

自适应事件触发网络化非线性系统滤波器设计

相 赞, 林 崇[†], 陈 兵

(青岛大学 自动化学院 复杂性科学研究所, 山东 青岛 266071)

摘要: 本文针对网络化非线性控制系统设计了基于自适应事件触发方案满足 H_∞ 性能的模糊滤波器. 第一, 提出新的自适应事件触发方案来决定数据包是否需要传输到通信网络中, 从而提高网络资源利用率; 第二, 运用模糊线积分的方法, 构建模糊李雅普诺夫泛函, 避免求解隶属函数的时间微分; 第三, 利用Wirtinger不等式及倒凸引理结合的技术, 得到滤波误差系统满足 H_∞ 性能的充分条件; 第四, 将滤波误差系统建模为时滞系统, 在此框架下, 实现自适应事件触发参数与滤波参数共同设计. 最后, 通过两个数值例子验证本文所提方法的有效性.

关键词: 自适应事件触发方案; 模糊滤波器; 网络化控制系统; 非线性

引用格式: 相赞, 林崇, 陈兵. 自适应事件触发网络化非线性系统滤波器设计. 控制理论与应用, 2021, 38(1): 1–12

DOI: 10.7641/CTA.2020.00327

Filter design of networked nonlinear systems with adaptive event trigger

XIANG Yun, LIN Chong[†], CHEN Bing

(Institute of Complexity Science, School of Automation, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China)

Abstract: This paper designs a fuzzy filter based on adaptive event triggering scheme to satisfy H_∞ performance for networked nonlinear control systems. Firstly, a new adaptive event triggering scheme is proposed to determine whether data packets need to be transmitted to the communication network, thereby improving network resource utilization; Secondly, the method of fuzzy line integration is used to construct a fuzzy Lyapunov function to avoid solving the time differentiation of membership functions; Thirdly, the technique of combining Wirtinger's inequality and reciprocally convex lemma is adopted to obtain sufficient conditions for the filter error system to satisfy H_∞ performance; Fourthly, the filtering error system is modeled as a time-delay system, and under this framework, the adaptive event trigger parameters and the filtering parameters are codesigned. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by two numerical examples.

Key words: adaptive event triggering scheme; fuzzy filter; networked control systems; nonlinear

Citation: XIANG Yun, LIN Chong, CHEN Bing. Filter design of networked nonlinear systems with adaptive event trigger. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(1): 1–12

1 引言

网络化控制系统是通过通信网络连接传感设备, 控制设备以及执行设备而构成. 由于网络化控制系统具有成本低, 灵活性等优势, 因此网络化控制系统已经广泛应用于无人机系统、智能运输系统等领域. 然而, 数据包通过网络传输, 会出现丢包、时滞等现象, 会使系统性能变差甚至不稳定. 至今有大量文献对网络化控制系统进行了研究^[1–4].

近年来, 传统时间触发方案不能使网络资源得到充分的利用^[5–7], 而事件触发方案能够克服时间触发存在的缺点^[1,3], 通过预先设置一个事件触发条件, 来

决定数据包是否需要传输到通信网络中, 从而提高网络资源利用率. 文献[8]解决了区间2型模糊系统框架下的网络化非线性控制系统事件触发滤波器设计问题, 在参数不确定, 数据量化及具有网络时滞的框架下进行事件触发滤波器设计, 事件触发优点是可减少有限网络资源的使用, 并给误差跟踪和网络资源利用率提供权衡; 文献[9]研究了基于事件触发方案连续Takagi-Sugeno(T-S)模糊系统的 H_2 降阶滤波器设计问题, 降阶滤波器旨在将原始模型转化为线性低阶的, 提出新的事件触发方案来减少网络通信负载和计算资源. 文献[10]研究了基于事件的故障检测滤波器在

收稿日期: 2020–06–05; 录用日期: 2020–09–23.

[†]通信作者. E-mail: linchong_2004@hotmail.com; Tel.: +86 532-85953712-802.

本文责任编辑: 段志生.

国家自然科学基金项目(61673227, 61873137), 山东省泰山学者项目(ts20190930)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61673227, 61873137) and the Shandong Taishan Scholar Project (ts20190930).

网络环境中的问题,通过利用Lyapunov-Krasovskii泛函(LKF),得到滤波器和触发器参数共同设计的充分条件.文献[11-14]提出了自适应事件触发方案,从而避免系统资源的不必要消耗.如何建立一个更好的自适应事件触发方案,不仅可以降低结果的保守性,而且可以节省系统资源,这是激发作者研究本文的第一个动力.

实际系统通常具有非线性特性,这使得对系统进行稳定性分析与设计变得十分困难.1985年,著名的T-S模糊系统提出来,用于复杂非线性系统的建模及控制,其主要特征是通过模糊隶属函数将局部线性模型叠加而成全局非线性模型.文献[15]将带有间歇时变时滞的非线性系统通过T-S模糊方法进行稳定性分析与镇定性控制,LKF中的所有积分项均使用时滞分解方法,进而得到新的时滞相关的稳定性条件.文献[16]对带有时变时滞的连续T-S模糊系统通过建立新的LKF进行了稳定性分析,LKF的积分取决于积分变量和时间 t ,从而减少了线性矩阵不等式的数量,通过分析隶属函数的时间导数符号对系统进行稳定性分析.文献[17]基于T-S模糊模型,通过构造增广的LKF,研究了一类具有时滞的不确定模糊中立型随机系统的鲁棒 H_∞ 滤波器设计问题.文献[18]提出一种新的时滞划分方法—变时滞划分法,以解决连续时滞T-S模糊系统的稳定性和镇定问题.文献[19-20]采用模糊线积分,建立了模糊李雅普诺夫泛函,从而避免了求解隶属函数的时间微分,不同于文献[21]要事先知道隶属函数的时间微分.模糊李雅普诺夫泛函比二次李雅普诺夫泛函能更好降低结果的保守性.这激发了本文利用模糊线积分建立模糊李雅普诺夫泛函来研究模糊滤波设计问题.

在噪声系统中,状态变量不可获得时,经常用滤波估计不可获得的状态或者它们的线性组合. H_∞ 滤波具有不需要知道外界扰动信号且能很好的处理系统参数不确定性的优点.文献[22]考虑一类同时带有非线性动态和参数不确定性的离散时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波设计问题,给出使误差系统鲁棒渐近稳定且达到指定的干扰抑制水平的滤波器,文献[23]分别就前提变量已知与未知设计 H_∞ 模糊滤波器,Lyapunov函数中的隶属函数的时间导数通过切换方法进行处理.然后,针对前提变量的不同情况,设计了不同的切换滤波器.文献[24-25]基于事件触发方案对 H_∞ 滤波进行设计,文献[24]考虑到事件触发方案和网络通信时滞的影响,所以是在异步前提和时滞框架下设计的滤波器,通过使用重构异步前提的方法,降低结果的保守性.文献[25]针对触发条件和模糊滤波器,设计了一种新的共同设计方法,以保证相应的滤波误差系统在规定的干扰衰减水平下渐近稳定.文献[26]研究了基于事件触发的故障检测滤波的设计,以生成残留信号并检

测系统故障.这激发了作者将非线性系统经过模糊建模转换为T-S模糊系统,然后设计满足 H_∞ 性能的模糊滤波器.

本文研究基于新的自适应事件触发方案设计满足 H_∞ 性能的模糊滤波器问题.首先,非线性系统通过T-S模糊模型建模.为了节省网络资源,提出了新的自适应事件触发方案,决定采样测量输出是否应该释放到网络中.在事件触发方案的框架下,滤波误差系统被建立为时滞系统,通过建立模糊线积分以及简单的李雅普诺夫泛函,再利用Wirtinger不等式及倒凸引理结合的技术对负定项进行放缩,从而对系统满足 H_∞ 性能进行分析.在此基础上,通过解耦技术对此系统设计满足 H_∞ 性能的模糊滤波器.

符号说明:上标 -1 和 T 分别代表矩阵的逆和转置; $P > 0$ 代表实对称正定矩阵;“*”代表对称矩阵中的转置元素; $\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m, \mathbb{R}^p$ 分别代表 n 维、 m 维、 p 维欧氏空间; \mathbb{N} 代表非负整数集; $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数;diag{…}表示分块对角矩阵;col{…}表示列向量;平方可积函数集合用 $\mathcal{L}_2[0, \infty)$ 表示.若 $\mathbf{w}(t) \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$,则

$$\|\mathbf{w}(t)\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty |\mathbf{w}(t)|^2 dt}.$$

2 问题描述与准备

考虑非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f_1(\mathbf{x}(t)) + g_1(\mathbf{x}(t))\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) = f_2(\mathbf{x}(t)) + g_2(\mathbf{x}(t))\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = f_3(\mathbf{x}(t)), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n, \mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^q, \mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m, \mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别是系统的状态向量、输出向量、测量输出以及属于 $\mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的扰动输入, $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x})$ 以及 $g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x})$ 是关于 \mathbf{x} 的非线性连续函数矩阵.通过应用文献[27]模糊建模的思想方法,可以获得以下T-S模糊模型: 模糊规则*i*: 如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 是 $W_1^{\alpha_{i1}}, \dots, \mathbf{x}_n(t)$ 是 $W_n^{\alpha_{in}}$, 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) = C_i \mathbf{x}(t) + D_i \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = L_i \mathbf{x}(t), \quad i = 1, 2, \dots, r, \end{cases} \quad (2)$$

