alpha_{3}^{c} - Kr_{2} - k_{3}r_{3} - r_{4}) = -k_{1}r_{1}^{2} - k_{2}r_{2}^{2} - k_{3}r_{3}^{2} + r_{3}r_{4}.$$
(19)

由上式可知, 当 $r_4 = 0$ 时, $\dot{V}_3 \leq 0$. 但这一步骤中 不能保证 r_4 总是为0. 为此, 需要在下一步骤设计时, 通过设计系统的真实控制函数 τ , 使第3个误差子系统 闭环稳定.

步骤 4 对上述定义的第4个补偿后的跟踪误差 求导可得

$$\dot{r}_4 = \ddot{\theta} - \dot{\alpha}_3^{\rm c}.\tag{20}$$

选取第4个误差子系统的 Lyapunov函数为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}Jr_4^2,$$

其中J为电机的转动惯量,对其求导得

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + r_4 \dot{r}_4 = \dot{V}_3 + J r_4 (\ddot{\theta} - \dot{\alpha}_3^{\rm c}).$$
 (21)

在这一步中,出现了系统的真实控制输入*u*, *τ*即 为该子系统的真实控制函数,取最终控制函数为

$$\tau = -k_4 e_4 - r_3 + K(\theta - q) + J\dot{\alpha}_3^{\rm c}, \qquad (22)$$

其中k₄ > 0为常数. 将式(1)(22)代入式(21)得

$$\dot{V}_4 = -k_1 r_1^2 - k_2 r_2^2 - k_3 r_3^2 + r_3 r_4 + J r_4 (\ddot{\theta} - \dot{\alpha}_3^c) = -k_1 r_1^2 - k_2 r_2^2 - k_3 r_3^2 - k_4 r_4^2.$$
(23)

综上所述, 由式(23)可得, 对于 $t \in [0, +\infty), \dot{V}_4 \leq 0.$

4 稳定性证明

选取整个补偿后的误差闭环系统(7)的Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}r_1^2 + \frac{1}{2}Ir_2^2 + \frac{1}{2}r_3^2 + \frac{1}{2}Jr_4^2.$$
 (24)

由式(23)可得

$$\dot{V} = -k_1 r_1^2 - k_2 r_2^2 - k_3 r_3^2 - k_4 r_4^2.$$
(25)

将式(24)代入式(25)可得

$$\dot{V} \leqslant -\varepsilon V,$$
 (26)

其中

$$\varepsilon = 2\min\left(k_1, \frac{k_1}{I}, \frac{k_1}{J}, k_2, \frac{k_2}{I}, \frac{k_2}{J}, k_3, \frac{k_3}{I}, \frac{k_3}{J}, k_4, \frac{k_4}{I}, \frac{k_4}{J}\right).$$

采用引理2,针对式(26)可得

$$V(t) \leqslant e^{-\varepsilon(t-t_0)} V(t_0).$$
(27)

由式(27)可得, 当 $t \to \infty$ 时, V(t)指数收敛至零, 收敛 速度取决于 ε . 又由式(24)可得, 当 $t \to \infty$ 时, $r_1 \to 0$, $r_2 \to 0, r_3 \to 0, r_4 \to 0$. 由式(7)可得

$$e_i = r_i + \delta_i, \ i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\mathbb{R} \lim_{t \to \infty} \|\delta_i\| \leqslant \frac{\mu \rho}{k_0} \overrightarrow{\Pi} \overrightarrow{\mathbb{R}}$$

$$\lim_{t \to \infty} \|e_i\| \leqslant \frac{\mu \rho}{k_0}.$$

由引理1和 k_0 的定义可得,从理论上分析,通过调节命 令滤波器参数 ω_n 和 ζ ,以及调节系统参数 k_1 , k_2 , k_3 , k_4 就可以保证轨迹跟踪误差 e_1 收敛到零附近的一个 邻域内.

