考虑通信时滞的分布式电力经济调度算法设计

孙妙平†, 姜 波

(中南大学 自动化学院, 湖南 长沙 410000)

摘要: 本文考虑发电机的输出限制和邻居间交换信息时的通信时滞, 提出了一种新的权重平衡图下的分布式经济调度算法, 该算法对所有发电成本函数为强凸的发电机组成的电力系统都适用. 分析了算法的平衡点与发电机最优输出功率之间的关系, 并基于Lyapunov稳定性理论和凸分析理论, 采用时滞分割的方法, 得到了使得算法收敛的充分条件. 然后应用该条件, 得到了给定参数下的时滞上界, 并且定性分析了参数对系统收敛速度的影响. 最后, 五机电力系统的仿真结果验证了算法的可行性和优越性.

关键词: 电力经济调度; 时滞; 凸分析; 分布式算法; 优化

引用格式: 孙妙平, 姜波. 考虑通信时滞的分布式电力经济调度算法设计. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2303 – 2311

DOI: 10.7641/CTA.2020.00225

Design of distributed power economic dispatch algorithm considering communication delay

SUN Miao-ping†, JIANG Bo

(School of Automation, Central South University, Changsha Hunan 410000, China)

Abstract: This paper considers the output limit of the generator and the communication delay when exchanging information between neighbors, and proposes a new distributed economic scheduling algorithm under the weight balance diagram. This algorithm is applicable to all power systems composed of generators whose generation cost function is a strong convex function. The relationship between the balance point of the algorithm and the optimal output power of the generator is analyzed, and based on the Lyapunov stability theory and the convex analysis theory, the time-delay segmentation method is used to obtain sufficient conditions for the algorithm to converge. Then applying this condition, the upper bound of the time delay under a given parameter is obtained, and the effect of the parameter on the system convergence rate is qualitatively analyzed. Finally, the simulation results of the five-machine power system verify the feasibility and superiority of the algorithm.

Key words: power economic dispatch; time delay; convex analysis; distributed algorithm; optimization

Citation: SUN Miaoping, JIANG Bo. Design of distributed power economic dispatch algorithm considering communication delay. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2303 – 2311

1 引言

经济调度问题是电力系统中最基本也是最重要的问题之一, 它本质上是一个优化问题. 传统的解决经济调度问题的算法可以大致分为两类, 一类是分析法, 包括牛顿迭代算法[1]、梯度下降搜索算法[2]等; 另一类是在现代优化理论基础上建立起来的算法, 如遗传算法[3]、粒子群算法[4]等. 这些算法属于集中式调度算法, 需要一个中心控制器来协调各个局部单元, 当网络中某个节点发生故障时, 中心控制器难以对故障节点进行处理, 网络的即插即用性能也不好. 另外, 随着网络规模的增大, 中心控制器的通信负担增加, 需要更高的通信成本, 且由于中心控制器需要获取所有局部发电单元的信息, 使得信息在传递过程中容易泄漏[5]. 因此, 分布式算法广泛用来解决电力系统中的经济调度问题.

近年来随着多智能体分布式算法的发展, 涌现出了许多基于分布式理论的经济调度算法. 文献[6]设计了一种以增量成本为一致变量的分布式电力经济调度算法, 但是需要一个领导节点获得系统的不匹配功率. 文献[7–8]提出了一种引入创新项来确保功率供需平衡的分布式调度算法, 并可利用该项来修正每台发电机的输出功率. 文献[9–10]设计了一种每台发电机

收稿日期: 2020−04−28; 录用日期: 2020−07−13.
†通信作者. E-mail: miaopingsun@csu.edu.cn; Tel.: +86 13319503449.
本文责任编委: 邹云.
国家自然科学基金项目(61803385)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803385).

可计算自身的局部供需不平衡功率来调整输出功率的分布式一致性算法. 文献[11]考虑网络拓扑结构发生变化, 设计了一种基于供需平衡的分布式算法, 但是要求每个发电机获取邻居的成本增量信息. 文献[12]提出了一种解决一般凸成本函数的电力系统经济调度算法, 但是需要知道总负载需求. 文献[13–14]通过把负载节点并到相邻的发电机节点来解决功率失衡的问题. 文献[15]设计了一种有限时间收敛算法, 但是只能解决二次型成本函数系统的优化问题. 文献[16]设计了一种考虑智能体输出约束的算法, 把输出约束在一个凸集内部. 值得注意的是, 以上分布式算法都没有考虑邻居间交换信息产生的通信时滞对算法的影响.

事实上, 在实际电力系统中, 这种通信时滞是不可避免的, 它的存在会导致系统动态性能变差, 甚至使得算法不收敛[17–18], 因此在设计分布式算法时, 必须考虑时滞对算法的影响. 文献[19–20]考虑二次型成本函数, 提出了一种只考虑常数时滞的分布式经济调度算法. 文献[21]考虑时变拓扑和通信时滞, 提出了一种梯度push-sum解决问题, 但是当时滞上界较大时会产生很多虚拟智能体, 导致算法难以求解. 文献[22]设计了一种一致性算法, 采用广义拉奎斯特方法判断得到系统稳定的充分必要条件, 得到一个严格的时滞上界, 但是该算法仅仅对分段常数时滞适应. 文献[23]考虑二次型成本函数, 得到了时变时滞下算法收敛的充分条件, 并设计了一种发电机约束策略, 但是该约束策略使得系统收敛速度变慢.

根据以上调研, 本文考虑了发电机的输出限制和邻居间交换信息时的通信时滞, 提出了一种新的对所有发电成本为凸函数的发电机组成的电力系统都适应的权重平衡图下的分布式经济调度算法, 并通过凸分析和Lyapunov理论可以获得算法收敛的充分条件. 与目前存在的一些算法相比, 本文的算法具有如下的优势:

① 文献[15,19–20]的算法只能处理二次可微型成本函数的优化问题, 而本文的算法对所有发电成本为凸函数的优化问题都适应, 并且不要求该成本函数可微, 这就大大增加了算法的应用范围.

② 文献[19–20]的算法只考虑了常数时滞, 而本文的算法考虑了时变时滞对系统的影响, 并采用时滞分割的方法减小了系统保守性.

③ 文献[15,23]的算法需要供需平衡后才处理发电机输出约束问题, 而本文的算法将输出约束考虑在算法里面, 因此可以保证在程序运行中每台发电机的输出功率始终保持在限制范围内.

符号说明: $\mathbb{R}^n$表示维向量空间; $\mathbb{R}_{n\times m}$表示n行m列的矩阵空间; $A\otimes B$表示矩阵A与B的直积; $C_1\times C_2$表示笛卡尔乘积;

$$\mathrm{col}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(x_1^{\mathrm T}\ \ x_2^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ x_n^{\mathrm T})^{\mathrm T},$$

$<x,y>$表示向量的内积.