其中: A_i, B_i, C_i, D_i, L_i 是给定的具有适当维数的定常矩阵; r 是模糊规则的数量; $W_j^{\alpha_{ij}}$ 是基于 \mathbf{x}_j 的模糊集,需要注意前提变量是状态向量,这里的 α_{ij} 特殊化了基于 \mathbf{x}_j 的模糊集.比如,当 $\alpha_{11} = \alpha_{21}$ 时,则意味着在规则1和规则2中具有相同的基于 $\mathbf{x}_1(t)$ 的模糊集 $W_1^{\alpha_{11}}$.令 r_j 是基于 \mathbf{x}_j 模糊规则的数量,则

$$1 \leq \alpha_{ij} \leq r_j, \quad r = \prod_{j=1}^n r_j.$$

对式(2)进行模糊融合,可以得到下列全局模糊模型:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\mathbf{x})x(t) + B(\mathbf{x})\mathbf{w}(t), \\ z(t) = C(\mathbf{x})x(t) + D(\mathbf{x})\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = L(\mathbf{x})x(t), \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t))A_i, \quad B(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t))B_i, \\ C(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t))C_i, \quad D(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t))D_i, \\ L(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t))L_i, \end{aligned}$$

$\mu_i(\mathbf{x}(t))$ 是模糊规则*i*的隶属函数且满足

$$\begin{aligned} \mu_i(\mathbf{x}(t)) &= \prod_{j=1}^n m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t)), \\ m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t)) &= \frac{\chi_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))}{\sum_{\alpha_{ij}=1}^{r_j} \chi_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))}, \end{aligned}$$

其中: $m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))$ 是归一化的隶属函数, $\chi_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))$ 是 $W_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))$ 的隶属函数. $m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t))$ 满足

$$0 \leq m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t)) \leq 1, \quad \sum_{\alpha_{ij}=1}^{r_j} m_j^{\alpha_{ij}}(\mathbf{x}_j(t)) = 1,$$

从而 $0 \leq \mu_i(\mathbf{x}(t)) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t)) = 1.$

为了后续的进展, 本文给出以下假设:

假设 1^[13] 系统测量输出是通过定长周期 h 进行采样.

假设 2^[13] 从采样器到事件生成器再到滤波器的网络诱导时滞总记为 τ_{t_k} (t_k 是基于时间采样时刻), 满足 $0 < \tau_{t_k} \leq \bar{\tau}$, $\bar{\tau}$ 是 τ_{t_k} 的最大值.

假设 3^[28] 数据包是单个传输的, 传输过程中丢包现象不会发生在整个控制过程.

假设1说明采样器保持定常的采样周期 h , 零阶保持器(zero order holder, ZOH)用于保持采样的测量输出信号, 直到出现新采样测量输出才会使其值改变; 假设2所说的总时滞是包括等待时滞、计算时滞、网络诱导时滞. 假设1和假设2经常在一些文献中给出. 本文提出新的自适应事件触发方案来决定采样数据包是否需要传输到网络中, 给出假设3为了突出作者所提方法的优越性而且降低问题的复杂性.

2.1 自适应事件触发方案

假设数据包的传输取决于预先定义的事件而不是时间. 图1-2针对网络化控制系统描绘了所提出的自适应事件触发方案过程. 其中自适应事件生成器里的逻辑函数决定采样数据是否应该释放到模糊滤波器. 当采样数据传输到通信网络时, 事件触发通信方案的阈值被计算并且保存在缓冲器1中, 为计算下一次的输出相关误差, 同时采样数据也要保存在缓冲器2中.

与文献[29–36]相比, 本文设计的事件触发方案可以动态的调整阈值条件, 可以在保证性能的同时节省更多的通信宽带. 下一次的传输时刻定义为

$$t_{k+1}h = t_kh + \min_{j \in \mathbb{N}} \{jh | e^T(t_k^j h)G_1 e(t_k^j h) > \varepsilon(t_k h)\mathbf{y}^T(t_k h)G_2 \mathbf{y}(t_k h)\}, \quad (4)$$

其中: $G_1 > 0, G_2 > 0$ 是权重矩阵且 $G_1 \neq G_2$; h 是采样周期, $t_k (k = 0, 1, 2, \dots)$ 是一些整数, 使得 $\{t_0, t_1, \dots\} \subset \{0, 1, 2, \dots\}$; $t_k^j h = t_k h + jh, j \in \mathbb{N}$, $\varepsilon(t_k h)$ 是自适应阈值; $e(t_k^j h)$ 是当前的采样数据 $\mathbf{y}(t_k h + jh)$ 与最新传输数据 $\mathbf{y}(t_k h)$ 的差, 即

$$e(t_k^j h) = \mathbf{y}(t_k h + jh) - \mathbf{y}(t_k h). \quad (5)$$

此外, $\varepsilon(t_k h)$ 通过以下的自适应规则决定:

$$\varepsilon(t_{k+1}h) = \max\{\varepsilon(t_k h)\varphi(\alpha, \beta, \theta), \varepsilon_m\}, \quad (6)$$

其中:

$$\varphi(\alpha, \beta, \theta) = 1 - \frac{2\alpha}{\pi} \arctan(\beta(\|\mathbf{y}(t_{k+1}h) - \mathbf{y}(t_k h)\| - \theta)),$$

反正切函数 $\arctan(\cdot)$ 产生有界的输出信号, 即

$$\arctan(\cdot) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \quad \alpha \geq 0, \beta \geq 0, \theta \geq 0$$

为常数, 可用来调整 $\arctan(\cdot)$ 的输出, $\varepsilon_m = \varepsilon(0)$, 是 $\varepsilon(t_k h)$ 的下界且满足 $0 < \varepsilon_m < 1$. 从式(4)–(6)可知, 传输事件不仅取决于误差 $e(t_k^j h)$ 和最新的输出 $\mathbf{y}(t_k h)$, 也取决于自适应阈值 $\varepsilon(t_k h)$.

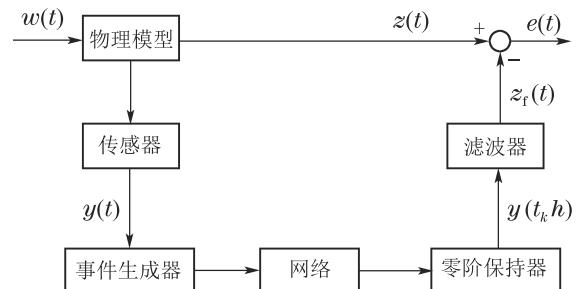


图1 基于事件触发的模糊滤波

Fig. 1 Fuzzy filtering based on event trigger

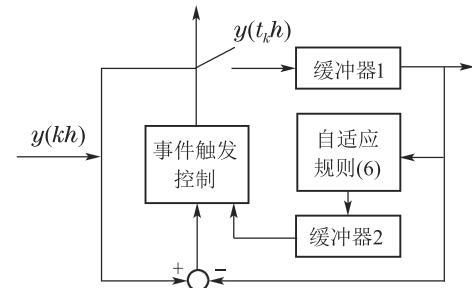


图2 自适应触发过程

Fig. 2 Adaptive triggering process

注 1 受文献[13–14]的启发, 本文式(4)左右两边的权

重矩阵不同, 即 $G_1 \neq G_2$. 可以看出当 $G_1 = G_2$ 时, 本文设计的自适应触发条件与文献[14]相同, 说明本文设计的比文献[14]更灵活.

注 2 式(6)函数 $\arctan(\cdot)$ 可以产生有界的信号, 即 $\arctan(\cdot) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, 并且结合参数 α, β 和 θ 自适应调整式(4)中的 $\varepsilon(t_k h)$. 式(6)中, 如果 $\|\mathbf{y}(t_{k+1}h) - \mathbf{y}(t_k h)\| - \theta > 0$, 对于给定的 $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$, 使得 $0 < \varphi(\alpha, \beta, \theta) < 1$, 则进一步得到 $\varepsilon(t_{k+1}h) < \varepsilon(t_k h)$, 从而提供一个较快的网络传输率; 也可以采用较大的 $\varepsilon(t_{k+1}h)$ 产生较慢的网络传输率, 从而节省通信宽带.

2.2 网络化的模糊滤波器

考虑如下模糊滤波: 模糊规则*i*: 如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 是 $W_1^{\alpha_{i1}}$, $\dots, \mathbf{x}_n(t)$ 是 $W_n^{\alpha_{in}}$, 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_f(t) = A_{fi}\mathbf{x}_f(t) + B_{fi}\tilde{\mathbf{y}}(t), \\ \mathbf{z}_f(t) = C_{fi}\mathbf{x}_f(t) + D_{fi}\tilde{\mathbf{y}}(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{x}_f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ 是滤波器状态, $\mathbf{z}_f(t) \in \mathbb{R}^q$ 是 $\mathbf{z}(t)$ 的估计值, $\tilde{\mathbf{y}}(t) \in \mathbb{R}^m$ 是在传输时刻 $t_k h$ 的测量输出, $A_{fi}, B_{fi}, C_{fi}, D_{fi}$ 是待设计的滤波器增益.

经过模糊融合, 全局模糊滤波有如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_f(t) = A_f(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{x}_f(t) + B_f(\tilde{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{y}}(t), \\ \mathbf{z}_f(t) = C_f(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{x}_f(t) + D_f(\tilde{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{y}}(t), \end{cases} \quad (8)$$

其中: $t \in [t_k h + \tau_{t_k}, t_{k+1}h + \tau_{t_{k+1}}]$,

$$A_f(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t)) A_{fi}, \quad B_f(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t)) B_{fi},$$

$$C_f(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t)) C_{fi}, \quad D_f(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{x}(t)) D_{fi},$$

在以后推导过程中, $\mu_i(\mathbf{x}(t))$ 简记为 μ_i .

