

分数阶多机器人的领航-跟随型环形编队控制

伍锡如^{1†}, 邢梦媛¹

(1. 桂林电子科技大学 电子工程与自动化学院, 广西 桂林 541004)

摘要: 针对多机器人系统的环形编队控制复杂问题, 提出一种基于分数阶多机器人的环形编队控制方法, 应用领航-跟随编队方法来控制多机器人系统的环形编队和包围, 通过设计状态估测器, 实现对多机器人的状态估计。由领航者获取系统中目标状态的信息, 跟随者监测到领航者的状态信息并完成包围环绕编队控制, 使多机器人系统形成对动态目标的目标跟踪。根据李雅普诺夫稳定性理论和米塔格定理, 得到多机器人系统环形编队控制的充分条件, 实现对多机器人系统对目标物的包围控制, 通过对一组多机器人队列的目标包围仿真, 验证了该方法的有效性。

关键词: 分数阶; 多机器人; 编队控制; 环形编队; 目标跟踪

引用格式: 伍锡如, 邢梦媛. 分数阶多机器人的领航-跟随型环形编队控制. 控制理论与应用, xxxx, xx(x): xxx – xxx

DOI: 10.7641/CTA.2020.90969

Annular formation control of the leader-follower multi-robot based on fractional order

WU Xiru^{1†}, XING Mengyuan¹

(1. School of electronic engineering and automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: Aiming at the complex problem of annular formation control for fractional order multi robot system, an annular formation control method based on fractional order multi robot is proposed. The leader follower formation method is used to control the annular formation and target envelopment of the multi robot systems. The state estimation of multi robot is realized by designing state estimator. The leader obtains the information of the target state in the system, the followers detects the status of the leader and complete annular formation control, the multi-robot system forms the target tracking of the dynamic target. According to Lyapunov stability theory and Mittag Leffler's theorem, the sufficient conditions of the annular formation control for the multi robot systems are obtained in order to achieve annular formation control of the leader follower multi robot. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation by simulation of a group of multi robot experiments.

Key words: fractional order; multi-robots; formation control; annular formation; target tracking

Citation: Wu Xiru, XING Mengyuan. Annular formation control of the leader-follower multi-robot based on fractional order. *Control Theory & Applications*, xxxx, xx(x): xxx – xxx

1 引言

近年来, 随着机器人技术的崛起和发展, 各式各样的机器人技术成为了各个领域不可或缺的一部分, 推动着社会的发展和进步。与此同时, 机器人面临的任任务也更加复杂, 单个机器人已经无法独立完成应尽的责任, 这就使得多机器人之间相互协作、共同完成同一个给定任务成为当前社会的研究热点。多机器人系统控制的研究主要集中在一致性问题^[1], 多机器人编

队控制问题^[2-3], 蜂拥问题^[4-5]等问题。其中, 编队控制问题作为多机器人系统的主要研究方向之一, 是国内外研究学者关注的热点问题。编队控制在生活生产、餐饮服务尤其是军事作战等领域都发挥着极大的作用。例如水下航行器在水中的自主航行和编队控制、军事作战机对空中飞行器的打击以及无人机在各行业的应用等都是多机器人编队控制上的用途^[6-7]。目前, 多机器人编队控制方法主要有三种, 其中在多机

收稿日期: xxxx-xx-xx; 录用日期: xxxx-xx-xx.

[†]通信作者. E-mail: 610617868@qq.com; Tel.: 13253681790.

本文责任编辑:

国家自然科学基金项目(61603107, 61863007), 桂林电子科技大学研究生教育创新计划项目(C99YJM00BX13)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61603107, 61863007) and Innovation Project of GUET Graduate Education (C99YJM00BX13).

