三明治结构挠性传动系统的PID–P复合控制

孟范伟[1], 宋朋涛[2†], 刘 凯[1], 杨朋辉[1]

(1. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 西安交通大学 电子与信息学部, 陕西 西安 710049)

摘要: 针对三明治系统的弱阻尼挠性模态引起的机械谐振问题及齿隙非线性因素的影响给出了一种PID–P复合控制方法. 系统中齿轮力矩反馈至齿轮前端经死区非线性后引起振荡加剧. 为此本文提出将系统结构中的反馈齿轮力矩当作扰动信号来处理, 设计了基于对象输入输出的内环反馈扰动观测器. 文中给出的控制器未知参数配置的系数表法简单易懂, 且物理意义清晰. 仿真结果表明, 文中提出的外环PID–P控制和内环反馈型扰动补偿的复合控制策略可以很好的抑制由齿轮间隙引起的振荡, 而且可以获得较好的扭矩传递性能. 更重要的是相对于先进的控制设计理论来说, 控制器易于实现.

关键词: 振动控制; 扰动抑制; 弱阻尼挠性模态; 三明治系统; PID–P控制

引用格式: 孟范伟, 宋朋涛, 刘凯, 等. 三明治结构挠性传动系统的PID–P复合控制. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2432 – 2440

DOI: 10.7641/CTA.2020.00096

PID–P compound control of flexible transmission system with sandwich structure

MENG Fan-wei[1], SONG Peng-tao[2†], LIU Kai[1], YANG Peng-hui[1]

(1. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao Hebei 066004, China;
2. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

Abstract: This paper proposes a compound torque control method to solve the mechanical resonance problem caused by the weak damping flexible mode of sandwich system and the influence of backlash based on PID–P controller. The gear torque is fed back to the front end of the gear, and the vibration is intensified after the signal passes through the backlash nonlinearity. In this paper, the feedback gear torque is treated as disturbance signal, and an inner loop feedback disturbance observer based on object input and output is designed. The parameters of the controller can be designed by coefficient diagram method. This method is simple and easy to understand, and the physical meaning is clear. Analysis and simulation results show that the compound control strategy of outer loop with PID–P control and inner loop with feedback disturbance compensation can solve the vibrations caused by gear backlash, and get better torque transfer performance. More importantly, compared with the advanced control theory, this controller is easy to realize.

Key words: vibration control; disturbance rejection; weak damping flexible mode; sandwich system; PID–P control

Citation: MENG Fanwei, SONG Pengtao, LIU Kai, et al. PID–P compound control of flexible transmission system with sandwich structure. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2432 – 2440

1 引言

实际上许多系统都具有三明治结构, 即在两个动力装置之间存在一个非线性环节, 这种非线性一般是非光滑的[1]. 因此开展更有效、更先进的非线性控制方法研究似乎成了热点问题. 国内近年来关于三明治系统的研究成果主要有参考文献[2–3]等. 但是这些研究里, 三明治系统中非线性环节的前端和后端两个子系统没有反馈连接. 而本文所研究的这类三明治系统中, 后端子系统有反馈信号输入至前端子系统. 这样的三明治系统是普遍真实存在的, 如汽车传动系统[4–5]、挠性关节机械手[6–7]、火炮炮塔传动系统[8–9]以及机炉控制系统[10]等.

本文以伺服传动系统为例介绍三明治结构挠性系统的设计. 汽车传动系统往往是由发动机、离合器、变

收稿日期: 2020−02−21; 录用日期: 2020−07−10.

†通信作者. E-mail: neuqxiaosong@163.com; Tel.: +86 15732137808.

本文责任编委: 谭永红.

国家自然科学基金项目(61903072), 中央高校基本科研业务专项资金(N182304010), 河北省自然科学面上基金项目(F2019501012)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61903072), the Special Fund For Basic Scientific Research of Central Universities (N182304010) and the Natural Science Foundation of Hebei Province (F2019501012).

速器、传动轴、差速箱、驱动半轴和轮胎组成, 是一类对电机输出的力矩等信号进行传递、跟踪的自动控制系统[4]. 传动伺服系统中由于传动轴阻尼系数较小带来的弱阻尼挠性模态以及由齿轮间隙带来的振动问题是影响系统性能的主要因素[5]. 传动系统的振动(resonance)与齿轮间隙、轴承预紧配合、摩擦、以及主轴的偏摆有关. 因此如何设计有效的控制器来避免二者的影响以及保证系统的鲁棒稳定性始终是挠性传动系统所面临的一个难题.

文献[11]使用模型参考自适应方法来控制一个有间隙的双质量挠性系统. 文献[12]将切换控制设计用于补偿三明治间隙. 文献[13]针对一个三明治非线性系统和一个具有齿轮间隙的单输入单输出火炮炮塔系统模型提出了自适应和非自适应控制方案. 文献[14]将最优控制律与线性部分状态反馈律相结合, 用于火炮炮塔系统控制问题的间隙补偿. 文献[15]讨论了具有挠性、间隙和摩擦的炮塔系统的控制问题. 文献[8]提出了基于间隙补偿的优化设计和跟踪控制的反馈线性化设计复合控制策略. 这种间隙补偿控制方案同样适用于一般的非线性多变量机械手系统. 早期的非线性和多变量控制器研究, 都是假设机器手是完全刚性的[16–17]. 然而, 基于刚性模型的控制方法并不能提供令人满意的结果, 因为机械手的挠性, 特别是与动力传动部件相关的弱阻尼挠性模态是不可忽略的[18]. 文献[19]提出了简化的挠性关节模型. 文献[20]表明, 挠性关节模型只能通过动态反馈线性化. 而简化后的模型可以通过静态反馈线性化, 因此该模型得到了广泛的研究, 在文献中被引用最多. 但文献[21]从工业的角度讨论了反馈线性化, 指出由于工业机器人可达到的采样率和测量要求的限制, 实际中很难实现机器人系统的精确线性化. 普遍认为H_∞回路成型法适合挠性系统的控制设计, 但文献[22–23]表明H_∞回路成型法用于弱阻尼挠性系统的设计将失去鲁棒性. 为此出现了一些新的复合控制策略, 文献[24]提出在H_∞回路成型设计上加入μ综合来解决弱阻尼挠性系统的鲁棒性问题, 而文献[25]表明在H_∞回路成型设计中加入μ综合并不能改善所允许的参数摄动范围. 文献[6]将非线性前馈控制和线性奇异值摄动控制相结合, 文献[10]将PD控制和非光滑H_∞控制相结合, 才有效解决了弱阻尼挠性模态和死区非线性带来的振动问题. 但是这些先进的设计理念一方面难于理解且设计过程较复杂, 另一方面控制器难于实现. 反而, 一些基于经典或者现代控制的设计方法避免了上述问题, 却解决了三明治传动系统存在的控制问题. 文献[26]证明了仅利用电机位置和速度的PD控制就可以获得柔性关节模型的全局稳定性. 文献[27]仅用3个滞后超前校正环节就解决了电动助力转向系统的控制问题.

