欠驱动RTAC的滑模自抗扰镇定控制

檀盼龙[1], 秦华阳[1], 孙明玮[1†], 刘俊杰[2], 孙青林[1], 陈增强[1]

(1. 南开大学 人工智能学院, 天津 300350; 2. 天津理工大学 电气电子工程学院, 天津 300384)

摘要: 针对欠驱动RTAC (rotational/translational actuator)的镇定问题, 提出了一种滑模自抗扰控制方法, 通过对总扰动的观测和补偿降低了未知扰动对RTAC的影响. 为克服RTAC的欠驱动特性, 所提方法通过将可驱动的摆球角度和无驱动的小车位置两个状态相结合, 构建出虚拟被控量作为系统输出, 从而使RTAC的动力学模型转换为非欠驱动模型. 基于重建的模型设计线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)和滑模控制器, 并采用Lyapunov方法证明RTAC的闭环稳定性, 实现了RTAC的镇定控制, 有效抑制了小车的振荡. 最后, 通过数值仿真和硬件实验验证了所提控制方法的有效性, 与已有方法的对比分析证明该方法具有良好的控制性能.

关键词: 自抗扰控制; 欠驱动系统; 旋转激励平移振荡器; 滑模控制

引用格式: 檀盼龙, 秦华阳, 孙明玮, 等. 欠驱动RTAC的滑模自抗扰镇定控制. 控制理论与应用, 2021, 38(12): 2085 – 2093

DOI: 10.7641/CTA.2021.00622

Sliding mode active disturbance rejection control for underactuated RTAC

TAN Pan-long[1], QIN Hua-yang[1], SUN Ming-wei[1†], LIU Jun-jie[2], SUN Qing-lin[1], CHEN Zeng-qiang[1]

(1. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China;
2. School of Electrical and Electric Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

Abstract: For the stabilization problem of underactuated RTAC (rotational/translational actuator), a sliding mode active disturbance rejection control method based on disturbance compensation is proposed. The influence of unknown disturbance on RTAC is reduced by observing and compensating for the total disturbance. In order to overcome the underactuated characteristic of RTAC, a virtual actuated state is designed by combining the actuated rotational angle and the unactuated translational position of the cart. Then, the dynamic model of RTAC can be transformed into an actuated one. And consequently, a linear extended state observer (LESO) and a sliding mode controller are designed to stabilize the RTAC based on the reconstructed model. The corresponding convergence and stability analysis are backed up with rigorous Lyapunov-based analysis. As a result, the RTAC is stabilized by the proposed control method and the oscillation of the cart is restrained effectively. The effectiveness of the proposed method is verified by numerical simulation and hardware experiments, and it is proved that the proposed method can achieve better performance than existing methods.

Key words: active disturbance rejection control; underactuated system; rotational/translational actuator; sliding mode control

Citation: TAN Panlong, QIN Huayang, SUN Mingwei, et al. Sliding mode active disturbance rejection control for underactuated RTAC. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(12): 2085 – 2093

1 引言

欠驱动系统是指独立的控制量少于其自由度的一类系统[1], 具有结构简单和成本低等特点, 在吊车、无人机和无人船等实际系统中得到了广泛应用[2–9]. RTAC (rotational/translational actuator)是一种由可驱动的旋转摆球和未驱动的平移小车所组成的欠驱动装置, 如图1所示. RTAC最早是用于模拟双自旋航天器的简化模型, 后因其典型的欠驱动和非线性特性而被用于研究控制问题. RTAC只能通过驱动摆球实现摆球和小车在平衡点的镇定, 因此其动力学特性和耦

收稿日期: 2020−09−17; 录用日期: 2021−03−24.

†通信作者. E-mail: smw_sunmingwei@163.com; Tel.: +86 22-85358853.

本文责任编委: 武玉强.

国家自然科学基金项目(62073177, 61973172, 61973175), 天津市重点技术研究计划项目(19JCZDJC32800)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62073177, 61973172, 61973175) and the Tianjin Key Technology Research Project (19JCZDJC32800).

合特性比较复杂, 对控制器的设计非常具有挑战性.