机器人系统编队控制问题上应用最广泛的是领航-跟随法^[8-10];除此之外,还有基于行为法和虚拟结构法^[11].基于行为的多机器人编队方法在描述系统整体时不够准确高效,且不能保证系统控制的稳定性;而虚拟结构法则存在系统灵活性不足的缺陷.领航-跟随型编队控制法具有数学分析简单、易保持队形、通信压力小等优点,被广泛应用于多机器人系统编队^[12].例如,2017年,Hu等人采用分布式事件触发策略,提出一种新的自触发算法,实现了线性多机器人系统的一致性^[13];Zuo等人利用李亚普诺夫函数,构造具有可变结构的全局非线性一致控制律,研究多机器人系统的鲁棒有限时间一致问题^[14].考虑到分数微积分的存储特性,开发分数阶一致性控制的潜在应用具有重要意义.时中,黄学祥等人于2016年设计了空间遥操作分数阶PID控制系统,提高了机器人系统的跟踪性能、抗干扰性、鲁棒性和抗时延抖动性能^[15].2019年,Z.Yang等人探讨了分数阶多机器人系统的领导跟随一致性问题^[16].而在多机器人的环形编队控制中,对具有分数阶动力学特性的多机器人系统的研究及其有限,大部分集中在整数阶的阶段.而采用分数阶对多机器人系统目标包围编队控制进行研究,综合考虑了非局部分布式的影响,更好地描述具有遗传性质的动力学模型.使得系统的模型能更准确的反映系统的性态,对多机器人编队控制的研究非常有利.

目标包围控制问题是编队控制的一个分支,是多智能体编队问题的重点研究领域.随着信息技术的高速发展,很多专家学者对多机器人系统的目标包围控制问题进行了研究探讨.例如,Kim和Sugie于2017年基于一种循环追踪策略设计分布式反馈控制律,保证了多机器人系统围绕一个目标机器人运动^[17].在此基础上,Lan和Yan进行了拓展,研究了智能体包围多个目标智能体的问题,并把这个问题分为两个步骤^[18].Kowdiki K H和Barai K等人则研究了单个移动机器人对任意时变曲线的跟踪包围问题^[19].Asif M考虑了机器人与目标之间的避障问题,提出了两种包围追踪控制算法;并实现了移动机器人对目标机器人的包围追踪^[20].

鉴于以上原因,本文采用领航-跟随型编队控制方法来控制多机器人系统的环形编队和目标包围,通过设计状态估测器,实现对多机器人的状态估计.系统中目标状态信息只能由领航者获取,确保整个多机器人系统编队按照预期的理想编队队形进行无碰撞运动,并最终到达目标位置,对目标、领航者和跟随者的位置分析如图1(a)所示,图1(b)为编队控制后的状态.通过应用李雅普诺夫稳定性理论,得到实现多机器人系统环形编队控制的充分条件.最后通过对一组多机器人队列进行目标包围仿真,验证了该方法的有效性.



图1 目标、领航者和追随者的位置分析

Fig. 1 Location analysis of targets, pilots, and followers

2 代数图论与分数阶基础

假定一个含有 N 个智能体的系统,通讯网络拓拓扑图用 $G = \{v, \varepsilon\}$ 表示,定义 $\varepsilon = v \times v$ 为跟随者节点之间边的集合, $v = \{v_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ 为跟随者节点的集合.若 $(v_i, v_j) \in \varepsilon$,则 v_i 与 v_j 为相邻节点,定义 $N_j(t) = \{i | (v_i, v_j) \in \varepsilon, v_i \in v\}$ 为相邻节点 j 的标签的集合.那么称第 j 个节点是第 i 个节点的邻居节点,用 $N_i(t) = \{j | (v_i, v_j) \in \varepsilon, v_j \in v\}$ 表示第 i 个节点的邻居节点集合.矩阵 $L = D - A$ 称为与图 G 对应的拉普拉斯矩阵.其中, Δ 是对角矩阵,对角线元素 $i = \sum_j N_i a_{ij}$.若 $a_{ij} = a_{ji}$, $i, j \in I$,则称 G 是无向图,否则称为有向图.如果节点 v_i 与 v_j 之间一组有向边 $(v_i, v_{k1}) (v_{k1}, v_{k2}) (v_{k2}, v_{k3}) \dots (v_{kl}, v_j)$,则称从节点 v_i 到 v_j 存在有向路径.

定义1 Riemann-Liouville(RL)分数阶微分定义:

$${}^0_{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1)$$

其中, $t > t_0, n-1 < \alpha < n, n \in \mathbb{Z}^+, \Gamma(\cdot)$ 为伽马函数.

定义 2 Caputo(C)分数阶微分定义:

$${}_0^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t \frac{f^n(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad (2)$$

其中, $t > t_0, n-1 < \alpha < n, n \in Z^+, \Gamma(\cdot)$ 为伽马函数.

