

面向无人机集群路径规划的智能优化算法综述

杨 旭, 王 锐[†], 张 涛

(国防科技大学 系统工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 无人机集群通过协同完成既定任务是未来智能化、无人化作战的重要方式。路径规划是协同执行任务的首要问题, 考虑到无人机集群路径规划的复杂性和多样性, 近年来, 国内外学者针对该问题开展了大量的研究, 本文首先介绍了无人机集群路径规划模型, 包括常用的规划空间表示方法、规划目标和约束条件等, 其次重点梳理归纳了基于智能优化算法的无人机集群路径规划相关研究, 并阐述了不同类型智能优化算法在路径规划问题上的优缺点, 最后, 分析展望了基于智能优化算法的无人机集群路径规划未来发展趋势。

关键词: 无人机集群; 路径规划; 智能优化; 仿生算法

引用格式: 杨旭, 王锐, 张涛. 面向无人机集群路径规划的智能优化算法综述. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2291 – 2302

DOI: 10.7641/CTA.2020.00157

Review of unmanned aerial vehicle swarm path planning based on intelligent optimization

YANG Xu, WANG Rui[†], ZHANG Tao

(College of Systems Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: The cooperation of unmanned aerial vehicle (UAV) swarm has become an important style in future intelligent and unmanned combat. Path planning is the primary problem of collaborative task execution. Considering the complexity and diversity of UAV swarm path planning, in recent years, extensive research has been conducted regarding this issue. This paper therefore provides a survey of UAV swarm path planning. It first introduces the UAV swarm path planning model, including the planning space representation method, path planning objectives and constraints. Then the paper focuses on summarizing relevant research of UAV swarm path planning based on intelligent optimization algorithms, and also the advantages and problems of different types of intelligent optimization algorithms in path planning are described. Finally, future studies of UAV swarm path planning based on intelligent optimization is analyzed and prospected.

Key words: UAV swarm; path planning; intelligent optimization; nature inspired algorithm

Citation: YANG Xu, WANG Rui, ZHANG Tao. Review of unmanned aerial vehicle swarm path planning based on intelligent optimization. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2291 – 2302

1 引言

随着人工智能技术的迅猛发展, 无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)逐步朝着小型化、智能化方向发展, 因其成本低、灵活性高、隐蔽性强, 被广泛应用于战场侦察、联合攻击、应急救援等行动, 已成为未来智能化、无人化作战的重要手段之一^[1-2]。鉴于单架无人机在续航能力、广域侦察搜索等方面的局限性, 多架无人机协同组成无人机集群(unmanned aerial vehicle swarm)执行任务成为当前无人机作战应用的重要模式^[3]。较之于单架无人机, 无人机集群具有明显的规

模优势、协同优势等^[4], 可有效提高任务完成的可靠性。然而, 实现无人机集群高效协同的首要问题, 即是如何科学合理地为无人机集群进行路径规划。

如图1所示, 当前关于单架无人机路径规划的研究较多, 然而面向无人机集群的路径规划研究则相对较少。不同于单架无人机路径规划, 无人机集群的路径规划除了考虑单机的可控飞行, 各种威胁之外, 还需考虑集群规模、功能结构、协同方式等带来的挑战, 其本质上是一个复杂的大规模约束多目标优化问题。智能优化算法因其对优化问题的性质要求低、鲁棒性高,

收稿日期: 2020-03-20; 录用日期: 2020-09-01.

[†]通信作者. E-mail: ruiwangnudet@gmail.com; Tel.: +86 18874962006.

本文责任编辑: 王凌.

国家自然科学基金面上项目(61773390), 湖湘青年英才计划项目(2018RS3081), 国防科技大学重点科研项目(ZK18-02-09, ZZKY-ZX-11-04, 193-A11-101-03-01)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61773390), the Hunan Youth Elite Program (2018RS3081) and the Scientific Key Research Project of National University of Defense Technology (ZK18-02-09, ZZKY-ZX-11-04, 193-A11-101-03-01).

而被广泛应用于求解路径规划问题。

鉴于此,本文综述了近些年面向无人机集群路径规划的智能优化算法研究,首先介绍了无人机集群路径规划的基本模型,包括规划空间表示、优化目标函

数及约束条件等,其次阐述了基于不同智能优化算法的无人机集群路径规划研究现状,详细对比分析了不同类型算法的优势与不足,最后对无人机集群路径规划研究进行了展望。

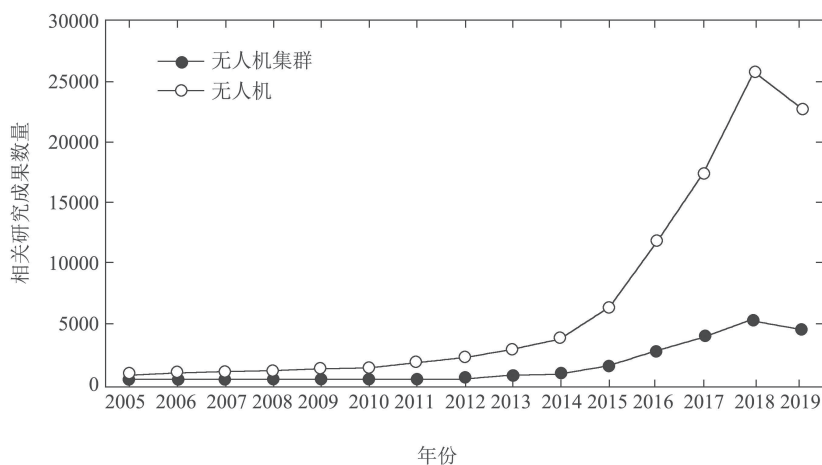


图1 无人机及无人机集群相关研究发展趋势图

Fig. 1 Numbers of researches about UAV and UAV swarm

2 无人机集群路径规划模型

路径规划是智能体自主完成任务的重要组成部分,要求在规划空间中快速找到由多个线段或多个路径点依次连接而成的最优路径. 路径表示常用两种方式:一是由航速和航向构成的时间序列(基于动力学);二是由空间位置坐标构成的时间序列(基于几何学). 无人机集群路径规划需要在一般路径规划模型的基础上,进一步综合考虑无人机集群的环境约束、自身约束和集群内约束. 下面介绍路径规划中的3个要素:规划空间、优化目标和约束条件.

2.1 规划空间方法

路径规划无疑首先要对环境进行建模,即构造规划空间,也称为搜索空间. 规划空间是对实体环境的抽象,条件许可下,应当尽可能准确、完整地将实体空间的信息映射到规划空间中. 实际应用中,规划空间一般是三维^[5-6],当然,为简化问题,一些研究也将空间简化为二维^[7-10]. 常用的规划空间表述方法有单

元格法、路标法和势场法^[11].

2.1.1 单元格法

单元格法是一种将空间按照合适的粒度划分为独立的单元并赋予相应代价值的方法,主要包括网格法和单元树法,二者的区别主要在于单元的大小是否相同.

图2(a)描述了基于网格法的规划空间,该方法使用大小相同的网格划分二维环境空间,其中黑色几何图形表示障碍物. 在三维条件下,可将平面网格变为立方体. 文献[12-14]采用了网格法在三维空间下对环境进行建模. 文献[15]基于网格法提出了一种降低高度尺寸的环境建模方法,实现了从三维到二维的转换,大大减少了网格数量和大小. 图2(b)描述了采用单元树法的二维规划空间,该方法比网格法具有更强的环境适应性,可以看出单元树法中空间格的大小明显不同. 总体上,单元格法简单直观、易于建模,但搜索空间较大,同时单元格的大小不易选取.