综上所述,根据假设1和假设2可得,该闭环系统所 有状态变量是连续稳定有界,系统跟踪误差*e*₁最终收 敛到零附近的一个邻域内.

5 实验验证

为了验证本文所提出方法的有效性,在MATLAB/ Simulink环境下对单关节柔性机械臂控制系统进行了 仿真研究.系统的参数选定如下:

$$I = 1 \,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2, \; J = 1 \,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2,$$

$$Mgl = 5 \text{ N} \cdot \text{m}, K = 40 \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

仿真中设定关节位置q跟踪的理想轨迹为 $q_d = \sin t$. 仿真结果见图2–12所示.

图2为本文所提出的方法在控制器参数 $k_1 = 5$, $k_2 = 60$, $k_3 = 30$, $k_4 = 5$, $\zeta = 0.5$ 条件下, 改变 ω_n 的值, 关节轨迹跟踪误差 e_1 响应曲线.



图 2 在参数 $k_1 = 5$, $k_2 = 60$, $k_3 = 30$, $k_4 = 5$, $\zeta = 0.5$ 下本文所提方法的关节轨迹跟踪误差 e_1 响应曲线

Fig. 2 The tracking error of the joint using the proposed control method with parameters $k_1 = 5$, $k_2 = 60$, $k_3 = 30$, $k_4 = 5$, $\zeta = 0.5$

图3为本文所提出的方法控制器参数 $\zeta = 0.5, \omega_n$ = 250条件下,改变 k_1, k_2, k_3, k_4 的值,关节轨迹跟 踪误差 e_1 响应曲线.



- 图 3 在参数 $\zeta = 0.5, \omega_n = 250$ 下本文所提方法的关节轨迹 跟踪误差 e_1 响应曲线
- Fig. 3 The tracking error of the joint using the proposed control method with parameters $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 250$

由图2可见,二阶命令滤波器参数 $\zeta = 0.5$,通过增加 ω_n 的值,关节轨迹q跟踪理想轨迹 q_d 的误差 e_1 随之

减小,这证明了命令滤波器的参数 ω_n 直接影响到系统的跟踪误差 e_1 .由图3可见,通过增加 k_1, k_2, k_3, k_4 的值,关节轨迹q跟踪理想轨迹 q_d 的误差 e_1 随之减小,即实验结果与上述第4部分得到的结论 $\lim_{t\to\infty} ||e_1|| \leq \frac{\mu\rho}{k_0}$ 相对应.

图4-6分别是本文所提CFBC方法,反步方法和常规PD加重力补偿方法^[4]作用在柔性关节机械臂上,其关节轨迹q跟踪理想轨迹 q_d 的响应曲线和跟踪误差 e_1 响应曲线.



图 4 本文所提方法的关节位置跟踪响应曲线 和跟踪误差e1响应曲线













由图可见,图4为控制器参数 $k_1 = 5, k_2 = 60,$ $k_3 = 30, k_4 = 5, \zeta = 0.5, \omega_n = 250$ 条件下,本文 所提CFBC方法的关节位置跟踪响应曲线和跟 踪误差 e_1 响应曲线,波形稳定后跟踪误差 e_1 在 [-0.0008477, 0.0008481]之间. 图5为未采用命令滤 波器,相同控制器参数 $k_1 = 5, k_2 = 60, k_3 = 30, k_4$ =5条件下,反步控制方法的关节位置跟踪响应曲线 和跟踪误差 e1 响应曲线, 波形稳定后跟踪误差e1在 [-0.05826, 0.0821]之间. 图 6 为 $k_{\rm p} = 400, k_{\rm d} = 40$ 条件下, PD加重力补偿控制方法的关节位置跟踪响应 曲线和跟踪误差 e_1 响应曲线, 波形稳定后跟踪误差 e_1 在[-0.1266, 0.1323]之间. 综合图4-6可见, 波形稳 定后,本文提出的考虑误差补偿的命令滤波反步控制 方法(CFBC)的控制精度最高,PD加重力补偿控制方 法控制精度最低,反步控制方法的控制精度在两者 之间.