定义 3 定义具有两个参数 α, β 的 Mittag-Leffler 方程为:

$$E_{\alpha, \beta}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad (3)$$

其中, $\alpha > 0, \beta > 0$, 当 $\beta = 1$ 时, 其单参数形式可表示为:

$$E_{\alpha, 1}(z) = E_\alpha(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}, \quad (4)$$

引理 1 ^[21] 假定存在连续可导函数 $x(t) \in R^n$, 则:

$$\frac{1}{2} {}_0^C D_t^\alpha x(t)^T x(t) = x(t)^T {}_0^C D_t^\alpha x(t), \quad (5)$$

引理 2 ^[21] 假定 $x = 0$ 是系统 ${}_0^C D_t^\alpha x(t) = f(x)$ 的平衡点, 且 $D \subset R^n$ 是一个包含原点的域, R 是一个连续可微函数, x 满足以下条件:

$$\begin{aligned} a_1 \|x\|^a &\leq V(t) \leq a_2 \|x\|^{ab}, \\ {}_0^C D_t^\alpha V(t) &\leq -a_3 \|x\|^{ab}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $t \geq 0, x \in R, \alpha \in (0, 1), a_1, a_2, a_3, a, b$ 为任意正常数, 那么 $x = 0$ 就是 Mittag-Leffler 稳定.

3 系统环形编队控制

考虑包含 1 个领航者和 N 个跟随者的分数阶非线性多机器人系统. 领航者的动力学方程为:

$${}_0^C D_t^\alpha x_0(t) = u_0(t), \quad (7)$$

式中, $0 < \alpha < 1, x_0(t) \in R^2$ 是领航者的位置状态, $u_0(t) \in R^2$ 是领航者的控制输入. 跟随者的动力学模型如下:

$${}_0^C D_t^\alpha x_i(t) = u_i(t), \quad i \in I, \quad (8)$$

式中, $0 < \alpha < 1, x_i(t) \in R^2$ 是跟随者的位置状态, $u_i(t) \in R^2$ 是跟随者 i 在 t 时刻的控制输入, $I = \{1, 2, \dots, N\}$.

3.1 领航者控制器的设计

对于领航者, 选择如下控制器:

$$\begin{aligned} u_0(t) &= -k_1(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) \\ &\quad -k_2 \text{sign}(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

$${}_0^C D_t^\alpha x_0(t) = u_0(t) = -k_1(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) - k_2 \text{sign}(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)), \quad (10)$$

设计一个李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T (x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) \quad (11)$$

根据引理 1, 得到该李雅普诺夫函数的 α 阶导数如下:

$$\begin{aligned} {}_0^C D_t^\alpha V(t) &= \frac{1}{2} {}_0^C D_t^\alpha (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T (x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) \\ &\leq (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T {}_0^C D_t^\alpha (x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) \\ &= (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T [{}_0^C D_t^\alpha x_0(t) - {}_0^C D_t^\alpha \tilde{x}_0(t)] \\ &= (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T [-k_1(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) - \\ &\quad k_2 \text{sign}(x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) - {}_0^C D_t^\alpha \tilde{x}_0(t)] \\ &= -k_1(x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T (x_0(t) - \tilde{x}_0(t)) - \\ &\quad k_2 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| - (x_0(t) - \tilde{x}_0(t))^T {}_0^C D_t^\alpha \tilde{x}_0(t) \\ &= -2k_1 V(t) - k_2 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| + \\ &\quad \|{}_0^C D_t^\alpha \tilde{x}_0(t)\| \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| \\ &= -2k_1 V(t) - (k_2 - \|{}_0^C D_t^\alpha \tilde{x}_0(t)\|) \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| \\ &\leq -2k_1 V(t), \end{aligned} \quad (12)$$

令 $a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = 2k_1, ab = 2, a > 0, b > 0$, 得到:

$$a_1 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\|^a \leq V(t) \leq a_2 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\|^{ab} \quad (13)$$

$${}_0^C D_t^\alpha V(t) \leq -a_3 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\|^{ab}, \quad (14)$$

根据引理 2, 可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| = 0$, 即 $x_0(t)$ 逐渐趋近于 $\tilde{x}_0(t)$.