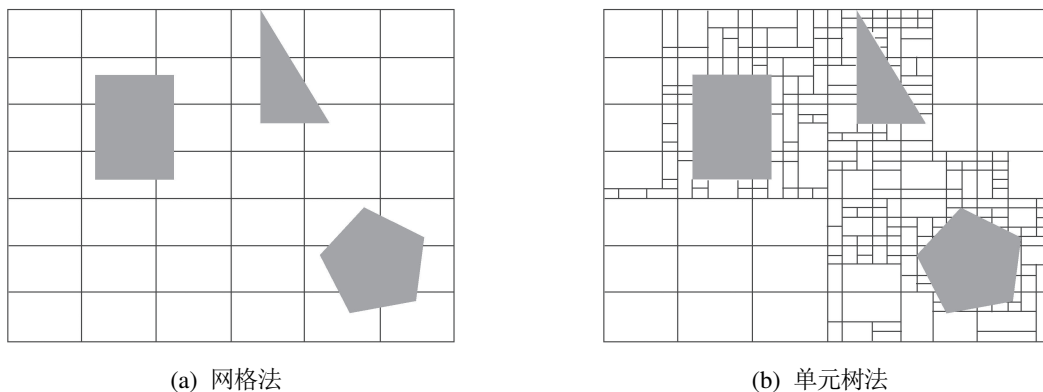


图2 基于单元格法的规划空间表示

Fig. 2 Illustration of cell method

2.1.2 路标法

路标法是一种按照一定的规则将空间表示成网络图的方法,如快速生成随机树法^[16]、Voronoi图法^[17-18]和可视图法^[19-21]。

Voronoi图出于安全因素考虑要求规划路径和障碍物之间有一定的距离,把规划空间划分成若干个区域,每个区域只包含一个障碍物的边缘,如图3(a)所示。基于Voronoi图法规划空间能有效减少搜索空间,因此规划速度快。同时,该方法能够找到威胁最小的路径但该路径不一定是最短的。在空间几何建模中常采用Voronoi图法,但该方法划分粒度通常较大,可选路径有限。

可视图法,如图3(b)所示,要求起始点、目标点和障碍物的顶点之间的连线为“可视”,即不能穿过障碍物。总体而言,路标法减小了搜索空间,但是精度较低。同时,环境一旦发生变化,模型更新困难。

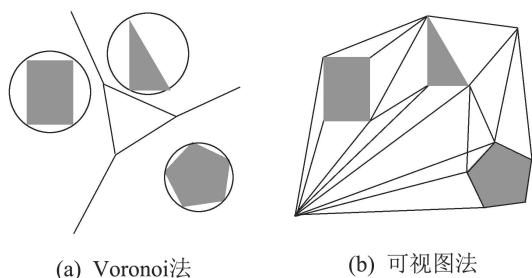


图 3 基于路标法的规划空间表示

Fig. 3 Landmark method

2.1.3 势场法

势场法是一种不依赖于图形表示空间规划方法。它将终点看做吸引源,产生吸引力,将障碍物、威胁等作为排斥源,产生排斥力,然后综合无人机受力方向得到相关路径。基于势场法的路径规划便于求解,可应用于二维和三维空间中,但是存在找不到路径的问题^[22]。

表1阐述了上述3类方法的优缺点。

表 1 3类规划空间方法对比

Table 1 Comparison among ways of planning space

构造方式	优点	缺点	常见方法
单元格法 (离散)	简单直观 易于建模	粒度不好掌握 效率低 时空开销和求解 精度存在冲突	网格法 单元树法
路标法 (离散)	安全系数高	更新困难 路标较难设定 精度较差	可视图法 Voronoi法 随机路标法 快速生成随机数
势场法 (连续)	便于求解	可能找不到路径	导航函数法 深度优先势场法 最佳优先势场法 波传播法

传统的单元格法、势场法需要对空间中的障碍物精确建模,当环境中的障碍物较复杂且不规则时,会极大地增加空间规划难度。路标法减少了空间规划工作,常用于以安全指数最大化为目标的路径规划问题中,但是路径规划的精度较差于其他两种方法。在无人机路径规划中,由于单元格法不受威胁限制且求解精度高,通常选用该方法划分空间,通过包含起点和终点的坐标点集合表示一条路径。

2.2 目标函数

无人机集群的路径规划通常需要针对不同任务需求或决策者的偏好构建相应的目标函数,一般使用飞行时间、飞行距离和威胁代价等作为目标函数,规划模型可以是单目标也可以是多目标,例如,文献[23-24]采用满足侦察覆盖率下的路径长度最小为优化目标;文献[25]以侦察目标数最大和所有UAV飞行距离总和最小构建了两目标优化模型;文献[26]以暴露在敌方雷达监控范围内滞留时间最短为优化目标;文献[27]以能源消耗代价、高度代价和威胁代价为优化目标,其中威胁代价包括大气威胁代价和城市建筑威胁代价等;文献[28]以威胁代价、航程代价和速度代价为目标函数;文献[29]以最小化路径长度和最小化威胁代价为优化目标;文献[30]则将威胁代价与时间代价加权和为优化目标。

具体的优化目标函数可以表述为如下形式:

$$\min F = \sum_i \omega_i J_i, \quad (1)$$

其中: F 表示优化目标; J_i 代表第 i 个代价; ω_i 为第 i 个代价对应的权重, $\sum_i \omega_i = 1$ 。当不采取加权操作,把每个代价拆分为独立的目标时,该问题即可转换为多目标优化问题。

文献[31-32]中代价函数综合考虑了路径长度代价、威胁代价和高度代价,可表示为

$$J = \omega_1 L + \omega_2 T + \omega_3 H, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1, \quad (2)$$

其中: J 为总代价; L 为距离代价,文献[9]中也将其称为油料代价; T 为威胁代价, H 为高度代价。 ω_1 , ω_2 , ω_3 为不同目标函数对应的权重。当然,还可根据实际需要引入其他代价函数,如文献[33]还将偏航角引入代价函数中,把偏航角和路径长度、威胁成本综合加权作为目标函数。

此外,如文献[34]所述,路径规划的结果评价与目标函数的内容有关,通常以飞行时间、距离、规避风险或避障能力、路径的可靠性等作为评价指标。

2.3 约束条件

无人机集群路径规划的约束通常包括自身约束和环境约束。自身约束一般为转弯角、飞行速度、飞行高度、爬升角、俯冲角等,根据具体问题还会存在一些

特殊约束,如文献[35]提出了一种能量模型用于约束飞行过程中的能量损耗;环境约束主要包括飞行边界、地形限制等.

与单无人机路径规划问题的约束条件相比,无人

机集群路径规划最大的特点在于还要考虑集群约束,通常包括无人机之间的安全飞行距离等空间协同约束、按规定时间同时或依次到达目标点的时间协同约束以及按命令行动的任务协同约束.详见表2.

表2 无人机集群路径规划常用约束条件

Table 2 Constraints of UAV swarm

约束分类	约束名称	表达式	符号含义
自身约束	转弯角	$\theta_{\min} \leq \theta_i \leq \theta_{\max}$	θ_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机的转弯角, $\theta_{\min}$ 和 $\theta_{\max}$ 分别代表无人机最小、最大转弯角度
	飞行速度	$v_{\min} \leq v_i \leq v_{\max}$	v_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机的飞行速度, $v_{\min}$ 和 $v_{\max}$ 分别代表无人机最低、最高飞行速度
	飞行高度	$h_{\min} \leq h_i \leq h_{\max}$	h_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机的飞行高度, $h_{\min}$ 和 $h_{\max}$ 分别代表无人机可以到达的最低、最高高度
	爬升角	$0 \leq \alpha_i \leq \alpha_{\max}$	α_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机的爬升角度, $\alpha_{\max}$ 代表无人机的最大爬升角度
	俯冲角	$0 \leq \beta_i \leq \beta_{\max}$	β_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机的俯冲角度, $\beta_{\max}$ 代表无人机的最大俯冲角
环境约束	飞行边界	$l_i \in C$	l_i 代表 <i>i</i> 时刻无人机所在的位置, C 代表规划空间
	地形限制	$l_i \notin B$	B 代表无人机由于地形限制不能到达的位置的集合
协同约束	空间协同	$d_{\min} \leq d_{ab} \leq d_{\max}$	d_{ab} 代表无人机 <i>a</i> 和无人机 <i>b</i> 之间的距离, $d_{\min}$ 为无人机间最小安全距离, $d_{\max}$ 为最远飞行距离(一般可定义为最大通信范围), 集群中任意两架无人机在任意时刻都需要满足该约束
	时间协同	$t_a \leq T$	t_a 代表集群中无人机 <i>a</i> 到达目标点的时间, T 为规定最晚到达的时间

空间协同约束一般可表示为

$$d_{\min} \leq d_{ab} \leq d_{\max}, \forall a, b = 1, \dots, N, a \neq b, \quad (3)$$

其中: d_{ab} 为任意两架无人机*a*和无人机*b*之间的距离, $d_{\min}$ 为无人机间最小安全距离, $d_{\max}$ 为最远飞行距离(一般可定义为最大通信范围), N 为集群中无人机的数量.