考虑到零阶保持器和事件触发方案的影响, 滤波器的输入 $\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t_k h)$. 零阶保持器保持上次的传输信号, 直到有新的传输事件才会改变. 在这种环境下, 零阶保持器的保持间歇

$$[t_k h + \tau_{t_k}, t_{k+1}h + \tau_{t_{k+1}}) = \bigcup_{l=0}^{t_{k+1}-t_k-1} \Gamma_k^l, \quad (9)$$

其中 $\Gamma_k^l = [t_k h + lh + \tau_{t_{k+l}}, t_k h + lh + h + \tau_{t_{k+l+1}})$.

定义

$$\tau(t) = t - t_k^j h, \quad (10)$$

则 $\mathbf{y}(t_k h) = \mathbf{y}(t - \tau(t)) - \mathbf{e}(t_k^j h)$, 其中 $\tau(t)$ 满足

$$0 < \tau_1 \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau} \triangleq \tau_3, \quad \dot{\tau}(t) = 1, \quad t \in \Gamma_k^l,$$

其中: $\tau_1 = \min\{\tau_{t_k}\}$, τ_3 是 $\tau(t)$ 的上界, $\bar{\tau}$ 在假设3中已给出.

2.3 模糊滤波误差系统

由式(3)(8)(10)可得滤波误差系统为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i \mu_j \{ \bar{A}_{ij0} \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{A}_{ij1} \mathbf{x}(t - \tau(t)) +$$

$$\bar{B}_{ij0} \mathbf{e}(t - \tau(t)) + \bar{B}_{ij1} \mathbf{w}(t) \}, \quad (11a)$$

$$\mathbf{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i \mu_j \{ \bar{C}_{ij0} \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{C}_{ij1} \mathbf{x}(t - \tau(t)) + D_{fj} \mathbf{e}(t - \tau(t)) + D_i \mathbf{w}(t) \}, \quad (11b)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(t) &= \text{col}\{\mathbf{x}(t), \mathbf{x}_f(t)\}, \quad \mathbf{e}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_f(t), \\ \bar{A}_{ij0} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_{fj} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{ij1} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{fj} L_i \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_{ij0} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -B_{fj} \end{bmatrix}, \quad B_{ij1} = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C}_{ij0} &= [C_i \quad -C_{fj}], \quad \bar{C}_{ij1} = -D_{fj} L_i. \end{aligned}$$

式(11b)中 $\mathbf{e}(t)$ 趋于零说明滤波能够较好估计系统的输出. 因此, 本文目的是共同设计滤波器(8)和自适应事件触发方案(4)的参数, 使滤波误差系统(11b)满足 H_∞ 性能. 接下来先引入以下定义和引理, 为后续的证明至关重要.

定义 1 滤波误差系统(11)称为满足 H_∞ 性能, 如果下列条件成立:

1) 式(11)在 $\mathbf{w}(t) = 0$ 是渐近稳定的;

2) 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 在零初始条件下, 对于任意非零 $\mathbf{w}(t) \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$, 滤波误差 $\mathbf{e}(t)$ 满足

$$\|\mathbf{e}(t)\|_2 < \gamma \|\mathbf{w}(t)\|_2.$$

后续在推导过程中用到李导数知识, 给出如下定义.

定义 2 (李导数)^[37] 对于在 $\mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ 的光滑函数 $\mathcal{H}(x), \mathcal{G}(x): \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ 在 \mathcal{R}^n 是一个光滑向量场. $\mathcal{H}(x)$ 相对于 \mathcal{G} 的李导数是一个标量函数, 定义为

$$L_{\mathcal{G}} \mathcal{H}(x) = \nabla \mathcal{H}(x) \cdot \mathcal{G}(x),$$

$$\text{其中 } \nabla \mathcal{H}(x) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}.$$

注 3 如果 $\mathcal{V}(x)$ 是系统 $\dot{x} = \mathcal{G}(x)$ 的候选李雅普诺夫泛函, $\dot{\mathcal{V}}(x)$ 的时间导数可以写为 $L_{\mathcal{G}} \mathcal{V}(x)$, 也就是,

$$\dot{\mathcal{V}}(x) = L_{\mathcal{G}} \cdot \mathcal{V}(x) = \nabla \mathcal{V}(x) \cdot \mathcal{G}(x) = \nabla \mathcal{V}(x) \cdot \dot{x}.$$

引理 1^[38] 对于对称矩阵 $Z_1 > 0$ 和矩阵 S_1 , 并且

满足 $\begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & S_1 \\ S_1 & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \geq 0$, 其中 $\bar{Z}_1 = \text{diag}\{Z_1, 3Z_1\}$, 有以下不等式成立:

$$\begin{aligned} -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \int_{t-\tau_1}^{t-\tau(t)} \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds &\leq \\ -\frac{1}{\tau_1} \eta_1^T(t) \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} \\ \bar{E}_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & S_1 \\ S_1 & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_{11} \\ \bar{E}_{12} \end{bmatrix} \eta_1(t), \end{aligned} \quad (12)$$

其中:

$$\eta_1(t) = [\mathbf{x}^T(t) \quad \mathbf{x}^T(t - \tau(t)) \quad \mathbf{x}^T(t - \tau_1)]$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{d}_1^T(t) \quad \mathbf{d}_2^T(t)]^T, \\ \bar{E}_{11} &= \begin{bmatrix} \bar{e}_1 - \bar{e}_2 \\ \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 2\bar{e}_4 \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{e}_2 - \bar{e}_3 \\ \bar{e}_2 + \bar{e}_3 - 2\bar{e}_5 \end{bmatrix}, \\ \bar{e}_{\bar{l}} &= [0_{n \times (\bar{l}-1)n} \quad I_n \quad 0_{n \times (5-\bar{l})n}], \quad \bar{l} = 1, 2, \dots, 5, \\ \mathbf{d}_1(t) &= \int_{t-\tau(t)}^t \frac{\mathbf{x}(s)}{\tau(t)} ds, \quad \mathbf{d}_2(t) = \int_{t-\tau_1}^{t-\tau(t)} \frac{\mathbf{x}(s)}{\tau_1 - \tau(t)} ds. \end{aligned}$$

本文运用模糊线积分方法构建模糊李雅普诺夫泛函, 在不等式放缩过程中利用Wirtinger不等式及倒凸引理结合的技术, 对非线性系统(1), 提出模糊滤波器(8)和自适应事件触发方案(4)共同设计的方法.

3 主要结果

为使矩阵表示简单化, 采用以下符号:

$$\begin{cases} e_s = [0_{n \times (s-1)n} \quad I_n \quad 0_{n \times (8-s)n} \quad 0_{n \times (m+q)}] \in \mathbb{R}^{n \times (8n+m+q)}, \quad s = 1, 2, \dots, 8, \\ e_9 = [0_{m \times 8n} \quad I_m \quad 0_{m \times q}] \in \mathbb{R}^{m \times (8n+m+q)}, \\ e_{10} = [0_{q \times (8n+m)} \quad I_q] \in \mathbb{R}^{q \times (8n+m+q)}. \end{cases} \quad (13)$$

接下来, 给出本文的主要结果.

定理1 对于给定的性能指标 $\gamma > 0, 0 < \varepsilon_m < 1$ 和矩阵 A_{fj}, B_{fj}, C_{fj} 和 D_{fj} , 滤波误差系统(11)在自适应事件触发方案(4)下是满足 H_∞ 性能, 如果存在矩阵

$$\begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} > 0, \quad Q_1 > 0, \quad Q_2 > 0, \quad G_1 > 0,$$

$G_2 > 0, Z_k > 0$ 和矩阵 S_k , 使得

$$\Pi_{ij} + \Pi_{ji} \leqslant 0, \quad 1 \leqslant i \leqslant j \leqslant r, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_k & S_k \\ * & \bar{Z}_k \end{bmatrix} \geqslant 0, \quad k = 1, 2, 3, \quad (15)$$

其中:

$$\Pi_{ij} = \begin{bmatrix} \Pi_{ij}^{11} & * \\ \mathcal{E}_{ij} & -I \end{bmatrix}, \quad \bar{H} = [e_1^T \quad e_2^T]^T,$$

$$\bar{Z}_k = \text{diag}\{Z_k, 3Z_k\},$$

$$\tilde{A}_{ij} = \bar{A}_{ij0}\bar{H} + \bar{A}_{ij1}e_4 + \bar{B}_{ij0}e_9 + \bar{B}_{ij1}e_{10},$$

$$\Pi_{ij}^{11} = \bar{H}^T P_j \tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ij}^T P_j \bar{H} + e_1^T (Q_1 + Q_2) e_1 - e_3^T Q_1 e_3 - e_5^T Q_2 e_5 -$$

$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & S_1 \\ * & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_2 & S_2 \\ * & \bar{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_3 & S_3 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix} +$$

$$\varepsilon_m e_4^T L_i^T G_2 L_i e_4 - \varepsilon_m e_4^T L_i^T G_2 e_9 -$$

$$\varepsilon_m e_9^T G_2 L_i e_4 + \varepsilon_m e_9^T G_2 e_9 - e_9^T G_1 e_9 -$$

$$\gamma^2 e_{10}^T e_{10} + \tau_1^2 e_1^T A_i^T Z_1 A_i e_1 +$$

$$\tau_1^2 e_1^T A_i^T Z_1 B_i e_{10} + \tau_1^2 e_{10}^T B_i^T Z_1 A_i e_1 +$$

$$\tau_1^2 e_{10}^T B_i^T Z_1 B_i e_{10} + \tau_2^2 e_1^T A_i^T Z_2 A_i e_1 +$$

$$\tau_2^2 e_1^T A_i^T Z_2 B_i e_{10} + \tau_2^2 e_{10}^T B_i^T Z_2 A_i e_1 +$$

$$\tau_2^2 e_{10}^T B_i^T Z_2 B_i e_{10} + \tau_3^2 e_1^T A_i^T Z_3 A_i e_1 +$$

$$\tau_3^2 e_1^T A_i^T Z_3 B_i e_{10} + \tau_3^2 e_{10}^T B_i^T Z_3 A_i e_1 +$$

$$\tau_3^2 e_{10}^T B_i^T Z_3 B_i e_{10},$$

$$P_j = \begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix}, \quad E_{11} = \begin{bmatrix} e_1 - e_4 \\ e_1 + e_4 - 2e_6 \end{bmatrix},$$

$$E_{12} = \begin{bmatrix} e_4 - e_3 \\ e_4 + e_3 - 2e_7 \end{bmatrix}, \quad E_{13} = \begin{bmatrix} e_3 - e_4 \\ e_3 + e_4 - 2e_7 \end{bmatrix},$$

$$E_{14} = \begin{bmatrix} e_4 - e_5 \\ e_4 + e_5 - 2e_8 \end{bmatrix}, \quad E_{15} = E_{11}, \quad E_{16} = E_{14},$$

$$\mathcal{E}_{ij} = C_i e_1 - C_{fj} e_2 - D_{fj} L_i e_4 + D_{fj} e_9 + D_i e_{10}.$$

证 请见附录定理1的证明.

