

基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制

李正平, 鲜 斌[†]

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对多无人机编队控制(UAVs)问题, 本文提出了一种基于虚拟结构法的非线性鲁棒控制算法. 首先将编队控制问题转化成两个子问题: 在惯性坐标系下虚拟刚体(VRB)光滑轨迹的生成设计, 以及在虚拟刚体坐标系下的无人机编队队形控制设计. 针对部分无人机无法直接获取虚拟刚体状态的约束, 通过引入相邻无人机的跟踪状态, 实现了分布式的编队控制. 同时, 考虑多无人机近距离编队飞行时相互间的气流扰动影响, 设计了基于supertwisting的鲁棒控制算法, 提高了编队系统的控制精度和稳定性. 利用Lyapunov稳定性分析方法, 证明了位置跟踪误差在有限时间内收敛到滑模面, 得到闭环系统全局渐近稳定的结果. 最后通过实际飞行实验, 验证了所提控制算法的有效性和鲁棒性.

关键词: 多无人机编队; 虚拟结构法; 队形变换; 鲁棒控制; 分布式通信; 实验验证

引用格式: 李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2423–2431

DOI: 10.7641/CTA.2020.00080

Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure

LI Zheng-ping, XIAN Bin[†]

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In this paper, a new nonlinear robust control scheme based on the virtual structure method is developed for the formation control of multiple unmanned aerial vehicles (UAVs). The control problem is divided into two subproblems: a smooth trajectory generation for the virtual rigid body (VRB) in the inertial frame, and the formation control design in the VRB frame. The tracking states of the neighboring UAVs are employed for the UAVs which can not obtain the VRB states directly. The super-twisting based nonlinear robust control is designed to compensate the airflow influences between UAVs. Lyapunov based stability is utilized to prove the finite-time convergence of the formation error signals and the global asymptotic stability of the closed-loop system. Real-time experimental results are included to validate the performance of the proposed design.

Key words: multi-UAV formation; virtual structure; formation switching; robust control; distributed communication; experimental verification

Citation: LI Zhengping, XIAN Bin. Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2423 – 2431

1 引言

无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)凭借其成本低、机动性强以及无需人为干预的特点, 在军事和民用等多个领域得到了广泛的应用. 但是随着任务的复杂度和难度不断提高, 单架无人机已经很难达到预期的目标, 于是国内外的研究人员开始研究多无人机协同执行任务的能力^[1–4].

编队队形控制是多无人机系统研究的核心问题.

无人机在执行任务时需要保持一定的队形, 或者需要在特定的时间进行队形的切换和重构, 这依赖于可靠的编队控制策略. 领航-跟随法(Leader-Follower)是一种较为传统的编队控制方法, 其思想是将编队中的一架无人机作为领航机, 其余无人机以一定的相对距离跟踪领航机的轨迹, 从而达到保持队形的目的. 美国宾夕法尼亚大学的研究团队针对该方法进行了很多研究. 文献[5]在给定的领航机飞行轨迹的条件下, 设计

收稿日期: 2020–02–14; 录用日期: 2020–06–15.

[†]通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

本文责任编辑: 陈谋.

国家自然科学基金项目(91748121, 90916004), 国家重点研发计划项目(2018YFB1403900)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (91748121, 90916004) and the National Key R&D Program of China (2018YFB1403900).

无人机需要保持的队形, 跟随机根据本地和邻机的信息规划各自的参考轨迹, 间接地获取了领航机的状态, 实验中借助Vicon定位系统实现了室内紧密编队飞行. 该团队还在没有机间信息交流的条件下, 仅依靠无人机搭载的视觉传感器提供的相对定位信息, 结合领航-跟随法, 实现了室内和室外的无全球定位系统(global positioning system, GPS)编队飞行^[6-7]. 为了克服领航-跟随法对领航机的依赖, 斯坦福大学多机器人系统实验室(multi-robot systems lab)的研究人员对虚拟结构法(virtual structure)在四旋翼无人机灵活编队飞行上的应用展开了相关的研究. 文献[8]针对多无人机系统建立虚拟刚体模型, 通过遥控手柄实时给出整个编队的飞行轨迹, 各无人机再根据事先设计的队形库, 完成队形的保持和几种队形之间的切换. 该文献的创新之处在于其实现了实时的人机交互, 并在虚拟刚体坐标系下研究了无人机的队形变换和避障问题^[9].

以上方法通常采用集中式的通信交互策略, 对于中心节点的通信和计算压力较大, 且整个系统的容错和鲁棒性不强. 近些年来, 利用一致性理论和分布式的通信策略解决多无人机编队控制问题成为该领域的热点. 文献[10]将多无人机系统简化为双积分二阶模型, 利用一致性理论解决了多无人机的时变编队问题, 实际飞行实验中各无人机通过和邻近无人机的信息交互, 实现了对预定的时变参考队形的跟踪. 文献[11]考虑领航机和跟随机同时存在不确定性和扰动的影响, 设计了多变量模型参考自适应控制算法, 实现了多无人机的一致性编队飞行, 并通过仿真验证了所提方法的有效性.

无人机系统结构复杂, 难以精确建模, 并且容易受环境未知扰动的影响. 相比传统的线性控制方法, 非线性控制方法在处理不确定性和未知扰动时更有优势, 其在无人机位置和姿态控制上体现了良好的性能^[12-13]. 目前多无人机编队的研究大多关注编队策略和信息处理, 其控制器一般采用线性控制方法或者较为简单的非线性控制方法, 目前仅有少数研究学者对多无人机系统的鲁棒控制进行了相关研究. 文献[14]分别设计了两个滑模控制器(sliding mode control, SMC)实现领航机跟踪预定轨迹和跟随机保持队形, 实验结果表明领航机和跟随机均可保证较好的跟踪性能. 文献[15]将控制器分成标称控制输入和鲁棒补偿两个部分, 前者基于线性二次调节器(linear quadratic regulation, LQR)方法, 后者采用一个非线性鲁棒滤波器来补偿不确定性和外界扰动的影响, 该算法已进行了数值仿真验证. 文献[16]设计了自适应增益的滑模控制器, 采用分布式的通信策略, 理论分析并证明了无人机的编队误差能在有限时间内收敛到有界邻域内, 并进行了数值仿真验证. 文献[17]将super-twisting

控制算法应用到编队跟踪控制, 利用了有限时间收敛的性质, 并改善了滑模控制的抖振现象, 但仅在仿真环境中进行了验证.

基于以上分析, 本文采用虚拟结构法对无人机编队队形控制问题进行分析, 实现了虚拟刚体坐标系下不同队形的切换. 在此基础上考虑并非所有无人机都能获得虚拟刚体的信息, 引入了邻近无人机的状态, 实现了分布式的队形跟踪. 然后设计了基于super-twisting的多无人机编队控制算法, 用于补偿机间气流等干扰的影响.