对于具有齿隙结构的三明治系统, 控制的主要目标是有效克服非线性因素的影响同时实现较好的信息传递. 本文在对系统结构分析的基础上给出一种基于PID–P的双闭环复合控制策略, 系统中的未知参数用系数表法来设计[28]. 其中内环采用反馈型扰动观测器对齿隙等非线性因素进行滤波抑制[29], 外环借助PID–P控制器补偿系统误差并保证系统的鲁棒稳定性. 仿真分析证明, 设计后的系统能同时兼顾响应特性和鲁棒稳定性, 且设计过程简单、适应性较强.

2　系统模型

带有齿轮结构的电动机驱动系统的原理如图1所示.

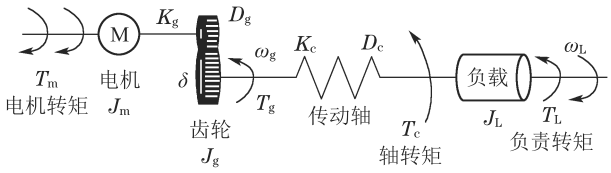

图 1　三明治谐振系统

Fig. 1　Sandwich resonance system

图中: T_m为电机转矩, ω_m为电机转速, J_m为电机转动惯量, T_c为轴输出转矩, K_c为传动轴刚度, D_c为传动轴的阻力系数, T_L为负载转矩, ω_L为负载转速, J_L为负载转动惯量, δ表示齿隙大小, σ为齿轮非线性环节的输出, ω_m为从动齿轮转速, k_g为齿轮的刚度, J_g为齿轮转动惯量, T_g为齿轮力矩, D_g为齿轮的阻力系数. 该系统包括驱动电机和通过齿轮和轴连接的负载. 如果考虑齿轮的惯性和齿隙的影响, 则电机驱动系统被称为三惯性谐振系统, 具有三明治系统的结构. 齿隙的非线性会对传动系统的控制性能产生不利影响, 如高频噪声与冲击, 不但影响控制精度还缩短了设备的使用寿命, 严重时甚至会导致系统振荡、不稳定.

在抑制或减弱齿隙非线性的问题中, 基于模型的补偿策略一直是研究领域的热点. 本文采用死区模型, 齿隙的死区模型是基于传动系统的传递力矩来表现齿隙效应, 传递力矩和系统的刚度和阻尼系数有关. 死区模型的输入是主从子系统间的相对角度差, 输出的是它们之间的传递转矩. 死区模型考虑到了系统阻尼和刚度影响下的传动, 符合齿隙效应的真实情况, 齿轮的死区模型为

$$\sigma=\begin{cases}\Delta\theta-\delta, & \Delta\theta>\delta,\\ 0, & |\Delta\theta|<|\delta|,\\ \Delta\theta+\delta, & \Delta\theta<-\delta,\end{cases}\tag{1}$$

其中: $\Delta\theta=\theta_\mathrm{m}-\theta_\mathrm{g}$为非线性环节的输入, θ_m为电机输出的旋转角度, θ_g为反馈回来齿轮的角度.

在图1中, 从电机输出转矩T_m到齿轮转矩T_g的动

力学方程为

$$J_{\rm m}\frac{{\rm d}\omega_{\rm m}}{{\rm d}t}=T_{\rm m}-T_{\rm g}. \tag{2}$$

电机在转动过程中, 由于传动装置的存在造成电机转速$\omega_{\rm m}$与齿轮的转速$\omega_{\rm g}$不同, 电机转动角度$\theta_{\rm m}$与齿轮的转动角度$\theta_{\rm g}$存在角度差, 得到的齿轮力矩为

$$T_{\rm g}=D_{\rm g}(\omega_{\rm m}-\omega_{\rm g})+K_{\rm g}(\theta_{\rm m}-\theta_{\rm g}). \tag{3}$$

同理从齿轮力矩$T_{\rm g}$到负载力矩$T_{\rm c}$的数学模型为

$$\begin{cases}T_{\rm m}-T_{\rm g}=J_{\rm m}\dfrac{{\rm d}\omega_{\rm m}}{{\rm d}t},\\ T_{\rm c}=D_{\rm c}(\omega_{\rm g}-\omega_{\rm L})+K_{\rm c}(\theta_{\rm g}-\theta_{\rm L}),\\ T_{\rm c}-T_{\rm L}=J_{\rm L}\dfrac{{\rm d}\omega_{\rm L}}{{\rm d}t}.\end{cases} \tag{4}$$

系统的数学模型(1)–(4)对应的结构框图如图2所示. 图2所示系统具有三明治系统的结构, 其中: N为非线性环节, L和R分别为前后端线性子系统. 文献[1]对三明治系统的定义是非线性特性内嵌在两个线性动态环节之间. 但实际上, 无论是G Brandenburg在最初提出三明治系统这一概念时研究的机械手的定点控制[30], 还是文献[1]的作者Tao G在后续研究中的火炮传动系统控制[8], 研究的对象都具有图2所示的三明治结构, 即两个子系统L和R间有信号连接, 并不是相对独立的两个“面包片”, 如图2子系统R的输入信号$T_{\rm g}$影响了子系统L的输入信号. 而“面包片”中间的N也不是一个单纯的非线性特性. 这相对于国内目前已有的控制研究中的三明治系统更具有真实性, 设计难度更大[2–3].

$$G_{\rm p}(s)=\frac{b_2s^2+b_1s+b_0}{c_4s^4+c_3s^3+c_2s^2+c_1s+c_0}=\frac{J_{\rm L}D_{\rm g}D_{\rm c}s^2+J_{\rm L}(K_{\rm g}D_{\rm c}+D_{\rm g}K_{\rm c})s+J_{\rm L}K_{\rm g}K_{\rm c}}{c_4s^4+c_3s^3+c_2s^2+c_1s+c_0}. \tag{5}$$

其中

$$\begin{cases}c_4=J_{\rm m}J_{\rm g}J_{\rm L},\\ c_3=J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})D_{\rm g}+J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})D_{\rm c},\\ c_2=J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})K_{\rm g}+J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}+\\ \qquad(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})D_{\rm c}D_{\rm g},\\ c_1=(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})(D_{\rm c}K_{\rm g}+K_{\rm c}D_{\rm g}),\\ c_0=(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}K_{\rm g}.\end{cases} \tag{6}$$