为了使跟随者能够跟踪观测到领航者的状态, 设计了一个状态估测器. 令 $\hat{x}_i \in R^2$ 是追随者对领航者的状态估计, 给出了 \hat{x}_i 的动力学方程:

$${}_0^C D_t^\alpha \hat{x}_i = \beta \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} g_{ij}(t) + d_i g_{i0}(t) \right), \quad (15)$$

其中:

$$g_{ij} = \begin{cases} \frac{\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)}{\|\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)\|} & \tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t) \neq 0 \\ 0 & \tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

对跟随者取以下李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T (\hat{x}_i(t) - x_0(t)) \quad (17)$$

计算该函数的 α 阶导数如下:

$$\begin{aligned} {}_0^C D_t^\alpha V(t) &= \frac{1}{2} {}_0^C D_t^\alpha \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T (\hat{x}_i(t) - x_0(t)) \\ &\leq \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T {}_0^C D_t^\alpha (\hat{x}_i(t) - x_0(t)) \\ &= \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T [{}_0^C D_t^\alpha \hat{x}_i(t) - {}_0^C D_t^\alpha x_0(t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \left[\beta \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. d_i \frac{\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} - {}^C D_t^\alpha x_0(t) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \beta \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \right. \\
&\quad \left. d_i \frac{\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \right) - \\
&\quad \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T {}^C D_t^\alpha x_0(t) \\
&= \beta \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T d_i \frac{\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} - \\
&\quad \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T {}^C D_t^\alpha x_0(t),
\end{aligned} \tag{18}$$

在上式中, 令 ${}^C D_t^\alpha V(t) = N_1 + N_2$ 以方便后续计算, 其中:

$$\begin{aligned}
N_1 &= \beta \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T d_i \frac{\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \\
&= \frac{\beta}{2} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \right. \\
&\quad \left. \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N a_{ij} (\hat{x}_j(t) - x_0(t))^T \frac{\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)}{\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)\|} \right] - \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N d_i \frac{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|^2}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \\
&= \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \left[(\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} - \right. \\
&\quad \left. (\hat{x}_j(t) - x_0(t))^T \frac{\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)}{\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)\|} \right] - \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N d_i \frac{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|^2}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \\
&= \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \left[\hat{x}_i(t)^T \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} - \right. \\
&\quad \left. x_0(t)^T \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} - \right. \\
&\quad \left. \hat{x}_j(t)^T \frac{\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)}{\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)\|} + \right. \\
&\quad \left. x_0(t)^T \frac{\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)}{\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)\|} \right] - \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N d_i \|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\| \\
&= \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \left[\hat{x}_i(t)^T \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} \right. \\
&\quad \left. - \hat{x}_j(t)^T \frac{\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)}{\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)\|} \right] \\
&\quad - \beta \sum_{i=1}^N d_i \frac{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|^2}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_i(t)^T - \hat{x}_j(t)^T) \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} - \\
&\quad \beta \sum_{i=1}^N d_i \frac{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|^2}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \\
&= -\beta \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_j(t)^T - \hat{x}_i(t)^T) \right. \\
&\quad \left. \frac{\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)}{\|\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)\|} + \sum_{i=1}^N d_i \frac{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|^2}{\|\hat{x}_0(t) - \hat{x}_i(t)\|} \right),
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
N_2 &= - \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T {}^C D_t^\alpha x_0(t) \\
&= \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_i(t) - x_0(t)\| \|{}^C D_t^\alpha x_0(t)\| \\
&\quad \cos \{ \hat{x}_i(t) - x_0(t), -{}^C D_t^\alpha x_0(t) \},
\end{aligned} \tag{20}$$

由于:

$$\begin{aligned}
&\|{}^C D_t^\alpha x_0(t)\| \\
&\leq k_1 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| + \\
&\quad k_2 \|\text{sign}(x_0(t) - \tilde{x}_0(t))\| \\
&\leq k_1 \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| + k_2,
\end{aligned} \tag{21}$$

根据定义3:

当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| = 0$ 时, 存在 $T > 0$ (T 为实数), 使得在 $t > T$ 时 $\|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| \leq \varepsilon$ 成立, 那么对于 $t > T$, 有 $0 < \|{}^C D_t^\alpha x_0(t)\| \leq k_1 \varepsilon + k_2 = M_2$, 可得:

$$\begin{aligned}
&- \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i(t) - x_0(t))^T {}^C D_t^\alpha x_0(t) \\
&\leq \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_i(t) - x_0(t)\| M_2 \\
&\leq M_2 N \max \{ \|\hat{x}_i(t) - x_0(t)\| \},
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
{}^C D_t^\alpha V(t) &\leq -2\beta_1 \lambda_{\min} V(t) - \\
&\quad (\beta - M_2 N) \max_{i \in I} \{ \|\hat{x}_i(t) - x_0(t)\| \},
\end{aligned} \tag{23}$$

根据引理2, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}_i(t) - x_0(t)\| = 0, \tag{24}$$

由上式可知, $\hat{x}_i(t)$ 在对目标的追踪过程中逐渐趋近于 $x_0(t)$.

3.2 跟随者控制器的设计

在本文中, 整个多机器人系统中领导者能够直接获得目标的位置信息, 将这些信息传递给追随者, 因此需要为每个追随者设计观测器来估计目标的状态. 令 $\phi_i(t) \in R^2$ 由跟随者对目标 i 的状态估计, 给出 $\phi_i(t)$ 的动力学方程:

$${}^C D_t^\alpha \phi_i(t) = \alpha \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} f_{ij}(t) + d_i f_{i0}(t) \right), \tag{25}$$

其中:

$$f_{ij} = \begin{cases} \frac{\phi_j(t) - \phi_i(t)}{\|\phi_j(t) - \phi_i(t)\|} & \phi_j(t) - \phi_i(t) \neq 0, \\ 0 & \phi_j(t) - \phi_i(t) = 0, \end{cases} \quad (26)$$

取如下李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T (\phi_i(t) - r(t)) \quad (27)$$

计算 α 阶导数如下:

$$\begin{aligned} {}^C_0 D_t^\alpha V(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T (\phi_i(t) - r(t)) \\ &\leq \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T {}^C_0 D_t^\alpha (\phi_i(t) - r(t)) \\ &= \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T [{}^C_0 D_t^\alpha \phi_i(t) - {}^C_0 D_t^\alpha r(t)] \\ &= \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T [\alpha \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} f_{ij}(t) + \right. \\ &\quad \left. d_i f_{i0}(t) \right)] - {}^C_0 D_t^\alpha r(t) \\ &= \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T \alpha \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\phi_j(t) - \phi_i(t)}{\|\phi_j(t) - \phi_i(t)\|} + \right. \\ &\quad \left. d_i \frac{\phi(t) - \phi_i(t)}{\|\phi(t) - \phi_i(t)\|} \right) \\ &= \beta \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T \sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{\phi_j(t) - \phi_i(t)}{\|\phi_j(t) - \phi_i(t)\|} + \\ &\quad \beta \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T d_i \frac{\phi(t) - \phi_i(t)}{\|\phi(t) - \phi_i(t)\|} - \\ &\quad \sum_{i=1}^N (\phi_i(t) - r(t))^T {}^C_0 D_t^\alpha r(t), \end{aligned} \quad (28)$$

可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - \tilde{x}_i(t)\| = 0, \quad (29)$$

由上式可知可知, $x_i(t)$ 在对目标的追踪过程中逐渐趋近于 $\tilde{x}_i(t)$.

4 仿真结果与分析

本节通过仿真结果来验证本文所提出的方法. 图2为通信图, 其中 $V = \{1, 2, 3, 4\}$ 表示跟随者集合, 0代表领导者. 以5个机器人组成的队列为例进行验证, 根据领航者对目标的跟随轨迹, 分别进行了仿真.

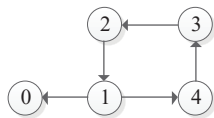
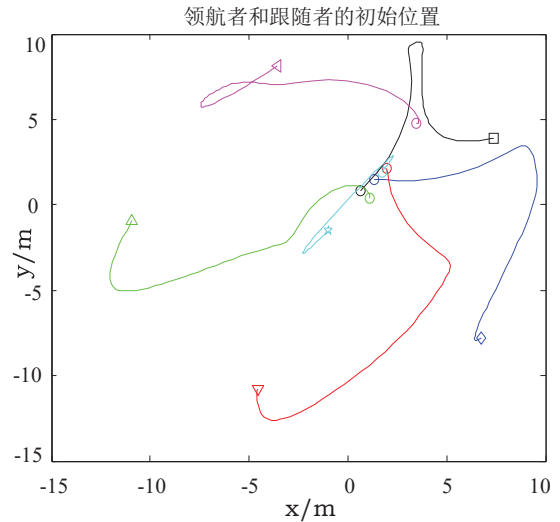


