

论PID与自耦PID控制理论方法

曾喆昭[†], 陈泽宇

(长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘要: PID增益鲁棒性差的突出问题引起了作者质疑PID控制理论的动机, 提出了自耦PID协同控制理论方法, 意外解决了PID增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的科学问题, 形成了前期研究成果。然而, 前期成果没有科学阐明自耦PID控制律及其整定规则的理论依据, 没有科学揭示PID潜在的基础理论问题。为此, 本文通过PID控制系统的物理属性分析, 首次揭示了PID御用概念会引起量纲冲突与不协调控制机理两个矛盾, 提出了解决这两个矛盾的科学设想。本文研究不仅阐明了纠错PID御用概念的必要性和迫切性, 科学解释了自耦PID控制律及其整定规则的理论依据, 而且开创了遵循量纲匹配原则的控制理论发展方向, 具有重要科学意义。

关键词: PID控制; 自耦PID; 物理属性; 量纲匹配; 协同控制机理

引用格式: 曾喆昭, 陈泽宇. 论PID与自耦PID控制理论方法. 控制理论与应用, 2020, 37(12): 2654–2662

DOI: 10.7641/CTA.2020.00167

On control theory of PID and auto-coupling PID

ZENG Zhe-zhao[†], CHEN Ze-yu

(College of Electrical and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan 410114, China)

Abstract: The prominent problem for poor robustness of PID gains has caused the author to question the PID control theory, and proposed the cooperative control theory method of auto-coupling PID (ACPID), which accidentally solved the scientific problem of poor robustness of PID gain and poor robustness of anti-disturbance, and formed the early research results. However, the previous achievements did not scientifically clarify the theoretical basis of the ACPID control law and its setting rules, and did not scientifically reveal the underlying theoretical problems of PID. Therefore, through the physical attribute analysis of PID control system, this paper revealed for the first time the two contradictions of dimension conflict and discordant control mechanism caused by the PID imperial concept, and proposed the scientific assumption to solve these two contradictions. This paper not only clarified the necessity and urgency to correct the PID imperial concept, scientifically explained the theoretical basis of the ACPID control law and its setting rules, but also created the development direction of the control theory following the principle of dimensional matching, which has important scientific significance.

Key words: PID control; auto-coupling PID; physical attribute; dimensional matching; cooperative control mechanism

Citation: ZENG Zhezhao, CHEN Zeyu. On control theory of PID and auto-coupling PID. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(12): 2654–2662

1 引言

比例-积分-微分(proportional-integral-differential, PID)控制的精髓就是根据被控对象的实际值与期望值(控制目标)之间的偏差来形成控制策略, 只要合理整定PID增益使闭环控制系统稳定就能够实现控制目标, 这正是经典PID控制方法获得广泛应用的根本原因^[1–4]。然而, PID问世近百年来, 国内外几代学者都专注于增益的整定方法研究, 而忽视了PID控制系统的基础理论研究。事实上, 国内外每年发表PID整定方法的论文多达数万篇, 主要分为传统整定方法^[5–7]和

现代整定方法^[8–27]两大类。现有整定方法都集中表明: 尽管PID控制律不依赖于被控对象模型, 然而, PID增益却与被控对象、工况状态或外部扰动等密切相关, 表明PID增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的突出问题已成为不容争辩的客观事实。确切地说, 针对不同的被控对象, PID增益参数千差万别; 针对同一个被控对象, 即便是已整定好的PID控制器, 一旦工况状态发生变化、或模型参数存在时变、或存在外部扰动等情况下, 都需要重新整定PID增益。

在深入系统掌握PID控制、自抗扰控制(auto dist-

收稿日期: 2020–03–25; 录用日期: 2020–08–10。

[†]通信作者. E-mail: 508984293@qq.com; Tel.: +86 13007316699.

本文责任编辑: 夏元清。

湖南省教育厅重点项目(17A006)资助。

Supported by the Key Subject of Education Department of Hunan Province (17A006).

urbance rejection control, ADRC)和滑模控制(sliding model control, SMC)的基础上, 通过比较研究, 深刻认识了PID增益鲁棒性差和抗扰动鲁棒性也差的突出问题, 萌发了质疑PID控制理论的动机。尽管比例、积分和微分是3个不同属性的物理环节, 然而却都与误差有关, 因而这3个不同环节之间一定存在内在必然关系。根据该思想观点, 作者创造性引入了速度因子 z_c (量纲: 1/s)的概念, 并根据闭环控制系统的稳定性要求, 建立了以速度因子 z_c 为核心联系因子的自耦PID(auto-coupling PID, ACPID)控制律及其增益整定规则(或称之为量纲换算规则), 形成初步研究成果^[28-30], 分别如下:

1) ACPID控制律及其整定规则。

① ACPID控制律:

$$u = \frac{z_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2}{b_0}. \quad (1)$$

② ACPID整定规则:

$$\begin{cases} k_i = z_c^3, \\ k_p = 3z_c^2, \\ k_d = 3z_c. \end{cases} \quad (2)$$

2) ACPD控制律及其整定规则。

① ACPD控制律:

$$u = \frac{z_c^2 e_1 + 2z_c e_2}{b_0}. \quad (3)$$

② ACPD整定规则:

$$\begin{cases} k_p = z_c^2, \\ k_d = 2z_c. \end{cases} \quad (4)$$

3) ACPI控制律及其整定规则。

① ACPI控制律:

$$u = \frac{z_c^2 e_0 + 2z_c e_1}{b_0}. \quad (5)$$

② ACPI整定规则:

$$\begin{cases} k_i = z_c^2, \\ k_p = 2z_c, \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$z_c > 0, e_1 = r - y, e_0 = \int_0^t e_1 d\tau, e_2 = \dot{e}_1, b_0 \neq 0.$$

显然, 速度因子 z_c 不仅定义了各增益的物理属性, 明确了各增益的量纲换算规则, 而且还是各增益之间内在必然关系的核心联系因子。在 z_c 的同一协调指挥下, 使得比例控制力、积分控制力和微分控制力能够实现功能各异且目标一致的协同控制机理, 意外解决了PID控制系统存在增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的突出问题。然而, 前期成果没有科学阐明形成ACPID控制理论(曾先后称之为扰动感知控制和智慧PID控