时间协同约束则通常需要考虑集群的最短估计到达时间(estimated time of arrival, ETA)^[36].

3 无人集群路径规划优化算法

常用的路径规划算法可大致分为精确方法、启发式算法和智能优化算法3类. 相对于智能优化算法, 我们称精确方法和启发式算法为传统方法, 如混合整数线性规划法^[37]、穷举法^[38]、动态规划^[39-40]、Voronoi图法^[41]、人工势场法^[42]、A*算法^[43]等. 传统方法在解决路径规划问题时存在很多局限^[44-47], 如精确法只适用于小规模路径规划问题, 当目标函数和约束条件较为复杂时, 精确方法很难给出有效解. 启发式算法易陷入局部最优, 同样也不适用于规模较大的问题. 具体的, Voronoi图法可选择的路径有限; 人工势场法

解的质量取决于势场的建立, 特别是在吸引力和排斥力相等位置较多时很难找到最优路径, 而且当目标点距离较远且附近存在威胁时, 也很难找到可行路径; A*算法的效率随着搜索空间的增加而不断下降并且多应用于单无人机路径规划^[48-50].

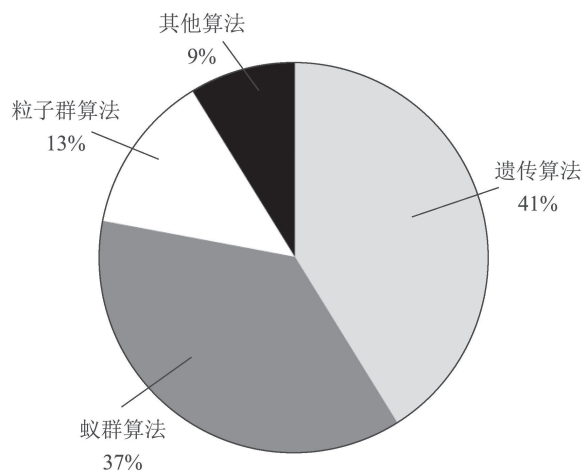


图4 无人机集群路径规划智能优化算法占比图

Fig. 4 Proportion of intelligent optimization algorithms for path planning of UAV swarm

鉴于此,越来越多的学者利用智能优化算法求解无人机集群路径规划,其中蚁群算法、粒子群算法、遗传算法是使用最为广泛的3类方法,如图4所示。下面分别综述基于这3类方法的无人机集群路径规划研究。

3.1 蚁群算法

蚁群算法 (ant colony optimization, ACO) 是 M. Dorigo 和 C. Blum 提出的一种模拟蚁群觅食行为的智能优化算法^[51], ACO 已广泛应用于多个领域,如旅行商问题、无线传感器网络设计^[52]、资源调度、图着色、网络路由、有序排列^[53]和通信编码^[54]等。在无人机集群路径规划中,蚁群算法中的蚂蚁个体代表无人机,从一个点转移到另一个点的概率与信息素浓度和能见度(启发式信息)相关,转移概率可表示如下:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}]^\beta}, & j \in N_i^k, \\ 0, & j \notin N_i^k, \end{cases} \quad (4)$$

其中:信息素 τ_{ij} 表示在访问轨迹点 i 后直接访问轨迹点 j 的期望度;启发式信息 η_{ij} 代表蚂蚁随机选择轨迹点 j 的概率; N_i^k 代表了位于点 i 的蚂蚁 k 可以直接到达的相邻点的集合; α 和 β 是两个参数,分别决定了信息素和启发式信息的相对影响力。当 α 为0时,最靠近 i 的轨迹点最有可能被选出,等同于经典的随机贪心算法;当 β 为0时,则只有信息素的放大系数起作用,即只使用信息素而没有利用任何启发式信息引导搜索,此时若 α 大于1,算法很快就会陷入停滞。同时,信息素以一定概率蒸发以避免过分累积。

蚁群算法具有良好的鲁棒性、通用性和并行性,其性能受信息素的更新模型影响,缺乏有效的更新模型,则易使种群丧失多样性而陷入局部最优。文献[55]将蚁群算法与量子计算和禁忌搜索相结合,提供了一种获取多条选择路径的集群无人机路径规划方法:所有量子蚂蚁根据禁忌搜索和量子信息素更新节点选择概率从而完成路径搜索,根据最优路径的综合代价更新量子旋转角,使用模拟的量子旋转门更新量子信息素,将输出的最优路径存入路径集合,判断路径集合中的路径个数是否达到最大路径个数,将路径集合中的路径依长度排序供无人机选择。该方法能够有效求出综合代价最小的多条路径且路径具有多样性。值得指出的是该方法没有考虑集群间的任务、时间上的协同要求。

文献[56]使用改进的蚁群算法控制大规模无人集群,首先引入无人控制节点(控制节点不执行具体任务,是对网络进行收敛性控制的节点,探测目标区域的位置质量信息,生成区域引导信息,并通过控制节点间的控制链路在多个控制节点之间共享引导信息),其次通过任务节点自发探测目标区域,形成多等级的

位置质量信息逐级传播,未处于目标区域的无人节点根据质量信息的梯度变化,自主进行路径规划,最终区域范围内的所有无人节点都能够收敛到多个目标区域范围内。该方法提升了无人集群对环境的自主适应能力,具有较好的协同效果,但是计算复杂度大,路径规划的效率不高。

文献[57]引入Hopfield神经网络,采用Hebb规则,用输入模式作为目标模式来设计连接权,构建新型函数,该方法在感知战场态势和检索战场威胁方面做出了相应的战术规避,降低了各平台在实际作战中的危险性,缩短了搜索时间,加快了收敛速度,具备较好的实用性。

文献[58]综合蚁群算法和文化算法,在种群空间中,利用蚂蚁的启发因子、文化因子和信息素设计了一种新的蚁群觅食演化方法,通过蚁群个体间节点的转移来不断搜索蚂蚁的最优路径,然后利用接受函数将最优路径传递到信仰空间,即为信仰空间提供一组最优路径。随后对最优路径的综合代价和知识进行更新,并记录更新后的最优路径。信仰空间更新后的最优路径通过影响函数作用于种群的进化,并被用于更新全局信息素,防止算法陷入局部最优。该方法利用了文化算法的双层进化机制,有效提高了收敛速度与精度。

文献[59]将无人机路径规划问题转化成旅行商(travelling salesman problem, TSP)问题,在搜索空间中设定一系列无人机必须经过的无人机路径点,然后通过蚁群算法确定每个航点的通过顺序,从而形成无人机飞行路径。基于TSP的无人机路径规划需要预知无人机的飞行航点,但在实际使用场景中这一点是很难保证的,因此该方法也存在一定的局限性。

文献[60]采用Voronoi图法对威胁环境建模,在蚁群算法的基础上引入方向性引导策略以提高路径规划效率,并使用多只蚂蚁并行构建规划路径,最后利用协同时间指标对得到的多条路径进行选择,为无人机集群的路径规划提供解决方案。

3.2 粒子群算法

粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法源于对鸟群捕食行为的研究,由Eberhart和Kennedy在1995年提出,其核心思想是利用集群中的信息共享使群体从无序到有序。首先随机初始化一组粒子,每个粒子作为一个可行解,根据目标函数计算适应度值,在每次迭代中根据个体最优解和全局最优解决定下一步行动,更新自身的速度和位置,从而获得问题的最优解。为改善算法收敛性能,Shi和Eberhart在1998年引入惯性权重,修改了速度更新方程,形成了标准粒子群算法。

文献[61]和文献[62]采用粒子群优化算法进行无

人机路径规划, 研究中将每个粒子看作是规划空间里的一个可能经过的路径位置点, 通过粒子所在位置和速度的更新以获取最佳粒子, 最后形成飞行路径, 但是上述研究均局限于单无人机的路径规划。