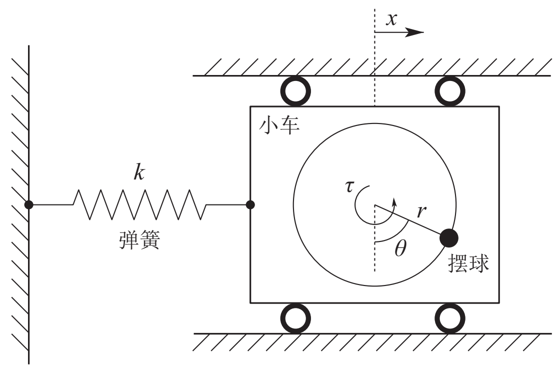


图 1 RTAC系统结构图

Fig. 1 RTAC system structure diagram

RTAC作为一种典型的欠驱动系统, 其控制问题受到了广泛的关注, 许多学者和研究人员发表了大量的研究成果. Olfati[10]以RTAC为例采用部分反馈线性化方法将欠驱动系统的动力学模型简化为级联型, 降低了控制器设计的难度. 在此基础上, Sun[11]和武宪青[12]分别基于滑模控制方法(sliding mode control, SMC)设计了RTAC控制器. Avis[13]、Hung[14]和武宪青[15]等将基于能量的控制方法与滑模控制等方法相结合, 通过仿真和实验验证所提方法对RTAC的控制性能. 同时, 武宪青[16]通过构造一种新型的Lyapunov函数, 设计了基于输出反馈的有界输入控制器. 此外, 许多智能算法也应用在RTAC的控制中, 如文献[17]采用神经网络对摩擦力等不确定扰动进行估计和补偿, Kumar[18]基于包含模糊规则的Lyapunov函数和模糊强化学习方法设计了非线性系统的稳定控制器. 然而, 这些控制方法一般需要详细的模型参数信息, 对模型的不确定性等影响因素的适应性较差.

针对扰动作用下RTAC的稳定控制问题, 本文提出了一种滑模自抗扰控制方法. 首先, 通过选取包含小车位移和摆球信息的虚拟被控量, 将欠驱动RTAC转换为非欠驱动系统, 降低了控制器设计难度. 其次, 针对新建立的以虚拟被控量为输出、以力矩为控制量输入的新系统设计滑模自抗扰控制器, 实现了RTAC的镇定控制. 其中, 构造线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)对该系统的总扰动进行观测和补偿[19–25], 同时利用滑模控制方法[26–30]实现较强的扰动抑制能力. 通过Lyapunov方法分析LESO的收敛性和RTAC的闭环稳定性, 并利用数值仿真和硬件实验验证了所提方法的有效性. 与已有控制方法相比, 本文所提方法的独特之处在于, 其仅需要小车位置和摆球角度作为反馈量即可实现RTAC的渐近稳定, 能够在减少反馈状态数量的同时保证RTAC的鲁棒性.

本文的内容安排如下: 第2部分进行问题描述, 通过Euler-Lagrange方法建立RTAC的动力学模型, 并给出控制目标. 第3部分根据控制需要提出滑模自抗扰控制方法, 通过Lyapunov函数对RTAC的闭环稳定性进行证明. 对于所提控制方法有效性和鲁棒性, 则在第4部分和第5部分分别通过数值仿真和硬件实验进行验证, 并与已有控制方法进行对比分析. 最后在第6部分对全文进行总结.

2 问题描述

本文主要研究RTAC系统的镇定问题. 如图1所示, RTAC系统存在小车的水平位移x和小球的摆动角度θ两个输出状态, 而只有τ一个输入量. 基于Euler-Lagrange建模方法, 可以获得如下的RTAC系统模型[11]:

$$M_{oc}(q)\ddot{q} + V_m(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = u, \tag{1}$$

式中: $q=[x\ \ \theta]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^2$为可测量的系统状态向量, $M_{oc}(q)\in\mathbb{R}^{2\times2}$为惯量矩阵, $V_m(q,\dot{q})\in\mathbb{R}^{2\times2}$为科氏力向心矩阵, $G(q)\in\mathbb{R}^2$为重力矩阵, $u\in\mathbb{R}^2$为控制输入. 矩阵的具体形式为

$$M_{oc}(q)=\begin{bmatrix}M+m & mr\cos\theta\\ mr\cos\theta & mr^2+J\end{bmatrix},$$

$$V_m(q,\dot{q})=\begin{bmatrix}0 & -mr\dot{\theta}\sin\theta\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$G(q)=[kx\ \ mgr\sin\theta]^{\mathrm{T}},\ u=[0\ \ \tau+d]^{\mathrm{T}},$$