2 预备知识

2.1 图论理论

对于一个通信网路$G=(V,E)$, $V=\{1,2,\cdots,n\}$是点的集合并且$E\in V\times V$是边的集合. 边(i,j)指点i和j是相互连接的, 且j能够收到由i传送过来的信息, 边(i,j)权重的大小用a_{ij}表示, 并且$a_{ii}=0$. 如果$a_{ij}=a_{ji}$就表示图是无向图, 节点的出度为$d_{\rm out}^i=\sum\limits_{j=1}^n a_{ij}$, 节点的入度为$d_{\rm in}^i=\sum\limits_{j=1}^n a_{ji}$, 如果$d_{\rm in}^i=d_{\rm out}^i$, $\forall i\in V$, 则这个图是权重平衡的. 对角矩阵

$$D=\mathrm{diag}\{d_1^{\rm out},d_2^{\rm out},\cdots,d_n^{\rm out}\},$$

拉普拉斯矩阵L定义为$L=D-A$. 对于通信网络G, 如果任意两个点v_i,v_j之间都存在一条路径, 则称图G是强联通的.

对于无向图G, G具有如下特性$\mathbf{1}_N^{\mathrm T}L=L\mathbf{1}_N=\mathbf{0}_N$, 存在矩阵$R$满足$RR^{\mathrm T}=I_N$, 若$\lambda_i$为$L$的非零特征值, 有$RLR^{\mathrm T}=\mathrm{diag}\{0,\lambda_2,\cdots,\lambda_N\}$.

2.2 凸分析理论

$\mathbb{R}^n$中的集合C被称为凸集当且仅当: $\alpha x+(1-\alpha)y\in C$, $\forall x,y\in C$, $\forall\alpha\in[0,1]$. 函数$f:C\to\mathbb{R}$被称为凸函数, 当且仅当

$$f(\alpha x+(1-\alpha)y)\leqslant\alpha f(x)+(1-\alpha)f(y).$$

向量$\varsigma\in\mathbb{R}^n$被称为函数f在x处的次梯度当且仅当

$$f(x)+\varsigma^{\mathrm T}(y-x)\leqslant f(y),\ \forall y\in\mathbb{R}^n.$$

函数f在x处的次梯度的集合用$\partial f(x)$表示, 如果f在x处是可微的, 那么$\partial f(x)$中的元素是唯一的, 并且$\partial f(x)=\nabla f(x)$.

定义 1 函数被称为是关于常数$c(c>0)$强凸的, 当且仅当

$$(\varsigma_2-\varsigma_1)^{\mathrm T}(x_2-x_1)\geqslant c\|x_2-x_1\|^2,\ \forall\varsigma_i\in\partial f(x_i).$$

定义 2 给定收敛点列$d_k\to d$, $t_k\to 0^+$, $k=1,2,\cdots$, 集合C在x处的切锥定义为

$$T_{\rm C}(x)=\{d\in\mathbb{R}^n|x_k+t_kd_k\in C,\ d_k\to d,\ t_k\to 0^+\}.$$

定义 3 集合C在x处的法锥定义为

$$N_{\rm C}(x)=\{d\in\mathbb{R}^n|d^{\mathrm T}(y-x)\leqslant 0,\ \forall y\in C\},$$
$$n_{\rm C}(x)=\{d:\|d\|=1,\ d\in N_{\rm C}(x)\}.$$

对于一个凸紧集C, 点x到集合C的投影定义为$P_{\rm C}(x)=\{y|\inf\limits_{y\in C}\|x-y\|\}$. 定义一个方向投影算子为

$$\prod_{\rm C}(x,y)=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{P_{\rm C}(x+\varepsilon y)-x}{\varepsilon}=P_{T_{\rm C}(x)}(y).$$

2.3 非光滑优化理论

引理 1[16] 考虑微分包含

$$\dot{x}(t) \in F(x). \tag{1}$$

它的平衡点是集合$\{x \in \mathbb{R}^n | 0 \in F(x)\}$. 如果对任意的初始条件$x_0 \in S$, 存在该问题的解$x(t)$, 使得$x(t) \in S$, $\forall t \geqslant 0$则称集合S是该微分包含的不变集. 设$F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$为凸集$C$上的集值映射, 考虑如下形式的微分包含:

$$\dot{x} \in F(x) - N_{\rm C}(x),\ x(0) = x_0, \tag{2a}$$

$$\dot{x} \in \prod_C (x, F(x)),\ x(0) = x_0. \tag{2b}$$

下面两个结论是满足的:

① x是式(2a)的解当且仅当它是式(2b)的解;

② 如果F在C上有界, 那么式(2a)和式(2b)存在解.

引理 2[16] 对于一个给定的径向有界正定标量函数$V(x)$, 它沿着轨迹(1)的导数为

$$\begin{aligned} L_{\rm F}V(x) = \{&a \in \mathbb{R} | \exists v \in F(x), \\ &{\rm s.t.}\ \varsigma^{\rm T} v = a,\ \forall \varsigma \in \partial V(x)\}. \end{aligned}$$

假设$S \in \mathbb{R}^n$是式(1)情况下的不变集, $V: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$是连续可微函数. 如果式(1)中状态量有界, 并且$L_{\rm F}V(x) \leqslant 0$或者$L_{\rm F}V(x) = \phi$, 对于所有的$x \in S$都成立. 那么所有从$S$出发的点, 最终收敛于最大不变集$M$中的点, 并且$M \subset S \cap \{x \in \mathbb{R}^n | 0 \in L_{\rm F}V(x)\}$, 如果$M$是有限集, 那么每个解的极限都存在且为$M$中的一个元素.

2.4 矩阵理论

引理 3[23] (杰森不等式.)对于给定的标量$d > 0$, 任意的正定矩阵M和函数$f(s) \in L_2[-d, 0]$, 有下面的不等式成立:

$$\int_{-d}^0 f^{\rm T}(s) M f(s) \geqslant \frac{1}{d} (\int_{-d}^0 f^{\rm T}(s) {\rm d}s) M (\int_{-d}^0 f(s) {\rm d}s).$$

引理 4[25] 给定正定矩阵$M_i \in \mathbb{R}^+_{n_i \times n_i}$, 对于所有的$e_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, 当满足$\alpha_i > 0$且$\sum\limits_{i=1}^d \alpha_i = 1$, 若存在合适矩阵$S_{ij}$满足$\begin{bmatrix} M_i & S_{ij} \\ S_{ij}^{\rm T} & M_j \end{bmatrix} \geqslant 0$时, 则下面的矩阵不等式成立:

$$\sum_{i=1}^d \frac{1}{\alpha_i} e_i^{\rm T} M_i e_i \geqslant \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_d \end{bmatrix}^{\rm T} \begin{bmatrix} M_1 & S_{12} & \cdots & S_{1d} \\ * & M_2 & \cdots & S_{2d} \\ * & * & \vdots & \vdots \\ * & * & \cdots & M_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_d \end{bmatrix}.$$

3 电力经济调度问题的数学模型

考虑N个发电机的电力系统, 用一个无向图G来描述该系统的通信拓扑. 本文的目标是满足电网供需平衡与发电机局部约束, 且使得所有发电机的发电成本之和最小, 因此, 它的数学模型可以描述为

$$\begin{aligned} &\min_{x \in \mathbb{R}^{nN}} f(x),\ f(x) = \sum_{i=1}^N f_i(x_i), \\ &{\rm s.t.}\ \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N d_i,\ x_i \in C_i,\ i \in v, \end{aligned} \tag{3}$$

其中: $x = {\rm col}(x_1, \cdots, x_N)$, $f_i(x_i)$是强凸的, C_i为发电机的输出功率限制.