注4 文献[24]在稳定性分析的过程中忽视了一些负定项

$$\begin{aligned} & -\int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds, \quad -\int_{t-\tau_3}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds, \\ & -\int_{t-\tau_3}^t \dot{x}^T(s) Z_3 \dot{x}(s) ds, \end{aligned}$$

而这些信息的忽视会导致结果的保守. 本文中, 作者把负定项分别拆分成两项

$$\begin{aligned} & -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds, \quad -\int_{t-\tau_1}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds, \\ & -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds, \quad -\int_{t-\tau_3}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds, \\ & -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) Z_3 \dot{x}(s) ds, \quad -\int_{t-\tau_3}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s) Z_3 \dot{x}(s) ds, \end{aligned}$$

再利用引理1有效降低结果的保守性.

注意到, 滤波器参数 A_{fj}, B_{fj}, C_{fj} 和 D_{fj} 与矩阵 P_j 耦合, 不能直接设计滤波器参数. 下面, 本文基于定理1给出一种模糊滤波器参数 $A_{fj}, B_{fj}, C_{fj}, D_{fj}$ 和自适应触发权重矩阵 G_1, G_2 共同设计的方法.

定理2 对于给定性能指标 $\gamma > 0, 0 < \varepsilon_m < 1$, 网络化控制系统(3)在自适应事件触发方案(4)下可以设计满足 H_∞ 性能的模糊滤波器(8), 如果存在矩阵 $\mathcal{F} > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, G_1 > 0, G_2 > 0, Z_k > 0, S_k, \bar{A}_{fj}, \bar{B}_{fj}, \bar{C}_{fj}, \bar{D}_{fj}$, 使得

$$\bar{\Pi}_{ij} + \bar{\Pi}_{ji} \leqslant 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_k & S_k \\ * & \bar{Z}_k \end{bmatrix} \geqslant 0, \quad k = 1, 2, 3, \quad (17)$$

$$P_{11}^j - \mathcal{F} > 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, \quad 1 \leqslant i \leqslant j \leqslant r. \quad (18)$$

此外, 滤波增益矩阵为

$$A_{\text{f}j} = \mathcal{F}^{-1} \bar{A}_{\text{f}j}, \quad B_{\text{f}j} = \mathcal{F}^{-1} \bar{B}_{\text{f}j}, \quad C_{\text{f}j} = \bar{C}_{\text{f}j}, \quad D_{\text{f}j} = \bar{D}_{\text{f}j}, \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{ij}^{11} & * \\ \mathcal{L}_{ij} & -I \end{bmatrix}, \\ \bar{\Pi}_{ij}^{11} &= \bar{H}^T \tilde{\mathcal{A}}_{ij} + \tilde{\mathcal{A}}_{ij}^T \bar{H} + e_1^T (Q_1 + Q_2) e_1 - \\ &\quad e_3^T Q_1 e_3 - e_5^T Q_2 e_5 - \\ &\quad \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & S_1 \\ * & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_2 & S_2 \\ * & \bar{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_3 & S_3 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix} + \\ &\quad \varepsilon_m e_4^T L_i^T G_2 L_i e_4 - \varepsilon_m e_4^T L_i^T G_2 e_9 - \\ &\quad \varepsilon_m e_9^T G_2 L_i e_4 + \varepsilon_m e_9^T G_2 e_9 - e_9^T G_1 e_9 - \\ &\quad \gamma^2 e_{10}^T e_{10} + \tau_1^2 e_1^T A_i^T Z_1 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_1^2 e_1^T A_i^T Z_1 B_i e_{10} + \tau_1^2 e_{10}^T B_i^T Z_1 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_1^2 e_{10}^T B_i^T Z_1 B_i e_{10} + \tau_2^2 e_1^T A_i^T Z_2 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_2^2 e_1^T A_i^T Z_2 B_i e_{10} + \tau_2^2 e_{10}^T B_i^T Z_2 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_2^2 e_{10}^T B_i^T Z_2 B_i e_{10} + \tau_3^2 e_1^T A_i^T Z_3 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_3^2 e_1^T A_i^T Z_3 B_i e_{10} + \tau_3^2 e_{10}^T B_i^T Z_3 A_i e_1 + \\ &\quad \tau_3^2 e_{10}^T B_i^T Z_3 B_i e_{10}, \\ \tilde{\mathcal{A}}_{ij} &= \bar{\mathcal{A}}_{ij0} \bar{H} + \bar{\mathcal{A}}_{ij1} e_4 + \bar{\mathcal{B}}_{ij0} e_9 + \bar{\mathcal{B}}_{ij1} e_{10}, \\ \bar{\mathcal{A}}_{ij0} &= \begin{bmatrix} P_{11}^j A_i & \bar{A}_{\text{f}j} \\ \mathcal{F} A_i & \bar{A}_{\text{f}j} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{A}}_{ij1} = \begin{bmatrix} \bar{B}_{\text{f}j} L_i \\ \bar{B}_{\text{f}j} L_i \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathcal{B}}_{ij0} &= \begin{bmatrix} -\bar{B}_{\text{f}j} \\ -\bar{B}_{\text{f}j} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{B}}_{ij1} = \begin{bmatrix} P_{11}^j B_i \\ \mathcal{F} B_i \end{bmatrix}, \\ \mathcal{L}_{ij} &= C_i e_1 - \bar{C}_{\text{f}j} e_2 - \bar{D}_{\text{f}j} L_i e_4 + \bar{D}_{\text{f}j} e_9 + D_i e_{10}. \end{aligned}$$

证 请见附录定理2的证明.

注 5 注意到, 如果矩阵 P_{11}^j 与模糊规则无关, 即 $P_{11}^1 = P_{11}^2 = \dots = P_{11}^r = P_{11}$, 式(A3) 中 $P_j = \begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} = P$, 相应地在式(A2)中 $V_1(t)$ 变为普通二次泛函 $\bar{x}^T(t) P \bar{x}(t)$, 因此本文所运用的模糊线积分方法比文献[25]用的普通LKF更能降低结果的保守性.

注 6 与现存的设计方案相比, 本文的方法有以下优势: 1) 文献[5-7, 39]是基于时间触发的模糊滤波器设计, 与此不同, 本文是基于事件触发的模糊滤波器设计, 通过用事件触发方案可以提高网络资源利用率; 2) 给出了一种新的自适应事件触发方案(4)来决定是否应该释放采样输出 $\mathbf{y}(kh)$, 此方案可以自适应地调整(6)中的阈值 $\varepsilon(kh)$, 以节省更多的网络

通信资源. 本文设计的自适应事件触发方案比文献[14]更灵活; 3) 利用Wirtinger不等式及倒凸引理结合的技术, 不需要引入任何额外的松弛矩阵, 可以很好地降低结果的保守性; 4) 本文利用模糊线积分方法, 利用非二次项 P_{11}^j 可以有效地降低保守性, 而且不同于文献[21]要事先知道隶属函数的时间微分, 可以避免求解隶属函数的时间微分.

4 数值例子

在这一节, 将给出两个例子来说明所提方法的有效性.

例 1 考虑文献[14, 25]的网络化非线性系统(2), 具有以下参数:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0.3 & -2.5 & 1 \\ -0.1 & 0.3 & -3.8 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= [0.8 \ 0.3 \ 0], \quad D_1 = 0.2, \quad L_1 = [0.5 \ -0.1 \ 1], \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -2.5 & 0.5 & -0.1 \\ 0.1 & -3.5 & 0.3 \\ -0.1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= [-0.5 \ 0.2 \ 0.3], \quad D_2 = 0.5, \quad L_2 = [0 \ 1 \ 0.6]. \end{aligned}$$

本文的目标是对滤波器(8)和事件触发方案(4)的参数共同设计.