本文的主要创新点有: 1) 将虚拟结构法和分布式的通信策略结合起来, 减轻了虚拟结构中心的通信压力; 2) 设计了鲁棒控制算法, 提高了多无人机系统对于外界扰动的稳定性能; 3) 基于Lyapunov方法证明了多无人机编队闭环系统的稳定性, 并且证明了编队跟踪误差能在有限时间内趋近滑模面; 4) 为了验证算法有效性, 在自主搭建的多无人机平台上完成了实际飞行实验, 并取得了较好的实验结果.

本文余下内容组织如下: 第2节针对相关预备知识和多无人机运动学模型进行了简要的说明; 第3-4节针对多无人机系统设计了分布式的super-twisting鲁棒控制器, 并进行了稳定性证明; 第5节针对实际飞行实验的结果进行了详细的分析; 第6节对本文主要内容进行了总结和展望.

2 问题描述

2.1 图论

设有 n 架无人机组成的多无人机编队系统, 其通信网络结构可由一个 n 阶无向加权图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$ 表示^[18]. 每个无人机分别占据图中一个节点, $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点的集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边的集合. $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示节点 i 能获得节点 j 的状态信息, $\mathcal{G}$ 为无向图则满足: 若 $(i, j) \in \mathcal{E}$, 则 $(j, i) \in \mathcal{E}$. 定义节点 i 的邻居集合为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. 矩阵 $\mathcal{A} = \{a_{ij}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 称为邻接矩阵, 其中 $a_{ij} \geq 0$ 为连接权值. 若 $j \in \mathcal{N}_i$, 则 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 节点 i 的入度定义为 $d_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$, 入度矩阵 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_i\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 图的拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$.

针对图论的相关性质, 引入如下引理^[18].

引理 1 已知 $\mathcal{G}$ 是无向图, 定义 $H \triangleq \mathcal{L} + \mathcal{B} = \mathcal{L} + \text{diag}\{b_i\}$. 若 $\mathcal{G}$ 是连通的, 且至少有一个 b_i 大于零, 则 H 是对称正定矩阵.

注 1 $b_i > 0$ 表示节点 i 可以获得虚拟结构中心的状态, 否则 $b_i = 0$.

引理 2 已知矩阵 $U \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $W \in \mathbb{R}^{q \times q}$, 若 U 和 W 均为对称正定矩阵, 则 $U \otimes W$ 也是对称正定矩阵.

注 2 $\otimes$ 表示克罗内克(Kronecker)乘积.

2.2 虚拟结构方法

为便于表示无人机在三维空间的位置和姿态, 对所涉及的坐标系和相关概念进行定义与说明. 定义 F_w 为固定在地面的惯性坐标系, 定义 F_i 为原点固定在第 i 架无人机质心的机体坐标系, 如图1所示. 各无人机在惯性坐标系下的位置和姿态分别表示为 $p_i(t) \in \mathbb{R}^3$ 和 $R_i(t) \in \text{SO}(3)$.

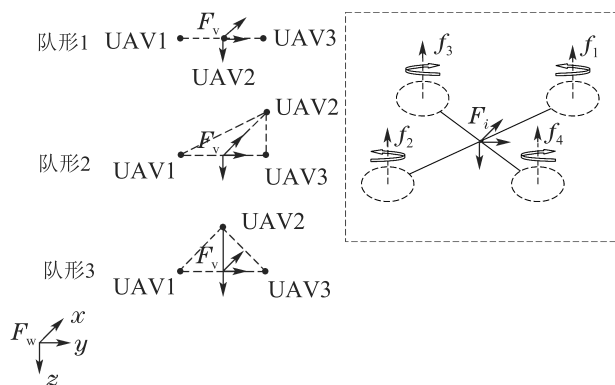


图 1 相关坐标系及虚拟结构下的队形示意图

Fig. 1 Coordinate system and different formation shapes in the VRB frame

参考文献[9]做如下定义.

定义 1 虚拟刚体 (virtual rigid body, VRB), 是对 n 架无人机组成的刚性整体的一种抽象, 其对应的坐标系记为 F_v , 如图1所示. 各无人机在该坐标系下构成一定的空间分布, 即为编队队形. t 时刻各无人机在刚体坐标系 F_v 下的位置表示为

$$\Pi(t) = \{r_1(t), r_2(t), \dots, r_n(t)\},$$

其中 $r_i(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 表示无人机 i 在虚拟刚体坐标系下的三维坐标.

虚拟刚体在惯性坐标系下的位置和姿态分别表示为 $p_v(t) \in \mathbb{R}^3$ 和 $R_v(t) \in \text{SO}(3)$. 根据虚拟刚体的位置和姿态以及无人机在刚体坐标系下的分布, 可以得出各无人机在惯性坐标系 F_w 下的位置表达如下:

$$p_i(t) = p_v(t) + R_v(t)r_i(t). \quad (1)$$

对上式求导可得

$$\begin{cases} \dot{p}_i = \dot{p}_v + \dot{R}_v r_i + R_v \dot{r}_i, \\ \ddot{p}_i = \ddot{p}_v + \ddot{R}_v r_i + 2\dot{R}_v \dot{r}_i + R_v \ddot{r}_i, \\ \ddot{p}_i = \ddot{p}_v + \ddot{R}_v r_i + 3\ddot{R}_v \dot{r}_i + 3\dot{R}_v \ddot{r}_i + R_v \ddot{r}_i, \\ p_i^{(4)} = p_v^{(4)} + R_v^{(4)} r_i + 4\ddot{R}_v \dot{r}_i + 6\dot{R}_v \ddot{r}_i + 4\ddot{R}_v \ddot{r}_i + R_v r_i^{(4)}, \end{cases} \quad (2)$$

式中: 上标 $(\cdot)^{(k)}$ 表示 k 阶导数. 当 $r_i(t)$ 为常函数时, 编队保持固定的队形; 当 $r_i(t)$ 为时变函数时, 编队实现不同队形的切换. 同时设计各无人机的偏航角 $\psi_i(t) \in \mathbb{R}$ 及其导数与虚拟刚体保持相等.

注 3 根据文献[19]可知四旋翼无人机动态满足微分

平坦特性, 即无人机的所有状态可由一组平坦输出 $\sigma_i = [p_i^T(t) \ \psi_i(t)]^T$ 及其导数完全表示, 从而只需设计满足一定光滑条件的虚拟刚体轨迹和所期望的队形, 便可以得出动态可行的无人机参考轨迹.