由表1可知阻尼系数$D_{\rm c}$和$D_{\rm g}$的值相对于刚度系数较小, 同时为了便于计算可将式(5)简化为

$$G_0(s)=\frac{M(s)}{N(s)}=\frac{q_0}{p_4s^4+p_2s^2+p_0}, \tag{7}$$

其中

$$\begin{cases}p_4=J_{\rm m}J_{\rm g}J_{\rm L},\\ p_3=J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}+J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})K_{\rm g},\\ p_2=(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}K_{\rm g},\\ q_0=J_{\rm L}K_{\rm c}K_{\rm g},\end{cases} \tag{8}$$

其中:

$$\omega_1=\sqrt{\frac{p_2-\sqrt{p_2^2-4p_4p_0}}{2p_4}},$$

$$\omega_2=\sqrt{\frac{p_2+\sqrt{p_2^2-4p_4p_0}}{2p_4}}$$

分别对应于传动轴谐振频率和齿轮谐振频率.

图7中的虚线为$G_{\rm p}(s)$的开环频率响应的曲线图. 由于阻尼系数$D_{\rm c}$和$D_{\rm g}$的值比较小, 因此在频率为ω_1和ω_2时出现了两个谐峰, 且频率为ω_1的轴扭转振动和频率为ω_2的齿轮振动容易同时引起, 从而使系统振荡. 而在实际的控制系统中, 齿隙的非线性影响也是不能忽略的. 从图2可知, 电机转矩$T_{\rm m}$在经过齿轮死区后产生的齿轮力矩$T_{\rm g}$除了向后端的传动轴传输, 还要反馈到前端与$T_{\rm m}$作差, 差值信号再次经过死区后不断反馈使系统的谐振加剧, 所以开环系统的稳定性较差.

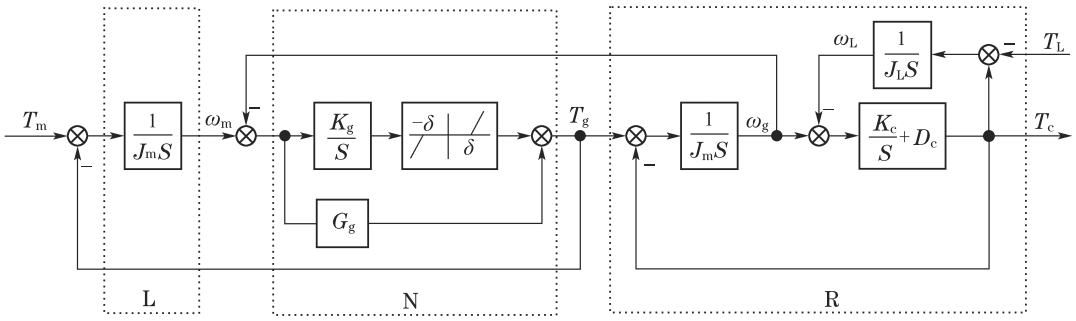

图 2 三明治系统的结构图

Fig. 2 Block diagram of the sandwich system

图2系统中的参数如表1所示.

3 控制器结构及参数确定方法

在三明治系统的控制设计中, 若使用单一的控制器如PID控制器进行控制, 因为系统中死区的存在会使信号传递产生偏差, 为了消除最终的稳态误差, 控制器会频繁动作使传递信号振荡, 进而使系

统的稳定性变差. 因此需要设计额外的装置对引起振动的控制信号进行补偿抑制. 如何有效地解决弱阻尼挠性模态引起的谐振问题, 同时抑制齿隙对传递信号的冲击是控制器函待解决的问题. 第3.1节给出了三明治系统的控制器结构; 第3.2节分析了扰动观测器的扰动抑制原理与设计原则; 第3.3节引入了一种新的控制器参数确定方法, 通过对闭环系统特征多项式系数的合理选择来保证系统的稳定性, 然后再根据特定多项式的系数来确定控制器的各个参数.

表 1　系统参数

Table 1　System parameters

参数	数值	参数	数值
$J_{\rm m}$	$0.0641\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$	$D_{\rm c}$	$0.1\ \text{Nm}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
$J_{\rm g}$	$0.0868\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$	$K_{\rm g}$	$2000\ \text{Nm}\cdot\text{rad}^{-1}$
$J_{\rm L}$	$0.0523\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$	$D_{\rm g}$	$0.2\ \text{Nm}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
$K_{\rm c}$	$242\ \text{Nm}\cdot\text{rad}^{-1}$	δ	0.25°

3.1　复合控制策略

本文在三明治系统的控制设计中, 提出的控制器由带前馈补偿的PID控制器(即PID–P控制器)和由扰动观测器估计的齿轮扭矩的反馈比例补偿组成的复合控制策略, 如图3所示. 在图3中, 外回路由$G_{\rm c}(s)$和$F(s)$构成PID–P控制器, 其中: $G_{\rm c}(s)$为PID控制器, 对整个系统进行频域校正, 保证系统有较好的稳定性, $F(s)$为前馈比例环节, 用来消除系统的稳态误差, 提高转矩的传递效率. 内回路采用反馈性扰动观测器对齿隙等非线性因素进行滤波抑制, 消除振荡.

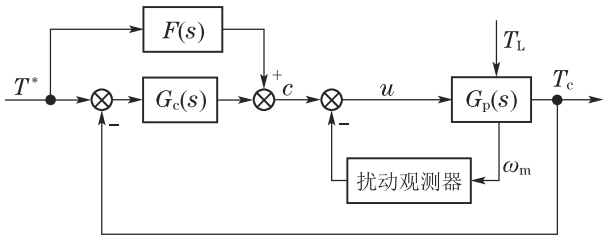

图 3　基于PID–P和扰动观测器的复合控制

Fig. 3　Composite control based on PID–P and disturbance observer

确定控制器的结构后, 闭环系统的特征多项式就包含了控制器的待确定的参数, 其中包括扰动观测器的待定参数和PID控制器$G_{\rm c}(s)$的比例、积分、微分3个参数(前馈控制不影响闭环系统的特征多项式). 而第3.3节的系数表法正是直接对系统的特征多项式进行设计, 所以就建立起了控制器参数与系数表法中定义的稳定指数之间的联系. 因此, 只要合适选取系数表法中稳定指数的值, 就可以求得保证稳定的闭环系统的特征多项式的系数, 进而获得相应控制器的待定参数值.