假定 $\alpha_{12} = \alpha_{11} = \alpha_{13} = \alpha_{21} = \alpha_{23} = 1$, $\alpha_{22} = 2$, 采样周期 $h = 0.02$ s, $\tau_1 = 0.002$, $\tau_3 = 0.2$, $\varepsilon_m = 0.1$, 利用定理2及MATLAB中LMI工具箱求解可以获得最小的性能指标为 $\gamma = 0.5011$, 相应事件触发矩阵 $G_1 = 8.1640e+08$, $G_2 = 0.0529$, 相应的非二次矩阵以及滤波参数如下:

$$\begin{aligned} P_{11}^1 &= \begin{bmatrix} 7.5397 & 9.5840 & -6.9390 \\ 9.5840 & 17.9608 & -8.0509 \\ -6.9390 & -8.0509 & 9.7155 \end{bmatrix}, \\ P_{11}^2 &= \begin{bmatrix} 7.5397 & 9.5840 & -6.9390 \\ 9.5840 & 12.4019 & -8.0509 \\ -6.9390 & -8.0509 & 9.7155 \end{bmatrix}, \\ A_{\text{f}1} &= \begin{bmatrix} -5.5397 & -6.5445 & 13.5812 \\ -9.2329 & -18.8859 & 13.6108 \\ 2.7846 & 7.2852 & -19.7523 \end{bmatrix}, \\ A_{\text{f}2} &= \begin{bmatrix} -5.4262 & -10.0449 & 6.6217 \\ -5.9767 & -16.0733 & 6.6383 \\ 5.6101 & 6.2682 & -9.7793 \end{bmatrix}, \\ B_{\text{f}1} &= \begin{bmatrix} 1.2410 \\ -3.9059 \\ -7.0216 \end{bmatrix}, \quad B_{\text{f}2} = \begin{bmatrix} 1.5684 \\ -3.0875 \\ -5.8634 \end{bmatrix}, \\ C_{\text{f}1} &= [0.1035 \ -4.5448 \ 2.4257], \\ C_{\text{f}2} &= [0.4414 \ 0.6846 \ 0.2148], \\ D_{\text{f}1} &= 2.1349, \quad D_{\text{f}2} = 1.0337. \end{aligned}$$

固定 $\tau_1 = 0.002, \tau_3 = 0.2$. 在表1中, 对于不同的事件触发阈值 ε_m 给出了性能指标 γ 的最小值. 从表1可以看出, 本文所运用的模糊线积分方法比文献[25]用的普通LKF更能降低结果的保守性. 从表1还可以看出, 在相同的事件触发阈值和时滞上下界的条件下, 本文所获得的性能指标 γ 比文献[14, 25]小, 这说明本文的方法可以降低结果的保守性.

表 1 对应于不同阈值 ε_m 的最小性能指标 γ Table 1 Minimum performance index γ corresponding to different thresholds ε_m

方法	ε_m		
	0.1	0.2	0.5
文献[25]	0.6070	0.6157	0.6358
文献[14]	0.5565	0.5573	0.5586
普通LKF	0.5223	0.5223	0.5223
定理2	0.5011	0.5011	0.5010

为了仿真, 假定隶属函数为

$$\mu_1 = \frac{1}{1 + e^{-x_1}}, \quad \mu_2 = 1 - \mu_1,$$

初始状态 $x_0 = [0.3 \ -0.2 \ -0.5]^T$, $x_{f0} = [0 \ 0 \ 0]^T$, 外部扰动 $w(t) = \frac{1}{1 + 3t^2}$, 在条件 $h = 0.02$ s, $\tau_1 = 0.002, \tau_3 = 0.2, \varepsilon_m = 0.1, \gamma = 0.5011, \alpha = 1, \beta = 1, \theta = 0.6$ 下, 图3描绘了系统状态 $x(t)$ 及其估计值 $x_f(t)$ 的曲线; 图4描绘了滤波误差 $e(t)$ 的曲线; 图5描绘了 $z(t)$ 及其估计信号 $z_f(t)$, 其中图5(a)是文献[14]中滤波信号 $z_f(t)$ 对系统信号 $z(t)$ 的估计图像, 图5(b)是本文的滤波信号 $z_f(t)$ 对系统信号 $z(t)$ 的估计图像, 且在2 s时 $z_f(t)$ 能很好的估计 $z(t)$, 由图像比较可以看出本文的方法使 $z_f(t)$ 对 $z(t)$ 的信号估计效果更好; 图6描绘了事件触发释放时刻所对应的测量输出 $y(t)$ 和释放输出 $\tilde{y}(t)$.

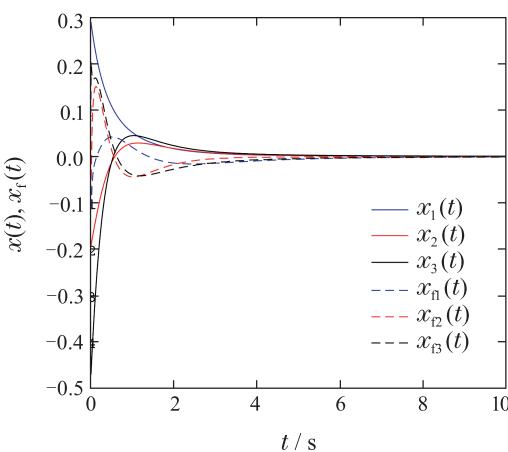


图 3 系统状态及其估计值

Fig. 3 System state and its estimated value

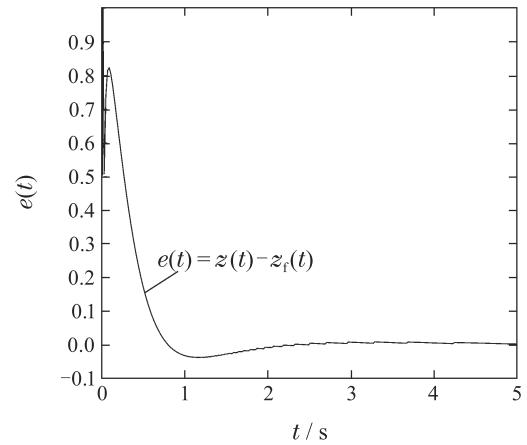


图 4 系统误差

Fig. 4 System error

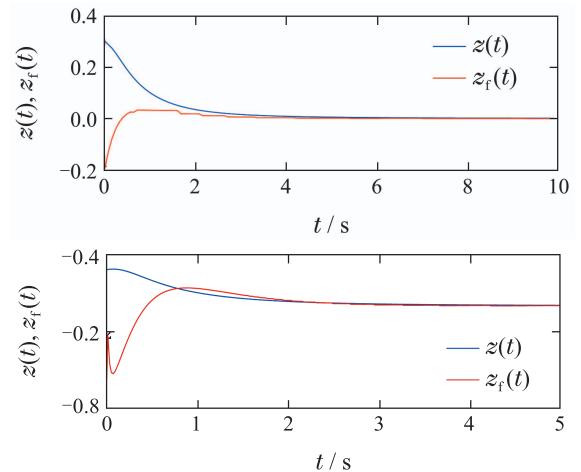
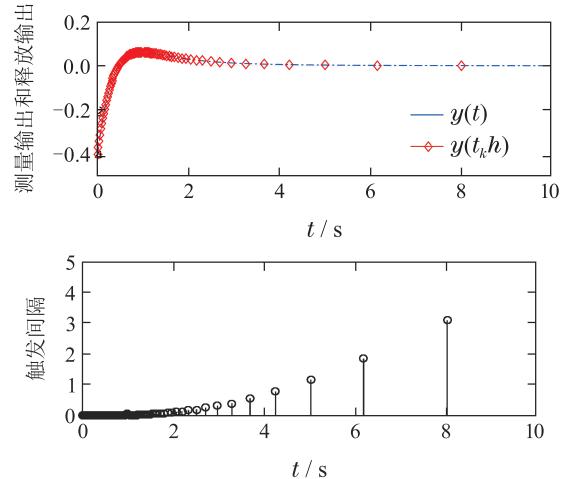
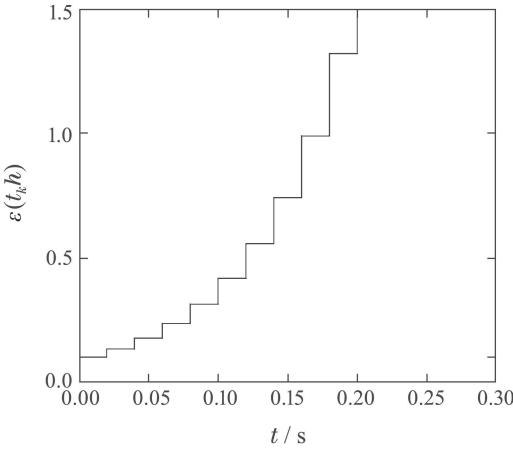
图 5 $z(t)$ 及其估计值 $z_f(t)$ Fig. 5 $z(t)$ and its estimated value $z_f(t)$ 图 6 测量输出 $y(t)$ 和释放输出 $\tilde{y}(t)$ Fig. 6 Measurement output $y(t)$ and release output $\tilde{y}(t)$

图7描绘了随着事件触发释放时刻, 相应的自适应阈值参数变化的图像. 在仿真时间 $t = 14$ s, $\frac{14}{h} = 700$ 即在700个数据包中只传输了85次, 在自适应事件触发方案(4)下, 系统数据包的传输率为12.14%.

图 7 自适应阈值 $\varepsilon(t_k h)$ Fig. 7 Adaptive threshold $\varepsilon(t_k h)$

在相同仿真时间14 s下,表2给出不同采样周期 h 下的数据包传输率.通过与周期触发方案,非自适应触发传输方案相比,本文的自适应事件触发方案能够动态调节阈值,减少数据包的传输,从而节省通信网络资源.