式中: M, m, r, J, k和g分别为小车质量、摆球质量、连杆半径、连杆转动惯量、弹簧系数和重力加速度. τ为小球摆动的驱动转矩, d为未知扰动. 为便于后续分析, 可以将式(1)展开为

$$\begin{cases}(M+m)\ddot{x}+mr\ddot{\theta}\cos\theta-mr\dot{\theta}^2\sin\theta=-kx,\\ m\ddot{x}r\cos\theta+(mr^2+J)\ddot{\theta}+mgr\sin\theta=\tau+d.\end{cases} \tag{2}$$

进一步整理式(2), 可知$\ddot{\theta}$和$\ddot{x}$与τ的直接关系为

$$\begin{cases}\ddot{x}=-\dfrac{mr\cos\theta}{f_m(\theta)}(\tau+d-mgr\sin\theta)+\\ \qquad\dfrac{(mr^2+J)\zeta(x,\theta,\dot{\theta})}{f_m(\theta)},\\ \ddot{\theta}=\dfrac{(M+m)}{f_m(\theta)}(\tau+d-mgr\sin\theta)+\\ \qquad\dfrac{mr\cos\theta\zeta(x,\theta,\dot{\theta})}{f_m(\theta)},\end{cases} \tag{3}$$

式中:

$$\begin{cases}f_m(\theta)=Mmr^2+JM+Jm+m^2r^2\sin^2\theta,\\ \zeta(x,\theta,\dot{\theta})=kx-mr\dot{\theta}^2\sin\theta.\end{cases} \tag{4}$$

式(2)和式(4)从机理上说明了RTAC的欠驱动和非线性特性, 本文的研究目标是克服该特性并快速抑制

RTAC的水平振动, 将小车的水平位置和摆球的摆角稳定到平衡点

$$[x\ \ \dot{x}\ \ \theta\ \ \dot{\theta}]^{\mathrm{T}}=[0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}.$$

3 主要结果

本节将针对RTAC的控制问题展开研究, 通过构建RTAC的虚拟被控量降低被控对象的系统阶次, 从而设计LESO和滑模控制器, 实现RTAC的稳定控制, 并给出详细的稳定性分析.

3.1 控制器设计

由前述内容可知RTAC通过一个控制量实现两个状态的稳定. 在已有的分析方法中, 通常对RTAC的数学模型进行等效变换将其变为四阶的非欠驱动系统进行分析, 控制器结构复杂, 需要的测量信息较多, 而且往往需要建立精确的RTAC数学模型, 因此鲁棒性较差. 基于对RTAC数学模型的分析, 设计

$$\theta_\Delta=\theta-k_{\mathrm{a}}\int_0^t x(s)\mathrm{d}s \tag{5}$$

作为虚拟输出进行研究, 从而构造出以τ为输入、以θ_Δ为输出的虚拟被控系统, 其中k_{a}为可调正实参数. 进一步分析可以得到

$$\dot{\theta}_\Delta=\dot{\theta}-k_{\mathrm{a}}x,\ \ddot{\theta}_\Delta=\ddot{\theta}-k_{\mathrm{a}}\dot{x}. \tag{6}$$

将式(3)的第2行表达式代入式(6)可得

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_\Delta=&\frac{(M+m)}{f_m(\theta)}\tau+\frac{mr\cos\theta\zeta(x,\theta,\dot{\theta})}{f_m(\theta)}-\\&\frac{(M+m)}{f_m(\theta)}mgr\sin\theta-k_{\mathrm{a}}\dot{x}+\frac{(M+m)}{f_m(\theta)}d=\\&b\tau+f,\end{aligned} \tag{7}$$

式中: $b=\dfrac{M+m}{f_m(\theta)}$为输入增益, f是$\tau-\theta_\Delta$系统的总扰动, 其表达式为

$$\begin{aligned}f=&\frac{mr\cos\theta\zeta(x,\theta,\dot{\theta})}{f_m(\theta)}-\frac{(M+m)}{f_m(\theta)}mgr\sin\theta-\\&k_{\mathrm{a}}\dot{x}+\frac{(M+m)}{f_m(\theta)}d.\end{aligned} \tag{8}$$

令$\theta_{\Delta1}=\theta_\Delta,\theta_{\Delta2}=\dot{\theta}_\Delta$和$\theta_{\Delta3}=f$, 则有

$$\begin{cases}\dot{\theta}_{\Delta1}=\theta_{\Delta2},\\ \dot{\theta}_{\Delta2}=\theta_{\Delta3}+b\tau,\\ \dot{\theta}_{\Delta3}=h,\end{cases} \tag{9}$$