2.3 无人机运动学模型

对 n 架无人机组成的系统, 无人机 i 的动力学模型如下^[20]:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i, \\ m_i \dot{v}_i = m_i g e_3 - f_i R e_3, \end{cases} \quad (3)$$

式中: $p_i(t) = [p_{ix}(t) \ p_{iy}(t) \ p_{iz}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 和 $v_i(t) = [v_{ix}(t) \ v_{iy}(t) \ v_{iz}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 分别表示惯性坐标系 F_w 下的无人机位置和线速度, m_i 为无人机的质量, g 为重力加速度常数, $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为机体坐标系到惯性坐标系下的旋转矩阵, $f_i(t)$ 为无人机4个旋翼产生的升力之和, $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$.

定义辅助控制输入信号 $u_i(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为

$$u_i = g e_3 - \frac{1}{m_i} R f_i e_3,$$

并考虑无人机在编队飞行时存在的外界扰动, 则模型(3)可以简化为

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = u_i + \beta_i(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\beta_i(t) = [\beta_{ix}(t) \ \beta_{iy}(t) \ \beta_{iz}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为外界未知时变扰动在惯性坐标系下的表示, 虚拟控制量 $u_i(t)$ 将在后续部分设计.

为便于后续控制器的设计及稳定性分析, 针对扰动项做出合理假设如下:

假设 1 模型中的未知扰动项 $\beta_i(t)$ 是有界的, 满足 $\beta_i(t), \dot{\beta}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 且有 $|\dot{\beta}_i(t)| \leq \delta_i$. 其中 δ_i 的每个元素均为未知正常数.

3 鲁棒编队控制算法设计

3.1 编队误差与滑模面构造

为实现无人机对目标轨迹的跟踪控制, 定义无人机 i 的位置跟踪误差 $\eta_i(t) = [\eta_{ix}(t) \ \eta_{iy}(t) \ \eta_{iz}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 如下:

$$\eta_i(t) = p_i(t) - p_{di}(t), \quad (5)$$

其中 $p_{di}(t) = [p_{dix}(t) \ p_{diy}(t) \ p_{diz}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为第 i 架无人机的期望位置向量. 对上式求导得到速度跟踪误差为

$$\dot{\eta}_i(t) = \dot{p}_i(t) - \dot{p}_{di}(t). \quad (6)$$

针对虚拟刚体中的每架无人机, 结合分布式的信息交互策略, 引入相邻无人机的状态信息, 重新构造无人机 i 的误差向量如下式所示:

$$\begin{aligned}\xi_i(t) = & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \{\eta_i(t) - \eta_j(t)\} + b_i \eta_i(t) = \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \{p_i(t) - p_j(t) - \Delta_{ij}(t)\} + \\ & b_i(p_i(t) - p_{di}(t)),\end{aligned}\quad (7)$$

其中 $\Delta_{ij}(t)$ 为无人机 i 和无人机 j 的期望相对位置.

根据式(7)以及前一节中的相关定义, 整个编队系统的跟踪误差

$$\xi(t) = [\xi_1^T(t) \ \xi_2^T(t) \ \cdots \ \xi_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{3n \times 1}$$

可写为

$$\xi(t) = [(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3] \eta(t). \quad (8)$$

其中 I_3 为 3×3 单位矩阵. 构建滑模面 $s(t) \in \mathbb{R}^{3n \times 1}$ 为

$$s(t) = \dot{\xi}(t) + \Lambda \xi(t), \quad (9)$$

式(9)中 $\Lambda = \text{diag}\{\Lambda_i\} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 为正常数对角矩阵. 对滑模面(9)求导可得

$$\dot{s} = \ddot{\xi} + \Lambda \dot{\xi} = [(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3](u + \beta(t) - \ddot{p}_d) + \Lambda \dot{\xi}. \quad (10)$$

为便于后续分析, 定义如下辅助变量:

$$\rho(t) = [(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3] \beta(t). \quad (11)$$

由假设1可知

$$\begin{aligned}|\dot{\rho}_{i*}(t)| = & \left| \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\dot{\beta}_{i*}(t) - \dot{\beta}_{j*}(t)) + b_i \dot{\beta}_{i*}(t) \right| \leq \\ & (2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} + b_i) \bar{\delta} = \mu_{i*} \bar{\delta},\end{aligned}\quad (12)$$

式中: $\rho_{i*}(t), \beta_{i*}(t)$ 分别表示 $\rho(t), \beta(t)$ 的对应分量. $\mu_{i*} > 0, \bar{\delta} > 0$ 均为正常数, 且 $\bar{\delta} = \max\{\delta_{i*}\}, i \in \{1, 2, 3\}, * \in \{x, y, z\}$.

3.2 控制器设计

针对式(10)所示的系统, 设计控制输入 $u(t) = [u_1^T(t) \ u_2^T(t) \ \cdots \ u_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{3n \times 1}$ 为如下形式:

$$\begin{aligned}u = & u_{eq} + u_{st} = \\ & \{\ddot{p}_d - [(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3]^{-1} \Lambda \dot{\xi}\} + \\ & \{[(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3]^{-1} (-K_a \phi_1 - K_b \int_0^t \phi_2 d\tau)\}.\end{aligned}\quad (13)$$

根据引理1和引理2可知, 矩阵 $[(\mathcal{L} + \mathcal{B}) \otimes I_3]$ 是非奇异矩阵. 在式(13)中^[21]:

$$\begin{cases} \phi_1(s) = |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s + Ks, \\ \phi_2(s) = \frac{1}{2} \text{sgn } s + \frac{3}{2} K |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s + K^2 s. \end{cases}\quad (14)$$

在式(14)中, $|s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s)$ 定义为

$$|s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s = \begin{bmatrix} |s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s_1 \\ |s_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s_2 \\ \vdots \\ |s_{3n}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } s_{3n} \end{bmatrix},$$

其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 为标准符号函数. $K_a, K_b, K \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 均为正常数对角增益矩阵, 并且满足如下条件:

$$K_{ai*} > \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{2\epsilon} \mu_{i*}^2 \bar{\delta}^2 + 2\epsilon(\lambda + 4\epsilon^2) + 4\epsilon \mu_{i*} \bar{\delta} \right), \quad (15)$$

$$K_{bi*} = \lambda + 4\epsilon^2 + 2\epsilon K_{ai*}, \quad (16)$$

其中 $\lambda > 0, \epsilon > 0$ 为正常数.

4 稳定性分析

将控制输入(13)代入滑模面方程(10), 可得滑模面动态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{s} = -K_a \phi_1 + \varsigma, \\ \dot{\varsigma} = -K_b \phi_2 + \dot{\rho}, \end{cases}\quad (17)$$

其中 $\varsigma = -K_b \int_0^t \phi_2 d\tau + \rho$.

为便于后续证明, 引入如下引理, 引理证明参见文献[20].

引理3 给定对称矩阵 $M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix}$, 以

下3个条件等价:

- 1) $M > 0$;
- 2) $M_{11} > 0, M_{22} - M_{12}^T M_{11}^{-1} M_{12} > 0$;
- 3) $M_{22} > 0, M_{11} - M_{12} M_{22}^{-1} M_{12}^T > 0$.