图2 通信图

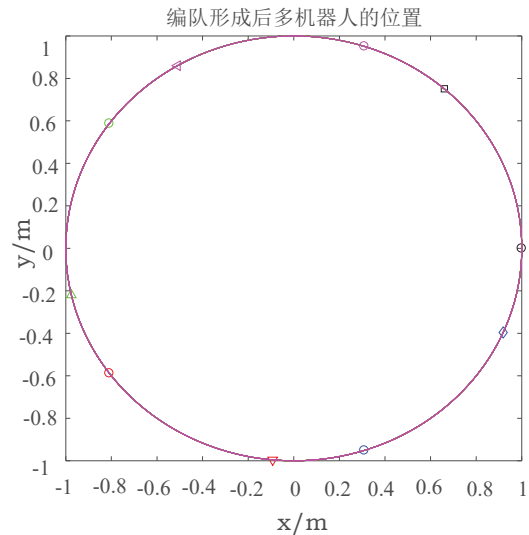
Fig. 2 Communication diagrams

假设系统中目标机器人的动态为 ${}^C_0 D_t^\alpha r(t) = [\cos(t), \sin(t)]^T$, 令初始值 $r_1(0) = r_2(0) = 1$, $\alpha = 0.98$, $k_1 = 1$, $k_2 = 4$, 可知定理3中的条件是满足的. 图4表明, 随着时间趋于

无穷, 领航者及其跟随者的状态估计误差趋于0, 这意味着领航者的状态可以由跟随者渐近精确地计算出来. 令 $k_2 > M_1$, $M_1 = M + M' > 0$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_0(t) - \tilde{x}_0(t)\| = 0$, x_0 渐近收敛于领航者的真实状态. 此时取时滞参数 $\mu = 0.05$, 实验结果见图3, 由1个领航者及4个跟随者组成的多机器人系统在进行目标围堵时, 最终形成了以目标机器人为中心的包围控制(见图3b).



(a) 领航者和跟随者的初始位置分析



(b) 编队形成后多机器人的位置关系

图3 目标、领航者和追随者的位置分析

Fig. 3 Location analysis of target pilots and followers

根据公式(24)和公式(29), 随着时间趋于无穷, 领航者及其跟随者的状态估计误差趋于0, 这意味着领航者的状态可以由跟随者渐近精确地计算出来. 综合图4与图5曲线, 跟随者对领航者进行渐进跟踪, 领航者同目标机器人的相对位置不变, 表明该领航跟随型多机器人系统最终能与目标机器人保持期望的距离, 并且不再变化.