表 2 不同采样周期 h 所对应数据包的传输率Table 2 Transmission rate of data packets corresponding to different sampling periods h

方案	h		
	0.01	0.02	0.05
周期触发	100%	100%	100%
非自适应事件触发	6.5%	12.86%	31.43%
自适应事件触发	6.14%	12.14%	29.64%

例 2 文献[14,25]考虑一个隧道二极管电路如图8所示,其中隧道二极管通过以下方程表示:

$$i_D(t) = 0.002v_D(t) + 0.01v_D^3(t),$$

系统的状态变量 $\mathbf{x}_1(t) = v_C(t)$, $\mathbf{x}_2(t) = i_L(t)$. 整个系统的动态方程如下:

$$\begin{cases} C\dot{\mathbf{x}}_1(t) = -0.002\mathbf{x}_1(t) - 0.01\mathbf{x}_1^3(t) + \mathbf{x}_2(t), \\ L\dot{\mathbf{x}}_2(t) = -\mathbf{x}_1(t) - R\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}_1(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{w}(t), \end{cases}$$

其中: $\mathbf{y}(t)$ 是系统测量输出, $\mathbf{z}(t)$ 是系统被控输出, $\mathbf{w}(t)$ 是外部扰动. 系统参数给出如下: $C = 20 \text{ mF}$, $L = 1 \text{ H}$, $R = 10 \Omega$. 以上系统可以重新写为下式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1(t) = -0.1\mathbf{x}_1(t) - (0.5\mathbf{x}_1^2(t))\mathbf{x}_1(t) + 50\mathbf{x}_2(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) = -\mathbf{x}_1(t) - 10\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}_1(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{w}(t). \end{cases}$$

假设 $|\mathbf{x}_1(t)| < 3$, 以上的非线性动态系统可以通过以下两个规则的T-S模糊系统建模.

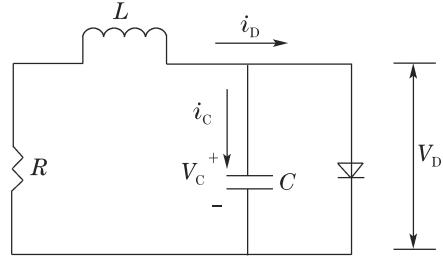


图 8 隧道二极管电路

Fig. 8 Tunnel diode circuit

规则 1 如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 是 $W_1^{\alpha_{11}}$, 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_1\mathbf{x}(t) + B_1\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) = C_1\mathbf{x}(t) + D_1\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = L_1\mathbf{x}(t). \end{cases}$$

规则 2 如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 是 $W_1^{\alpha_{21}}$, 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_2\mathbf{x}(t) + B_2\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) = C_2\mathbf{x}(t) + D_2\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = L_2\mathbf{x}(t), \end{cases}$$

其中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 50 \\ -1 & -10 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -4.6 & 50 \\ -1 & -10 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = C_2 = [1 \ 0],$$

$$D_1 = D_2 = 1, \quad L_1 = L_2 = [1 \ 0].$$

隶属函数如下式:

$$\mu_1 = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}_1 + 3}{3}, & -3 \leq \mathbf{x}_1 \leq 0, \\ \frac{3 - \mathbf{x}_1}{3}, & 0 \leq \mathbf{x}_1 \leq 3, \\ 0, & \mathbf{x}_1 < -3 \cup \mathbf{x}_1 > 3, \end{cases} \quad \mu_2 = 1 - \mu_1.$$

在此, $W_1^{\alpha_{11}}$ 是 0, $W_1^{\alpha_{21}}$ 是 ± 3 . $\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{22} = 1$, $\alpha_{21} = 2$, P_{11}^1 和 P_{11}^2 分别为下式

$$P_{11}^1 = \begin{bmatrix} g_{11}^1 & P_{12} \\ * & g_{22}^1 \end{bmatrix}, \quad P_{11}^2 = \begin{bmatrix} g_{11}^2 & P_{12} \\ * & g_{22}^2 \end{bmatrix}.$$

固定 $\tau_1 = 0.002$, $\tau_3 = 1.2$, 如表3, 通过定理2, 对于不同的事件触发阈值 ε_m 可获得最小的性能指标 γ . 从表3发现本文获得性能指标 γ 的值小于文献[14,25]的值.

固定采样周期 $h = 0.01 \text{ s}$, $\tau_1 = 0.002$, $\tau_3 = 1.2$, $\varepsilon_m = 0.1$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\theta = 0.3$. 如表3所示, 最小性能指标 $\gamma = 1.003$, 相应权重矩阵 $G_1 = 6.1185e+04$, $G_2 = 0.0016$, 相应的非二次矩阵以及滤波参数给出

如下:

$$\begin{aligned} P_{11}^1 &= \begin{bmatrix} 6.2869 & -2.4363 \\ -2.4363 & 1.1924 \end{bmatrix}, \\ P_{11}^2 &= \begin{bmatrix} 6.2955 & -2.4363 \\ -2.4363 & 1.1924 \end{bmatrix}, \\ A_{f1} &= \begin{bmatrix} -151.7429 & 112.6132 \\ -2.6269 & -43.6903 \end{bmatrix}, \\ A_{f2} &= \begin{bmatrix} -163.5934 & 112.6125 \\ 2.6227 & -43.6900 \end{bmatrix}, \\ B_{f1} &= \begin{bmatrix} -152.3863 \\ -2.3940 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} -154.8252 \\ -0.7895 \end{bmatrix}, \\ C_{f1} &= [-1.0279 \quad -0.2436], \\ C_{f2} &= [-1.0135 \quad -0.2436], \\ D_{f1} &= -0.0280, D_{f2} = -0.0136. \end{aligned}$$

表 3 对应于不同阈值 ε_m 的最小性能指标 γ

Table 3 Minimum performance index γ corresponding to different thresholds ε_m

方法	ε_m		
	0.1	0.3	0.5
文献[25]	1.9772	1.9780	1.9788
文献[14]	1.9739	1.9746	1.9751
定理2	1.003	1.003	1.003

本文假定外部扰动 $w(t) = e^{-t} \sin t$, 系统初始状态 $x_0 = [1 \quad -1]^T$, 滤波器初始状态 $x_{f0} = [0 \quad 0]^T$. 仿真时间 10 s, 图9描绘了系统状态 $x(t)$ 及其估计值 $x_f(t)$ 的曲线, 可看出 $x(t)$ 及 $x_f(t)$ 随着仿真的增大趋于稳定.

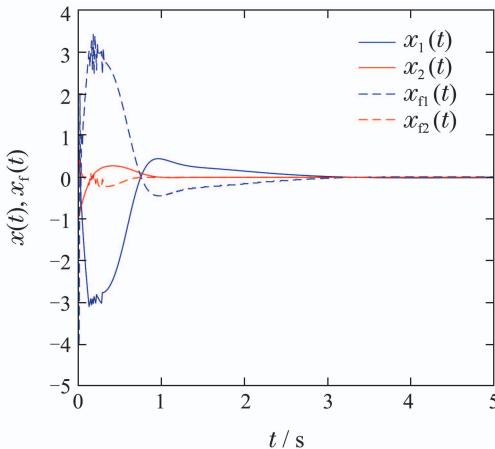


图 9 系统状态及其估计值

Fig. 9 System state and its estimated value

图10描绘了滤波误差 $e(t)$ 的曲线, 可以看出, 在自适应事件触发方案下设计的模糊滤波器可以镇定该

非线性系统; 图11描绘了 $z(t)$ 及其估计信号 $z_f(t)$, 可见 $z_f(t)$ 可以很好的估计 $z(t)$, 其中图11(a)是文献[14]中滤波信号 $z_f(t)$ 对系统信号 $z(t)$ 的估计图像, 图11(b)是本文的滤波信号 $z_f(t)$ 对系统信号 $z(t)$ 的估计图像, 由图像比较可以看出本文的方法使 $z_f(t)$ 对 $z(t)$ 的信号估计效果更好; 图12描绘了事件触发释放时刻所对应的测量输出 $y(t)$ 和释放输出 $\hat{y}(t)$; 图13描绘了随着事件触发释放时刻, 相应的自适应阈值参数 $\varepsilon(t_k h)$ 变化的图像.

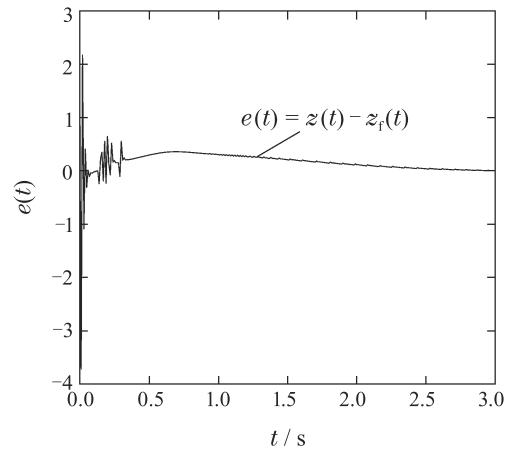
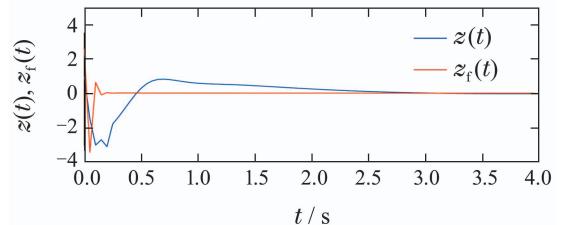
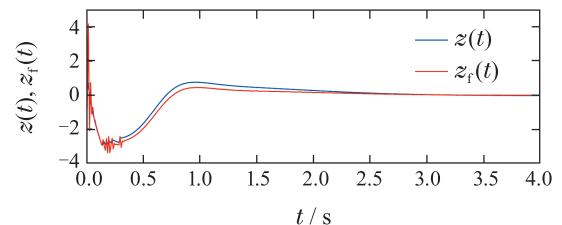