3.2　扰动观测器设计

一般的控制系统上均有扰动的作用. 例如生产过程中负载的变化. 有些扰动则是对象运行中本身所带来的, 例如直升飞机旋翼转子对机身带来的振动. 采用反馈控制就是为了抑制这些扰动对系统的影响. 不过, 为了进一步提高控制系统的性能, 还需对扰动进行补偿. 对于工业上的伺服传动系统来说, 由于采用齿轮传递力矩, 从动齿轮对驱动电机的反向力矩影响更直接, 扰动抑制的要求更严格. PID控制中的误差信号积分就是一种对扰动进行补偿的方法, 但这种方法适合扰动不经常变化的场合. 如果系统中的扰动经常变化, 就需要采取专门的补偿手段. 一般来说, 需要建立一个扰动观测器, 将得到的扰动估计值加到控制输出上来对扰动进行补偿. 常见的扰动观测和补偿是将作用在系统上的扰动看作是另一个动态系统的输出, 对这个附加系统的状态进行估计, 从而得到扰动信号的估计值用于补偿. 本文提出的反馈型扰动观测器补偿方案, 是利用对象的输入输出数据对扰动进行估计和补偿, 其原理如图4所示.

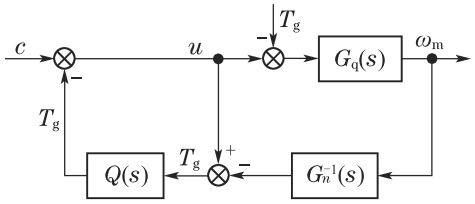

图 4　反馈型扰动观测器

Fig. 4　Feedback disturbance observer

图4中c为外回路控制器的输出(例如可以是一个PID控制器的控制输出, 如图3所示, u是加到对象上的控制作用. 图4中所示的观测器要解决的是后端子系统的信号$T_{\rm g}$对前端子系统L的扰动. 解决办法是前端子系统L通过反馈型观测器构成闭合回路抑制干扰, 因此$G_{\rm q}(s)$表示了前端子系统的执行电机, $G_n(s)$是其名义对象. $G_n(s)$一般为低阶次, 这里取$G_{\rm q}(s)$的刚性部分, 为纯积分环节. $G_n^{-1}(s)$是$G_n(s)$的逆, 电机输出$\omega_{\rm m}$加到$G_n^{-1}(s)$上, 再从$G_n^{-1}(s)$的输出中去掉u就能得到加在对象上的扰动$T_{\rm g}$的估计值$\tilde{T}_{\rm g}$. 这个$\tilde{T}_{\rm g}$还要经过一个低通滤波器$Q(s)$, $\hat{T}_{\rm g}$是滤波后的扰动估计值.

将图4的$Q(s)$通过回路变换可得等效系统如图5所示. 因为$Q(s)$为低阶滤波器, 在低频段$Q(s)\to 1$, 所以前向通道为高增益, 可以抑制扰动$T_{\rm g}$对输出的影响. 由于是高增益, 系统从输入c到输出$\omega_{\rm m}$的特性

等于反馈通道的逆, 所以在$Q(s)$的频段内, 从c到$\omega_{\rm m}$的闭环传递函数等于名义对象的特性$G_n(s)$, 并且$G_n(s)$不随工作条件而改变. 对于这样的系统, 如果再采用前馈补偿来改善系统的带宽或跟踪精度也是有利的.

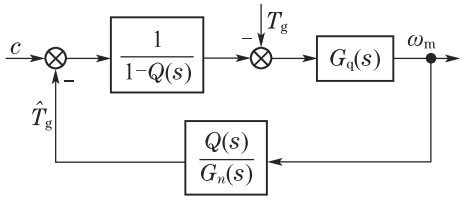

图 5 图4等效系统

Fig. 5 Equivalent system of Fig. 4

3.3 确定控制器参数的系数表法

设图3所示的闭环系统的特征多项式为

$$P(s)=a_ns^n+\cdots+a_1s+a_0, \tag{9}$$

式中各项系数均大于零. 可以根据劳斯稳定判据来选择合适的系数保证闭环系统的稳定性. 但是对于系统设计来说, 仅保证稳定性是远远不够的, 还需要考虑鲁棒性. 因为特征多项式相同的系统, 鲁棒性可能不同. 为此日本东京大学的Manabe提出根据系数表法(coefficient diagram method)来确定闭环系统的特征多项式, 兼顾稳定性、响应特性和鲁棒性[30]. 系数表法中定义稳定指数γ_i如下:

$$\begin{cases}\gamma_i=\dfrac{a_i^2}{a_{i+1}a_{i-1}}, & i=n-1,\\ \gamma_i^*=\dfrac{1}{\gamma_{i+1}}+\dfrac{1}{\gamma_{i-1}}, & \gamma_n=\gamma_0=\infty,\end{cases} \tag{10}$$

其中γ_i^*表示稳定限度, 用来约束稳定指数的取值. 在实际设计过程中主要用来保证其满足李雅普诺夫意义下的稳定条件.

稳定性可以通过选择满足李雅普诺夫稳定判据的稳定指数γ_i来保证. 鲁棒性不同于系统的稳定性, 主要考虑系统参数变化对极点变化速度的影响. 具有不同结构的控制系统, 即使有相同的特征方程, 鲁棒性也可能不同. 系统的鲁棒性只有在开环系统结构确定时才能确定, 系数表法在应用上的一个重要特征就是可以同时设计控制器结构和特征多项式, 通过控制器结构的设定来保证系统的鲁棒性.

若式(9)所对应的系统是3阶系统, 根据劳斯稳定判据可知, 稳定性条件为$a_2a_1>a_3a_0$. 根据式(10)中的表达式, 这等价于要求稳定指数满足$\gamma_1\gamma_2>1$. 同理, 4阶系统的稳定条件为

$$a_2>(\frac{a_1}{a_3})a_4+(\frac{a_3}{a_1})a_0,\ \gamma_2>\gamma_2^*.$$

对于5阶及以上系统, 李雅普诺夫给出了几种不同形式的稳定和不稳定的充分条件, 其中适合系数表法的条件如下[31]: 如果系统所有的4阶多项式是稳定的且有1.12倍的裕度, 则系统是稳定的; 如果系统中部分3阶多项式是不稳定的, 则系统是不稳定的. 系统的稳定性条件可以描述为

$$\begin{cases}a_i>1.12(\dfrac{a_{i-1}}{a_{i+1}}a_{i+2}+\dfrac{a_{i+1}}{a_{i-1}}a_{i-2}),\\ \gamma_i>1.12\gamma_i^*,\ i=2\sim n-2.\end{cases} \tag{11}$$

Manabe已经证明, 当取$\gamma_i>1.12\gamma_i^*$, 且在1∼4之间取值可以使系统获得较好的稳定性和响应特性. 若稳定指数按$\gamma_i>1.5\gamma_i^*$选择, 则是靠牺牲稳定性和响应特性来改善系统的鲁棒性[31]. 在此参数选取之上借助一些设计经验, 设计者通过合理地选择控制器的结构和参数, 就能同时兼顾稳定性、响应特性和鲁棒性.