定理1 对于式(10)所示的系统, 满足假设1, 设计式(13)形式的控制器, 且其中控制器增益满足式(15)–(16)时, 系统能在有限时间内收敛到滑模面 $s=0$. 到达滑模面之后, 编队误差指数收敛到零, 各无人机的跟踪误差指数收敛到零.

证 对于系统(17), 考虑其中一个元素, 定义Lyapunov候选函数 $V_i(t)$ 为

$$V_i(t) = \zeta_i^T P_i \zeta_i, \quad (18)$$

其中: $\zeta_i(t) = [\phi_{1i} \ \varsigma_i]^T, P_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为一对称正定矩阵, 定义为^[23]

$$P_i = \begin{bmatrix} \lambda + 4\epsilon^2 & -2\epsilon \\ -2\epsilon & 1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$V_i(t)$ 是二次正定函数, 且是径向无界的, 在空间 $\mathcal{S} = \{(s_i, \varsigma_i) \in \mathbb{R}^2 | s_i \neq 0\}$ 上处处连续可微, 且满足如下不等式:

$$\lambda_{\min}(P_i) \|\zeta_i\|_2^2 \leq V_i(t) \leq \lambda_{\max}(P_i) \|\zeta_i\|_2^2, \quad (20)$$

式中: $\lambda_{\min}(P_i)$ 和 $\lambda_{\max}(P_i)$ 分别表示矩阵 P_i 的最小特征值和最大特征值; $\|\cdot\|_2$ 表示向量的欧几里得范数, 且有

$$\|\zeta_i\|_2^2 = \phi_{1i}^2 + \varsigma_i^2 = |s_i| + K_i^2 s_i^2 + 2K_i |s_i|^{\frac{1}{2}} + \varsigma_i^2 \geq |s_i|, \quad (21)$$

其中: K_i 为正对角增益矩阵 K 的第 i 个对角元素; s_i 和 ς_i 分别为式(17)中对应变量的第 i 个元素, 均为标量. 由

式(20)–(21)可得

$$|s_i|^{\frac{1}{2}} \leq \|\zeta_i\|_2 \leq \frac{V_i^{\frac{1}{2}}(t)}{\lambda_{\min}(P_i)}. \quad (22)$$

对变量 $\zeta_i(t)$ 求导, 可得

$$\dot{\zeta}_i(t) = \begin{bmatrix} \phi_{3i}(-K_{ai}\phi_{1i} + \varsigma_i) \\ -K_{bi}\phi_{2i} + \dot{\rho}_i \end{bmatrix}. \quad (23)$$

令 $A_i = \begin{bmatrix} -K_{ai} & 1 \\ -K_{bi} & 0 \end{bmatrix}$, $\tilde{\rho}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\rho}_i \\ \phi_{3i} \end{bmatrix}$. 则式(23)可表示为

$$\dot{\zeta}_i = \phi_{3i}(A_i\zeta_i + \tilde{\rho}_i), \quad (24)$$

其中 ϕ_{3i} 的定义如下:

$$\phi_{3i} = K_i + \frac{1}{2|s_i|^{\frac{1}{2}}}. \quad (25)$$

对Lyapunov候选函数 $V_i(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) = & \dot{\zeta}_i^T P_i \zeta_i + \zeta_i^T P_i \dot{\zeta}_i = \\ & \phi_{3i} \{ (\zeta_i^T A_i^T + \tilde{\rho}_i^T) P_i \zeta_i + \zeta_i^T P_i (A_i \zeta_i + \tilde{\rho}_i) \} = \\ & \phi_{3i} \{ \zeta_i^T (A_i^T P_i + P_i A_i) \zeta_i + \tilde{\rho}_i^T P_i \zeta_i + \zeta_i^T P_i \tilde{\rho}_i \} = \\ & -\phi_{3i} \{ (2K_{ai}(\lambda + 4\epsilon^2) - 4K_{bi}\epsilon) \phi_{1i}^2 + (K_{bi} - \\ & 2K_{ai}\epsilon - (\lambda + 4\epsilon^2)) \phi_{1i} \varsigma_i + (K_{bi} - 2K_{ai}\epsilon - \\ & (\lambda + 4\epsilon^2)) \varsigma_i \phi_{1i} + 4\epsilon \varsigma_i^2 + 2\epsilon \frac{\dot{\rho}_i \phi_{1i}}{\phi_{3i}} - \frac{\dot{\rho}_i \varsigma_i}{\phi_{3i}} + \\ & 2\epsilon \frac{\phi_{1i} \dot{\rho}_i}{\phi_{3i}} - \frac{\varsigma_i \dot{\rho}_i}{\phi_{3i}} \}. \end{aligned} \quad (26)$$

由式(12)(14)与式(25)可知

$$\frac{|\dot{\rho}_i|}{\phi_{3i}} \leq \frac{\mu_i \bar{\delta} |\phi_{1i}|}{|\phi_{2i}|} \leq 2\mu_i \bar{\delta} |\phi_{1i}|. \quad (27)$$

根据式(16)和式(27), 对 $\dot{V}_i(t)$ 进一步放缩可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) \leq & -\phi_{3i} \{ (2K_{ai}(\lambda + 4\epsilon^2) - 4K_{bi}\epsilon) |\phi_{1i}|^2 + \\ & 4\epsilon |\varsigma_i|^2 - 8\epsilon \mu_i \bar{\delta} |\phi_{1i}|^2 - 4\mu_i \bar{\delta} |\phi_{1i}| |\varsigma_i| \}. \end{aligned} \quad (28)$$

定义 $\chi_i = [|\phi_{1i}| \quad |\varsigma_i|]^T$, 上述不等式可改写为

$$\dot{V}_i(t) \leq -\phi_{3i} \chi_i^T Q_i \chi_i, \quad (29)$$

其中 $Q_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 的形式为

$$Q_i = \begin{bmatrix} 2K_{ai}(\lambda + 4\epsilon^2) - 4K_{bi}\epsilon - 8\epsilon \mu_i \bar{\delta} & -2\mu_i \bar{\delta} \\ -2\mu_i \bar{\delta} & 4\epsilon \end{bmatrix}. \quad (30)$$

为了保证 $\dot{V}_i(t) \leq 0$, 只需对称矩阵 Q_i 是正定矩阵, 即 $Q_i > 0$, 由引理3可得

$$\begin{aligned} & 2K_{ai}(\lambda + 4\epsilon^2) - 4K_{bi}\epsilon - 8\epsilon \mu_i \bar{\delta} - \\ & (-2\mu_i \bar{\delta}) \frac{1}{4\epsilon} (-2\mu_i \bar{\delta}) > 0. \end{aligned} \quad (31)$$