文献[63]将粒子群算法与小生境技术相结合, 用于寻找多条路径, 然而该方法在迭代寻优的过程中, 群体可能陷入相同的小生境, 从而降低算法效率。文献[64]将序贯小生境技术和粒子群算法结合, 在对问题进行建模后, 首先使用粒子群算法进行第一次规划得到一组路径, 其次结合序列小生境技术更新当前最优路径附近的代价函数模型, 增大最优路径小生境内其他方案的代价值, 然后, 再使用粒子群算法对更新后的模型进行下一次规划以获取次优路径, 经过多次循环可得到多条路径。该方法通过序贯优化找到不同的局部最优飞行路径, 通过自适应调整已知最优解附近空间的目标函数, 避免了群体陷入相同的小生境中, 因此具有较高的寻优效率。文献[65]用轨迹点编号生成集群路径的解序列, 由分割点分割出来的多个序列代表多个无人机的路径, 为解决粒子早熟问题, 引入差分进化操作维持粒子的多样性, 再结合自适应调整惯性权重策略通过混合粒子群算法求解。该编码方式降低了计算难度, 但是解空间维数过大, 并且未考虑集群约束。

文献[66]提出了基于滚动优化策略结合粒子群优化算法的无人水面艇集群协同规避方法, 目标函数为路径和转舵角之和最小: 建立了二维全局环境坐标系、基于无人水面艇的局部坐标系和基于传感器综合感知信息的局部坐标系, 将无人水面艇的综合视域作为一个滚动窗口, 在滚动窗口内划同心圆, 每个同心圆上随机产生一个可视觉点, 连成一条无规避路径, 当无人机前进时滚动窗口和子目标点也随之变化; 粒子通过最短路径与最小转舵角之和作为评价函数, 自我更新函数由动量项、粒子搜索过程中的自我思考和粒子间的信息共享合作3个部分组成, 动量项中的惯性权重可加强粒子的局部搜索能力, 惯性权重改进使用了基于正切函数的惯性调整策略。该方法增强了搜索能力, 提高了收敛速度, 但滚动窗口的大小影响着求解过程和结果, 如何找到合适的窗口有待研究。

文献[67]和文献[68]将带有收敛因子的粒子群算法用于无人机的路径规划问题, 通过收敛因子提高全局最优位置对粒子位置更新的影响力水平, 进而提高收敛精度。但是该方法对规范空间的要求相对较高, 收敛速度较慢。

文献[69]研究了多无人机侦察多个目标点的路径规划和任务分配, 首先利用聚类方法将多个目标点分簇, 在路径规划中以簇中心为目标点, 将多无人机侦察多个目标点的问题转化为多旅行商问题。具体先为每架无人机随机分配目标然后再编排目标的访问顺

序。文章中使用了二进制编码矩阵(列表示被侦察的目标, 行表示侦察无人机)的离散粒子群优化算法求解规划模型, 收敛速度较快, 但问题模型中没有考虑无人机的机动性能约束、障碍约束等, 规划空间较为简单, 实用性不强。

3.3 遗传算法

遗传算法(genetic algorithm, GA)源于达尔文的进化论, 是通过模仿自然界物种遗传交叉变异的演化现象提出的一类智能优化算法。标准的遗传算法步骤为: 1) 初始化种群; 2) 种群中个体适应度值计算; 3) 个体间的选择、交叉、变异操作; 4) 合并父代和子代, 淘汰适应度差的个体; 5) 若未满足终止条件则转至步骤3), 若满足, 则输出近似最优解。当前已有不少利用遗传算法进行单无人机路径规划的研究^[70-72], 一般一个染色体表示一条无人机路径, 染色体中的每一个基因代表一个规划点。适应度函数即为代价函数, 通过适应度函数选择较好的路径, 再通过交叉、变异等操作使染色体不断进化, 最终得到最优路径。

文献[73]将遗传算法用于多无人机路径规划中, 把飞行总距离、无人机间间隔距离、转弯角、多无人机所覆盖的区域等加权作为适应度函数, 在三维空间中规定相同的起始点和目标点规划出多条路径, 但该研究未考虑集群的相关约束。

文献[74]把多架无人侦察机的路径规划问题转化成多旅行商问题, 利用改进的遗传算法求解, 采用符号编码方式, 利用1, 2以及 n 分别代表目标1、目标2以及目标 n , 0表示起点和终点, 以飞行总长度和路径相似度为适应度函数, 以轮盘赌的方式进行个体选择, 并采用改进的三交换启发交叉方法, 将传统两条染色体参与交叉操作改为3条。仿真实验显示该方法有效得到多条无人机路径。类似的, 文献[75-78]也将无人机集群路径规划转化为多旅行商问题, 并采用遗传算法求解, 但是文献[75-76]把问题简化成非闭环的多旅行商航路规划, 与实际应用不符; 文献[77]通过添加虚拟城市, 将多旅行商转化成单旅行商, 仅适用于小规模问题; 文献[78]利用 K -means算法将多旅行商问题聚类为多个独立的旅行商问题, 较之于前述方法在大规模路径规划问题上性能有所提升, 但搜索的最优路径依赖于聚类结果, 简单的 K -means聚类划分难以适应实际应用场景。

文献[79]为解决有障碍区域限制的多无人机遍历多目标点的路径规划问题, 以总飞行成本最低为目标, 在运用遗传算法求解的过程中, 设计了新的交叉算子, 从父代中随机选择子路径并前置, 并按照一定的规则生成遍历其余目标点的路径, 在保留父代优秀染色体的同时提升了收敛速度。

文献[80]基于分层技术采用遗传算法进行多无

人机路径规划, 以飞行代价最小为目标, 首先利用 Dubins 路径搜索每架无人机的可能路径, 然后借助遗传算法寻优, 最终形成无人机的最佳飞行路径。但是, 此模型分层结构复杂且计算量大。

3.4 其他智能优化方法

除了上述算法, 还有一些其他智能优化算法应用于路径规划中, 如模拟蜂群觅食的人工蜂群算法、基于神经网络和强化学习的优化方法等。人工蜂群算法中蜜源位置对应可行路径节点的坐标值, 蜜源的收益度大小对应可行路径节点坐标的目标函数值, 寻找蜜源和采蜜的速度对应无人机代价函数的收敛速度。文献[81]提出改进的蜂群算法, 通过增加维度限制条件以控制初始蜜源的产生方式, 结合非确定性搜索机制引入双向规划方法, 应用于多无人机路径规划, 该方法有效提高了解的质量, 但同样未充分考虑集群在时间和任务上的协同。

Gary B. Lamont 等^[82]将无人机群路径规划看作单无人机行为的累积问题, 在单无人机的基础上加入群体模型, 考虑了成本和风险两类共 5 个代价指标, 即距离总和、爬升次数、地形威胁、敌方检测、杀伤消灭, 其中距离和爬升为路径成本, 地形、检测和杀伤为路径风险。然后采用多目标进化算法求解模型得到一组关于成本和风险的帕累托前沿。文献[83]针对有相同的起始点和目标点的路径规划问题, 根据实际要求设计了一个具有多峰值点的代价函数, 该代价函数的每一个局部极小值点对应一条次优路径, 采用多条变长染色体代表不同的路径, 求解时引入 K -means 聚类算法, 每隔若干代将种群中的个体按其空间分布进行一次聚类, 生成若干个子种群, 进化过程中, 使用了交叉、扰动、插入、删除、交换和平滑六种进化算子, 所有个体只在各自的子种群内部进化, 进化结束后每个子种群可以分别生成一条最优路径。文献[84]针对不同的起始点和相同的目标点路径规划问题, 首先利用进化计算对集群中的单个无人机进行路径规划, 然后考虑时间和空间等方面的协同, 最终实现无人机集群的分层离线协同路径规划。

文献[85]将神经网络用于多无人机路径规划问题, 对不同的起始点和目标点构造多个神经网络用以调整初始轨迹点, 先均分两点间路径长度确定飞行步长, 均匀选取初始轨迹点, 再以威胁的半径和每个轨迹点到威胁中心的距离差作为神经网络的输入, 把威胁和路径距离的加权作为神经网络的能量函数, 输出一组避开威胁且使每一条路径总和最短的轨迹点, 最后, 对轨迹点进行修正得到符合要求的路径。类似于其他方法, 基于神经网络的路径规划方法中, 飞行步长和路径的质量息息相关, 步长越小, 路径规划的精度越高, 但相应的计算量增大。