制)的科学依据, 特别是没有科学阐明形成增益整定规则(量纲换算规则)的理论依据。为此, 近两年来一直围绕PID和ACPID做深入系统的探索研究, 发现了一种能够科学揭示PID潜在理论缺陷以及阐明ACPID控制理论依据的科学方法, 即PID控制系统的物理属性分析方法。

PID控制系统的物理属性科学揭示了纠错PID御用概念“无量纲比例增益与相互独立增益”的必要性和迫切性。在此基础上, 本文深入系统探索了各增益的量纲换算规则, 不仅科学阐明了形成ACPID控制律及其整定规则的理论依据, 而且还科学解决了PID控制系统存在“量纲冲突”与“不协调控制机理”两个矛盾问题, 进而科学引导了无论经典控制理论还是现代控制理论都应该遵循量纲匹配原则的控制理论思想。

2 PID控制系统物理属性

2.1 被控系统物理属性

1) 一阶系统的物理属性。

设任意一阶系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = f(y_1) + b_0 u, \\ y = y_1, \end{cases} \quad (7)$$

其中: u 和 y 分别是系统的输入和输出; $f(y_1)$ 是已知或未知线性或非线性光滑函数; y_1 是系统的状态; $b_0 \neq 0$ 是控制系数。

为了便于分析, PI控制系统如图1所示, 其中 r 是系统期望输出。

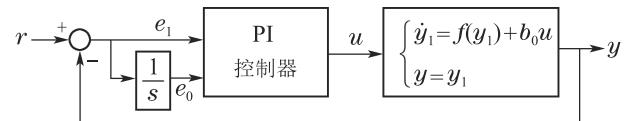


图 1 PI闭环控制系统

Fig. 1 PI closed-loop control system

设 $y = y_1$ 是广义位移, 由系统(7)可知, \dot{y}_1 则是广义速度。因此, 根据量纲对称原则: 系统(7)的模型函数 $f(y_1)$ 以及控制输入 $b_0 u$ 都具有广义速度的量纲属性。由于系统(7)的控制输入 $b_0 u$ 来自于PI控制器的输出 $b_0 u$, 属于同一物理量, 根据量纲匹配原则, 要求PI控制器的输出 $b_0 u$ 也应该具备广义速度的量纲属性。

2) 二阶系统的物理属性。

设任意二阶被控系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f(y_1, y_2) + b_0 u, \\ y = y_1, \end{cases} \quad (8)$$

其中: u 和 y 分别是系统的输入和输出; $f(y_1, y_2)$ 是已知或未知线性或非线性光滑函数; y_1 和 y_2 是系统的两个状态; $b_0 \neq 0$ 是控制系数。

为了便于分析, PID控制系统如图2所示, 其中 r 是系统期望输出。

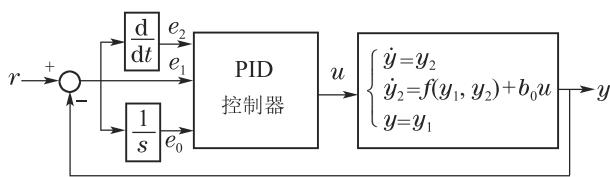


图 2 PID闭环控制系统

Fig. 2 PID closed-loop control system

设 $y = y_1$ 是广义位移, 由系统(8)可知: y_2 则是广义速度, \dot{y}_2 则是广义加速度。因此, 根据量纲对称原则: 系统(8)的模型函数 $f(y_1, y_2)$ 以及系统输入 b_0u 都具有广义加速度的量纲属性。由于系统(8)的控制输入 b_0u 来自于PID控制器的输出 b_0u , 属于同一物理量, 根据量纲匹配原则, 要求PID控制器的输出 b_0u 也应该具备广义加速度的量纲属性。

以此类推, 对于任意三阶系统而言, 其系统控制输入 b_0u 具有广义加速度的量纲属性, 因此, 无论使用经典控制理论方法还是现代控制理论方法设计的控制器输出 b_0u , 也应该要求广义加速度的量纲属性。

2.2 PID控制器的物理属性

1) PID增益的御用概念.

在PID控制理论中, 通常使用默认的PID御用概念“无量纲比例增益与相互独立增益”, 即: k_p 是无量纲比例增益; 且比例增益 k_p 、积分增益 k_i 以及微分增益 k_d 是相互独立的增益变量。

尽管PID增益之间存在相互关系: $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ 和 $k_d = k_p T_d$, 其中 T_i 和 T_d 分别是独立的积分时间常数和微分时间常数, 其量纲均为秒。然而, 通常默认 k_p , T_i 和 T_d 是相互独立的变量, 因而 k_p 与 k_i 之间的关系 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ 存在很大不确定性, 客观而言, k_i 与 k_p 是相互独立的; 同理, k_d 与 k_p 以及 k_i 与 k_d 也都是相互独立的, 因而 k_p , k_i 和 k_d 是相互独立的增益变量, 在PID的实际控制过程中也是如此考虑。

2) PID各环节的物理属性.

不失一般性, 设系统(7)–(8)的实际输出 $y = y_1$ 与期望输出 r 均为广义位移, 且 $y_2 = \dot{y}_1$ 和 \dot{r} 均为广义速度, 相关物理量的量纲属性分别如下:

① 跟踪误差: $e_1 = r - y$ 是广义位移偏差, 具有广义位移的量纲属性;

② 误差积分: $e_0 = \int_0^t e_1 d\tau$ 具有广义位移·秒的量纲属性;

③ 误差微分: $e_2 = \dot{e}_1 = \dot{r} - \dot{y}_2$ 是广义速度偏差, 具有广义速度的量纲属性。

3) PID控制律(控制力)的物理属性.