4 考虑通信时滞的分布式经济调度算法

4.1 分布式电力经济调度算法设计

为了解决经济调度问题(3), 并考虑邻居间交换信息时的通信时滞, 设计如下算法:

$$\begin{cases} \dot{x}_i \in k_1 \prod\limits_{C_i} (x_i, -\partial f_i(x_i) - z_i),\ x_i(0) \in C_i, \\ \dot{z}_i = k_2 \sum\limits_{j=1}^n a_{ij}(z_j(t - \tau(t)) - z_i(t - \tau(t))) + \\ \qquad k_3(x_i - d_i), \\ \dot{d}_i = k_4 \sum\limits_{j=1}^n a_{ij}(z_i(t - \tau(t)) - z_j(t - \tau(t))), \end{cases} \tag{4}$$

其中: x_i是发电机的输出, z_i是相邻的发电机之间的共享信息, d_i为局部虚拟负载. 为了简化分析, 本文假设各个发电机之间的通信时滞是相同的, 均为$\tau(t)$, 且满足$\tau(t) \in [0, \bar{\tau}]$, $\dot{\tau}(t) \leqslant p$. $k_i \in \mathbb{R}^+$, $i = 1, 2, 3, 4$为系统参数.

为了便于分析, 将式(4)表示成更加紧凑的形式:

$$\begin{cases} \dot{x} \in k_1 \prod\limits_C (x, -\partial f(x) - z),\ x(0) \in C, \\ \dot{z} = -k_2(L \otimes I_n) z(t - \tau(t)) + k_3(x - d), \\ \dot{d} = k_4(L \otimes I_n) z(t - \tau(t)), \end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$\begin{aligned} &x = {\rm col}(x_1, \cdots, x_N),\ C = C_1 \times \cdots \times C_N, \\ &z = {\rm col}(z_1, \cdots, z_N),\ d = {\rm col}(d_1, \cdots, d_N), \\ &\partial f(x) = {\rm col}(\partial f(x_1), \cdots, \partial f(x_2)), \\ &N_{\rm C}(x) = N_{{\rm C}_1}(x) \times \cdots \times N_{{\rm C}_N}(x). \end{aligned}$$

4.2 主要结果

定理 1 系统(5)平衡状态下的解x^*即是问题(3)的优化解.

证 根据引理1, 系统(5)达到平衡状态时有

$$0_{nN} \in \prod_C (x^*, -\partial f(x^*) - z^*), \tag{6a}$$

$$0 = -k_2(L \otimes I_n) z^* + k_3(x^* - d^*), \tag{6b}$$

$$0 = k_4(L \otimes I_n) z^*. \tag{6c}$$

把式(6c)代入到式(6b)可得$x^*=d^*$, 再根据式(5)可知$\sum\limits_{i=1}^{n}\dot{d}_i=0$. 因此, 当各个虚拟负载获得局部的需求供电量时, 则所有虚拟负载的和等于电网整体的供电量, 即

$$\sum_{i=1}^{N}x_i^*=\sum_{i=1}^{N}d_i^*=\sum_{i=1}^{N}d_i^0=P_{\mathrm{D}}. \tag{7}$$

由式(6a)可知$0_{nN}\in\partial f(x^*)+z^*+N_{\mathrm{C}}(x^*)$, 根据文献[24]可知$x^*$为最优解. 证毕.

接下来分析算法(5)的收敛性.

定理 2 算法(5)是收敛的, 当且仅当存在合适维数的对称矩阵$u_{22},Q_{11},Q_{22},W_{11},W_{22},u_3$、任意矩阵$u_2,S_{12},S'_{12},Q_{12},W_{12},M_1,M_2,M_3,M_4$和正标量$u_{11}$, ω, 使得如下的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}Q_{11}&Q_{12}\\Q_{12}^{\mathrm{T}}&Q_{22}\end{bmatrix}>0,\ \begin{bmatrix}W_{11}&W_{12}\\W_{12}^{\mathrm{T}}&W_{22}\end{bmatrix}>0,$$

$$\begin{bmatrix}M_2&S_{12}\\S_{12}^{\mathrm{T}}&M_2\end{bmatrix}>0,\ \begin{bmatrix}M_4&S'_{12}\\S_{12}^{'\mathrm{T}}&M_4\end{bmatrix}>0,$$

$$\begin{bmatrix}\varXi&O_1&O_2\\O_1^{\mathrm{T}}&-M_2&0\\O_2^{\mathrm{T}}&0&-M_4\end{bmatrix}<0,\ \begin{bmatrix}u_{11}&&\\&u_{22}&u_2\\&u_2^{\mathrm{T}}&u_3\end{bmatrix}>0,$$

其中:

$$O_1=[-k_3\bar{\tau}M_2\ \ 0\ \ -k_2\bar{\tau}\varLambda M_2\ \ 0\ \ k_3\bar{\tau}M_2\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$O_2=[-k_3\frac{\bar{\tau}}{2}M_4\ \ 0\ \ -k_2\frac{\bar{\tau}}{2}\varLambda M_4\ \ 0\ \ k_3\frac{\bar{\tau}}{2}M_4\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\varXi=\begin{bmatrix}\varTheta_{11}&\varTheta_{12}&\varTheta_{13}&0&\varTheta_{15}&0&0&0\\ *&\varTheta_{22}&\varTheta_{23}&\varTheta_{24}&\varTheta_{25}&\varTheta_{26}&\varTheta_{27}&0\\ *&*&\varTheta_{33}&\varTheta_{34}&0&0&0&0\\ *&*&*&\varTheta_{44}&0&\varTheta_{46}&0&0\\ *&*&*&*&\varTheta_{55}&0&0&0\\ *&*&*&*&*&\varTheta_{66}&\varTheta_{67}&0\\ *&*&*&*&*&*&\varTheta_{77}&\varTheta_{78}\\ *&*&*&*&*&*&*&\varTheta_{88}\end{bmatrix},$$

其中:

$\varTheta_{11}=-2k_3u_2^{\mathrm{T}},\ \varTheta_{12}=-k_3u_{22},$

$\varTheta_{13}=-k_2u_2^{\mathrm{T}}\varLambda+k_4u_3\varLambda,\ \varTheta_{15}=k_3u_2^{\mathrm{T}},$