易知当满足条件(15)时, 上述不等式成立, 从而 Q_i 为

正定矩阵, 将其最小特征值记为 $\lambda_{\min}(Q_i)$. 根据式(18)(20)(22), 以及 $\|\chi_i\|_2 = \|\zeta_i\|_2$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) \leq & -\phi_{3i} \lambda_{\min}(Q_i) \|\zeta_i\|_2^2 = \\ & -(K_i + \frac{1}{2|s_i|^{\frac{1}{2}}}) \lambda_{\min}(Q_i) \|\zeta_i\|_2^2 \leq \\ & -(K_i + \frac{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(P_i)}{2V_i(t)^{\frac{1}{2}}}) \lambda_{\min}(Q_i) \frac{V_i(t)}{\lambda_{\max}(P_i)} = \\ & -\gamma_1 V_i^{\frac{1}{2}}(t) - \gamma_2 V_i(t). \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)中 γ_1, γ_2 均为正常数, 且定义如下:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{\lambda_{\min}(Q_i) \lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(P_i)}{2\lambda_{\max}(P_i)}, \\ \gamma_2 = \frac{K_i \lambda_{\min}(Q_i)}{\lambda_{\max}(P_i)}. \end{cases} \quad (33)$$

根据比较原理, 定义微分方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta} = -\gamma_1 \vartheta^{\frac{1}{2}} - \gamma_2 \vartheta, \\ \vartheta(0) = \vartheta_0 \geq 0. \end{cases} \quad (34)$$

其对应的解为

$$\vartheta(t) = \exp(-\gamma_2 t) (\vartheta_0^{\frac{1}{2}} + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} (1 - \exp(\frac{\gamma_2}{2} t)))^2, \quad (35)$$

则当 $V_i(t)$ 的初始值满足式(36)时, $V_i(t) \leq \vartheta(t), \forall t \geq 0$,

$$V_i(s_i(0), \varsigma_i(0)) \leq \vartheta_0. \quad (36)$$

因此变量 $s_i(t)$ 和 $\varsigma_i(t)$ 能在有限时间内收敛到零, 且相应的收敛时间为

$$T_F = \frac{2}{\gamma_2} \ln(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} V_i^{\frac{1}{2}}(s_i(0), \varsigma_i(0)) + 1). \quad (37)$$

为进行整个编队系统的收敛性分析, 参考文献[24], 对整个系统构建Lyapunov候选函数 $V(t)$ 如下:

$$V(t) = \zeta^T P \zeta = \sum_{i=1}^{3n} \zeta_i^T P_i \zeta_i, \quad (38)$$

其中: $\zeta = [\zeta_1^T \quad \zeta_2^T \quad \cdots \quad \zeta_{3n}^T]^T$, P 矩阵定义为

$$P := \begin{bmatrix} P_1 & & & \\ & P_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & P_{3n} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

根据式(15)–(16)(18)(32)与式(38), 以及前述分析, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} = \\ & \sum_{i=1}^{3n} (\dot{\zeta}_i^T P_i \zeta_i + \zeta_i^T P_i \dot{\zeta}_i) \leq 0. \end{aligned} \quad (40)$$

故正定函数 $V(t)$ 单调递减, 可得 $V(t) \in \mathcal{L}_{\infty}$. 此时状态变量 $\zeta(t) \in \mathcal{L}_{\infty}, \dot{\zeta}(t) \in \mathcal{L}_{\infty}$, 根据Barbalat引理可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0.$$

综上所述, 式(17)中所有状态变量($s_i(t)$, $\varsigma_i(t)$)能在有限时间内收敛到零. 到达滑模面 $s = 0$ 之后, 式(7)所示的编队误差 $\xi(t)$ 指数收敛到零, 根据齐次线性方程解的情况, 可知当且仅当 $\eta(t)$ 等于零. 因此, 无人机编队系统的跟踪误差渐进收敛到零, 稳定性证明完毕.

5 实验结果

5.1 实验平台介绍

为了验证本文所设计的分布式鲁棒编队控制算法的有效性, 本文使用一架轴距0.28 m和两架轴距0.25 m的四旋翼无人机进行了室内实际飞行实验. 无人机搭载嵌入式飞行控制器, 接收上层控制指令以及运行底层的姿态控制算法. 机载ARM嵌入式计算板用于运行位置环非线性控制算法, 并通过串口将控制量发送给飞行控制单元, 数据格式遵循MAVLink无人机通信协议. 实验中使用OptiTrack运动捕捉系统提供无人机的定位数据, 运行MATLAB的地面站通过UDP通信协议将位置信息发送给各个无人机. 运行Linux操作系统的地面站处理用户的指令, 并将生成的虚拟刚体轨迹发送给目标无人机. 实验平台及实验场景如图2所示.



图2 无人机编队飞行实验平台

Fig. 2 Flight testbed of UAV formations

5.2 分布式鲁棒控制实验

由于实验场地大小的限制, 实验中虚拟刚体的轨迹设计为

$$p_v(t) = [0.5 \sin(0.1\pi t) \quad 0.5 \cos(0.1\pi t) \quad -0.75]^T \text{ m},$$

偏航角 $\psi_v(t) \equiv 0$. 同时为了保证虚拟刚体轨迹满足连续可微的条件, 切换阶段的队形函数 $r(t)$ 采用正弦曲线的一段.

通信网络结构如图3所示, 其中: 节点0表示虚拟刚体, 节点1-3表示参与实验的3架无人机. 无人机1和无人机3能直接获得虚拟刚体的信息, 无人机2仅依靠与相邻无人机1和无人机3交换信息实现其位置跟

踪. 相应的

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

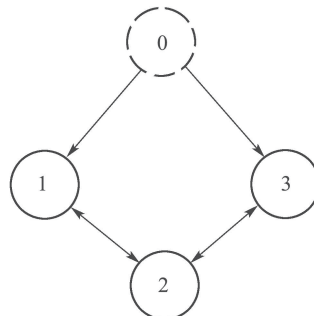


图3 三架无人机的通信拓扑图

Fig. 3 Communication topology of three UAVs

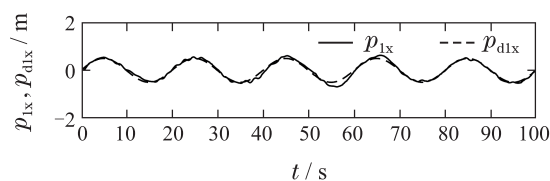
本节实验相关实验参数如表1所示.