对 e_1 , e_0 和 e_2 进行加权求和构成的PID控制律(或控制力) u 为

$$u = \frac{k_p(e_1 + \frac{e_0}{T_i} + e_2 T_d)}{b_0}, \quad (9)$$

或

$$u = \frac{k_p e_1 + k_i e_0 + k_d e_2}{b_0}, \quad (10)$$

其中: $k_i = \frac{k_p}{T_i}$, $k_d = k_p T_d$.

由式(9)可知: PID控制输出 b_0u 可表示为

$$b_0u = k_p(e_1 + \frac{e_0}{T_i} + e_2 T_d). \quad (11)$$

根据 e_1 , e_0 和 e_2 的广义物理属性可知: $(e_1 + \frac{e_0}{T_i} + e_2 T_d)$ 中的每一项都只有广义位移的量纲属性, 因此, 无量纲比例增益 k_p 会使式(11)的PID控制输出 b_0u 只有广义位移的量纲属性。同理, 无量纲 k_p 会使PI控制输出

$$b_0u = k_p(e_1 + \frac{e_0}{T_i})$$

以及PD控制输出 $b_0u = k_p(e_1 + e_2 T_d)$ 也都只有广义位移的量纲属性。

综上, 无量纲 k_p 会使PID(包括PI和PD)控制输出 b_0u 只有广义位移的量纲属性。

3 量纲冲突与不协调控制机理

3.1 量纲冲突

1) PI控制输出与一阶系统输入之间的量纲冲突.

由第2.1节可知, 任意一阶系统的控制输入 b_0u 具有广义速度的量纲属性, 因而要求PI控制输出 b_0u 也应该具有广义速度的量纲属性。然而, 由第2.2节可知: 无量纲 k_p 会导致PI控制输出 b_0u 只有广义位移的量纲属性, 表明PI控制输出与任意一阶系统控制输入之间同一物理量 b_0u 存在“量纲冲突”矛盾。

2) PID或PD控制输出与二阶系统输入之间的量纲冲突.

由第2.1节可知, 任意二阶系统的控制输入 b_0u 具有广义加速度的量纲属性, 因而要求PID或PD控制输出 b_0u 也应该具有广义加速度的量纲属性。然而, 由第2.2节可知: 无量纲 k_p 会导致PID或PD控制输出 b_0u 只有广义位移的量纲属性, 表明PID或PD控制输出与任意二阶系统控制输入之间同一物理量 b_0u 存在“量纲冲突”矛盾。

综上, 无量纲 k_p 会使PID(包括PD与PI)控制输出 b_0u 都只有广义位移的量纲属性, 而任意一阶或二阶系统的控制输入 b_0u 则分别要求广义速度或广义加速度的量纲属性, 表明PID控制输出与任意一阶或二阶系统的输入之间, 同一物理量 b_0u 却存在量纲冲突的矛盾。显然, 纠错“无量纲比例增益”的御用概念不仅

科学揭示了理论的必要性,而且也反映了实际控制工程的迫切性。

3.2 不协调控制机理

根据PID御用概念“无量纲比例增益与相互独立增益”,使用相互独立的 k_p , k_i 和 k_d 分别形成的比例控制力 $u_p = \frac{k_p e_1}{b_0}$ 、积分控制力 $u_i = \frac{k_i e_0}{b_0}$ 以及微分控制

力 $u_d = \frac{k_d e_2}{b_0}$ 也是相互独立的,它们在控制过程中很

可能表现出各自为阵的“不协调控制机理”矛盾,因而科学揭示了纠错“相互独立增益”御用概念的必要性与迫切性。

总之,根据PID御用概念,PID控制系统不仅存在量纲冲突矛盾,而且也存在各自为阵的不协调控制机理矛盾。不难想象,正因为PID御用概念引起的这两个矛盾才会导致PID增益鲁棒性差和抗扰动鲁棒性差的突出问题,因此,纠错PID御用概念是一项开创性的探索研究工作。具体而言,需要从两个方面进行探索研究:其一是科学定义比例增益的量纲属性,以纠错无量纲比例增益的御用概念;其二是深入系统探索PID增益之间的内在关系,以纠错相互独立增益的御用概念。

4 纠错PID御用概念的科学设想

由于PID御用概念是导致PID控制系统存在“量纲冲突”与“不协调控制机理”两个矛盾的理论根源,因此,纠错PID御用概念已成为本文的核心研究焦点。

4.1 阐明比例增益的量纲属性

具体而言,根据PID控制输出 $b_0 u$ 与系统控制输入 $b_0 u$ 之间的量纲匹配原则,纠错PID御用概念涉及的核心问题之一是纠错无量纲比例增益的御用概念。

1) 任意一阶系统要求PI控制器的比例增益量纲为 $1/s$,即 $k_p \propto s^{-1}$.

由第2.1节可知:任意一阶系统的控制输入 $b_0 u$ 具有广义速度的量纲属性;由第2.2节可知:为了遵循量纲匹配原则,只要定义比例增益 k_p 具有 $1/s$ 的量纲属性,即 $k_p \propto s^{-1}$,则可使PI控制器输出 $b_0 u$ 满足广义速度的量纲属性: $b_0 u = k_p(e_1 + \frac{e_0}{T_i})$.

2) 任意二阶系统要求PID或PD控制器的比例增益量纲为 $1/s^2$,即 $k_p \propto s^{-2}$.

由第2.1节可知:任意二阶系统的控制输入 $b_0 u$ 具有广义加速度的量纲属性;由第2.2节可知:为了遵循量纲匹配原则,只要定义比例增益 k_p 具有 $1/s^2$ 的量纲属性,即 $k_p \propto s^{-2}$,则可使PID或PD控制输出 $b_0 u$ 分别满足广义加速度的量纲属性,即分别为

$$b_0 u = k_p(e_1 + \frac{e_0}{T_i} + e_2 T_d)$$

或 $b_0 u = k_p(e_1 + e_2 T_d)$.