$\varTheta_{22}=-M_2+M_1+M_3-M_4+Q_{11}+W_{11},$

$\varTheta_{23}=-k_2u_{22}\varLambda+k_4u_2\varLambda+M_2-S_{12},$

$\varTheta_{24}=S_{12},\ \varTheta_{25}=k_3(u_{22}-u_{11}I),\ \varTheta_{26}=Q_{12}+S'_{12},$

$\varTheta_{27}=-S'_{12}+M_4+W_{12},$

$\varTheta_{33}=-2M_2-(1-p)M_3+2S_{12},$

$\varTheta_{34}=M_2-S_{12},\ \varTheta_{44}=-M_2-M_1-Q_{22},$

$\varTheta_{46}=-Q_{12},\ \varTheta_{55}=-2k_3u_{11}\omega I,$

$\varTheta_{66}=-Q_{11}+Q_{22}-M_4,\ \varTheta_{67}=M_4-S'_{12},$

$\varTheta_{77}=-2M_4+2S'_{12}+W_{22}-(1-\frac{p}{2})W_{11},$

$\varTheta_{78}=-(1-\frac{p}{2})W_{12},\ \varTheta_{88}=-(1-\frac{p}{2})W_{22}.$

证 首先, 通过如下状态变换: $\bar{x}=x-x^*,\bar{z}=z-z^*,\bar{d}=d-d^*$, 将式(5)的平衡状态移动到系统的原点. 根据定义3可知: $\prod\limits_{C}(x,-\partial f(x)-z)\subset-\partial f(x)-z-N_{\mathrm{C}}(x)$和$z^*\in-\partial f(x^*)-N_{\mathrm{C}}(x^*)$.

对系统(5)进行平移变换后可得

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}}\in\{a\in\mathbb{R}^{nN},a=-k_1(h+\bar{z}),h\in\partial f(x)-\\ \qquad\partial f(x^*)+N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*)\},\\ \dot{\bar{z}}=-k_2(L\otimes I_n)\bar{z}(t-\tau(t))+k_3(\bar{x}-\bar{d}),\\ \dot{\bar{d}}=k_4(L\otimes I_n)\bar{z}(t-\tau(t)).\end{cases} \tag{8}$$

接着进行如下的线性变换:

$$\zeta=[\boldsymbol{r}\ \ \boldsymbol{R}]^{\mathrm{T}}\bar{x},\ \eta=[\boldsymbol{r}\ \ \boldsymbol{R}]^{\mathrm{T}}\bar{z},\ \delta=[\boldsymbol{r}\ \ \boldsymbol{R}]^{\mathrm{T}}\bar{d},$$

且$\boldsymbol{r}=r\otimes I_n,\boldsymbol{R}=R\otimes I_n,[r\ \ R]^{\mathrm{T}}[r\ \ R]=I_N$, 通过线性变换后可得

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_1=\{a\in\mathbb{R}^n:a=-k_1(\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}h+\eta_1),h\in\\ \qquad\partial f(x)-\partial f(x^*)+N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*)\},\\ \dot{\eta}_1=k_3(\zeta_1-\delta_1),\\ \dot{\delta}_1=0,\end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_2=\{a\in\mathbb{R}^{n(N-1)}:a=-k_1(\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}h+\eta_2),h\in\\ \qquad\partial f(x)-\partial f(x^*)+N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*)\},\\ \dot{\eta}_2=-k_2(\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t))+k_3(\zeta_2-\delta_2),\\ \dot{\delta}_2=k_4(\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t)).\end{cases} \tag{10}$$

通过以上变换可知: 如果式(9)–(10)能够收敛到原点, 则可得到问题(3)的解. 因为$\delta_1\equiv0$, 本文仅需分析$\zeta_1,\eta_1,\zeta_2,\eta_2,\delta_2$的收敛性.

考虑如下的Lyapunov函数:

$$V=V_1+V_2+V_3+V_4+V_5+V_6+V_7,$$

其中:

$$V_1=\frac{k_3}{k_1}u_{11}(\|\zeta_1\|^2+\|\zeta_2\|^2)+\xi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}\xi,$$

$$V_2=\int_{t-\bar{\tau}}^{t}\eta_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}_1\eta_2(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_3=\bar{\tau}\int_{-\bar{\tau}}^{0}\int_{t+u}^{t}\dot{\eta}_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}_2\dot{\eta}_2(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}u,$$

$$V_4=\int_{t-\tau(t)}^{t}\eta_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}_3\eta_2(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_5=\int_{t-\frac{\bar\tau}{2}}^{t}\begin{bmatrix}\eta_2(s)\\ \eta_2(s-\frac{\bar\tau}{2})\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\begin{bmatrix}\eta_2(s)\\ \eta_2(s-\frac{\bar\tau}{2})\end{bmatrix}\mathrm{d}s,$$

$$V_6=\frac{\bar\tau}{2}\int_{-\frac{\bar\tau}{2}}^{0}\int_{t+u}^{t}\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}_4\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}u,$$

$$V_7=\int_{t-\frac{\tau(t)}{2}}^{t}\begin{bmatrix}\eta_2(s)\\ \eta_2(s-\frac{\tau(s)}{2})\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\begin{bmatrix}\eta_2(s)\\ \eta_2(s-\frac{\tau(s)}{2})\end{bmatrix}\mathrm{d}s,$$

且

$$\xi=[\eta_1^{\mathrm{T}}\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}\ \ \delta_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}u_{11}&0&0\\0&u_{22}&u_2\\0&u_2^{\mathrm{T}}&u_3\end{bmatrix}\otimes I_n,$$

$$\boldsymbol{M}_i=M_i\otimes I_n,\ i=1,2,3,4,$$

$$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}Q_{11}&Q_{12}\\Q_{12}^{\mathrm{T}}&Q_{22}\end{bmatrix}\otimes I_n,\ \boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}W_{11}&W_{12}\\W_{12}^{\mathrm{T}}&W_{22}\end{bmatrix}\otimes I_n,$$

则V沿着系统(9)–(10)对时间的导数分别为

$$\begin{aligned}\dot V_1=&2k_3u_{11}\zeta_1^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}h-\eta_1)+\\&2k_3u_{11}\eta_1^{\mathrm{T}}(\zeta_1-\delta_1)+2k_3u_{11}\zeta_2^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}h-\eta_2)-\\&2k_2\eta_2^{\mathrm{T}}(u_{22}\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t))+\\&2k_3\eta_2^{\mathrm{T}}(u_{22}\otimes I_n)(\zeta_2-\delta_2)+\\&2k_4\eta_2^{\mathrm{T}}(u_2\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t))-\\&2k_2\delta_2^{\mathrm{T}}(u_2^{\mathrm{T}}\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t))-\\&2k_3\delta_2^{\mathrm{T}}(u_2^{\mathrm{T}}\otimes I_n)\delta_2+2k_3\delta_2^{\mathrm{T}}(u_2^{\mathrm{T}}\otimes I_n)\zeta_2+\\&2k_4\delta_2^{\mathrm{T}}(u_3\varLambda\otimes I_n)\eta_2(t-\tau(t)),\end{aligned}$$