4 控制器设计

为了抑制机械谐振, 对整个系统进行频域校正, 保证系统具有良好的稳定性. 通常可以采用简单的PID进行控制, 引入的PID控制器为

$$G_{\rm c1}(s)=K_{\rm p1}+\frac{K_{\rm i1}}{s}+K_{\rm d1}s. \tag{12}$$

图2所示系统引入式(12)的PID控制器后, 从T^*到$T_{\rm c}$的闭环传递函数为

$$\varphi_1(s)=\frac{G_{\rm c1}(s)G_{\rm p}(s)}{1+G_{\rm c1}(s)G_{\rm p}(s)}=\frac{d_4s^4+d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0}{e_5s^5+e_4s^4+e_3s^3+e_2s^2+e_1s+e_0}. \tag{13}$$

结合式(5)–(6), 可知引入PID控制器后闭环系统的特征多项式的系数为

$$\begin{cases}e_5=c_4,\\ e_4=c_3+K_{\rm d1}b_2,\\ e_3=c_2+K_{\rm d1}b_1+K_{\rm p1}b_2,\\ e_2=c_1+K_{\rm d1}b_0+K_{\rm p1}b_1+K_{\rm i1}b_2,\\ e_1=c_0+K_{\rm i1}b_1+K_{\rm p1}b_0,\\ e_0=K_{\rm i1}b_0.\end{cases} \tag{14}$$

由于阻尼系数$D_{\rm c}$和$D_{\rm g}$的值较小, 闭环系统特征多项式中的e_4趋近于0, 根据劳斯稳定判据, 闭环系统趋于不稳定. 同时, 当齿隙$\delta\neq0$时, 死区的存在会使控制器频繁动作, 使系统的振荡加剧. 为了解决系统的振荡问题, 同时对死区传递的信号进行补偿抑制, 在上述分析的基础上引入反馈型扰动观测器对齿隙等非线性因素进行滤波抑制, 消除振荡. 提出了PID–P加扰动观测器的复合控制策略. 为了

求解方便, 这里PID–P中的P选择前馈控制. 若P是反馈控制, 加上扰动观测器作为反馈回路, 增加了闭环特征方程中的未知参数的个数. 这为使用系数表法求解闭环特征方程的未知参数带来了一定的难度. 所以先用PID加扰动观测器来控制设计, 再用前馈的P来补偿. 原理图如图6所示.

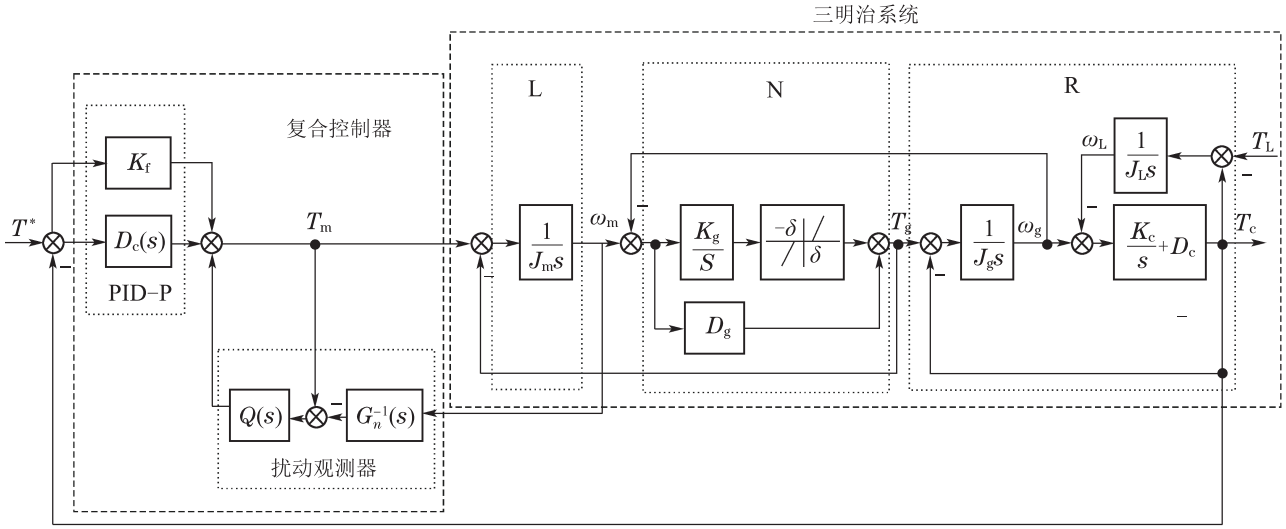

图 6　三明治系统转矩控制策略

Fig. 6　Torque control strategy of sandwich system

在图6中, 将死区前后两个子系统之间的连接信号T_g当作扰动信号, 进行双回路复合控制. 内回路采用反馈型扰动观测器进行扰动补偿, $\hat{T}_g$为通过扰动观测器对$\hat{T}_g$的观测值. 外回路借助PID–P控制器, 用来对整个系统进行频域校正, 保证系统有较好的稳定性. 为了便于工程上的实际应用, 选取PID控制器为

$$G_c(s)=K_p+\frac{K_i}{s}+\frac{K_d s}{1+T_d s}.$$

前馈环节用来消除系统的稳态误差, 提高转矩的传递效率. 图6中所提出的控制器结构之所以能解决带死区的弱阻尼挠性传动系统控制中的振荡问题, 主要是PID控制器和扰动观测器的反馈控制的状态信号分别取自死区前后两个子系统, 并且内环的扰动观测器消除L和R间的相互影响.