表1 实验相关参数

Table 1 Experimental parameters

参数	取值
Λ_1	$\text{diag}\{2, 2, 2\}$
K_{a1}	$\text{diag}\{0.325, 0.325, 0.325\}$
K_{b1}	$\text{diag}\{0.03, 0.02, 0.02\}$
K_1	$\text{diag}\{0.2, 0.2, 0.2\}$
Λ_2	$\text{diag}\{2, 2, 2\}$
K_{a2}	$\text{diag}\{0.55, 0.50, 0.55\}$
K_{b2}	$\text{diag}\{0.035, 0.025, 0.025\}$
K_2	$\text{diag}\{0.2, 0.2, 0.2\}$
Λ_3	$\text{diag}\{2, 2, 2\}$
K_{a3}	$\text{diag}\{0.45, 0.45, 0.40\}$
K_{b3}	$\text{diag}\{0.03, 0.02, 0.015\}$
K_3	$\text{diag}\{0.2, 0.2, 0.2\}$

实验中通过地面计算机给出起飞和进行编队任务的指令, 所有无人机自主起飞到一定高度后, 开始图1所示的3种队形的保持和切换实验. 整个实验过程持续约100 s, 每个队形保持约22 s, 队形之间的切换时间约为8 s. 图4-6分别为3架无人机在队形跟踪控制阶段的位置曲线图, 从图中可以看出无人机的期望轨迹是满足所要求的光滑条件的.



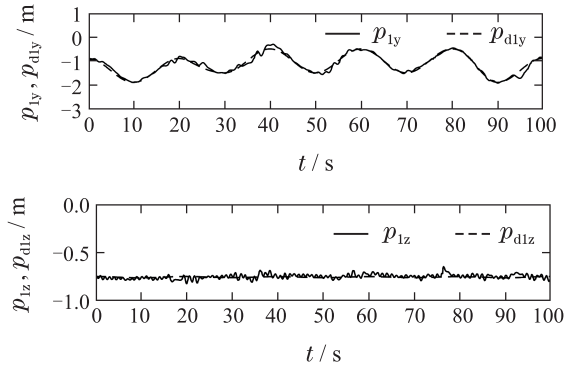


图 4 无人机1位置曲线图

Fig. 4 Positions of UAV1

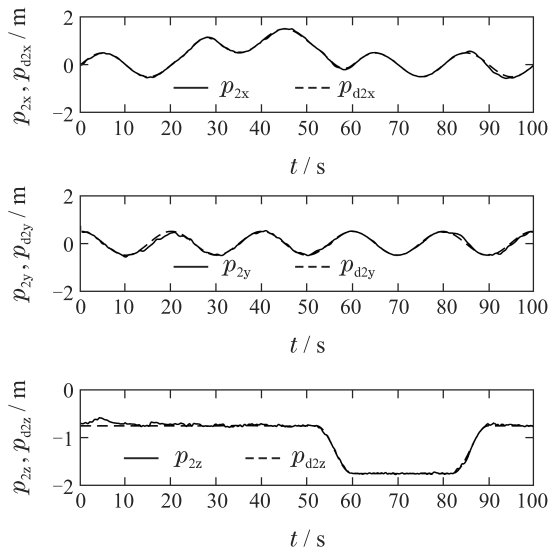


图 5 无人机2位置曲线图

Fig. 5 Positions of UAV2

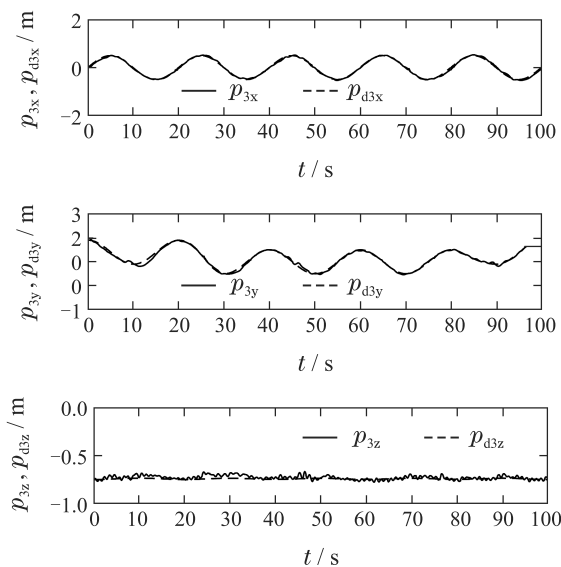


图 6 无人机3位置曲线图

Fig. 6 Positions of UAV3

同时为便于分析实验过程中无人机队形的变化, 将各无人机的实时位置变化画在同一坐标系中, 如

图7所示. 可以看出, 编队在0~22 s, 30~52 s以及60~82 s分别保持直线、水平方向三角形和垂直方向三角形的队形, 在82 s之后重新变换为初始的直线型队形. 图8~10则为相应的辅助控制输入信号曲线图, 控制量大小控制在合理范围内.