其中:

$$h\in\partial f(x)-\partial f(x^*)+N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*),$$

$$\dot V_2=\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_1\eta_2(t)-\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\bar\tau)\boldsymbol{M}_1\eta_2(t-\bar\tau),$$

$$\begin{aligned}\dot V_3=&\bar\tau\int_{-\bar\tau}^{0}(\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2(t)-\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(t+u)\boldsymbol{M}_2\times\\&\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(t+u))\mathrm{d}u=\\&\bar\tau^2\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2(t)-\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t}\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2(u)\mathrm{d}u,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot V_4=&\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_3\eta_2(t)-(1-\dot\tau(t))\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\times\\&\boldsymbol{M}_3\eta_2(t-\tau(t))\leqslant\\&\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_3\eta_2(t)-(1-p)\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\times\\&\boldsymbol{M}_3\eta_2(t-\tau(t)),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot V_5=&\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{q}_{11}\eta_2(t)-\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\bar\tau}{2})\boldsymbol{q}_{11}\eta_2(t-\frac{\bar\tau}{2})+\\&2[\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{q}_{12}\eta_2(t-\frac{\bar\tau}{2})-\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\bar\tau}{2})\boldsymbol{q}_{12}\eta(t-\bar\tau)]+\\&\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\bar\tau}{2})\boldsymbol{q}_{22}\eta(t-\frac{\bar\tau}{2})-\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\bar\tau)\boldsymbol{q}_{22}\eta(t-\bar\tau),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot V_6=&(\frac{\bar\tau}{2})^2\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}_4\dot\eta_2(t)-\\&\frac{\bar\tau}{2}\int_{t-\frac{\bar\tau}{2}}^{t}\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_4\dot\eta_2(u)\mathrm{d}u,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot V_7=&\begin{bmatrix}\eta_2(t)\\ \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2})\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\begin{bmatrix}\eta_2(t)\\ \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2})\end{bmatrix}-\\&(1-\frac{\dot\tau(t)}{2})\begin{bmatrix}\eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2})\\ \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2}-\frac{\tau(t-\frac{\tau(t)}{2})}{2})\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\times\\&\boldsymbol{W}\begin{bmatrix}\eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2})\\ \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2}-\frac{\tau(t-\frac{\tau(t)}{2})}{2})\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

考虑到

$$\begin{aligned}&-2k_3u_{11}(\zeta_1^{\mathrm{T}}(r^{\mathrm{T}}\otimes I_n)+\zeta_2^{\mathrm{T}}(R^{\mathrm{T}}\otimes I_n))h=\\&-2k_3u_{11}(x-x^*)^{\mathrm{T}}h=\\&-2k_3u_{11}\bar x^{\mathrm{T}}h,\end{aligned}$$

又因为$<x-x^*,N_{\mathrm{C}}(x)>\subseteq\mathbb{R}_+$, $<x-x^*,N_{\mathrm{C}}(x^*)>\subseteq\mathbb{R}_-$, 所以有$<\bar x,N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*)>\subseteq\mathbb{R}_+$, 因此, $-2k_3u_{11}\bar x^{\mathrm{T}}h\in-<\bar x,\partial f(x)-\partial f(x^*)>-<\bar x,N_{\mathrm{c}}(x)-N_{\mathrm{c}}(x^*)>$. 又因为局部成本函数是强凸的, 即满足

$$\begin{aligned}&(\partial f(x_i)-\partial f(x_i^*))^{\mathrm{T}}(x-x^*)\geqslant\omega_i\|x_i-x_i^*\|^2,\\&\omega_i>0,\ \forall i\in v.\end{aligned}$$

取$\omega=\min\{\omega_1,\cdots,\omega_N\}$, 则可得如下不等式:

$$\begin{aligned}&\max\{a\in\mathbb{R},a=-2k_3u_{11}(x-x^*)^{\mathrm{T}}h,\\&h\in\partial f(x)-\partial f(x^*)+N_{\mathrm{C}}(x)-N_{\mathrm{C}}(x^*)\}\leqslant\\&-2k_3u_{11}\omega\|x-x^*\|^2=-2k_3u_{11}\omega\|\zeta\|^2=\\&-2k_3u_{11}\omega(\|\zeta_1\|^2+\|\zeta_2\|^2).\end{aligned}$$

为了书写方便, 定义

$$\begin{aligned}\phi(t)=&[\delta_2^{\mathrm{T}}(t)\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}(t)\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}(t-\bar\tau)\\&\zeta_2^{\mathrm{T}}(t)\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\bar\tau}{2})\ \ \eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\tau(t)}{2})\\&\eta_2^{\mathrm{T}}(t-\frac{\tau(t)}{2}-\frac{\tau(t-\frac{\tau(t)}{2})}{2})],\end{aligned}$$

则V_3导数的第1项可以写成

$$\bar\tau^2\dot\eta_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2=\phi^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{O}_1^{\mathrm{T}}\phi(t),\qquad(11)$$

其中$\boldsymbol{O_1}=O_1\otimes I_n$.

接着根据引理3和引理4对V_3导数第2项做如下处理:

$$\begin{aligned}&-\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t}\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2(u)\mathrm{d}u=\\&-\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t-\tau(t)}\dot\eta_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_2\dot\eta_2\mathrm{d}u-\end{aligned}$$

$$\bar{\tau}\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{\eta}_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_2\dot{\eta}_2(u)\mathrm{d}u \leqslant$$
$$-(\frac{\bar{\tau}}{\tau(t)}r_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_2 r_1 + \frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}-\tau(t)}r_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_2 r_2) \leqslant$$
$$-\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_2 & \boldsymbol{S}_{12} \\ \boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{M}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix},$$

其中:

$$\boldsymbol{S}_{12} = S_{12}\otimes I_n,\ r_1 = \eta_2(t)-\eta_2(t-\tau(t)),$$
$$r_2 = \eta_2(t-\tau(t)) - \eta_2(t-\bar{\tau}).$$

同理, 对V_6的导数有

$$(\frac{\bar{\tau}}{2})^2\dot{\eta}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_4\dot{\eta}_2 = \phi^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{O_2}\boldsymbol{M_4^{-1}}\boldsymbol{O_2^{\mathrm{T}}}\phi(t) -$$
$$\frac{\bar{\tau}}{2}\int_{t-\frac{\bar{\tau}}{2}}^{t}\dot{\eta}_2^{\mathrm{T}}(u)\boldsymbol{M}_4\dot{\eta}_2(u)\mathrm{d}u \leqslant$$
$$-\begin{bmatrix} r_1' \\ r_2' \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_4 & \boldsymbol{S}_{12}' \\ \boldsymbol{S}_{12}'^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{M}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1' \\ r_2' \end{bmatrix},$$

其中:

$$\boldsymbol{O}_2 = O_2\otimes I_n,\ \boldsymbol{S}_{12}' = S_{12}'\otimes I_n,$$
$$r_1' = \eta_2(t) - \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2}),$$
$$r_2' = \eta_2(t-\frac{\tau(t)}{2}) - \eta_2(t-\frac{\bar{\tau}}{2}).$$