显然,只有科学定义了 k_p 的量纲属性,才能科学解决PID控制输出 $b_0 u$ 与被控系统输入 $b_0 u$ 之间同一物理量的“量纲冲突”问题。

4.2 阐明PID增益之间的内在关系

尽管比例、积分和微分是3个不同属性的物理环节,然而却都与误差有关,因而三者之间一定存在内在必然关系。因此,纠错PID御用概念涉及的核心问题之二是探索PID增益之间的内在关系,以纠错相互独立增益的御用概念。

1) PI控制器增益之间应该满足内在关系 $k_i \propto k_p^2$.

由于PI控制器适合于一阶系统的控制,为了实现PI控制输出 $b_0 u$ 与任意一阶系统控制输入 $b_0 u$ 之间的量纲匹配关系,由第4.1节可知,要求比例增益的量纲属性为 $k_p \propto s^{-1}$;再根据 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ 的关系,则有 $k_i \propto s^{-2}$,因而要求PI控制器增益之间应该满足内在关系 $k_i \propto k_p^2$.

2) PID控制器增益之间应该满足内在关系 $k_i \propto k_d^3$ 与 $k_p \propto k_d^2$.

由于PID控制器适合于二阶系统的控制,为了实现PID控制输出 $b_0 u$ 与任意二阶系统输入 $b_0 u$ 之间的量纲匹配关系,由第4.1节可知:要求比例增益的量纲属性为 $k_p \propto s^{-2}$;再根据 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ 与 $k_d = k_p T_d$ 的关系,则有 $k_p \propto s^{-2}$, $k_i \propto s^{-3}$, $k_d \propto s^{-1}$,因而要求PID控制器增益之间应该满足内在关系 $k_i \propto k_d^3$ 与 $k_p \propto k_d^2$.

3) PD控制器增益之间应该满足内在关系 $k_p \propto k_d^2$.

由于PD控制器适合于二阶系统的控制,为了实现PD控制输出 $b_0 u$ 与任意二阶系统输入 $b_0 u$ 之间的量纲匹配原则,由第4.1节可知:要求比例增益的量纲属性为 $k_p \propto s^{-2}$;再根据 $k_d = k_p T_d$ 的关系,则有 $k_d \propto s^{-1}$,因而要求PD控制器的增益之间应该满足内在关系 $k_p \propto k_d^2$.

然而,上述增益之间的内在关系只是各增益量纲属性之间的定性关系,为了获得增益之间的定量关系,需要做进一步深入系统的探索研究。

4.3 科学阐明自耦PID控制律的理论依据

本文通过PID控制系统的物理属性分析,科学揭示了PID御用概念会导致PID控制系统出现量纲冲突与不协调控制机理的两个矛盾,科学阐明了纠错PID御用概念的必要性和科学设想,科学解释了ACPID(包括ACPI和ACPD)控制律及其增益的量纲换算规则(增益整定规则),分别见式(1)~(6).

① 由式(1)可知,ACPID控制输出:

$$b_0 u = z_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2,$$

具有广义加速度的量纲属性,与任意二阶系统控制输入 $b_0 u$ 要求的量纲属性相匹配;

② 由式(3)可知, ACPD控制输出

$$b_0 u = z_c^2 e_1 + 2z_c e_2,$$

也具有广义加速度的量纲属性, 与任意二阶系统控制输入 $b_0 u$ 要求的量纲属性相匹配;

③ 由式(5)可知, ACPI控制输出

$$b_0 u = z_c^2 e_0 + 2z_c e_1,$$

具有广义速度的量纲属性, 与任意一阶系统控制输入 $b_0 u$ 要求的量纲属性相匹配.

综上, 速度因子 z_c 不仅实现了ACPID(包括ACPI和ACPD)控制输出与系统输入之间同一物理量 $b_0 u$ 的量纲匹配问题, 而且还建立了ACPID增益之间的内在定量关系. 由于ACPID增益整定规则就是增益的量纲换算规则, 因而科学纠正了PID御用概念“无量纲比例增益与相互独立增益”的历史性错误.

5 鲁棒稳定性分析

为了分析ACPID(包括ACPI和ACPD)控制理论方法的有效性, 下面以ACPID控制系统为例进行理论分析. 为节省篇幅, 省去了ACPI和ACPD控制系统的理论分析.

定理1 当且仅当 $z_c > 0$ 时, ACPID闭环控制系统是有界输入有界输出稳定的.

证 在外部扰动情况下, 系统(8)可改写为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f(y_1, y_2) + b_0(d + u), \\ y = y_1. \end{cases} \quad (12)$$

设系统(12)的期望输出为 r , 则有误差及其积分和微分分别为

$$e_1 = r - y, \quad e_0 = \int_0^t e_1 d\tau, \quad e_2 = \dot{e}_1 = \ddot{r} - y_2.$$

定义总和扰动为 $y_3 = f(y_1, y_2) + b_0 d$, 则有 $\dot{e}_2 = \ddot{r} - \dot{y}_2 = \ddot{r} - y_3 - b_0 u$. 考虑到

$$\dot{e}_0 = e_1, \quad \dot{e}_1 = e_2, \quad \dot{e}_2 = \ddot{r} - y_3 - b_0 u.$$

据此可以建立一个受控误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, \\ \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \hat{y}_3 - b_0 u, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\hat{y}_3 = \ddot{r} - y_3$.

将式(1)定义的ACPID控制律代入受控误差系统(13), 可得闭环控制系统如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, \\ \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \hat{y}_3 - z_c^3 e_0 - 3z_c^2 e_1 - 3z_c e_2. \end{cases} \quad (14)$$

显然, ACPID闭环控制系统(14)实际上是一个在总和扰动 \hat{y}_3 激励下的误差系统, 而且是一个因果系统. 考虑到初始状态: $e_0^- = 0, e_1^- \neq 0, e_2^- \neq 0$, 因此, 对

系统(14)取单边拉普拉斯变换, 并整理得

$$E_1(s) = E_{1x}(s) + \frac{s}{(s + z_c)^3} \hat{Y}_3(s), \quad (15)$$

其中: 系统(15)的第1项是零输入响应 $E_{1x}(s)$; 第2项是零状态响应 $E_{1f}(s)$, 即

$$E_{1x}(s) = \frac{e_1^- s^2 + (e_2^- + 3e_1^- z_c)s}{(s + z_c)^3},$$

$$E_{1f}(s) = \frac{s}{(s + z_c)^3} \hat{Y}_3(s).$$

定义闭环系统的传输函数为

$$H(s) = \frac{E_{1f}(s)}{\hat{Y}_3(s)} = \frac{s}{(s + z_c)^3}. \quad (16)$$

当 $z_c > 0$ 时, 由于 $H(s)$ 在复频域的左半平面有唯一的三重实极点 $s_p = -z_c < 0$, 因而系统(16)或系统(15)是有界输入有界输出稳定的. 证毕.