文献[86]集成深度神经网络和强化学习实现了多无人机协同区域监视的路径规划。通过使用深度神经网络代替状态-动作估值函数, 用梯度下降法替换强化学习的迭代更新, 首先建立多个全连接神经网络对应多个无人机的路径规划, 输入层为无人机的状态(位置、飞行速度、飞行方向), 输出层为动作估值, 以监视面积覆盖率为强化信号更新每个全连接网络的参数, 最终根据每个训练后的神经网络模型确定对应无人机的规划路径, 后又引入 Q -learning 算法估计无人机每个状态的未来奖励, 以改进之前的深度强化学习算法。该方法中第 1 架无人机选取神经网络输出最大值对应的动作根据的是其他无人机未更新的位置, 当其他的位置更新后, 对第 1 架无人机而言, 其选择的动作并不一定是最优的。文献[87]提出了基于几何强化学习方法的多无人机路径规划, 在强化学习的基础上引入报酬矩阵, 候选点从起点到终点的几何路径区域中选择, 然后基于无人机之间共享的几何距离信息和风险信息自适应地更新报酬矩阵。但是无人机集群的状态空间很大, 高效地选取最优动作较难。

3.5 算法对比

综合国内外相关研究发现, 大多数研究都将无人机视为质点, 较少考虑无人机自身的性能约束; 大多将无人机集群路径规划问题建模为多旅行商问题, 求解多条路径再进行规划的问题。

在优化算法上多采用蚁群算法、粒子群算法和遗传算法及其改进算法进行求解, 这些方法具有较好的并行性且对目标函数特性要求低。针对具体的路径规划问题, 在上述 3 类算法的基础上, 学者们先后提出了大量的改进算法, 如在算法中引入神经网络规则、文化机制等提高收敛速度, 缩短搜索时间。表 3 具体对比分析了常用的几种智能优化算法的优缺点。

4 未来研究展望

综上所述, 尽管针对无人机集群路径规划的智能优化研究已有不少, 但现有研究还存在如下问题:

首先, 现有研究多关注静态全局路径规划, 即假设在环境信息已知条件下对路径进行预先规划, 对未知、不确定性、强对抗环境下的路径规划和飞行过程中突发状况的路径动态调整规避等相关研究较少。已有的方法也大多采用快速搜索随机树法、人工势场法或滚动窗口法进行动态避障, 如文献[88]利用集合点规划状态图对突发威胁进行实时路径规划; 文献[89]基于投影矩阵和虚拟力原理设计了两种动态避障策略并通过启发式快速搜索随机树法进行路径重规划。因此针对不确定、强对抗环境下无人集群的动态路径规划亟需更高效的算法支撑。

其次, 现有无人机集群路径规划的模型存在局限性. 现有研究将无人机集群路径规划分为两阶段: 生成路径、协同规划, 大多数研究仅构建了第1阶段生成路径的模型, 如何在模型中综合考虑集群的任务、时间协同约束、航迹的平滑, 从而提高路径规划的精确性, 值得进一步深入研究.

第三, 应用智能优化算法求解路径规划模型时, 多采用蚁群算法、粒子群算法、遗传算法或相关混合算法. 近年来, 深度学习和强化学习等人工智能方法在序贯决策优化问题(如TSP, VRP等)上显示出了较好的性能, 能够实现路径的快速规划. 文献[86–87, 90]已将强化学习用于多智能体路径规划中, 且获得了良

好的效果. 因此, 如何基于深度学习和强化学习等方法进行无人机集群路径规划是未来重要的研究方向, 有望实现动态、在线路径规划.

第四, 现有研究对集群间的协同表述还不够完善, 有的未考虑协同, 只是简单地规划出多条路径; 有的只对时间和空间上的协同进行了约束, 总体而言, 对深层次协同的研究较少. 未来智能体集群更像一个生命系统, 具备整体性、层次性和相关性, 智能体通过完成各自的任务, 在宏观上, 则可以完成高级复杂的任务. 因此, 如何规划好集群整体和局部的关系、局部间的关系, 如何提高协同性, 最大化集群效益有待进一步研究.

表 3 无人机集群路径规划常用算法对比

Table 3 Analysis of the main algorithms

算法	更新机制	优点	缺点	在无人机集群路径规划中变体应用			适用问题	相关论文文献
				目的	改进方法	文献		
蚁群算法	利用信息素和启发函数; 正反馈机制	后期收敛速度快, 具有记忆性	前期搜索时间较长; 参数多且设定难	增加种群多样性, 增加协同效果	引入量子计算和禁忌搜索	[55]	图搜索	[55–60]
				提高收敛速度, 缩短搜索时间	引入控制节点	[56]		
					引入神经网络	[57]		
					引入文化机制	[58]		
					引入方向性引导	[60]		
粒子群算法	利用个体极值和全局极值	参数少; 前期收敛速度快; 具有记忆性	后期收敛速度慢; 精度低	提高收敛精度	引入收敛因子	[67]	实数问题	[61–69]
				提高收敛速度	引入差分进化	[68]		
					引入滚动窗口	[65]		
					优化策略	[66]		
遗传算法	利用选择交叉变异操作	较为成熟; 应用广泛	局部搜索能力较差; 遗传因子难以确定; 染色体编码方式影响求解	提高收敛速度	设计新的交叉或变异算子	[74] [75]	离散问题	[70–80]
蜂群算法	邻域搜索, 贪婪原则	多角色分工机制	容易陷入局部最优; 无理论支持	提高解的质量	增加限制条件, 引入双向规划方法	[81]	函数优化	[81]
强化学习	状态–动作估值函数	可以实现无模型、端对端、状态到动作的高位映射关系的自学习且自学能力强	奖励函数设计困难, 在现实问题中存在奖励稀疏问题; agent学习和训练效率低	设计奖励函数	利用Q-learning算法	[86]	对抗博弈	[86–87]
				减少计算量	引入报酬矩阵	[87]		
神经网络	反馈机制	大规模并行处理; 分布式存储; 弹性拓扑; 适应性和容错能力强	高度冗余; 计算代价高	提高收敛速度	与蚁群算法结合	[57]	分类回归	[85]

5 总结

无人机集群协同完成各种遂行作战任务是未来智能化、无人化联合作战的重要应用之一, 路径规划作为无人机集群执行各类任务的基础技术, 在无人机集群应用中发挥着重要的作用. 本文综述了无人机集群路径规划的模型及方法, 重点分析了基于不同类型智能优化算法的无人机集群路径规划研究, 阐述了不同类型智能算法的优势及不足, 展望了无人机集群路径规划的未来研究方向, 可为开展相关研究的学者提供良好的参考和借鉴.

参考文献:

- [1] International Civil Aviation Organization. *Unmanned Aircraft Systems*. Montreal, Quebec, Canada: International Civil Aviation Organization, 2011.
- [2] SHUBHANI A, NEERAJ K. Path planning techniques for unmanned aerial vehicles: A review, solutions, and challenges. *Computer Communications*, 2020, 149(10): 270 – 299.
- [3] WINNEFELD J A, KENDALL F. *Unmanned Systems Integrated Road Map*. Washington DC, USA: Department of Defense, 2017.
- [4] YE Donghui. Advantages of robot cluster operation: quantity, cooperation, intelligence and speed. *Defense Point*, 2015, (1): 7 – 9.
(叶东辉. 机器人集群作战的优势所在: 数量、协同、情报、速度. 防务视点, 2015, (1): 7 – 9)
- [5] REN T Z, ZHOU R, XIA J, et al. Three-dimensional path planning of UAV based on an improved A* algorithm. *The 2016 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2016: 140 – 145.
- [6] HU Teng, LIU Zhanjun, LIU Yang, et al. 3D reconnaissance path planning of multiple UAVs. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(7): 1551 – 1559.
(胡腾, 刘占军, 刘洋, 等. 多无人机3D侦察路径规划. 系统工程与电子技术, 2019, 41(7): 1551 – 1559.)
- [7] MANSOURI S, KANELAKIS C, GEORGOULAS G, et al. 2D visual area coverage and path planning coupled with camera footprints. *Control Engineering Practice*, 2018, 75(6): 1 – 16.
- [8] SANG J Y, JAE-HYUN P, SU H K, et al. Flying path optimization in UAV-assisted IoT sensor networks. *ICT Express*, 2016, 2(3): 140 – 144.
- [9] BASBOUS B. 2D UAV path planning with radar threatening areas using simulated annealing algorithm for event detection. *The 2018 International Conference on Artificial Intelligence and Data Processing*. Malatya, Turkey: IEEE, 2018: 1 – 7.
- [10] HONG Sen. *Research on the path planning of UAV*. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011.
(洪森. 无人飞行器航迹规划的研究. 南京: 南京航空航天大学, 2011.)
- [11] WANG Weiping, LIU Juan. A survey of UAV path planning methods. *Flight Dynamics*, 2010, 28(2): 6 – 10, 15.
(王维平, 刘娟. 无人飞行器航迹规划方法综述. 飞行力学, 2010, 28(2): 6 – 10, 15.)
- [12] WANG W F, WU Y C, ZHANG X. Research of the unit decomposing traversal method based on grid method of the mobile robot. *Techniques of Automation and Applications*, 2013, 32(11): 34 – 38.
- [13] LIU X L, JIAN L, JIN Z F, et al. Mobile robot path planning based on environment modeling of grid method in unstructured environment. *Machine Tool and Hydraulics*, 2016, 44(17): 1 – 7.
- [14] NNKAHASHI K, DEIWERT G S. Three-dimensional adaptive grid method. *AIAA Journal*, 1986, 24(6): 948 – 954.
- [15] LÜ Z, YANG L Y, HE Y Q, et al. 3D environment modeling with height dimension reduction and path planning for UAV. *The 2017 9th International Conference on Modelling, Identification and Control*, Kunming, China: IEEE, 2017: 734 – 739.
- [16] GIESBRECHT J. *Global path planning for unmanned ground vehicles*. Nova Scotia, Canada: Technical Memorandum DRDC Suffield TM, 2004.
- [17] NIE Junlan, ZHANG Qingjie, WANG Yanfen. Flight path planning of UAV based on weighted voronoi diagram. *Flight Dynamics*, 2015, 33(4): 339 – 343.
(聂俊岚, 张庆杰, 王艳芬. 基于加权Voronoi图的无人飞行器航迹规划. 飞行力学, 2015, 33(4): 339 – 343.)
- [18] DONG S Y, ZHU X P, LONG G Q. Cooperative planning method for swarm UAVs based on hierarchical strategy. *International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Information*. Pacific Grove, CA, USA: IEEE, 2012: 304 – 307.
- [19] MEDEIROS FLL, SILVA JDS. Computational modeling for automatic path planning based on evaluations of the effects of impacts of UAVs on the ground. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2011, 61(1): 181 – 202.
- [20] MAINI P, SUJIT P B. Path planning for a UAV with kinematic constraints in the presence of polygonal obstacles. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Arlington, VA, USA: IEEE, 2016: 62 – 67.
- [21] NAAZARE, MENAKA R, DIEGO W, et al. Application of graph-based path planning for UAVs to avoid restricted areas. *The 2019 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics*. Wurzburg, Germany: IEEE, 2019: 139 – 144.
- [22] LU E C, ZHANG W X. Path planning for mobile robot based on improved artificial potential field method in complex environment. *Computer Engineering and Applications*, 2013, (24): 45 – 48.
- [23] XIAO Yuting, FANG Yongchun, LIANG Xiao, et al. Planning of the coverage route for multi-UAVs based on section optimization. *Scientia Sinica Technological*, 2020, 50(4): 439 – 452.
(肖玉婷, 方勇纯, 梁潇, 等. 基于分块优化思想的多无人机覆盖路径规划. 中国科学技术科学, 2020, 50(4): 439 – 452.)
- [24] LIU Dan, SHAO Danyang, CHEN Yiyang, et al. Coverage path planning of UAVs coordination. *Technological Development of Enterprise*, 2018, 37(4): 53 – 55.
(刘丹, 邵丹阳, 陈铁瑛, 等. 多无人机协同覆盖路径规划. 企业技术开发, 2018, 37(4): 53 – 55.)
- [25] TIAN Jing. *Modeling and optimization methods for multi-UAV cooperative reconnaissance mission planning problem*. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.
(田菁. 多无人机协同侦察任务规划问题建模与优化技术研究. 长沙: 国防科技大学, 2007.)
- [26] SUN Wei, WU Duzhi. Model optimization of multi-UAV cooperative reconnaissance with defense radar monitoring. *Ordnance Industry Automation*, 2018, 37(4): 5 – 9.
(孙魏, 伍度志. 基于防御雷达监控的多无人机协同侦察优化模型. 兵工自动化, 2018, 37(4): 5 – 9.)
- [27] ZHANG Shuangshuang. *Study on the path planning method of UAV group for environmental monitoring*. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2019.
(张爽爽. 环境监测的无人机群路径规划方法研究. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2019.)
- [28] YANG Jun, WANG Daobo, QU Zunzun, et al. Formation rendezvous route planning for multi-UAV based on cellular genetic algorithm.