4.1　PID和扰动观测器控制

为了便于计算同时滤除高频扰动, 取低阶滤波器为一阶形式, 即$Q(s)=\dfrac{K_{fb}}{T_f s+1}$. 使用系数表法是为了减少待定参数的个数令$T_d=T_f=T_0$. 根据图4所示的扰动观测器设计原则取$G_n^{-1}(s)=J_m s$. 同时, 由于系统的阻尼系数较小, 假设$D_c=D_g=0$. 前馈环节$F(s)$主要是用来补偿系统的稳态精度而不影响系统的稳定性, 先假设$F(s)=0$. 因此, 当传动间隙$\delta=0$时, 图6三明治系统在PID和扰动观测器的控制下从给定指令T^*到轴转矩T_c的闭环传递函数为

$$\varphi^*(s)=\frac{J_L K_g K_c((K_d+T_0K_p)s^2+(K_p+T_0K_i)s+K_i)}{a_6s^6+a_5s^5+a_4s^4+a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0},\tag{15}$$

其中

$$\begin{cases}a_0=J_L K_c K_g K_i,\\ a_1=(J_m+J_g+J_L+(J_g+J_L)K_{fb}+\\ \quad J_L(K_p+T_0K_i))K_c K_g,\\ a_2=(J_L(K_d+T_0K_p)+\\ \quad (J_m+J_g+J_L)T_0)K_c K_g,\\ a_3=J_m(J_g+J_L)K_c+J_L(J_m+J_g)K_g+\\ \quad J_g J_L K_g K_{fb},\\ a_4=(J_m(J_g+J_L)K_c+J_L(J_m+J_g)K_g)T_0,\\ a_5=J_m J_g J_L,\\ a_6=J_m J_g J_L T_0.\end{cases}\tag{16}$$

对于6阶系统, 将闭环特征方程的系数(16)代入式(10)有

$$K_p=\frac{\alpha}{J_L}\left(\frac{\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5-1}{\gamma_1\gamma_2^2\gamma_3^3\gamma_4^4\gamma_5^4K_cK_gT_0^2}+\frac{(J_g+J_L)(\gamma_4\gamma_5-1)}{\gamma_4\gamma_5J_gJ_LK_g}\right)-\frac{1}{J_L}(J_m+J_g+J_L),\tag{17a}$$

$$K_i=\frac{\alpha}{\gamma_1\gamma_2^2\gamma_3^3\gamma_4^4\gamma_5^4J_LK_cK_gT_0^3},\tag{17b}$$

$$K_{\rm d}=\alpha\frac{\gamma_1\gamma_2^2\gamma_3^2\gamma_4^2\gamma_5^2-\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5+1}{\gamma_1\gamma_2^2\gamma_3^3\gamma_4^4\gamma_5^5J_{\rm L}K_{\rm c}K_{\rm g}T_0}-$$

$$\alpha\frac{(J_{\rm g}+J_{\rm L})(\gamma_4\gamma_5-1)T_0}{\gamma_4\gamma_5J_{\rm g}J_{\rm L}^2K_{\rm g}},\tag{17c}$$

$$K_{\rm fb}=\frac{\alpha(1-\gamma_4\gamma_5)}{\gamma_4\gamma_5J_{\rm g}J_{\rm L}K_{\rm g}},\ T_0=\sqrt{\frac{J_{\rm m}J_{\rm g}J_{\rm L}}{\gamma_5\alpha}},\tag{17d}$$

其中$\alpha=J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}+J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})K_{\rm g}$. 根据式(11)的稳定性和响应特性要求, 取$\gamma_1=2.5$, $\gamma_2=\gamma_3=\gamma_4=2$, $\gamma_5=1.35$并代入式(17)可求得控制器的参数为

$$\begin{cases}K_{\rm p}=-0.2152,\ K_{\rm i}=4.0037,\\ K_{\rm d}=0.0013,\ K_{\rm fb}=-1.2442,\ T_0=0.0035.\end{cases}\tag{18}$$

图7中的短划线是在式(18)的控制参数下闭环系统的频率特性. 可以看出, 使用PID加扰动观测器形式的复合控制策略, 能够很好地抑制三明治系统的机械振动. 但是幅频特性曲线在10∼50 rad/s的频域范围内, 系统仍有小的谐峰, 闭环增益特性曲线大于0 dB, 并且频率在10∼ ω_1 rad/s范围内, 相位特性曲线远小于0°, 转矩传递性能较差.

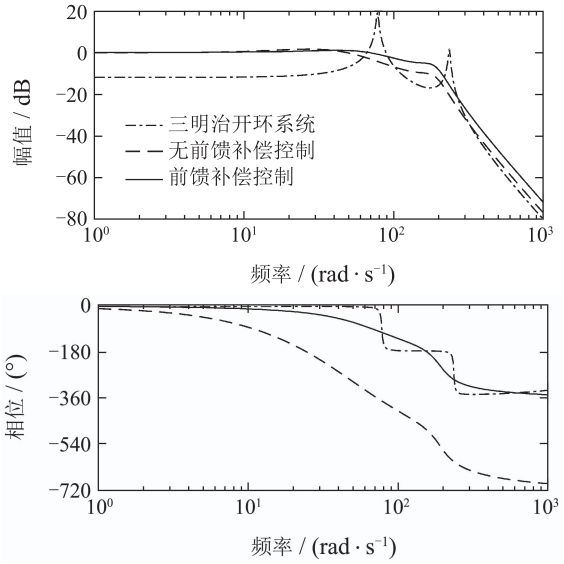

图 7 PID加扰动观测器控制下闭环系统的频率特性

Fig. 7 Frequency characteristics of closed-loop system

4.2 PID–P和扰动观测器控制

为了提高三明治系统的转矩传递性能, 减小系统的稳态误差, 在上述的控制器中增加一个前馈环节补偿稳态精度, 即$F(s)\neq 0$. 图8是图6的简化框图. 图8中, $G_{\rm m}(s)$是从$\tilde{T}_{\rm m}$到轴转矩$T_{\rm c}$的5阶传递函数, 其形式如下:

$$G_{\rm m}(s)=\frac{A(s)}{B(s)}=\frac{J_{\rm L}K_{\rm c}K_{\rm g}(T_{\rm f}s+1)}{f_5s^5+f_4s^4+f_3s^3+f_2s^2+f_1s+f_0},\tag{19}$$

其中

$$\begin{cases}f_5=J_{\rm m}J_{\rm g}J_{\rm L}T_{\rm f},\\ f_4=J_{\rm m}J_{\rm g}J_{\rm L},\\ f_3=(J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}+J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})K_{\rm g})T_{\rm f},\\ f_2=J_{\rm m}(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}+J_{\rm L}(J_{\rm m}+J_{\rm g})K_{\rm g}+\\ \quad J_{\rm g}J_{\rm L}K_{\rm g}K_{\rm fb},\\ f_1=(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}K_{\rm g}T_{\rm f},\\ f_0=(J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}K_{\rm g}+(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm c}K_{\rm g}K_{\rm fb}.\end{cases}\tag{20}$$