为了进一步说明本文所提CFBC方法在柔性关节 机械臂的关节位置轨迹跟踪方面的优势,将未考虑误 差补偿的命令滤波反步方法关节位置跟踪响应特性 进行仿真,图7为与图4相同控制器参数条件下,未考 虑误差补偿的命令滤波反步方法的关节轨迹q跟踪理 想轨迹qd的响应曲线和跟踪误差e1响应曲线.

由图7可见,波形稳定后跟踪误差 e_1 在 [-0.0009727,0.0009725]之间.对比图4和图7可得, 在仿真实验所设定的参数条件下,考虑滤波误差补偿, 控制器的精度最大可以提高12.7%.



- 图 7 未考虑误差补偿的命令滤波反步方法的关节位置跟踪 响应曲线和跟踪误差e1响应曲线
- Fig. 7 The position tracking and tracking error of the joint using the command-filtered backstepping control method without error compensation

接下来分析在本文所提CFBC方法中所设计的虚 拟控制函数的滤波误差的动态响应特性. 图8为考虑 滤波误差补偿和未考虑滤波误差补偿条件下,虚拟控 制函数α1的滤波误差响应曲线. 图9为考虑滤波误差 补偿和未考虑滤波误差补偿条件下,虚拟控制函数α2 的滤波误差响应曲线. 图10为考虑滤波误差补偿和未 考虑滤波误差补偿条件下,虚拟控制函数α3的滤波误 差响应曲线. 控制器参数为

$$k_1 = 5, k_2 = 60, k_3 = 30, k_4 = 5,$$

 $\zeta = 0.5, \omega_n = 250.$



图 8 命令滤波反步方法的虚拟控制函数α1滤波跟踪 误差响应曲线





图 9 命令滤波反步方法的虚拟控制函数α2滤波跟踪 误差响应曲线

Fig. 9 The filtering tracking error of the virtual control function α_2 use the command-filtered backstepping control method





Fig. 10 The filtering tracking error of the virtual control function α_3 use the command-filtered backstepping control method

综合图8-10可见,本文所提方法所得到的虚拟控制函数 α_i (i = 1, 2, 3)的滤波误差比未考虑误差补偿情况下明显减少.

最后,分析本文所提CFBC方法在控制律响应速度 方面的特性.图11为未考虑误差补偿的命令滤波反步 方法力矩输入曲线,图12为本文所提出方法的力矩输 入曲线.控制器参数为

$$k_1 = 5, k_2 = 60, k_3 = 30, k_4 = 5,$$

 $\zeta = 0.5, \omega_n = 250.$

对比图11和图12可以看出,当考虑滤波误差补偿时,力矩输入曲线更快趋于稳定,比不考虑滤波误差补偿时进入稳态时间缩短了约0.06s.证明了本文所提方法虽然加入了滤波误差补偿信号,但并未影响到控制系统的响应速度.





Fig. 11 The control torques input using the command-filtered backstepping control method without error compensation



Fig. 12 The control torques input using the proposed control method

综合以上仿真结果可以看出:本文所提出的CFBC 方法与常规柔性关节机械臂关节轨迹跟踪控制所用 的PD加重力补偿方法和传统反步方法相比较,柔性关 节机械臂控制精度有明显提高,与未考虑滤波误差补 偿的命令滤波反步方法相比较,柔性关节机械臂的控 制精度更高,暂态响应效果更好.