- Machinery and Electronics*, 2018, 36(1): 26 – 30.
(杨军, 王道波, 渠尊尊, 等. 基于元胞遗传算法的多无人机编队集结路径规划. 机械与电子, 2018, 36(1): 26 – 30.)
- [29] WANG Zhenhua, ZHANG Weiguo, LI Guangwen. UAV path planning using improved multiobjective ant colony system. *Application Research of Computers*, 2009, 26(6): 2104 – 2106, 2109.
(王振华, 章卫国, 李广文. 基于改进多目标蚁群算法的无人机路径规划. 计算机应用研究, 2009, 26(6): 2104 – 2106, 2109.)
- [30] XU Jian, ZHOU Deyun, HUANG He. Multi UAV path planning based on improved genetic algorithm. *Aeronautical Computing Technique*, 2009, 39(4): 43 – 46.
(徐剑, 周德云, 黄鹤. 基于改进遗传算法的多无人机路径规划. 航空计算技术, 2009, 39(4): 43 – 46.)
- [31] WANG Qiong, LIU Meiwan, REN Weijian. A survey of common algorithms for UAV path planning. *Journal of Jilin University (Information Science)*, 2019, 37(1): 61 – 70.
(王琼, 刘美万, 任伟建. 无人机航迹规划常用算法综述. 吉林大学学报(信息科学版), 2019, 37(1): 61 – 70.)
- [32] PENG Jianliang, SUN Xiuxia, ZHU Fan. 3-D path planning with multi-constraints based on genetic algorithm. *Proceedings of the 27th Chinese Control Conference*. Beijing: Beihang University Press, 2008: 94 – 97.
(彭建亮, 孙秀霞, 朱凡. 基于遗传算法的多约束三维航迹规划方法研究. 中国自动化学会控制理论专业委员会第二十七届中国控制会议论文集. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008: 94 – 97.)
- [33] ZHANG C, ZHEN Z, WANG D, et al. UAV path planning method based on ant colony optimization. *The 2010 Chinese Control and Decision Conference*. Xuzhou, China: IEEE, 2010: 3790 – 3792.
- [34] QI Xiaogang, LI Bo, FAN Yingsheng, et al. A survey of mission planning on UAV system based on multi-constraints. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2019, 14(2): 1 – 14.
(齐小刚, 李博, 范英盛, 等. 多约束下无人机的任务规划研究综述. 智能系统学报, 2019, 14(2): 1 – 14.)
- [35] DI F C, BUTTAZZO G. Coverage path planning for UAVs photogrammetry with energy and resolution constraints. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2016, 83(3/4): 445 – 462.
- [36] ZHAO J W, ZHAO J J. Path planning of multi-UAVs concealment attack based on new A* method. *Proceedings of the 6th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, Hangzhou, China: IEEE, 2014: 401 – 404.
- [37] CHEN Qiuting, YE Maolin, CHEN Jianwei. *A route planning method for cluster UAV*. China: CN107037829A. Shenzhen: Guangdong Rongqi Intelligence Technology Co Ltd, 2017–08–11.
(陈秋婷, 叶茂林, 陈建伟. 一种集群无人机航线规划方法. 中国: CN107037829A. 深圳: 广东容祺智能科技有限公司, 2017–08–11.)
- [38] LIU Quanbin. Design method and practice of the shortest path optimization of tobacco transportation. *Summary of Selected Papers of 2014 Academic Annual Meeting of China Tobacco*. Beijing: China Tobacco, 2014: 197 – 198.
(刘权斌. 卷烟成品运输最短路径优化的设计方法与实践. 中国烟草学会2014年学术年会入选论文摘要汇编. 北京: 中国烟草学会, 2014: 197 – 198.)
- [39] ZHAN Zemei. A critical path algorithm based on dynamic programming. *Computer Knowledge and Technology*, 2019, 15(31): 215 – 217.
(詹泽梅. 一种基于动态规划法的关键路径算法. 电脑知识与技术, 2019, 15(31): 215 – 217.)
- [40] FENG Ailan, ZHANG Xiaoqing, KONG Jili. Combined strategy based on clustering and dynamic programming for picking routing in warehouse. *Operations Research and Management Science*, 2019, 28(8): 86 – 92.
(冯爱兰, 张小青, 孔继利. 基于聚类 and 动态规划的组合路径策略. 运筹与管理, 2019, 28(8): 86 – 92.)
- [41] TU Wenzhang, JIANG Liyu, HE Li. Path planning method based on voronoi map. *Guangdong Chemical Industry*, 2019, 46(14): 70, 58.
(涂文章, 蒋立宇, 何力. 基于维诺图的路径规划方法. 广东化工, 2019, 46(14): 70, 58.)
- [42] KHATIB O. Real time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *Proceedings of 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. St. Louis, MO, USA: IEEE, 2003: 500 – 505.
- [43] HART P, NILSSON N, RAPHAEL B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 1968, 4(2): 100 – 107.
- [44] PRIYADARSHI B K, HIMANSHU R, DAYAL R P. Path planning of humanoids based on artificial potential field method in unknown environments. *Expert Systems*, 2019, 36(2): 1 – 2.
- [45] LU Yanjun, LI Yueru. Trajectory planning of four rotor aircraft based on improved artificial potential field method. *Fire Control and Command Control*, 2018, 43 (11): 119 – 122, 127.
(卢艳军, 李月茹. 基于改进人工势场法的四旋翼飞行器航迹规划. 火力与指挥控制, 2018, 43(11): 119 – 122, 127.)
- [46] MIKAEL P S, SHARFINNA. Sampling-based A* algorithm for robot path planning. *The International Journal of Robotics Research*, 2014, 33(13): 1683 – 1708.
- [47] WANG C B, WANG L, QIN J. Path planning of automated guided vehicles based on improved A-Star algorithm. *The 2015 IEEE International Conference on Information and Automation*. Yunnan, China: IEEE, 2015: 2071 – 2076.
- [48] LI J, SUN X X. Route planning's method for unmanned aerial vehicles based on improved A-star algorithm. *Bing Gong Xue Bao*, 2008, 29(7): 788 – 792.
- [49] DAI Z Q, GUAN Y, GUAN R. Dynamic adjustment A* routing algorithm. *CICC-ITOE 2010 International Conference on Innovative Computing and Communication and 2010 Asia-Pacific Conference on Information Technology and Ocean Engineering*. Piscataway: IEEE Computer Society, 2010: 316 – 318.
- [50] XIAO Zibing, YUAN Dongli, QU Yaohong. Multi UAV cooperative path planning based on A* fixed length search algorithm. *Flight Dynamics*, 2012, 30(1): 92 – 96.
(肖自兵, 袁冬莉, 屈耀红. 基于A*定长搜索算法的多无人机协同航迹规划. 飞行力学, 2012, 30(1): 92 – 96.)
- [51] DORIGO M, BLUM C. Ant colony optimization theory: A survey. *Theoretical Computer Science*, 2005, 344(2/3): 243 – 278.
- [52] LUO Xu, WU Xiaojun. Application of ant colony optimization algorithm in WSN routing. *Computer Engineering and Science*, 2015, 37(4): 740 – 746.
(罗旭, 吴晓军. 蚁群优化算法在WSN路由中的应用研究. 计算机工程与科学, 2015, 37(4): 740 – 746.)
- [53] LI Shiyong. Progress in ant colony optimization algorithm and its application. *Computer Measurement and Control*, 2003, 11(12): 911 – 913, 917.
(李士勇. 蚁群优化算法及其应用研究进展. 计算机测量与控制, 2003, 11(12): 911 – 913, 917.)
- [54] CHEN J, YE F, JIANG T. Path planning under obstacle-avoidance constraints based on ant colony optimization algorithm. *The 2017 IEEE 17th International Conference on Communication Technology*. Chengdu, China: IEEE, 2017: 1434 – 1438.