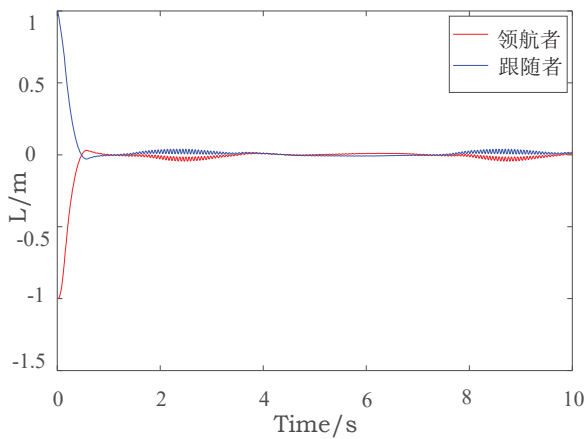


图 4 领航者及其跟随者的状态估计误差

Fig. 4 The state estimation error of the leader and followers

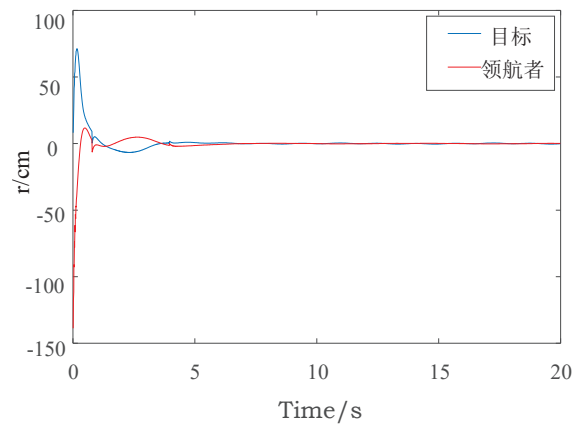
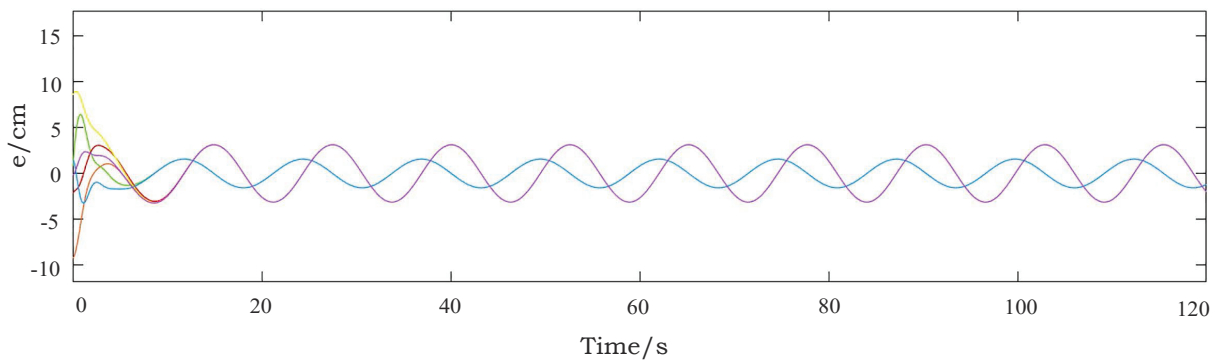


图 5 编队形成时领航者与目标的相对位置关系

Fig. 5 The relative position relationship between leader and target



目标图 6 领航者与跟随者对目标的状态估计

Fig. 6 State estimation of target by pilot and follower

仿真结果表明, 多个机器人在对目标物进行包围编队时, 领航者会逐渐形成以目标物运动轨迹为参照的运动路线, 而跟随者则渐进的完成对领航者的跟踪 (如图4所示), 跟随者在对领航者进行跟踪时, 会出现一定频率的抖振, 但这些并不会影响该多机器人系统的目标包围编队控制。

5 总结

本文提出了多机器人的领航-跟随型编队控制方法, 选定了一台机器人作为领航者负责整个编队的路径规划任务, 其余机器人作为跟随者。跟随机器人负责实时跟踪领航者, 并尽可能与领航机器人之间保持队形所需的距离和角度, 确保整个多机器人系统编队按照预期的理想编队队形进行无碰撞运动, 并最终到达目标位置。通过建立李雅普诺夫函数和米塔格稳定性理论, 得到了实现多机器人系统环形编队的充分条件, 并通过对一组多机器人队列的目标包围仿真, 验证了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] JIANG Yutao, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang. Distributed finite-time consensus algorithm for multiple nonholonomic mobile robots with disturbances. *Control Theory and Technology*, 2019, 36(5): 737-745.
(姜玉涛, 刘忠信, 陈增强. 带扰动的多非完整移动机器人分布式有限时间一致性控制. *控制理论与应用*, 2019, 36(5): 737-745.)
- [2] ZHOU Chuan, HONG Xiaomin, HE Junda. Formation control of multi-agent systems with time-varying topology based on event-triggered mechanism. *Control and Decision*, 2017, 32(6): 1103-1108.
(周川, 洪小敏, 何俊达. 基于事件触发的时变拓扑多智能体系统编队控制. *控制与决策*, 2017, 32(6): 1103-1108.)
- [3] ZHANG Rui-lei, LI Sheng, CHEN Qing-wei. Formation control for multi-robot system in complex terrain. *Control Theory and Technology*, 2014, 31(4): 531-537.
(张瑞雷, 李胜, 陈庆伟等. 复杂地形环境下多机器人编队控制方法. *控制理论与应用*, 2014, 31(4): 531-537.)
- [4] WU Jin, ZHANG Guo-liang, ZENG Jing. Discrete-time modeling for multirobot formation and stability of formation control algorithm. *Control Theory and Technology*, 2014, 31(3): 293-301.
(吴晋, 张国良, 曾静. 多机器人编队离散模型及队形控制稳定性分析. *控制理论与应用*, 2014, 31(3): 293-301.)
- [5] WANG Shuailei, ZHANG Jinchun, CAO Biao. Target tracking algorithm with double-type agents based on flocking control. *Control Engineering of China*, 2019, 26(5): 935-940.