定理2 设总和扰动有界 $|y_3| < \infty$, 则当且仅当 $z_c > 0$ 时, ACPID控制系统具有良好的抗总和扰动鲁棒性. 其中, 总和扰动为 $y_3 = f(y_1, y_2) + b_0 d$; $f(y_1, y_2)$ 是任意二阶系统的已知或未知模型函数; d 是未知外部有界扰动.

证 根据系统传输函数(16), 闭环系统(15)可改写为

$$E_1(s) = E_{1x}(s) + H(s) \hat{Y}_3(s), \quad (17)$$

其中 $E_{1x}(s) = e_1^- s H(s) + (e_2^- + 3e_1^- z_c) H(s)$.

由系统(16), 可得单位冲激响应为

$$h(t) = t(1 - 0.5z_c t) \exp(-z_c t). \quad (18)$$

因此, 闭环系统(17)的时域解可表示为

$$e_1(t) = e_{1x}(t) + h(t) * \hat{y}_3(t), \quad (19)$$

其中: $e_{1x}(t) = e_1^- \dot{h}(t) + (e_2^- + 3e_1^- z_c) h(t)$; “*” 表示卷积积分运算.

由式(19)可得误差的微分 $e_2(t) = \dot{e}_1(t)$ 如下:

$$e_2(t) = e_{2x}(t) + \dot{h}(t) * \hat{y}_3(t), \quad (20)$$

其中 $e_{2x}(t) = e_1^- \ddot{h}(t) + (e_2^- + 3e_1^- z_c) \dot{h}(t)$.

当 $|\ddot{r}| < \infty, |y_3| < \infty$ 时, 由 $\hat{y}_3 = \ddot{r} - y_3$, 则必有下式不等式成立:

$$|\hat{y}_3| = |\ddot{r} - y_3| < |\ddot{r}| + |y_3| < \infty.$$

根据式(18), 当 $z_c > 0$ 时,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{h}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{h}(t) = 0,$$

因此, 只要 $|y_3| < \infty$, 则必有 $|\hat{y}_3| < \infty$, 从而有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = 0.$$

以上分析表明: 当 $z_c > 0$ 时, 只要满足 $|y_3| < \infty$, 闭环系统(14)则可以从任意不为零的初始误差状态 ($e_1^- \neq 0, e_2^- \neq 0$) 向稳定的平衡点原点 $(0, 0)$ 趋近, 理

论上可以实现零误差跟踪控制。当 $z_c > 0$ 时, 由于 $e_1 \rightarrow 0$ 和 $e_2 \rightarrow 0$ 只与 $|y_3| < \infty$ 有关, 与 y_3 的具体模型毫无关系, 因此, ACPID闭环控制系统具有良好的抗总和扰动鲁棒性, 包括抗外部扰动鲁棒性、抗时变鲁棒性、抗耦合鲁棒性等。证毕。

6 自适应速度因子

由上述各定理及其证明可知: 当且仅当 $z_c > 0$ 时, ACPID(包括ACPI和ACPD)控制系统是有界输入有界输出稳定的, 表明速度因子具有很大的整定裕度, 因而ACPID控制系统是大范围稳定的。当 z_c 较大时, 由于比例控制力特别是积分控制力较大, 尽管可以加快系统的响应速度、增强抗扰动能力, 然而, 也很可能会使系统输出存在超调现象, 并使控制力出现震荡现象, 不利于执行机构; 当 z_c 较小时, 由于比例控制力和积分控制力都较小, 因而不仅会降低系统的响应速度, 而且也会降低稳态控制精度和抗扰动能力。因此, 为了获得控制系统良好的动态品质与稳态性能, 应该使用自适应速度因子。

考虑到被控系统的控制输入 u 来自于ACPID的控制输出 u , 因此, ACPID控制器的速度因子 z_c 与被控对象的动态速度一定存在外在的必然关系。假设被控对象的时间尺度为 τ , 那么, τ 越小, 被控对象的动态速度则越大, 否则反之, 因此, 被控对象的动态速度可以表示为 $\frac{1}{\tau}$ 。然而, 对于非线性系统而言, τ 是一个既具体又有抽象的物理量, 难以由理论或实验来获取 τ 。为此, 本文引入另一个时间物理量 T_r , 并称之为控制系统的过渡过程时间(控制系统由动态过程进入稳态过程的时间), 且设 $T_r = 10\tau$, 因此, 被控对象的动态速度 $\frac{1}{\tau}$ 可以间接表示为 $\frac{1}{T_r} = \frac{10}{T_r}$ 。