- [55] GAO Hongyuan, HOU Yangyang, LIU Dandan. *A multi track planning method for clustered UAV Based on two-dimensional grid division*. China: CN107677273A. Harbin: Harbin Engineering University, 2018-02-09.
(高洪元, 侯阳阳, 刘丹丹. 一种基于二维栅格划分的集群无人机多航迹规划方法. 中国: CN107677273A. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018-02-09.)
- [56] CHI Kai, WU Daolong. *A control method of large-scale unmanned cluster based on improved ant colony algorithm*. China: CN109164826A. Xi'an: the 20th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, 2019-01-08.
(迟凯, 吴道龙. 一种基于改进蚁群算法的大规模无人集群控制方法. 中国: CN109164826A. 西安: 中国电子科技集团公司第二十研究所, 2019-01-08.)
- [57] NIU Juncan, WANG Zhongqing, ZHANG Pengjun. Path planning based on optimized ant colony algorithm under multi aircraft cooperative operation. *Journal of Zhongbei University (Natural Science Edition)*, 2019, 40(2): 137-142.
(牛俊财, 王忠庆, 张鹏军. 基于优化型蚁群算法在多机协同作战下的路径规划. 中北大学学报(自然科学版), 2019, 40(2): 137-142.)
- [58] GAO Hongyuan, SU Xue, HOU Yangyang. *Multi UAV path planning method based on cultural ant colony search mechanism*. China: CN107622327A. Harbin: Harbin Engineering University, 2017-09-15.
(高洪元, 苏雪, 侯阳阳. 基于文化蚁群搜索机制的多无人机航迹规划方法. 中国: CN107622327A. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2017-09-15.)
- [59] CHEN J, YE F, LI Y. Travelling salesman problem for UAV path planning with two parallel optimization algorithms. *The 2017 Progress in Electromagnetics Research Symposium-Fall*. Singapore: IEEE, 2017: 832-837.
- [60] MENG Xiangheng, WANG Shewei, TAO Jun. Research on route planning of multiple UAVs based on improved ant colony algorithm. *Computer Simulation*, 2008, 25(11): 56-59.
(孟祥恒, 王社伟, 陶军. 基于改进蚁群算法的多无人机航路规划研究. 计算机仿真, 2008, 25(11): 56-59.)
- [61] FANG Shengliang, YU Li, WANG Yafu. Trajectory planning of UAV based on particle swarm optimization algorithm. *Computer Simulation*, 2010, 27(8): 41-43.
(方胜良, 余莉, 汪亚夫. 基于粒子群优化算法的无人机航迹规划. 计算机仿真, 2010, 27(8): 41-43.)
- [62] CHEN Dong, ZHOU Deyun, FENG Qi. Trajectory planning of UAV based on particle swarm optimization algorithm. *Journal of Missile and Guidance*, 2007, 27(4): 340-342.
(陈冬, 周德云, 冯琦. 基于粒子群优化算法的无人机航迹规划. 弹箭与制导学报, 2007, 27(4): 340-342.)
- [63] YIN Wen, OUYANG Zhihua, ZHU Yahua, et al. Niche clonal selection algorithm for multimodal function optimization. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(5): 1100-1104.
(尹文, 欧阳智华, 朱亚华, 等. 多峰函数优化的多生境克隆选择算法. 系统工程与电子, 2010, 32(5): 1100-1104.)
- [64] CAI Q, LONG T, WANG Z, et al. Multiple paths planning for UAVs using particle swarm optimization with sequential niche technique. *The 2016 Chinese Control and Decision Conference*. Yinchuan, China: IEEE, 2016: 4730-4734.
- [65] YU Hongda, WANG Congqing, JIA Feng. Path planning for multiple UAVs based on hybrid particle swarm optimization with differential evolution. *Electronics Optics & Control*, 2018, 23(5): 26-29, 49.
(于鸿达, 王从庆, 贾峰. 一种基于差分进化混合粒子群算法的多无人机航迹规划. 光电与控制, 2018, 23(5): 26-29, 49.)
- [66] LIAN Qingpo, WANG Hongjian, YUAN Jianya. Particle swarm optimization based collaborative collision avoidance method for USV clusters. *Systems Engineering and Electronic Technology*, 2019, 41(9): 2034-2040.
(练青坡, 王宏健, 袁建亚. 基于粒子群优化算法的USV集群协同避碰方法. 系统工程与电子技术, 2019, 41(9): 2034-2040.)
- [67] GENG Q, ZHAO Z. A kind of route planning method for UAV based on improved PSO algorithm. *The 2013 25th Chinese Control and Decision Conference*. Guiyang, China: IEEE, 2013: 2328-2331.
- [68] WANG Q, ZHANG A, QI L. Three-dimensional path planning for UAV based on improved PSO algorithm. *The 26th Chinese Control and Decision Conference*. Changsha, China: IEEE, 2014: 3981-3985.
- [69] PANG Qiangwei, HU Yongjiang, LI Wenguang. Path planning algorithm for multi-UAVs cooperative reconnaissance on multiple targets. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2019, 27(3): 340-348.
(庞强伟, 胡永江, 李文广. 多无人机多目标协同侦察航迹规划算法. 中国惯性技术学报, 2019, 27(3): 340-348.)
- [70] LI J H, HUANG Y B, XU Z, et al. Path planning of UAV based on hierarchical genetic algorithm with optimized search region. *2017 13th IEEE International Conference on Control & Automation*. Ohrid: IEEE, 2017: 1033-1038.
- [71] ZEYAD Q H A, NADIA A A, KAIS S I. A modified genetic algorithm path planning for intelligent autonomous mobile robot. *Inventi Rapid Algorithm*, 2012, (3): 1-5.
- [72] OZALP N, SAHINGOZ O K. Optimal UAV path planning in a 3D threat environment by using parallel evolutionary algorithms. *The 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Atlanta, GA: IEEE, 2013: 308-317.
- [73] LI H, FU Y, ELGAZZAR K, et al. Path planning for multiple unmanned aerial vehicles using genetic algorithms. *The 2009 Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering*. Labrador, Canada: IEEE, 2009: 1129-1132.
- [74] LIU Chao. Route planning method of multiple UAVs based on improved genetic algorithm. *Fire Control and Command Control*, 2019, 44(1): 20-24.
(刘超. 基于改进遗传算法的多无人机航路规划方法. 火力与指挥控制, 2019, 44(1): 20-24.)
- [75] XU Guoxun, LIANG Xiaolong, ZHANG Jiaqiang, et al. Simulation research on path planning of aircraft swarms attacking multi-target group. *Computer Simulation*, 2017, 34(6): 53-56.
(徐国训, 梁晓龙, 张佳强, 等. 航空集群多目标群攻击路径规划仿真研究. 计算机仿真, 2017, 34(6): 53-56.)
- [76] ERNEST N, COHEN K, SCHUMACHER C. Collaborative tasking of UAV's using a genetic fuzzy approach. *The 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition Grapevine*. Grapevine, Texas: AIAA, 2013. <https://doi.org/10.2514/6.2013-1032>.
- [77] XIE Jun, GENG Jiali, ZHANG Ping, et al. Study on the problem of minimizing the cooperative detection time of multi-UAVs. *Journal of Hangzhou Dianzi University (Natural Sciences)*, 2017, 37(6): 95-99.
(谢军, 耿家利, 张萍, 等. 多无人机协同探测时间最小化问题的研究. 杭州电子科技大学学报: 自然科学版, 2017, 37(6): 95-99.)
- [78] LIU Wenbing, WANG Yidong. Path planning of multi-UAV cooperative search for multiple targets. *Electronics Optics & Control*, 2019, 26(3): 35-38, 73.
(刘文兵, 王艺栋. 多无人机协同搜索多目标的路径规划问题研究. 光电与控制, 2019, 26(3): 35-38, 73.)
- [79] XIAO Chunhui, ZOU Yuanyuan, LI Shaoyuan. Path planning of multi-target points for multi UAV in obstacle area. *Space Control*

- Technology and Application*, 2019, 45(4): 46 – 52.
(肖春晖, 邹媛媛, 李少远. 有障碍区域的多无人机多目标点路径规划. 空间控制技术与应用, 2019, 45(4): 46 – 52.)
- [80] EUN Y B H. Cooperative task assignment/path planning of multiple unmanned aerial vehicles using genetic algorithm. *Journal of Aircraft*, 2009, 46(1): 338 – 343.
- [81] XIA Rui, ZHAO Lei, WU Shuyu, et al. Cooperative path planning of UAV based on artificial bee colony algorithm. *Wireless Internet Technology*, 2018, 15(13): 13 – 21.
(夏瑞, 赵磊, 吴书宇, 等. 基于人工蜂群算法的无人机协同路径规划. 无线互联科技, 2018, 15(13): 13 – 21.)
- [82] LAMONT G B, LEAR J N, MELENDEZ K. UAV swarm mission planning and routing using multi-objective evolutionary algorithms. *Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making*. Washington, USA: IEEE, 2007: 10 – 20.
- [83] ZHENG Changwen, LI Lei, XU Fanjiang, et al. Multi path planning of UAV Based on evolutionary computation. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(2): 105 – 109, 117.
(郑昌文, 李磊, 徐帆江, 等. 基于进化计算的无人飞行器多航迹规划. 宇航学报, 2005, 26(2): 105 – 109, 117.)
- [84] SHI Zhanwei, ZHOU Chengping, DING Mingyue. Cooperative path planning of multiple unmanned aerial vehicles based on evolutionary computation. *Tactical Missile Technology*, 2007, (5): 51 – 55.
(史战伟, 周成平, 丁明跃. 基于进化计算的多无人飞行器协同航迹规划. 战术导弹技术, 2007, (5): 51 – 55.)
- [85] CHEN X, AI Y D. Multi-UAV path planning based on improved neural network. *The 30th Chinese Control and Decision Conference*. Shenyang, China: IEEE, 2018: 355 – 360.
- [86] LI Yanqing. *Cooperative path planning for region surveillance of multi-UAV based on genetic algorithm and deep reinforcement learning*. Xi'an: Xidian University, 2018.
(李艳庆. 基于遗传算法和深度强化学习的多无人机协同区域监视的航路规划. 西安: 西安电子科技大学, 2018.)
- [87] ZHANG B, MAO Z, LIU W. Geometric reinforcement learning for path planning of UAVs. *Journal of Intelligent & Robotic Systems: Theory & Applications*, 2015, 77(2): 391 – 409.
- [88] DING Lin, GAO Xiaoguang, WANG Jian, et al. Research on method of multiple UAVs cooperative path planning for pop-up threats. *Fire Control and Command Control*, 2005, 30(7): 5 – 8.
(丁琳, 高晓光, 王健, 等. 针对突发威胁的无人机多机协同路径规划的方法. 火力与指挥控制, 2005, 30(7): 5 – 8.)
- [89] JIANG Jin. *Research on dynamic collision avoidance algorithms for UAV cluster*. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019.
(蒋进. 无人机集群动态避撞算法研究. 南京: 南京航空航天大学, 2019.)
- [90] WANG Yiran, JING Xiaochuan, TIAN Tao. Multi-agent path planning based on reinforcement learning. *Computer Application and Software*, 2019, 36(8): 165 – 171.
(王毅然, 经小川, 田涛. 基于强化学习的多Agent路径规划方法研究. 计算机应用与软件, 2019, 36(8): 165 – 171.)

作者简介:

杨旭 硕士研究生, 目前研究方向为计算智能与优化, E-mail: yangxunudt@gmail.com;

王锐 副研究员, 博士, 目前研究方向为智能优化理论方法及其应用, E-mail: ruiwangnudt@gmail.com;

张涛 教授, 博士, 目前研究方向为复杂系统建模与优化、能源互联网技术、智慧能源管理技术, E-mail: zhangtao@nudt.edu.cn.