对$V_1,\cdots,V_7$各项的导数整理后可得

$$\dot{V} <$$
$$-2k_3u_{11}\omega\|\zeta_1\|^2 + \phi^{\mathrm{T}}(t)(\varXi\otimes I_n)\phi(t) +$$
$$\phi^{\mathrm{T}}(t)(O_1M_2^{-1}O_1^{\mathrm{T}}\otimes I_n)\phi(t) +$$
$$\phi^{\mathrm{T}}(t)(O_2M_4^{-1}O_2^{\mathrm{T}}\otimes I_n)\phi(t). \tag{12}$$

根据Schur补可知, 定理2的条件可以保证$\dot{V}(t)\leqslant 0$. 根据引理2, 系统收敛到不变集

$$M = \{\zeta\in\mathbb{R}^{nN}, \eta_2\in\mathbb{R}^{n(N-1)}, \delta\in\mathbb{R}^{nN}|$$
$$\zeta = 0_{nN}, \eta_2 = 0_{n(N-1)}, \delta = 0_{nN}\},$$

又因为成本函数满足强凸条件根据文献[24], 可以得到最优点是惟一的, 即系统的平衡点只存在于原点.

证毕.

注 1 因为V的导数中各项整理后不存在系数k_1, 因此, 系统稳定性只受系数k_2, k_3, k_4的影响, 进而影响算法的时滞上界. 又根据V_1的构造可知, 参数k_1位于标量$\|\zeta\|^2$的分母上, k_1取较大值时, V的初值偏离原点的距离就相对减小, 所以使得系统收敛到原点的时间减小, 因此, 系数k_1对系统收敛速度的影响很大.

5 算例仿真

考虑一个五机电力系统, 它的结构示意图和通信拓扑图如图1–2所示.

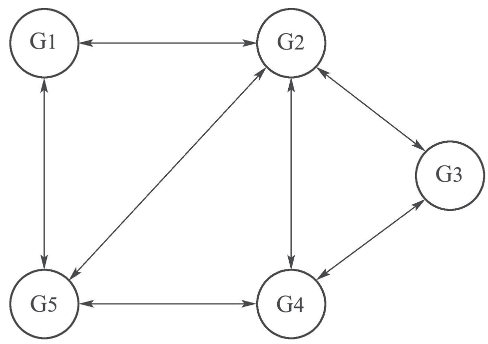

图 1 五电机通信网络图

Fig. 1 The Communication topology with five generators

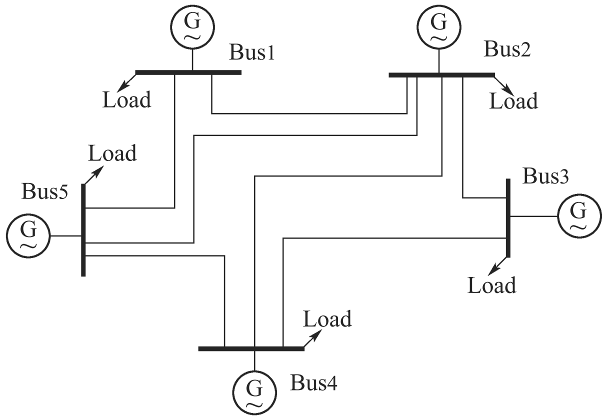

图 2 五电机电力网络图

Fig. 2 The single-line diagram of power grid with five generators

每一台发电机的成本函数及输出功率限制如表1所示, 其中发电机G1是风力发电单元.

表 1 发电机成本函数和输出限制

Table 1 The cost functions of generators and their output constrains

发电机	成本函数	输出约束
G1	$f(x)=0.15x^2+\frac{15x^2}{\sqrt{x^2+1}}$	$30\leqslant x\leqslant 80$
G2	$f(x)=0.116x^2+11.12x$	$80\leqslant x\leqslant 140$
G3	$f(x)=0.3x^2+15.1x$	$20\leqslant x\leqslant 70$
G4	$f(x)=0.182x^2+7.63x$	$20\leqslant x\leqslant 70$
G5	$f(x)=0.202x^2+12.5x$	$10\leqslant x\leqslant 60$

情况 A 假设$k_2=k_3=k_4=k$, 给定时变时滞导数最大值p为0.8, 取$\tau(t)=\bar{\tau}+0.08|\sin(10t)|$, 分析$k_1$和$k$的变化对时滞上界$\bar{\tau}$和系统收敛速度的影响. 假设负载总功率需求为250 MW, 仿真结果如表2–3所示.

从表2可知, 当k_1固定时, 参数k的取值对时滞上界和收敛速的影响很大, 当k的取值越大时, 时滞上界越来越小, 但收敛时间变短, 即收敛速度加快. 从表3可知, 当k固定时, 参数k_1的变化对时滞上界几乎没有

影响, 但是k_1取值增大时, 算法的收敛速度明显加快, 这与注里的分析一致. 但是无限增大k_1并不能保证系统收敛速度一直加快, 当增加到某一数值时, 算法的收敛速度几乎不再变化.

表 2 k_1固定, 参数k对系统性能影响

Table 2 The influence of parameter k on system performance with fixed k_1

算法参数 k_1	算法参数 k	时滞参数 $\bar{\tau}(s)$	系统性能 收敛时间/s
1	0.1	2.0044	60
1	0.2	1.0081	35
1	1	0.2014	25
1	2	0.1006	25

表 3 k固定, 参数k_1对系统性能影响

Table 3 The influence of parameter k_1 on system performance with fixed k

算法参数 k_1	算法参数 k	时滞参数 $\bar{\tau}(s)$	系统性能 收敛时间/s
1	1	0.2014	25
2	1	0.2014	14
5	1	0.2014	9
50	1	0.2014	8
500	1	0.2014	7
5000	1	0.2014	7

情况 B　取$k_1 = 5, k = 1, \bar{\tau} = 0.1214$ s.

情况 b1　算法有效性验证, 仿真结果如图3–4所示.

从图3可以看出系统在8 s时达到稳定, 各个发电机的局部变量z_i收敛到一致, 在$t = 8$ s时$z^* = -30.84$, 各个发电机的输出始终限制在允许的范围内, 且满足系统的供求平衡, 达到稳定时发电成本为0.191 $/kWh, 这表明所提算法是有效的. 但是, 当$\bar{\tau}$超出允许的时滞上界时, 算法不再收敛.