6.1 ACPI控制器的自适应速度因子

根据ACPI整定规则(6): $k_p = 2z_c$, $k_i = z_c^2$, 并考虑到PI增益关系 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$, 可得ACPI控制器的速度因子为 $z_c = \frac{2}{T_i}$ 。为了保证ACPI控制器能够有效控制任意一阶对象, 要求ACPI的速度因子满足不等式

$$z_c = \frac{2}{T_i} > \frac{2}{\tau} = \frac{20}{T_r},$$

因而可得ACPI控制器的最小速度因子模型为

$$z_{cm} = \frac{20\alpha}{T_r}, \quad (21)$$

其中: $1 < \alpha \leq 10$, T_r 是由动态过程进入稳态过程的过渡过程时间, 下同。

由于ACPI控制器没有微分环节, 无需考虑自适应速度因子, 因此其速度因子可为

$$z_c = z_{cm}, \quad (22)$$

$$\text{其中: } z_{cm} = \frac{20\alpha}{T_r}, 1 < \alpha \leq 10.$$

6.2 ACPD控制器的自适应速度因子

根据ACPD整定规则(4): $k_p = z_c^2$, $k_d = 2z_c$, 考虑到PD增益关系 $k_d = k_p T_d$, 可得ACPD的速度因子为 $z_c = \frac{2}{T_d}$ 。为了保证ACPD控制器能够有效控制任意二阶对象, 要求ACPD的速度因子满足不等式

$$z_c = \frac{2}{T_d} > \frac{2}{\tau} = \frac{20}{T_r},$$

因而可得ACPD控制器的最小速度因子模型为

$$z_{cm} = \frac{20\alpha}{T_r}, \quad (23)$$

其中: $1 < \alpha \leq 10$, T_r 是由动态过程进入稳态过程的过渡过程时间。

考虑到误差微分的敏感特性, 定义ACPD控制器的ASF模型为

$$z_c = z_{cm} \exp(-\beta |e_2|), \quad (24)$$

$$\text{其中: } \beta = 1 + 0.1\alpha, e_2 = \dot{e}_1.$$

6.3 ACPID控制器的自适应速度因子

根据ACPID的整定规则(2): $k_p = 3z_c^2$, $k_i = z_c^3$, $k_d = 3z_c$, 并考虑到PID的增益关系 $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ 和 $k_d = k_p T_d$, 可得ACPID控制器的速度因子为

$$z_c = \frac{1}{T_d} = \frac{3}{T_i} = \sqrt{\frac{3}{T_d T_i}}.$$

为了保证ACPID控制器能够有效控制任意二阶对象, 要求ACPID的速度因子满足不等式

$$z_c = \frac{1}{T_d} > \frac{1}{\tau} = \frac{10}{T_r},$$

因而可得ACPID控制器的最小速度因子模型为

$$z_{cm} = \frac{10\alpha}{T_r}, \quad (25)$$

其中: $1 < \alpha \leq 10$, T_r 是由动态过程进入稳态过程的过渡过程时间。

考虑到误差微分的敏感特性, 定义ACPID控制器的ASF模型为

$$z_c = z_{cm} \exp(-\beta |e_2|), \quad (26)$$

$$\text{其中: } \beta = 1 + 0.1\alpha, e_2 = \dot{e}_1.$$

6.4 T_r 的整定方法

控制系统过渡过程时间 T_r 的具体整定方法为: 如果要求控制系统在1 s之内进入稳态过程, 可设 $T_r = 1$ s; 如果要求控制系统在10 s之内进入稳态过程, 则可设 $T_r = 10$ s; 以此类推。显然, 根据被控系统是快对象还是慢对象来整定 T_r 是一件很容易的事情。

7 仿真实验

考虑二阶未知非仿射非线性系统^[29,31]

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f(y_1, y_2, u) + d, \\ y = y_1, \end{cases} \quad (27)$$

其中: 未知非仿射非线性系统动态模型为

$$f(y_1, y_2, u) = y_1^2 + y_2^2 + 0.1(1 + y_2^2)e^u + 0.15u^3 + \sin(0.1u),$$

d 为外部有界扰动.

设期望输出是存在突变的阶跃轨迹:

$$r = \begin{cases} 2, & 10 < t < 20, \\ 1, & \text{其他}, \end{cases} \quad (28)$$

并设 $\dot{r} = 0$, $\ddot{r} = 0$.

为了验证ACPID的抗扰动能力, 设在[6, 8] s期间内存在幅值为±1的外部扰动, 如图3所示.

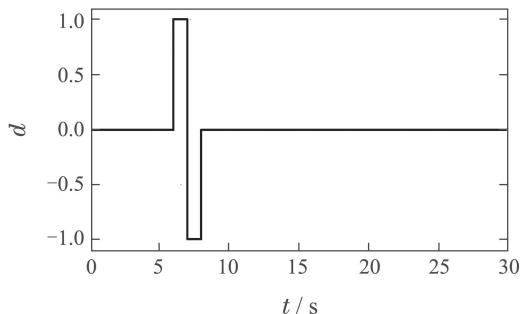
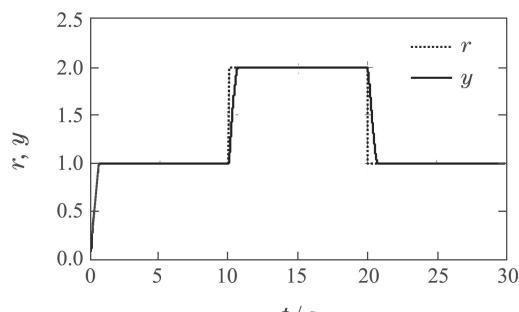


图3 外部扰动

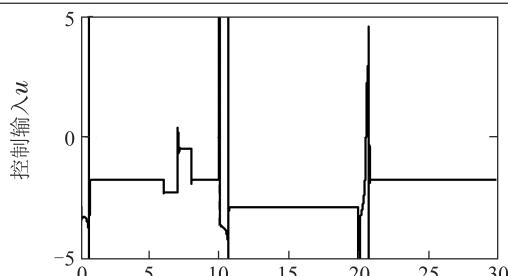
Fig. 3 The external disturbance

设 $T_r = 1$ s, 则有 $z_{cm} = 10\alpha$. 当 $\alpha = 5$ 时, $\beta = 1 + 0.1\alpha = 1.5$; 根据式(23), ACPID控制器的自适应速度因子为 $z_c = 50 \exp(-1.5|e_2|)$; 设系统最大输入幅值 $u_m = 5$, 并设积分控制力 u_i 与控制力 u 分别限幅为 $-4 \leq u_i \leq 0$, $-5 \leq u \leq 5$.