图 10 系统误差

Fig. 10 System error



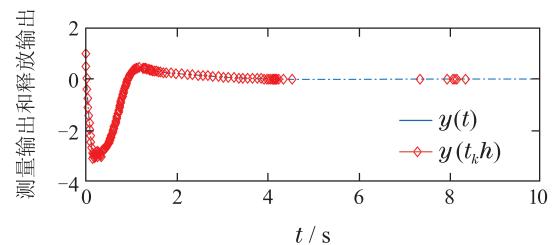
(a) 文献[14]估计图像

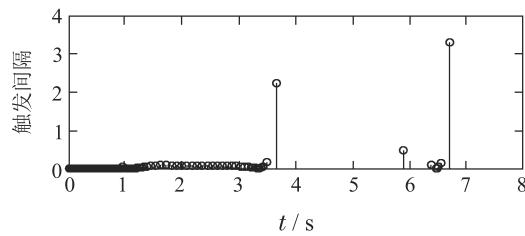
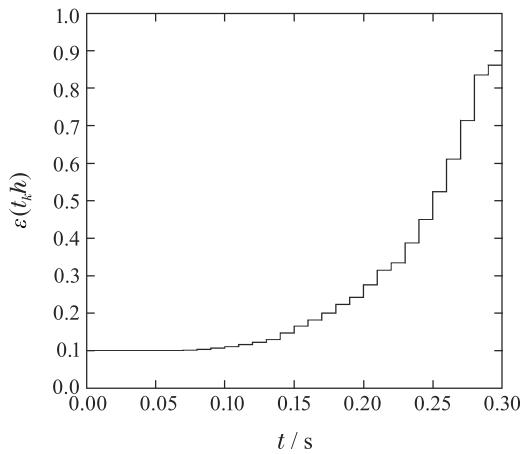


(b) 本文估计图像

图 11 $z(t)$ 及其估计值 $z_f(t)$

Fig. 11 $z(t)$ and its estimated value $z_f(t)$



图 12 测量输出 $y(t)$ 和释放输出 $\tilde{y}(t)$ Fig. 12 Measurement output $y(t)$ and release output $\tilde{y}(t)$ 图 13 自适应阈值 $\epsilon(t_k h)$ Fig. 13 Adaptive threshold $\epsilon(t_k h)$

由图12–13可看出,本文提出的自适应事件触发方案可以减少数据包的传输。显然,在此条件下,只有14.90%的数据包传输到通信网络中,说明本文的方法不仅可以实现事件触发参数和滤波参数共同设计,而且还能动态调节阈值参数从而节省网络资源。

5 结论

本文针对一类非线性系统基于T-S模糊模型,研究自适应事件触发参数与滤波器参数共同设计问题。通过自适应事件触发方案传输数据包可以提高网络资源利用率,考虑到数据包在传输过程中存在时滞,运用模糊线积分方法构建模糊李雅普诺夫泛函,不仅避免求解隶属函数的时间微分,而且降低结果的保守性。在不等式放缩过程中通过应用Wirtinger不等式及倒凸引理结合技术,得到满足 H_∞ 性能的时滞相关结果。最后通过两个例子很好的说明所提方法的有效性和优越性。本文在设计满足 H_∞ 性能模糊滤波器时没有考虑收敛速度的快慢,未来工作可以考虑在有限时间内,对网络化非线性控制系统设计基于自适应事件触发方案满足 H_∞ 性能的模糊滤波器,并将此想法扩展到网络化非线性交联系统中。

参考文献:

- [1] PENG C, LI F Q. A survey on recent advances in event-triggered communication and control. *Information Sciences*, 2018, 457: 113 – 125.
- [2] DING L, HAN Q L, GE X H, et al. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(4): 1110 – 1123.
- [3] ZHANG X M, HAN Q L, ZHANG B L. An overview and deep investigation on sampled-data-based event-triggered control and filtering for networked systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 13(1): 4 – 16.
- [4] GE X H, YANG F W, HAN Q L. Distributed networked control systems: A brief overview. *Information Sciences*, 2017, 380: 117 – 131.
- [5] TIAN E G, YUE D. Reliable H_∞ filter design for T-S fuzzy model-based networked control systems with random sensor failure. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(1): 15 – 32.
- [6] YANG S, BO Y. Robust mixed H_2/H_∞ control of networked control systems with random time delays in both forward and backward communication links. *Automatica*, 2011, 47(4): 754 – 760.
- [7] YANG R N, SHI P, LIU G P. Filtering for discrete-time networked nonlinear systems with mixed random delays and packet dropouts. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(11): 2655 – 2660.
- [8] PAN N, YANG G H. Novel event-triggered filter design for nonlinear networked control systems. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2018, 355(3): 1259 – 1277.
- [9] SU X J, WEN Y, SHI P, et al. Event-triggered fuzzy filtering for nonlinear dynamic systems via reduced-order approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 27(6): 1215 – 1225.
- [10] XIE X H, LI S B, XU B G. Fault detection filter design for interval type-2 fuzzy systems under a novel adaptive event-triggering mechanism. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(13): 2510 – 2528.
- [11] LIU J L, LIU Q H, CAO J, et al. Adaptive event-triggered H_∞ filtering for T-S fuzzy system with time delay. *Neurocomputing*, 2016, 189: 86 – 94.
- [12] XIE X H, LI S B, XU B G. Adaptive event-triggered H_∞ fuzzy filtering for interval type-2 T-S fuzzy-model-based networked control systems with asynchronously and imperfectly matched membership functions. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2019, 356(18): 11760 – 11791.
- [13] PENG C, YANG M J, ZHANG J, et al. Network-based H_∞ control for T-S fuzzy systems with an adaptive event-triggered communication scheme. *Fuzzy Sets and Systems*, 2017, 329(15): 61 – 76.
- [14] ZHAO X, LIN C, CHEN B, et al. Adaptive event-triggered fuzzy H_∞ filter design for nonlinear networked systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28(12): 3302 – 3314.
- [15] MAHMOUDABADI P, SHASADEGH M, ZAREI J. New stability and stabilization conditions for nonlinear systems with time-varying delay based on delay-partitioning approach. *ISA Transactions*, 2017, 70: 46 – 52.
- [16] WANG L K, LAM H K. New stability criterion for continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1551 – 1556.
- [17] LI Y J, DENG F Q, XIE F. Robust delay-dependent H_∞ filtering for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy neutral stochastic time-delay systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(18): 11561 – 11580.
- [18] JIA Ru, WANG Gang, SONG Huadong. New stability criterion for time-delay Takagi-Sugeno fuzzy systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(3): 317 – 323.
(贾茹, 汪刚, 宋华东. 一类新的Takagi-Sugeno模糊时滞系统的稳定性准则. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 317 – 323.)
- [19] RHEE B J, WON S. A new fuzzy Lyapunov function approach for a Takagi-Sugeno fuzzy control system design. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1211 – 1228.

- [20] ZHANG Z Y, LIN C, CHEN B. New stability and stabilization conditions for T-S fuzzy systems with time delay. *Fuzzy Sets and Systems*, 2015, 263(15): 82–91.
- [21] WANG Y C, ZHENG L F, ZHANG H G, et al. Event-triggered fault detection filter design for nonlinear networked systems via fuzzy Lyapunov functions. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2018, 355(17): 8392–8411.
- [22] SHAO Hanyong. Robust H_∞ filtering for a class of nonlinear discrete time-delay systems with parameter uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 148–154.
(邵汉永. 一类不确定非线性离散时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波设计. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 148–154.)
- [23] XIE Y K, LIU J J, WANG L K. Further studies on H_∞ filtering design for fuzzy system with known or unknown premise variables. *IEEE Access*, 2019, 7: 121975–121981.
- [24] ZHANG J, PENG C. Event-triggered H_∞ filtering for networked Takagi-Sugeno fuzzy systems with asynchronous constraints. *IET Signal Processing*, 2015, 9(5): 403–411.
- [25] WANG H J, SHI P, ZHANG J H. Event-triggered fuzzy filtering for a class of nonlinear networked control systems. *Signal Processing*, 2015, 113: 159–168.
- [26] PAN Y N, YANG G H. Event-triggered fault detection filter design for nonlinear networked systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(11): 1851–1862.
- [27] TANAKA K, WANG H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- [28] LU Z D, RAN G T, ZHANG G L, et al. Event-triggered H_∞ fuzzy filtering for networked control systems with quantization and delays. *IEEE Access*, 2018, 6: 20231–20241.
- [29] PENG C, HAN Q L. A novel event-triggered transmission scheme and L_2 control co-design for sampled-data control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(10): 2620–2626.
- [30] ASLAM M S, CHEN Z R, ZHANG B Y. Event-triggered fuzzy filtering in networked control system for a class of non-linear system with time delays. *International Journal of Systems Science*, 2018, 49(8): 1587–1602.
- [31] ZHANG X M, HAN Q L. Event-based H_∞ filtering for sampled-data systems. *Automatica*, 2015, 51: 55–69.
- [32] LIU Y J, GUO B Z, PARK J H, et al. Event-based reliable dissipative filtering for T-S fuzzy systems with asynchronous constraints. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(4): 2089–2098.
- [33] WANG G, CHADLI M, CHEN H H, et al. Event-triggered control for active vehicle suspension systems with network-induced delays. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(1): 147–172.
- [34] LIU D, YANG G H. Event-triggered control for linear systems with actuator saturation and disturbances. *IET Control Theory Applications*, 2017, 11(9): 1351–1359.
- [35] CHENG J, PARK J H, WANG H L. Event-triggered H_∞ control for T-S fuzzy nonlinear systems and its application to truck-trailer system. *ISA Transactions*, 2016, 65: 62–71.
- [36] SU X J, XIA F Q, LIU J X, et al. Event-triggered fuzzy control of nonlinear systems with its application to inverted pendulum systems. *Automatica*, 2018, 94: 236–248.
- [37] ZHANG Z Y, LIN C, CHEN B. New decentralized H_∞ filter design for nonlinear interconnected systems based on Takagi-Sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(12): 2914–2924.
- [38] ZHANG C K, HE Y, JIANG L, et al. Stability analysis of systems with time-varying delay via relaxed integral inequalities. *Systems and Control Letters*, 2016, 92: 52–61.
- [39] ZHANG Z Y, LIN C, CHEN B. New results on H_∞ filter design for nonlinear time-delay systems via fuzzy line-integral approach. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2016, 18(5): 904–913.