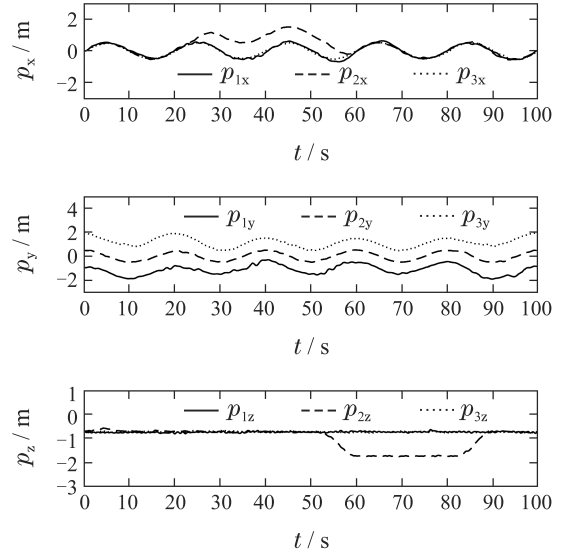


图 7 编队实时位置曲线图

Fig. 7 Formation real-time positions

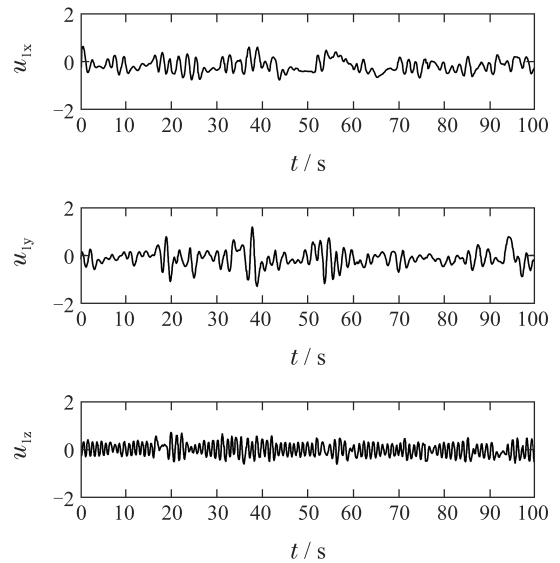


图 8 无人机1控制量曲线图

Fig. 8 Control inputs of UAV1

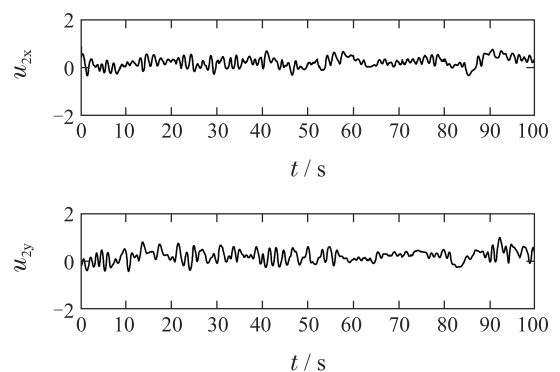


图 9 无人机2控制量曲线图

Fig. 9 Control inputs of UAV2

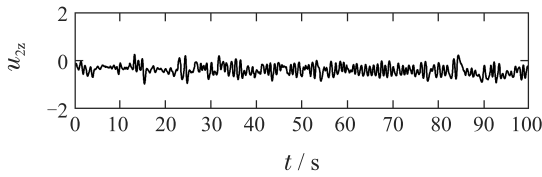


图9 无人机2控制量曲线图
Fig. 9 Control inputs of UAV2

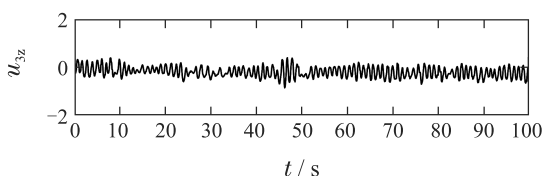
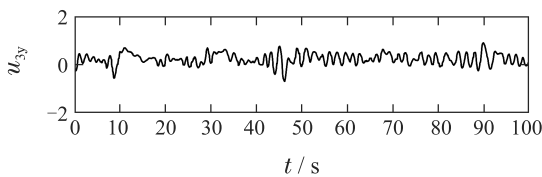
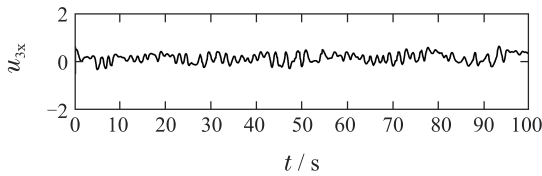


图10 无人机3控制量曲线图
Fig. 10 Control inputs of UAV3

为定量分析在所提鲁棒控制算法作用下的位置跟踪效果,分别画出每架无人机的位置跟踪误差曲线如图11–13所示.由图11–13可知,无人机1在 x 和 y 方向分别有最大0.25 m和0.34 m的误差, z 方向跟踪误差约为0.1 m;无人机2各方向跟踪误差能控制在0.2 m以内;无人机3在 y 方向上误差能控制在0.2 m以内, x 和 z 方向跟踪误差在0.1 m以内.

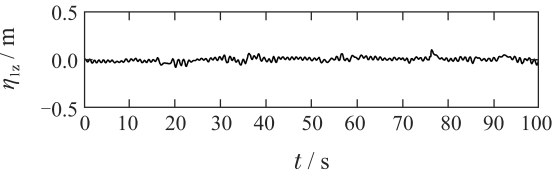
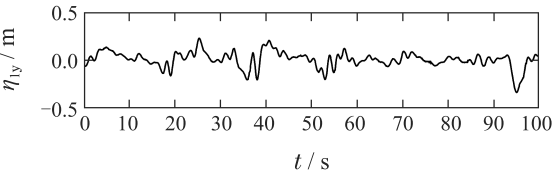
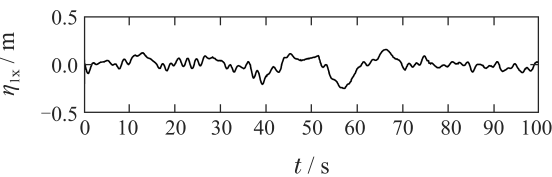


图11 无人机1跟踪误差曲线图
Fig. 11 Tracking errors of UAV1

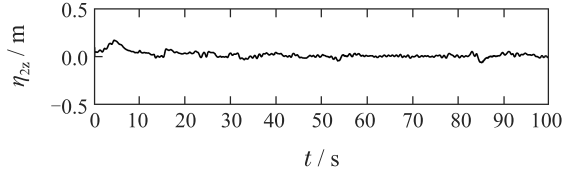
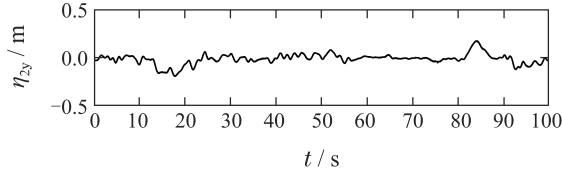
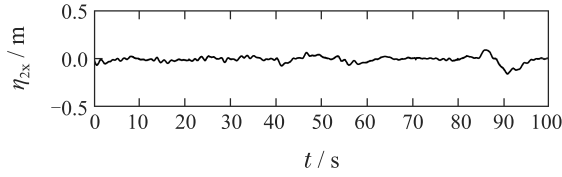


图12 无人机2跟踪误差曲线图
Fig. 12 Tracking errors of UAV2

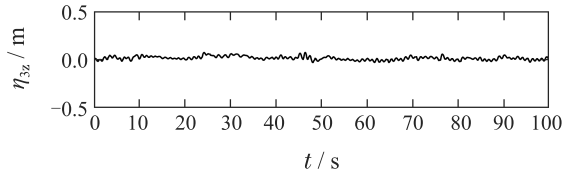
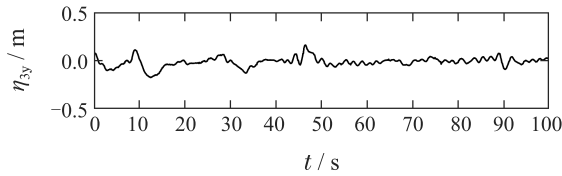
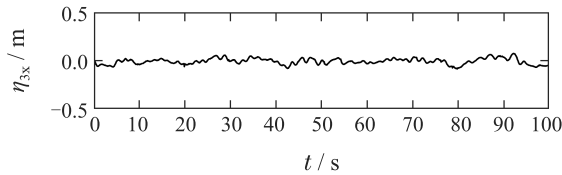


图13 无人机3跟踪误差曲线图
Fig. 13 Tracking errors of UAV3

为进一步定量分析无人机编队飞行效果,表2给出了各个无人机位置跟踪的最大误差和均方根误差.