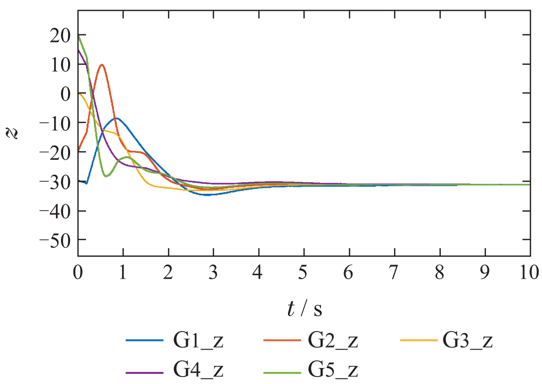

图 3 一致性变量轨线图

Fig. 3 The trajectory diagrams of consensus variables

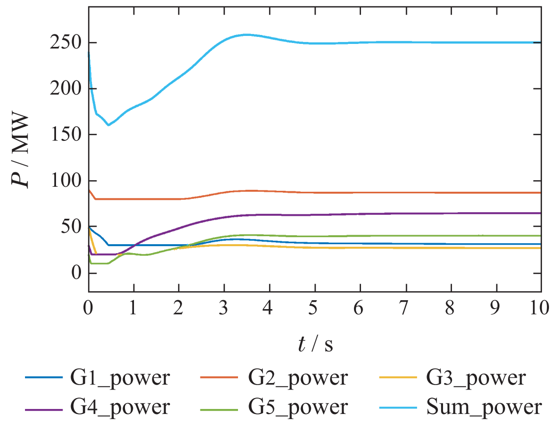

图 4 发电机输出功率曲线

Fig. 4 The power output curves of generators

情况 b2　系统在$t = 9$ s时切除发电机G3, 在$t = 18$ s又将发电机G3重新投入, 所得的仿真结果如图5–6所示.

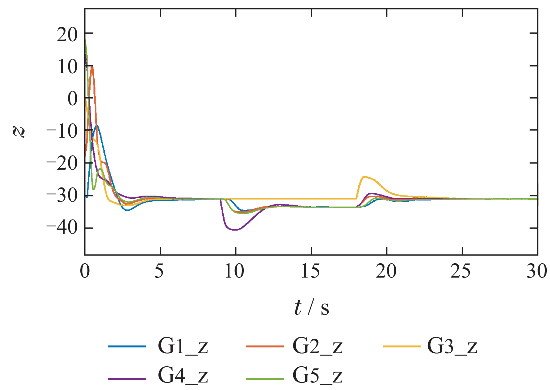

图 5 发电机G3切除–投入情况下变量z变化曲线

Fig. 5 The curves of variable z when G3 is cut off and switched on

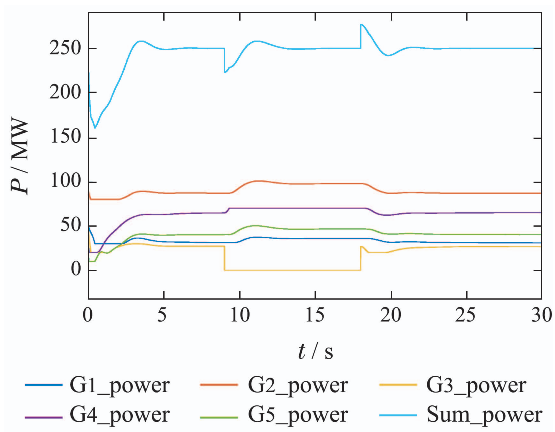

图 6 发电机G3切除–投入情况下输出功率变化曲线

Fig. 6 The power output curves when G3 is cut off and switched on

显然, 在G3没有切除时, $t = 8$ s时系统稳定, 各个发电机的一致变量z收敛到-30.84, 此时的发电成本

为0.191 \$/kWh, $t = 9$ s时, 切除G3, 发电机G3的输出变为0, 发电成本为0.2\$/kWh. $t = 15$ s时, 一致变量重新收敛到−33.09, $t = 18$ s重新投入G3, 各个发电机一致变量与输出又恢复到了切除前的状态, 这表明本文的算法具有良好的即插即用性能.

情况 b3 $t = 10$ s时将负载增加50 MW, 即总负载从250 MW增加到300 MW得到, 仿真结果如图7–8所示.

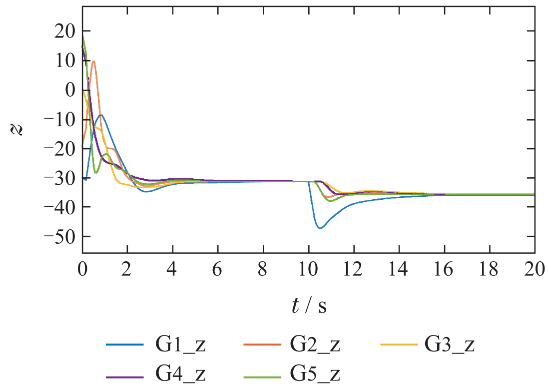

图 7 负载突变情况下参数z变化轨线图

Fig. 7 The trajectory diagrams of variable z when the loads change suddenly

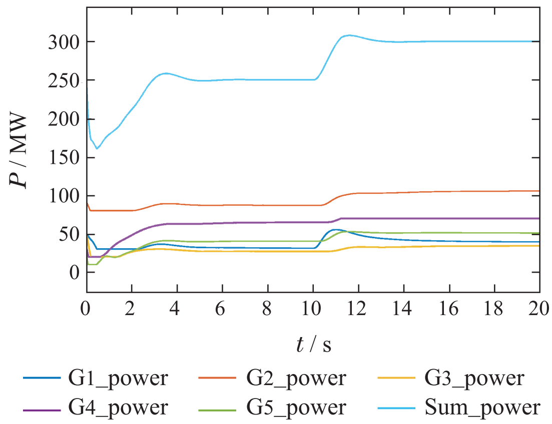

图 8 负载突变情况下发电机输出变化曲线

Fig. 8 The power output curves of generators when the loads change suddenly

从图7–8可以看出, 增加负载后各个发电机的输出功率都有增加, 且一致性变量z从−30.84变为−35.07, 发电成本从0.191 \$/kWh变为0.204 \$/kWh. 输出总功率与负载需求保持平衡, 发电机输出在限制范围内, 这说明算法对于负载突变下的情况具有良好的鲁棒性.

情况 C 与文献[23]中的算法进行比较, 取文献[23]中的各个发电机参数和输出限制, 考虑与文献[23]中相同的时变时滞函数为$\tau(t) = 0.85|\sin t| + 0.2$和总负载需求功率, 得到的仿真结果如下图9–10所示.

从图9–10中可以发现, 本文设计的算法在程序运行过程中, 发电机输出始终保持在限制的范围内, 并且以较快的收敛到最优输出状态, 算法稳定时间为15 s左右. 而文献[23]即使不考虑输出限制, 系统稳定时间也需要30 s左右, 再加上有多个发电机输出限制的情况下, 会使收敛速度更慢, 这表明本文所提算法要优于文献[23]中的算法.