附录

定理1的证明.

选取如下李雅普诺夫泛函:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), \quad (\text{A1})$$

其中 $V_1(t)$ 是模糊线积分李雅普诺夫泛函,

$$V_1(t) = 2 \int_{\Gamma(0, \bar{x}(t))} f(\phi) d\phi. \quad (\text{A2})$$

这里: $\Gamma(0, \bar{x}(t))$ 是从原点0到状态 $\bar{x}(t)$ 的积分路径, ϕ 是虚拟积分路径, $d\phi$ 是无穷小位移向量, $f(\bar{x}(t)) \in \mathbb{R}^{n+n_f}$ 为状态 $\bar{x}(t)$ 的向量函数, 且与系统(2)有相同的模糊规则.

模糊规则*i*: 如果 $\mathbf{x}_1(t)$ 是 $W_1^{\alpha_{i1}}, \dots, \mathbf{x}_n(t)$ 是 $W_n^{\alpha_{in}}$, 则

$$f(\bar{x}(t)) = P_j \bar{x}(t), \quad (\text{A3})$$

其中: $P_j \in \mathbb{R}^{(n+n_f) \times (n+n_f)}$ 是正定矩阵且

$$\begin{aligned} P_j &= \begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix}, \quad P_{11}^j = \begin{bmatrix} g_{11}^{\alpha_{j1}} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & g_{22}^{\alpha_{j2}} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & g_{nn}^{\alpha_{jn}} \end{bmatrix}, \\ P_{12} &= \begin{bmatrix} p_{1,n+1} & p_{1,n+2} & \cdots & p_{1,n+n_f} \\ p_{2,n+1} & p_{2,n+2} & \cdots & p_{2,n+n_f} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n,n+1} & p_{n,n+2} & \cdots & p_{n,n+n_f} \end{bmatrix}, \\ P_{22} &= \begin{bmatrix} p_{n+1,n+1} & p_{n+1,n+2} & \cdots & p_{n+1,n+n_f} \\ p_{n+2,n+1} & p_{n+2,n+2} & \cdots & p_{n+2,n+n_f} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n+n_f,n+1} & p_{n+n_f,n+2} & \cdots & p_{n+n_f,n+n_f} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

对以上模糊向量进行融合得到全局模糊向量如下:

$$\begin{aligned} f(\bar{x}(t)) &= \sum_{j=1}^r \mu_j P_j \bar{x}(t) = \\ P(\mathbf{x}) \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} P_{11}(\mathbf{x}) & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} \bar{x}(t), \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

其中:

$$\begin{aligned} P_{11}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & g_{22}(\mathbf{x}) & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & g_{nn}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \\ g_{kk}(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^r \mu_j g_{kj}^{\alpha_{jk}}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

文献[19]已经证明 $g_{kk}(\mathbf{x})$ 仅仅是关于状态分量 \mathbf{x}_k 的函数.

为了使 $V(t)$ 为候选的李雅普诺夫泛函, $V_1(t)$ 需要满足下述条件: 1) 连续可微; 2) 正定; 3) 径向无界. 文献[19]已经证明 $V_1(t)$ 满足以上条件, 这里不再赘述.

$$V_2(t) = \int_{t-\tau_1}^t \mathbf{x}^\top(s) Q_1 \mathbf{x}(s) ds + \int_{t-\tau_3}^t \mathbf{x}^\top(s) Q_2 \mathbf{x}(s) ds +$$

$$\begin{aligned} & \tau_1 \int_{-\tau_1}^0 \int_{t+u}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds du + \\ & \tau_2 \int_{-\tau_3}^{-\tau_1} \int_{t+u}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds du + \\ & \tau_3 \int_{-\tau_3}^0 \int_{t+u}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds du, \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

其中 $\tau_2 = \tau_3 - \tau_1$.

对 $V(t)$ 求关于 t 的时间微分, 有

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t), \quad (\text{A6})$$

其中:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i \mu_j 2 \bar{\mathbf{x}}^T(t) \begin{bmatrix} P_{11}(\mathbf{x}) & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} \times (\bar{A}_{ij0} \bar{\mathbf{x}}(t) + \\ & \bar{A}_{ij1} \mathbf{x}(t - \tau(t)) + \bar{B}_{ij0} \mathbf{e}(t - \tau(t)) + \bar{B}_{ij1} \mathbf{w}(t)), \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & \mathbf{x}^T(t) (Q_1 + Q_2) \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t - \tau_1) Q_1 \times \\ & \mathbf{x}(t - \tau_1) - \mathbf{x}^T(t - \tau_3) Q_2 \mathbf{x}(t - \tau_3) + \\ & \tau_1^2 \dot{\mathbf{x}}^T(t) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(t) + \tau_2^2 \dot{\mathbf{x}}^T(t) Z_2 \dot{\mathbf{x}}(t) + \\ & \tau_3^2 \dot{\mathbf{x}}^T(t) Z_3 \dot{\mathbf{x}}(t) - \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \\ & \tau_2 \int_{t-\tau_3}^{t-\tau_1} \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \tau_3 \int_{t-\tau_3}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

由引理1可得

$$\begin{aligned} & -\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leqslant \\ & -\eta^T(t) \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & S_1 \\ * & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix} \eta(t), \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

$$\begin{aligned} & -\tau_2 \int_{t-\tau_3}^{t-\tau_1} \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leqslant \\ & -\eta^T(t) \begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_2 & S_2 \\ * & \bar{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{13} \\ E_{14} \end{bmatrix} \eta(t), \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} & -\tau_3 \int_{t-\tau_3}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) Z_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leqslant \\ & -\eta^T(t) \begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Z}_3 & S_3 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{15} \\ E_{16} \end{bmatrix} \eta(t), \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

其中

$$\begin{aligned} \eta(t) = & \text{col}\{\mathbf{x}(t), \mathbf{x}_f(t), \mathbf{x}(t - \tau_1), \mathbf{x}(t - \tau(t)), \\ & \mathbf{x}(t - \tau_3), \frac{1}{\tau(t)} \int_{t-\tau(t)}^t \mathbf{x}(s) ds, \\ & \frac{1}{\tau(t)-\tau_1} \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \mathbf{x}(s) ds, \frac{1}{\tau_3-\tau(t)} \int_{t-\tau_3}^{t-\tau(t)} \mathbf{x}(s) ds, \\ & \mathbf{e}(t - \tau(t)), \mathbf{w}(t)\}. \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

此外, 由式(4)知道 ε_m 是 $\varepsilon(t_k h)$ 的最小值, 有下式成立:

$$\mathbf{e}^T(t_k^j h) G_1 \mathbf{e}(t_k^j h) \leq \varepsilon_m \mathbf{y}^T(t_k h) G_2 \mathbf{y}(t_k h), t \in \Gamma_k^l. \quad (\text{A13})$$

把式(A9)–(A11)的右边加到式(A8), 由式(A7)–(A8)(A13), 可以获得

$$\dot{V}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) \leq \eta^T(t) \Pi \eta(t), \quad (\text{A14})$$

其中:

$$\Pi = \sum_{i=1}^r \mu_i^2 \Pi_{ii} + \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \mu_i \mu_j (\Pi_{ij} + \Pi_{ji}), \quad (\text{A15})$$

$$\Pi_{ij} = \begin{bmatrix} \Pi_{ij}^{11} & * \\ \mathcal{E}_{ij} & -I \end{bmatrix}, \quad (\text{A16})$$

$\Pi_{ij}^{11}, \mathcal{E}_{ij}$ 在上面已给出.
由式(14)–(15), 可得

$$\dot{V}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) \leq 0, \quad (\text{A17})$$

式(A17)左右两边同时对时间 t 从 0 到 ∞ 积分, 可得到

$$\int_0^\infty \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) dt, \quad (\text{A18})$$

即 $\|\mathbf{e}(t)\|_2 \leq \gamma^2 \|\mathbf{w}(t)\|_2$. 类似于以上方法, 当 $\mathbf{w}(t) = 0$ 时, 可得 $\dot{V}(t) \leq 0$. 证毕.

定理2的证明.

假设式(14)对于 $\begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} > 0$ 成立. 由 Schur 补定理可

知, $\begin{bmatrix} P_{11}^j & P_{12} \\ * & P_{22} \end{bmatrix} > 0$ 成立, 当且仅当 $P_{11}^j > 0$ 和 $P_{11}^j - \mathcal{F} > 0$

成立, 其中 $\mathcal{F} = P_{12} P_{22}^{-1} P_{12}^T$. 令

$$\bar{A}_{fj} = P_{12} A_{fj} P_{22}^{-1} P_{12}^T, \bar{B}_{fj} = P_{12} B_{fj}, \\ \bar{C}_{fj} = C_{fj} P_{22}^{-1} P_{12}^T, \bar{D}_{fj} = D_{fj}.$$

令

$$Y = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P_{12} P_{22}^{-1} \end{bmatrix} > 0,$$

在式(14)左右两边同乘 $\text{diag}\{Y, \underbrace{I, \dots, I}_9\}$ 和它的转置, 本文知

道式(16)等价于式(14), 式(8)中由 $\tilde{\mathbf{y}}(t)$ 到 $\mathbf{z}_f(t)$ 的传递函数得到式(19). 证毕.

作者简介:

相 赞 硕士研究生, 研究方向为网络化控制系统, E-mail: yunxiang0407@163.com;

林 崇 教授, 博士生导师, 研究方向为网络化控制系统、鲁棒控制, E-mail: linchong_2004@hotmail.com;

陈 兵 教授, 博士生导师, 研究方向为非线性系统、模糊控制, E-mail: chenbing1958@126.com.