表2 误差数据分析
Table 2 Analysis of errors

	最大误差/m	均方根误差/m
η_{1x}	-0.2473	0.0722
η_{1y}	-0.3373	0.0818
η_{1z}	0.1070	0.0245
η_{2x}	-0.1601	0.0363
η_{2y}	-0.1947	0.0565
η_{2z}	0.1702	0.0376
η_{3x}	-0.0859	0.0321
η_{3y}	-0.1742	0.0510
η_{3z}	0.0734	0.0240

由表2可以看出,无人机1在 x 和 y 方向上会出现较大的偏差,但其均方根误差能控制在0.1 m以内.编队

内无人机在其余方向上的均方根误差能控制在 0.05 m 以内, 最大误差也控制在较小的范围之内. 综上所述, 在存在无人机关气流干扰和部分无人机无法获取虚拟刚体状态的情况下, 本文设计的分布式非线性鲁棒控制器能实现较好的编队控制效果.

6 结论

本文针对多无人机编队控制问题, 利用虚拟结构法对整个系统进行建模分析, 采用分布式的通信方式, 避免系统的通信集中在虚拟结构中心上. 设计了一种新的非线性鲁棒编队控制算法, 抑制了近距离编队时机间风扰的影响, 并基于 Lyapunov 稳定性分析方法证明了闭环系统的稳定性, 得出编队误差能在有限时间内收敛到滑模面和位置跟踪误差渐近收敛的结果. 实际飞行实验结果表明, 本文所提出的控制策略具有较好的控制效果, 验证了算法的有效性.

同时, 本文并未考虑环境中存在障碍物的情况, 且实验中无人机无法对机间碰撞做出实时的反应, 后续工作将结合人工势场等方法, 研究具有避障约束的多无人机轨迹规划设计, 实现无人机编队的自主避障飞行控制.

参考文献:

- [1] BÄHNEMANN R, SCHINDLER D, KAMEL M, et al. A decentralized multi-agent unmanned aerial system to search, pick up, and relocate objects. *2017 IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics (SSRR)*. Shanghai: IEEE, 2017: 123 – 128.
- [2] AUGUGLIARO F, LUPASHIN S, HAMER M, et al. The flight assembled architecture installation: Cooperative construction with flying machines. *IEEE Control Systems Magazine*, 2014, 34(4): 46 – 64.
- [3] RITZ R, MÜLLER M W, HEHN M, et al. Cooperative quadcopter ball throwing and catching. *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vilamoura: IEEE, 2012: 4972 – 4978.
- [4] KASUGAI K, MIYAGAWA I, MURAKAMI K. Leader-follower formation control of multiple unmanned aerial vehicles for omnidirectional patrolling. *International Workshop on Advanced Image Technology (IWAIT) 2019*. Singapore: International Society for Optics and Photonics, 2019: 110492G.
- [5] TURPIN M, MICHAEL N, KUMAR V. Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors. *Autonomous Robots*, 2012, 33(1/2): 143 – 156.
- [6] TRON R, THOMAS J, LOIANNO G, et al. A distributed optimization framework for localization and formation control: Applications to vision-based measurements. *IEEE Control Systems Magazine*, 2016, 36(4): 22 – 44.
- [7] SASKA M. MAV-swarms: Unmanned aerial vehicles stabilized along a given path using onboard relative localization. *The 2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Denver: IEEE, 2015: 894 – 903.
- [8] ZHOU D J, WANG Z J, SCHWAGER M. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, 34(4): 916 – 923.
- [9] ZHOU D J, SCHWAGER M. Assistive collision avoidance for quadrotor swarm teleoperation. *The 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Stockholm: IEEE, 2016: 1249 – 1254.
- [10] DONG X W, YU B C, SHI Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 23(1): 340 – 348.
- [11] ZHEN Z Y, TAO G, XU Y, et al. Multivariable adaptive control based consensus flight control system for UAVs formation. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 93: 105336.
- [12] JIN Xin, XIAN Bin. Nonlinear robust control of a tilt tripple-rotor unmanned aerial vehicle with experimental verification. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1303 – 1310. (金鑫, 鲜斌. 倾转式三旋翼无人机非线性鲁棒控制设计与实验验证. 控制理论与应用, 2017, 34(10): 1303 – 1310.)
- [13] ZHENG G Z, XIAN B. Nonlinear robust control of a quadrotor helicopter with finite time convergence. *Control Theory and Technology*, 2018, 16(2): 133 – 144.
- [14] REDROVAN D V, KIM D. Multiple quadrotors flight formation control based on sliding mode control and trajectory tracking. *The 2018 International Conference on Electronics, Information, and Communication (ICEIC)*. Honolulu: IEEE, 2018: 1 – 6.
- [15] LIU H, TIAN Y, LEWIS F L, et al. Robust formation tracking control for multiple quadrotors under aggressive maneuvers. *Automatica*, 2019, 105: 179 – 185.
- [16] WANG Dandan, ZONG Qun, ZHANG Boyuan, et al. Fully distributed finite-time formation control for multiple UAVs. *Control and Decision*, 2019, 34(12): 2656 – 2660. (王丹丹, 宗群, 张博渊, 等. 多无人机完全分布式有限时间编队控制. 控制与决策, 2019, 34(12): 2656 – 2660.)
- [17] KAMAL S, SACHAN A, KUMAR D K, et al. Robust finite time cooperative control of second order agents: A multi-input multi-output higher order super-twisting based approach. *ISA Transactions*, 2019, 86: 1 – 8.
- [18] REN W, CAO Y. *Distributed Coordination of Multi-agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues*. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2010.
- [19] MELLINGER D, KUMAR V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors. *The 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Shanghai: IEEE, 2011: 2520 – 2525.
- [20] MA Mingyu, DONG Chaoyang, MA Siqian, et al. Coordinated control of multiple quadrotors formation on SO(3). *Control Theory & Applications*, 2018, 35(9): 1229 – 1238. (马鸣宇, 董朝阳, 马思迁, 等. 基于 SO(3) 的多四旋翼无人机编队协同控制. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 1229 – 1238.)
- [21] MORENO J A. *Lyapunov Approach for Analysis and Design of Second Order Sliding Mode Algorithms*. Berlin: Springer, 2011.
- [22] ZHOU Kemin, MAO Jianqin, ZHONG Yisheng, et al. *Robust and Optimal Control*. Beijing: National Defense Yisheng Press, 2002. (周克敏, 毛剑琴, 钟宜生, 等. 鲁棒与最优控制. 北京: 国防工业出版社, 2002.)
- [23] GONZALEZ T, MORENO J A, FRIDMAN L. Variable gain super-twisting sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 57(8): 2100 – 2105.
- [24] LÓPEZ-CAAMAL F, MORENO J A. Qualitative differences of two classes of multivariable super-twisting algorithms. *2015 the 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Osaka: IEEE, 2015: 5414 – 5419.

作者简介:

李正平 硕士研究生, 目前研究方向为多无人机鲁棒编队控制, E-mail: llzp@tju.edu.cn;

鲜斌 教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 主要研究方向为非线性系统控制、无人机系统和实时控制系统等, E-mail: xbin@tju.edu.cn.