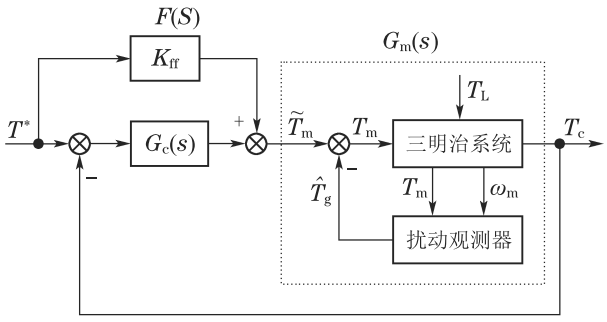

图 8 三明治系统转矩控制简图

Fig. 8 Torque control diagram of Sandwich system

通过前馈补偿, 误差传递函数为

$$\varphi_{\rm e}(s)=\frac{T^*(s)-T_{\rm c}(s)}{T^*(s)}=\frac{1-G_{\rm m}(s)F(s)}{1+G_{\rm m}(s)G_{\rm c}(s)}.\tag{21}$$

从式(21)可以看出, 如果让前馈补偿$F(s)=\dfrac{1}{G_{\rm m}}(s)$, 则闭环传递函数$\varphi_{\rm e}(s)=0$, 系统将获得较好的转矩传递性能. 但是$G_{\rm m}(s)$为5阶系统, 为了使$\varphi_{\rm e}(s)=0$, 前馈补偿器理论上应该是具有5阶的微分器, 不容易实现. 从实际角度出发, 如果只强调在低频范围内提高转矩传递性能, 则可以将前馈补偿器设计为比例补偿

$$F(s)=K_{\rm ff}=\frac{1}{G_{\rm m}(0)}=\frac{B(0)}{A(0)}=\frac{J_{\rm m}+J_{\rm g}+J_{\rm L}+(J_{\rm g}+J_{\rm L})K_{\rm fb}}{J_{\rm L}}=0.3608.\tag{22}$$

在控制器式(18)基础上增加式(22)的前馈补偿后, 闭环系统的Bode图如图7的黑色实线所示. 可以看出, 与单纯的PID和扰动观测器控制相比, 在10∼50 rad/s的频域范围内, 降低了闭环系统增益曲线的谐峰, 使低频段维持在0 dB, 系统的传递性能得到了明显的改善.

5 仿真实验验证

对三明治系统提出的PID–P和扰动观测器的复合控制策略进行相应的验证, 设定输入T^*为在$t=0.2$ s时幅值为5 Nm的阶跃信号, 图9所示为齿轮

齿隙$\delta = 0°$和$\delta = 0.25°$时系统的开环和闭环响应曲线. 可以看出, 提出的转矩控制策略可以较好地抑制三明治系统的机械振荡和齿隙影响. 且当齿隙参数发生变化时, 系统仍具有较好的响应特性. 灵敏度函数除了表征系统的鲁棒性以后, 还表征了系统的误差跟踪能力以及系统的抗外干扰能力.

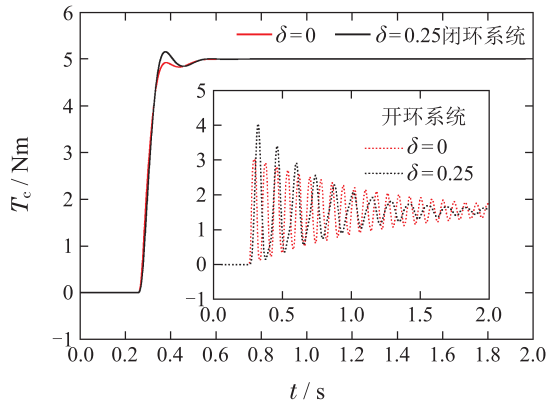

图 9　闭环系统的阶跃响应

Fig. 9　Step response of closed-loop system

图10为系统的灵敏度曲线, 从图中可以看出在系统的工作频带内, 灵敏度函数均低于0 dB线, 因此本文提出的控制策略还具有较强的抗干扰能力.

图11为PID–P复合控制与模糊PID控制的对比图, 模糊PID控制易于实现对具有不确定性的对象进行有效控制. 从图11可以看出, 设计后的系统没有超调, 但是不能完全消除死区对系统的影响. 在系统达到稳定后控制器会频繁动作, 同时具有较大的稳态误差, 而这些问题则正是本文需要解决的. 文中提出的PID–P复合控制策略是基于对模型分析、对死区输出的振荡信号进行的补偿设计, 引入的扰动观测器可以有效地对死区环节带来的扰动进行抑制补偿, 设计后的系统同时兼顾响应特性与鲁棒稳定性, 用较为简单的结构就实现了期望的控制性能.

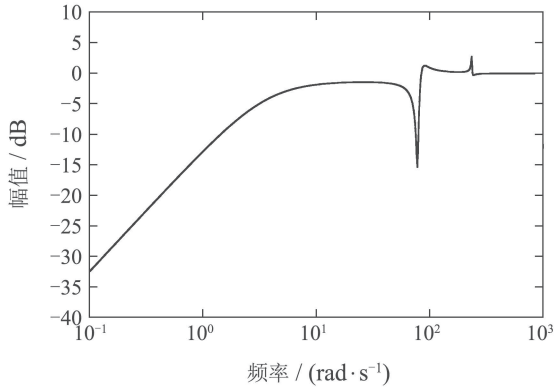

图 10　系统的灵敏度特性

Fig. 10　Sensitivity function of system

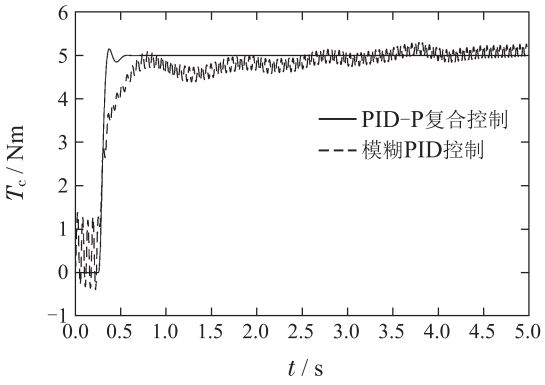

图 11　模糊PID与PID–P复合控制对比

Fig. 11　Comparison of fuzzy PID and PID–P compound control

6　结论

本文给出了一种基于PID–P控制器的转矩控制方法. 针对三明治系统出现的振荡与非线性问题, 提出了双回路的复合控制策略. 外回路的PID–P控制器由PID和前馈比例环节组成, 内回路采用反馈型扰动观测器对扰动进行估计与补偿. 仿真结果表明, 设计后的系统能够同时兼顾稳定性、响应特性与鲁棒性, 当齿隙参数发生变化后, 系统能够维持相似的动态性能, 可以很好地抑制机械振动和齿隙非线性因素的影响, 并且获得较好的转矩传递性能. 同时, 控制器的参数均采用系数表法来设计, 清晰易懂且易于实现.