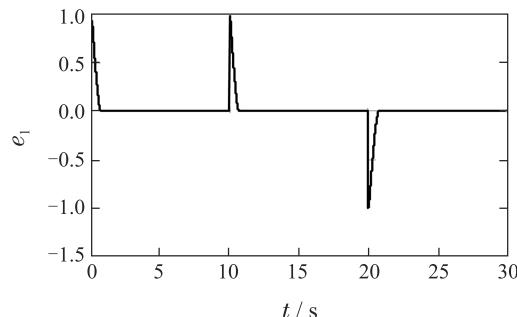
当 $b_0 = 1$ 时, 使用ACPID控制器(1)对系统(27)进行控制, 仿真结果如图4所示. 由图4可知, ACPID控制方法不仅具有快的响应速度和良好的抗扰动鲁棒性, 而且稳态绝对误差小于 2.4×10^{-4} . 由于文献[29,31]没有考虑期望轨迹突变情况, 因此无法与之作比较分析.



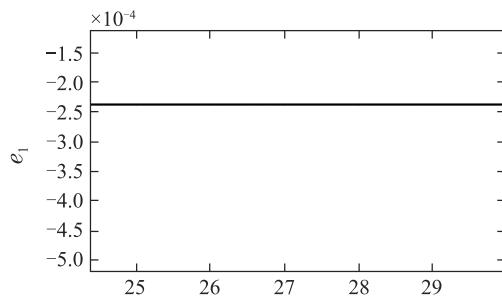
(a) 阶跃跟踪轨迹



(b) 跟踪控制信号



(c) 跟踪误差



(d) 误差局部放大

图4 阶跃跟踪控制结果

Fig. 4 Step tracking control results

事实上, 在速度因子相差10倍, 即积分增益、比例增益和微分增益分别相差1000倍、100倍和10倍的情况下, ACPID协同控制器都能够获得良好的控制效果, 表明ACPID协同控制方法具有大范围鲁棒稳定性, 因篇幅有限, 没有给出 $\alpha = 1$ 和 $\alpha = 10$ 两种情况下的实验结果.

8 结论

本文首次根据PID控制系统的物理属性分析, 科学揭示了PID御用概念“无量纲比例增益与相互独立增益”不仅是引起PID控制系统存在量纲冲突与不协调控制机理的矛盾根源, 而且也是引起PID增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的主要根源, 因而科学阐明了纠错PID御用概念的必要性和迫切性, 探索了纠错PID御用概念的科学设想, 并根据量纲匹配原则, 科学解释了形成ACPID控制律及其增益整定规则(量纲换算规则)的理论依据. 由于被控系统的输入来自于控制器的输出, 因此, 无论使用经典控制理论方法还是现

代控制理论方法,都应该使控制器输出与系统输入之间遵循量纲匹配原则。

ACPID是源于PID的一类协同控制理论方法,不仅科学解决了PID增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的难题,而且开创了遵循量纲匹配原则的控制理论思想,为PID控制系统的评估与技术升级提供了科学的理论依据,在控制理论与控制工程领域具有重要的理论与实际意义。

参考文献:

- [1] CHAI Tianyou. Development directions of automation science and technology. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(11): 1923–1930.
(柴天佑. 自动化科学与技术发展方向. 自动化学报, 2018, 44(11): 1923–1930.)
- [2] YANG Hui, HAO Lina, CHEN Yang, et al. Kalman–PID control for chattering phenomena of bionic elbow joint actuated by pneumatic artificial muscles. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(4): 477–482.
(杨辉, 郝丽娜, 陈洋, 等. 针对气动肌肉仿生肘关节抖振现象的Kalman–PID控制. 控制理论与应用, 2017, 34(4): 477–482.)
- [3] WANG Z D, XU Y, LIU G, et al. Simulation and experiment of PID applied to the automatic voltage control of gyrotron traveling wave tubes. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2018, 46(7): 2446–2451.
- [4] ZHANG Y, JIA Y, CHAI T Y, et al. Data-driven PID controller and its application to pulp neutralization process. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(3): 828–841.
- [5] ZIEGLER J G, NICHLS N B. Optimum settings for automatic controllers. *Transaction of ASME*, 1942, 64: 759–768.
- [6] HO W K, LIM K W, XU W. Optimal gain and phase margin tuning for PID controllers. *Automatica*, 1998, 34(8): 1009–1014.
- [7] WANG Q G, ZOU B, LEE T H, et al. Auto tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback. *Automatica*, 1997, 33(3): 319–330.
- [8] HAN JingQing. *Active Disturbance Rejection Control Technology*. 1st edition. Beijing: National Defense Industry Press, 2009.
(韩京清. 自抗扰控制技术. 第1版. 北京: 国防工业出版社, 2009.)
- [9] WEI Wei, MEI Shengwei, ZHANG Xuemin. Review of advanced control theory and application in power system. *Power System Protection and Control*, 2013, 41(12): 143–153.
(魏巍, 梅生伟, 张雪敏. 先进控制理论在电力系统中的应用综述及展望. 电力系统保护与控制, 2013, 41(12): 143–153.)
- [10] WANG Mingtao, ZHANG Baihao. Experiment of the rotating speed control over a gas engine based on an expert PID (proportional, integral and differential) control method. *Journal of Engineering for Thermal Energy and Power*, 2015, 30(6): 848–852.
(王明涛, 张百浩. 基于专家PID的燃气机转速控制试验. 热能动力工程, 2015, 30(6): 848–852.)
- [11] SHI Jingzhuo, LIU Yu. Simple expert PID speed control of ultrasonic motors. *Proceedings of the CSEE*, 2013, 33(36): 120–126.
(史敬灼, 刘玉. 超声电机简单专家PID速度控制. 中国电机工程学报, 2013, 33(36): 120–126.)
- [12] LI Ming, FENG Hang, ZHANG Yanshun. RBF neural network tuning PID control based on UMAC. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(10): 2063–2070.
(李明, 封航, 张延顺. 基于UMAC的RBF神经网络PID控制. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(10): 2063–2070.)
- [13] WANG Qingshan, LIANG Deliang, DU Jinhua. Improved neural network PID controller for regulated power supply. *Electric Machines and Control*, 2017, 21(2): 1–9.
(王青山, 梁得亮, 杜锦华. 交流稳压电源的改进神经网络PID控制. 电机与控制学报, 2017, 21(2): 1–9.)
- [14] QIU Zhanzi, LI Shifeng. Modeling and simulation of PID networked control systems based on neural network. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(4): 1423–1432.
(邱占芝, 李世峰. 基于神经网络的PID网络化控制系统建模与仿真. 系统仿真学报, 2018, 30(4): 1423–1432.)
- [15] ZENG Zhezhao, XIAO Yafen, HAO Yaoxuan. Nonlinear PID-like neuron network controller. *Journal of Beijing University of Science and Technology*, 2012, 34(1): 12–15.
(曾喆昭, 肖亚芬, 郝逸轩. 非线性类PID神经元网络控制器. 北京科技大学学报, 2012, 34(1): 12–15.)
- [16] LI Guimei, ZENG Zhezhao. A nonlinear PID controller based on neural network algorithm. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2010, 41(5): 1865–1870.
(李桂梅, 曾喆昭. 一种基于神经网络算法的非线性PID控制器. 中南大学学报(自然科学版), 2010, 41(5): 1865–1870.)
- [17] SHEN J, XIN B. Control of single-axis rotation INS by tracking differentiator based fuzzy PID. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(6): 2976–2986.
- [18] GUO Chenglin, JIANG Ripeng, LI Xiaoqian, et al. Mold level control of large size ingot based on fuzzy self-tuning PID. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(19): 212–217.
(郭成林, 蒋日鹏, 李晓谦, 等. 基于Fuzzy-PID的大规格铸锭结晶器液位控制. 机械工程学报, 2018, 54(19): 212–217.)
- [19] PAN Zeyue, CHENG Jian, WU Jiamin, et al. The application of generalized predictive proportion–integration–differentiation control in special power supply based on FPGA. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2018, 33(10): 2376–2382.
(潘泽跃, 程健, 吴嘉珉, 等. 基于FPGA广义预测比例–积分–微分控制在特种电源中的应用. 电工技术学报, 2018, 33(10): 2376–2382.)
- [20] DONG Lihong, ZHAO Pengbing. Grey predictive PID control of the tensioning device system in belt conveyor. *Journal of China Coal Society*, 2013, 38(2): 342–347.
(董立红, 赵鹏兵. 带式输送机拉紧装置张力的灰色预测PID控制. 煤炭学报, 2013, 38(2): 342–347.)
- [21] ZHAO Jingsong, ZHANG Yang, CAO Xiaoming, et al. Multi-PID controller parameters optimization of fast forging hydraulic press based on GA. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(8): 2650–2660.
(赵劲松, 张阳, 曹晓明, 等. 基于GA的液压机多PID控制器参数优化. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(8): 2650–2660.)
- [22] CHEN Liqin, TAN Yudian, WU Rong, et al. Torque distribution control strategy of electronically controlled four-wheel drive axle based on genetic algorithm. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(7): 361–367.
(陈黎卿, 谭雨点, 吴荣, 等. 基于遗传算法的电动四驱汽车轴间扭矩分配控制策略. 农业机械学报, 2017, 48(7): 361–367.)
- [23] WU X C, QIN G H, SUN M H, et al. Using improved particle swarm optimization to tune PID controllers in cooperative collision avoidance systems. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2017, 18(9): 1385–1395.
- [24] RABIATULADAWIAH A H, SITI F T, SALMIAH A, et al. Swarm-intelligence tuned current reduction for power-assisted steering control in electric vehicles. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(9): 7202–7210.
- [25] MARIN A, HERNANDEZ R J A, JIMENEZ J A. Tuning multivariable optimal PID controller for a continuous stirred tank reactor using an evolutionary algorithm. *IEEE Latin America Transactions*, 2018, 16(2): 422–427.
- [26] HOU Yong, ZENG Zhezhao. Research on self-learning nonlinear PID disturbance rejection control principle. *Control Engineering of China*, 2017, 24(6): 1180–1185.

- (周勇, 曾喆昭. 自学习非线性PID抗扰控制原理研究. 控制工程, 2017, 24(6): 1180–1185.)
- [27] ZHOU Yanyan, WU Xiaoyan, LI Gang. Study on PID controller based on BP neural network. *Journal of Air Force Engineering University*, 2007, 8(4): 45–48.
(周延延, 吴晓燕, 李刚. 基于BP神经网络的PID控制器研究. 空军工程大学学报, 2007, 8(4): 45–48.)
- [28] ZENG Zhezhao, LIU Wenjue. Wisdom PI control for first-order systems with time-delay. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(8): 1322–1328.
(曾喆昭, 刘文珏. 一阶时滞系统的智慧PI控制. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1322–1328.)
- [29] ZENG Zhezhao, LIU Wenjue. Self-coupling PID controllers. *Acta Automatica Sinica*, 2019, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2109.TP.20190402.1428.003.html>.
(曾喆昭, 刘文珏. 自耦PID控制器. 自动化学报, 2019, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2109.TP.20190402.1428.003.html>.)
- [30] ZENG Zhezhao. A disturbance perception control method. China, Patent No. ZL201810175424.X. 2019-07-12.
(曾喆昭. 一种扰动感知控制方法. 中国, 专利号: ZL 201810175424.X. 2019-07-12.)
- [31] ZENG Zhezhao, WU Liangdong, YANG Zhenyuan, et al. Self-learning sliding-mode disturbance rejection control for non-affine systems. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(7): 980–987.
(曾喆昭, 吴亮东, 杨振源, 等. 非仿射系统的自学习滑模抗扰控制. 控制理论与应用, 2016, 33(7): 980–987.)

作者简介:

曾喆昭 教授, 目前研究方向为智能计算与智能控制, E-mail: 508984293@qq.com;

陈泽宇 硕士研究生, 目前研究方向为智能控制, E-mail: 1397054227@qq.com.