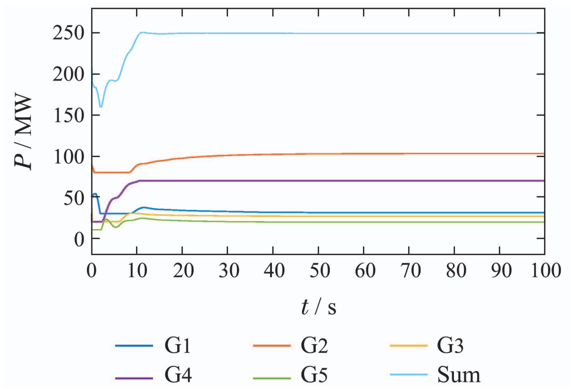

图 9 本文发电机的输出功率曲线

Fig. 9 The power output curves of generators in this paper

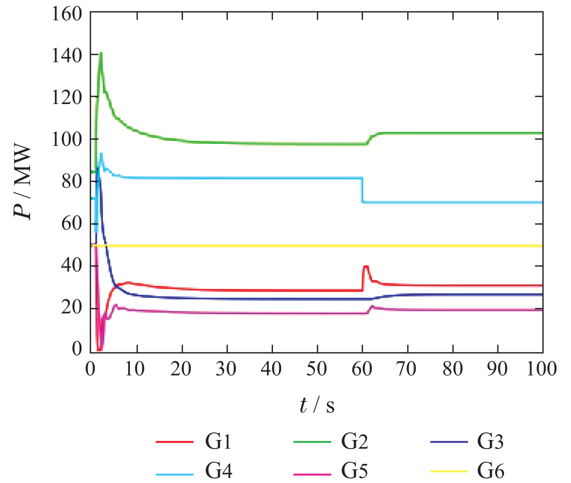

图 10 文献[23]的发电机输出功率曲线

Fig. 10 The power output curves of generators in reference 24

6 结论

本文提出了一种新的分布式电力经济调度算法, 各个发电机之间不需要交换成本信息, 且通过一个方向投影算子解决了发电机的输出约束问题, 适应于成本函数为凸且函数不可微的情况, 这样应用范围更广. 利用时滞分割的方法减小了系统的保守性, 增加了系统的时滞上界. 仿真结果也验证了算法的有效性和优越性.

参考文献:

[1] LIN C, CHEN S T, HUANG C L. A direct newton-raphson economic dispatch. *IEEE Transactions Power Systems*, 1992, 7(3): 1149 – 1154.

[2] HEMAMALINI S, SIMON S. Maclaurin series-based lagrangian method for economic dispatch with valve-point effect. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2009, 3(9): 857 – 871.

[3] QIN Liangdong, CAO Yijia. Application of hybrid multi-objective genetic algorithm in economic dispatch of power system. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2004, 32(11): 33 – 35.
(秦梁栋, 曹一家. 混合多目标遗传算法在电力系统经济调度中的运用. 华中科技大学学报(自然科学版), 2004, 32(11): 33 – 35.)

[4] CHEN Gonggui, HUANG Shanwai, SUN Zhi, et al. Simulation research on economic dispatch of power system based on improved quantum particle swarm optimization. *Experimental Technology and Management*, 2017, 34(3): 104 – 107.
(陈功贵, 黄山外, 孙智, 等. 基于改进量子粒子群算法的电力系统经济调度仿真研究. 实验技术与管理, 2017, 34(3): 104 – 107.)

[5] OLIVARES D, MEHRIZI-SANI A, ETENMADI A. Trends in microgrid control. *IEEE Transactions Smart Grid*, 2014, 5(4): 1905 – 1919.

[6] ZHANG Z, CHOW M. Convergence analysis of the incremental cost consensus algorithm under different communication network topologiesin a smart grid. *IEEE Transactions Power Systems*, 2012, 27(4): 1761 – 1768.

[7] KAR S, HUG G. Distributed robust economic dispatch in power systems: A consensus+innovations approach. *Proceedings of 2012 IEEE Power & Energy Society General Meeting*. San Diego, CA, USA: IEEE, 2012: 1 – 8.

[8] YANG S, TAN S, XU J. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(4): 4416 – 4426.

[9] BINETTI G, DAVOUDI A, LEWIS F L, et al. Distributed consensus-based economic dispatch with transmission losses. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2014, 29(4): 1711 – 1720.

[10] HAMDI M, CHAOUI M, IDOUMGHAR L, et al. Coordinatedconsensus for smart grid economic enviromental power dispatch with dynimic communication network. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2018, 12(11): 2603 – 2613.

[11] YANG Z, XIANG J, LI Y. Distributed consensus based supplydemand balance algorithm for economic dispatch problem in a smart grid with switching graph. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2017, 64(2): 1600 – 1610.

[12] CHEN G, YANG Q. An admm-based distributed algorithm for economic dispatch in islanded microgirds. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(9): 3892 – 3903.

[13] YI P, HONG Y, LIU F. Initialization-free distributed algorithms for resource allocaition with feasibility constraints and application to economic dispatch of power systems. *Automatica*, 2016, 74: 259 – 269.

[14] DENG Z, SHU L, HONG Y. Distributed continous-time algorithms for resource allocaition problems over weight-balanced digraphs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(11): 3116 – 3125.

[15] CHEN G, REN J, FENG E N. Distributed finite-time economic dispatch of a network of energy resources. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, 8(2): 822 – 832.

[16] DENG Z, LIANG S, HONG Y. Distributed continuous-time algorithms for resource allocation problems over weight-balanced digraphs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(11): 3116 – 3125.

[17] RICHARD J. Time-delay systems: An overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 2003, 38(10): 1667 – 1694.

[18] XU W, CAO J, XIAO M, et al. A new framework for analysis on stability and bifurcation in a class of neural networks with discrete and distributed delys. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(10): 2224 – 2236.

[19] ZHANG Y, SUN Y, WU X, et al. Economic dispatch in smart grid based on fully distributed consensus algorithm with time delay. *Proceedings of the 2018 Chinese Control Conference (CCC)*. Wuhan: IEEE, 2018: 2442 – 2446.

[20] ZHU Y, YU W, WEN G. Distributed consensus strategy for economic power dispatch in a smart grid with communication time delays. *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*. Taipei: IEEE, 2016: 1384 – 1389.

[21] YANG T, LU J, WU D, et al. A distributed algorithms for economic dispatch over time-varying directed networks with delays. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2016, 64(6): 5095 – 5106.

[22] CHEN G, ZHAO Z. Delay effects on consensus-based distributed economic dispatch algorithm in microgrid. *IEEE Transactions Power Systems*, 2018, 33(1): 602 – 612.

[23] HUANG B, LIU L, ZHANG H, et al. Distributed optimal economic dispatch for microgrids considering communication delays. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(8): 1634 – 1642.

[24] GAO Yan. *Non-smooth Optimization*. Beijing: Science Press, 2008.
(高岩. 非光滑优化. 北京: 科学出版社, 2008.)

[25] YANG S, LIU Q, WANG J. Distributed optimization based on a multiagent system in the presence of communication delays. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(5): 717 – 728.

作者简介:

孙妙平 博士, 硕士生导师, 目前研究方向为智能电网和分布式控制与优化, E-mail: miaopingsun@mail.csu.edu.cn;

姜 波 本科生, 研究方向为多智能体协同控制, E-mail: 1085380514@qq.com.