参考文献:

[1] TAWARE A, TAO G. *Control of Sandwich Nonlinear Systems*. Berlin: Springer, 2003.

[2] LI Yanyan, TAN Yonghong, DONG Ruili, et al. Modified Kalman filter-based state estimation for sandwich systems with backlash. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(3): 280 – 288.
(李琰琰, 谭永红, 董瑞丽, 等. 间隙三明治系统的改进卡尔曼状态估. 控制理论与应用, 2016, 33(3): 280 – 288.)

[3] ZHOU Zupeng, TAN Yonghong. Fault prediction for sandwich systems with backlash based on robust observer. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(6): 754 – 761.
(周祖鹏, 谭永红. 基于鲁棒观测器的带间隙三明治系统故障预报. 控制理论与应用, 2015, 32(6): 754 – 761.)

[4] GAO Bingzhao, HONG Jinlong, CHEN Hong. Drivability control of automotive drivetrain. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(7): 850 – 866.
(高炳钊, 洪金龙, 陈虹. 汽车传动系统平顺性驾驶品质控制. 控制理论与应用, 2017, 34(7): 850 – 866.)

[5] SHUI Y, WEI J L. The influence and compensation of gear backlash on electric load system. *International Conference on Frontiers of Sensors Technologies*. Shenzhen, China: IEEE, 2017: 479 – 483.

[6] KIM J, CROFT E A. Full-state tracking control for flexible joint robots with singular perturbation techniques. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(1): 63 – 73.

[7] MOBERG S, OHR J, GUNNARSSON S. A benchmark problem for robust feedback control of a flexible manipulator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(6): 1398 – 1405.

[8] TAO G, MA X, LING Y. Optimal and nonlinear decoupling control of systems with sandwiched backlash. *Automatica*, 2001, 37(2): 165 – 176.

[9] LEI Y, XU J, HAO Q. Application of ADRC in stability control of tank gun system. *2018 IEEE the 7th Data Driven Control and Learning Systems Conference*. Enshi, China: IEEE, 2018: 670 – 675.

[10] PONCE I U, BENTSMAN J, ORLOV Y, et al. Generic nonsmooth H_∞ output synthesis: Application to a coal-fired boiler/turbine unit with actuator dead zone. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(6): 2117 – 2128.

[11] BRANDENBURG G, SCHAFER U. Influence and adaptive compensation of simultaneously acting backlash and coulomb friction in elastic two-mass systems of robots and machine tools. *IEEE International Conference on Control & Applications*. Jerusalem, Jerusalem: IEEE, 1989: 407 – 410.

[12] FRIEDLAND B. Feedback control of systems with parasitic effects. *Proceedings of 1997 American Control Conference*. Albuquerque, NM, USA: IEEE, 1997: 937 – 941.

[13] TAWARE A, TAO G, TEOLIS C. Design and analysis of a hybrid control scheme for sandwich nonsmooth nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(1): 145 – 150.

[14] EZAL K, KOKOTOVIC P V, TAO G. Optimal control of tracking systems with backlash and flexibility. *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 1997: 1749 – 1754.

[15] TAO G. Friction compensation in the presence of flexibility. *Proceedings of the 1998 American Control Conference*. Philadelphia, PA, USA: IEEE, 1998: 2128 – 2132.

[16] RODD M G. Introduction to robotics: Mechanics and control. *Automatica*, 1987, 23(2): 263 – 264.

[17] AN C H, ATKESON C G, GRIFFITHS J D, et al. Experimental evaluation of feedforward and computed torque control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(3): 368 – 373.

[18] YOSHIYUKI S. Modeling and control of flexible manipulators. *Journal of the Robotics Society of Japan*, 1994, 12(2): 172 – 177.

[19] SPONG M W. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1987, 109(4): 310 – 318.

[20] LUCA A D, LUCIBELLO P. A general algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints. *The 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Leuven, Belgium: IEEE, 1998: 504 – 510.

[21] MOBERG S, HANSSEN S. On feedback linearization for robust tracking control of flexible joint robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 17(1): 12218 – 12223.

[22] HE Zhen, MENG Fanwei, LIU Wei, et al. Robustness of H_∞ loop shaping design . *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(6): 890 – 893.
(何朕, 孟范伟, 刘伟, 等. H_∞回路成形设计的鲁棒性. 自动化学报, 2010, 36(6): 890 – 893.)

[23] MENG Fanwei, HE Zhen, WANG Guangxiong, et al. Control design of flexible systems and H_∞ loop-shaping method. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(8): 1014 – 1020.
(孟范伟, 何朕, 王广雄, 等. 挠性系统的控制设计和H_∞回路成形法. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 1014 – 1020.)

[24] LANZON A, TSIOTRAS P. A Combined application of H_∞ loop shaping and μ-synthesis to control high-speed flywheels. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2005, 13(5): 766 – 777.

[25] HE Zhen, JIANG Xiaoming, MENG Fanwei, et al. μ-synthesis in H_∞ loop-shaping design. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 347 – 352.
(何朕, 姜晓明, 孟范伟, 等. H_∞回路成形中的μ综合法. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 347 – 352.)

[26] TOMEI P. A simple PD controller for robots with elastic joints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(10): 1208 – 1213.

[27] LEE D, KIM K S, KIM S. Controller design of an electric power steering system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(2): 748 – 755.

[28] BANU U S, APARNA V, YASMIN, et al. Coefficient diagram method based control for two interacting conical tank process. *The 2017 Trends in Industrial Measurement and Automation*. Chennai, India: IEEE, 2017: 1 – 5.

[29] WANG Guangxiong, HE Zhen. *Control System Design*. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
(王广雄, 何朕. 控制系统设计. 北京: 清华大学出版社, 2008.)

[30] SCHIIFER U, BRANDENBURG G. Position control for elastic pointing and tracking systems with gear play and coulomb friction and application to robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 1991, 24(9): 61 – 70.

[31] MANABE S. Sufficient condition for stability and instability by Lypatov and its application to the coefficient diagram method. *The 9th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*. Sagamihara, Japan: ISAS, 1999: 440 – 449.

作者简介:

孟范伟 硕士生导师, 主要研究方向为控制系统的鲁棒设计、非线性控制等领域, E-mail: mengfanwei@neuq.edu.cn;

宋朋涛 博士研究生, 目前研究方向为鲁棒控制, E-mail: neuqxiaosong@163.com;

刘 凯 硕士研究生, 目前研究方向为鲁棒控制, E-mail: miaomiao@stumail.neu.edu.cn;

杨朋辉 本科生, 目前研究方向为控制系统设计, E-mail: 1961398687@qq.com.