6 结论

本文将命令滤波反步方法用于柔性关节机械臂轨 迹跟踪控制,通过引入滤波误差补偿机制,来消除滤 波误差对控制性能的影响,并且根据Lyapunov稳定性 理论分析了系统的稳定性,最后通过MATLAB对比实 验验证了所提出方法的有效性.实验结果如下:1)通 过调节命令滤波器参数 ω_n 和 ζ ,以及调节系统参数 k_1 , k_2 , k_3 , k_4 ,对比所得到的跟踪误差 e_1 的响应曲线,证 明了论文第4部分的结论 $\lim_{t\to\infty} ||e_1|| \leq \frac{\mu \rho}{k_0}$; 2)通过对 比本文所提出的CFBC方法与反步方法,常规PD加重 力补偿方法的跟踪误差 e_1 的响应曲线,证明了本文所 提方法可实现最高的跟踪精度; 3)通过对比本文所提 出的考虑误差补偿的CFBC方法与未考虑误差补偿 的CFBC方法的跟踪误差 e_1 的响应曲线、虚拟控制函 数 α_i (i = 1, 2, 3)的滤波误差响应曲线、力矩输入曲 线,证明了本文所提出的CFBC方法跟踪精度更高,滤 波误差明显减少,力矩输入曲线更快趋于稳定.

本研究对于拓展反步法在柔性关节机械臂的应用 具有重要意义,但本文所提出的CFBC方法仅考虑了 在单关节柔性机械臂的应用,对于多关节机械臂的应 用效果尚不可知,后期将考虑扩展到多关节柔性机械 臂的应用,并且考虑引入自适应鲁棒控制方法以克服 柔性关节机械臂动力学模型存在的参数不确定特性 和未知的外界干扰影响系统暂态性能的问题.

参考文献:

- BICCHI A, TONIETTI G. Fast and "soft-arm" tactics [robot arm design]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2004, 11(2): 22 – 33.
- [2] GUIZZO E. Your next t-shirt will be made by a robot. *IEEE Spectrum*, 2018, 55(1): 50 57.
- [3] LI J, LI S, KE Y, et al. Safety design and performance analysis of humanoid rehabilitation robot with compliant joint. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, 33(1): 357 – 366.
- [4] DE LUCA A, SICILIANO B, ZOLLO L. PD control with on-line gravity compensation for robots with elastic joints: theory and experiments. *Automatica*, 2005, 41(10): 1809 – 1819.
- [5] ZHANG Shengqian. Nonlinear control for asymptotic regulation of flexible joint robots. Xi'an: Xidian University, 2011.
 (张胜乾. 柔性关节机器人渐近稳定非线性位置控制. 西安: 西安电 子科技大学, 2011.)
- [6] CHEN Zhiyong, CHEN Li. Study on dynamics modeling and singular perturbation control of free-floating space robot with flexible joints. *China Mechanical Engineering*, 2011, 22(18): 2151 – 2155. (陈志勇, 陈力. 漂浮基带柔性铰空间机器人的动力学建模及奇异摄 动控制研究. 中国机械工程, 2011, 22(18): 2151 – 2155.)
- [7] YANG Chunyu, XU Yiming, DAI Wei, et al. MTwo-time-scale composite control of flexible manipulators. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(4): 659 665.
 (杨春雨, 许一鸣, 代伟, 等. 柔性机械臂的双时间尺度组合控制. 控制理论与应用, 2019, 36(4):659 665.)
- [8] HUANG J, LIN J. Backstepping control design of a single-link flexible robotic manipulator. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 11775 – 11780.
- [9] PETIT F, DAASCH A, ALBU-SCHAFFER A. Backstepping control of variable stiffness robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(6): 2195 – 2202.
- [10] OH J, LEE J. Control of flexible joint robot system by backstepping design approach. *Intelligent Automation & Soft Computing*, 1999, 5(4): 267 – 278.
- [11] GHORBEL F, HUNG J, SPONG M. Adaptive control of flexiblejoint manipulators. *IEEE Control Systems Magazine*, 1989, 9(7): 9 – 13.
- [12] LIU Zhangxing. Parameter identification and adaptive control of flexible joint. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016. (刘章兴. 柔性关节的参数辨识及自适应控制算法研究. 哈尔滨: 哈 尔滨工业大学, 2016.)
- [13] SIRA-RAMIREZ H, SPONG M. Variable structure control of flexible joint manipulators. *International Journal of Robotics and Automation*, 1988, 3(2): 57 – 64.
- [14] HUANG A, CHEN Y. Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 770 – 775.
- [15] YAO Zan. Neuro-adaptive backstepping control of robotic arms with rigid and flexible joints. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012.
 (姚赞. 基于神经网络的刚/柔关节机器人自适应反步控制. 北京:北 京交通大学, 2012.)
- [16] PAN Yuan. Modeling and intelligent control of flexible manipulator. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2015.