- (王帅磊, 张金春, 曹彪. 双类型多智能体蜂拥控制目标跟踪算法. 控制工程, 2019, 26(5): 935-940.)
- [6] SHAO Zhuang, ZHU Xiao-ping, ZHOU Zhou. Distributed formation keeping control of UAVs in 3-D dynamic environment. *Control and Decision*, 2016, 31(6): 1065-1072.
(邵壮, 祝小平, 周洲, 等. 三维动态环境下多无人机编队分布式保持控制. 控制与决策, 2016, 31(6): 1065-1072.)
- [7] PANG Shikun, WANG Jian, YI Hong. Formation control of multiple autonomous underwater vehicles based on sensor measuring system. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2019, 53(05): 549-555.
(庞师坤, 王健, 易宏. 基于传感探测系统的多自治水下机器人编队协调控制. 上海交通大学学报, 2019, 53(05): 549-555.)
- [8] WANG H, GUO D, LIANG X. Adaptive vision-based leader-follower formation control of mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(4): 2893-2902.
- [9] LI R, ZHANG L, HAN L. Multiple vehicle formation control based on robust adaptive control algorithm. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2017, 9(2): 41-51.
- [10] XING C, ZHAOXIA P, GUO G W. Distributed Fixed-Time Formation Tracking of Multi-Robot Systems with Nonholonomic Constraints. *Neurocomputing*, 2018, 313(3): 167-174.
- [11] LOPEZ-GONZALEA A, FERREIRA E D, Hernandez-martinez E G. Multi-robot formation control using distance and orientation. *Advanced Robotics*, 2016, 30(14): 901-913.
- [12] DIMAROGONAS D, FRAZZOLI E, JOHNSON K H. Distributed Event-Triggered Control for Multi-Agent Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 57(5): 1291-1297.
- [13] HU W, LIU L, FENG G. Consensus of Linear Multi-Agent Systems by Distributed Event-Triggered Strategy. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 46(1): 148-157.
- [14] ZUO Z, LIN T. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(6): 1366-1375.
- [15] SHI Zhong, HUANG Xue-xiang, TAN Qian. Fractional-order PID control for teleoperation of a free-flying space robot. *Control Theory and Technology*, 2016, 33(6): 800-808.
(时中, 黄学祥, 谭谦. 自由飞行空间机器人的遥操作分数阶PID控制. 控制理论与应用, 2016, 33(6): 800-808.)
- [16] YANG Zichao, ZHENG Shiqi, LIU Feng. Adaptive output feedback control for fractional-order multi-agent systems. *ISA Transactions*, 2020, 96(1): 195-209.
- [17] LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang, YUAN Zhuzhi. Event-Triggered Average-consensus of Multi-Agent Systems with Weighted and Directed Topology. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2016, 25(5): 845-855.
- [18] AI Xiaolin, YU Jianqiao. Flatness-based finite-time leader - follower formation control of multiple quad rotors with external disturbances. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 92: 20-33.
- [19] KOWDIKI K H, BARAI K, BHATTACHARYA S. Leader-follower formation control using artificial potential functions: A kinematic approach. *IEEE-International Conference on Advances in Engineering*, 2012: 500-505.
- [20] ASIF M. Integral terminal sliding mode formation control of non-holonomic robots using leader follower approach. *Robotica*, 2017, 1(7): 1-15.
- [21] Chen W, Dai H, Song Y, et al. Convex Lyapunov functions for stability analysis of fractional order systems. *Control Theory and Technology*, 2017, 11(7): 1070-1074.

附录

附录内容.

作者简介:

伍锡如 博士,教授,硕士生导师,目前研究方向为机器人控制,神经网络,深度学习等, E-mail: xiruwu@guet.edu.cn;

邢梦媛 硕士研究生,目前研究方向为多机器人编队控制, E-mail: 610617868@qq.com.