(潘媛.柔性机械臂的建模及智能控制.哈尔滨:哈尔滨理工大学, 2015.)

 [17] PENG Jigen, NI Yuanhua, QIAO Hong. Neural network control of flexible-joint robot manipulators. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(2): 175 – 180.
 (彭济根, 倪元华, 乔红. 柔性关节机操手的神经网络控制. 自动化学

(彭衍根, 沉九平, 介红. 朱庄大卫机探于的神经网络控制. 自动化学 报, 2007, 33(2): 175 – 180.)

- [18] SUN W, SU S, XIA J, et al. Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots with full-state constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 49(11): 2201 – 2209.
- [19] SU H, YANG C, FERRIGNO G, et al. Improved human robot collaborative control of redundant robot for teleoperated minimally invasive surgery. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(2): 1447 – 1453.
- [20] SU H, SANDOVAL J, VIEYRES P, et al. Safety-enhanced collaborative framework for tele-operated minimally invasive surgery using a 7–DoF torque-controlled robot. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2018, 16(6): 2915 – 2923.
- [21] SCHIAVI R, BICCHI A, FLACCO F. Integration of active and passive compliance control for safe human-robot coexistence. 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Kobe: IEEE, 2009: 259 – 264.
- [22] LIU S, XING D, LI Y, et al. Robust insertion control for precision assembly with passive compliance combining vision and force information. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(5): 1974 – 1985.
- [23] MADANI T, BENALLEGUE A. Backstepping control for a quadrotor helicopter. 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing: IEEE, 2006: 3255 – 3260.
- [24] LI Z, SU C, LI G, et al. Fuzzy approximation-based adaptive backstepping control of an exoskeleton for human upper limbs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 23(3): 555 – 566.
- [25] GU Yikun, LIU Hong. Adaptive control of flexible-joint manipulator based on dynamic surface and neural networks. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2018, 4 6(9): 64 69.
 (顾义坤,刘宏. 柔性关节机械臂自适应神经网络动态面控制. 华中科技大学学报(自然科学版), 2018, 46(9): 64 69.)
- [26] CHIEN M, HUANG A. Adaptive control for flexible-joint electrically driven robot with time-varying uncertainties. *IEEE Transactions* on *Industrial Electronics*, 2007, 54(2): 1032 – 1038.
- [27] FARRELL J, POLYCARPOU M, SHARMA M, et al. Command filtered backstepping. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1391 – 1395.
- [28] IOANNOU P, SUN J. Robust Adaptive Control. New York: Courier Corporation, 2012: 513 – 523.
- [29] DONG W, FARRELL J, POLYCARPOU M, et al. Command filtered adaptive backstepping. *IEEE Transactions on Control Systems Tech*nology, 2011, 20(3): 566 – 580.

作者简介:

李鹏飞 硕士,教授,目前研究方向为运动控制、视觉化智能化机

器人、图像处理与模式识别, E-mail: Li6208@163.com;

张银河 硕士研究生,目前研究方向为工业机器人运动控制,E-mail: 675844128@qq.com;

张 蕾 博士,副教授,目前研究方向为非线性鲁棒自适应控制、

工业机器人高精度运动控制、电力系统稳定性控制, E-mail: carol1208 @163.com;

王晓华 博士, 教授, 目前研究方向为智能机器人及模式识别, E-mail: W_xiaohua@126.com;

王文杰博士,副教授,目前研究方向为机器人技术、机电一体化技术, E-mail: wangwenjie@xpu.edu.cn.