式中h为总扰动f的微分. 针对式(9)设计LESO为

$$\begin{cases}e_1=\theta_\Delta-z_1,\\ \dot{z}_1=z_2+\beta_1e_1,\\ \dot{z}_2=z_3+\beta_2e_1+b\tau,\\ \dot{z}_3=\beta_3e_1,\end{cases} \tag{10}$$

式中$z_i(i=1,2,3)$为$\theta_{\Delta i}$的观测值, $\beta_i(i=1,2,3)$为观测增益, 一般可以将LESO中的参数选择为

$$[\beta_1\ \ \beta_2\ \ \beta_3]^{\mathrm{T}}=[3\omega_{\mathrm{o}}\ \ 3\omega_{\mathrm{o}}^2\ \ \omega_{\mathrm{o}}^3]^{\mathrm{T}}, \tag{11}$$

其中$\omega_{\mathrm{o}}>0$为可调的误差反馈增益参数, 即LESO的带宽. 根据式(9)和式(10)可得观测器误差为

$$\begin{cases}\dot{e}_1=e_2-\beta_1e_1,\\ \dot{e}_2=e_3-\beta_2e_1,\\ \dot{e}_3=h-\beta_3e_1,\end{cases} \tag{12}$$

式中$e_i=\theta_{\Delta i}-z_i(i=1,2,3)$为LESO的观测误差. 为将RTAC的小车位移和摆球的摆角都稳定到原点位置, 本文仅以LESO的观测状态设计滑模面

$$\sigma=c_0z_1+z_2+z_\gamma, \tag{13}$$

式中

$$\dot{z}_\gamma=k_\gamma\,\mathrm{sgn}\,\theta_\Delta, \tag{14}$$

sgn为标准符号函数, 定义为

$$\mathrm{sgn}\,z=\begin{cases}1, & z>0,\\ 0, & z=0,\\ -1, & z<0.\end{cases} \tag{15}$$

设计σ的趋近律为$\dot{\sigma}=-k_1\sigma-k_2|\sigma|^\alpha\,\mathrm{sgn}\,\sigma-k_3\,\mathrm{sgn}\,\sigma$, 其中$k_i>0\ (i=1,2,3)$, $0<\alpha<1$. 对滑模面(13)求导, 可以根据σ的趋近律设计RTAC的滑模控制律为

$$\tau=\frac{1}{b}\begin{pmatrix}-k_1\sigma-k_2|\sigma|^\alpha\,\mathrm{sgn}\,\sigma-k_3\,\mathrm{sgn}\,\sigma-\\ c_0z_2-z_3-k_\gamma\,\mathrm{sgn}\,\theta_\Delta-c_0\beta_1e_1-\beta_2e_1\end{pmatrix}. \tag{16}$$

从式(16)所示的控制律可以看出本文所提的控制方法仅需要θ_Δ的值和LESO的观测值, 如图2所示.

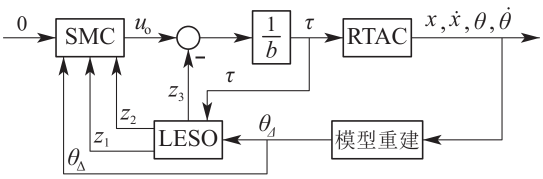


图 2 控制系统结构框图

Fig. 2 Control system structure block diagram

3.2 稳定性证明

令$\varepsilon=[x\ \ \dot{x}\ \ \theta\ \ \dot{\theta}]^{\mathrm{T}}$, 并基于RTAC的机械和电气约束条件定义RTAC的工作域为$D=\{\varepsilon|\|\varepsilon\|\leqslant\delta\}$, 式中$\delta$为正数. 为便于进一步分析, 在$D$内可以做出关于RTAC的以下假设:

假设 1 未知扰动d可导且存在

$$\|\dot{d}\|\leqslant M_{\mathrm{d}}, \tag{17}$$

式中M_{d}为正数.

假设 2 总扰动f可导且存在

$$\|h\| = \|\dot{f}\| \leqslant L_{\mathrm{h}}, \tag{18}$$

式中L_{h}为正常数.

为计算控制器收敛时间, 需要用到如下引理.

引理 1[31] 假设存在一个定义在包含零点的开区域上的连续可微正定函数$V(x)$以及正实数c和$0<\beta<1$, 使得

$$\dot{V}(x) + c(V(x))^{\beta} \leqslant 0,$$

则系统是有限时间稳定的, 且稳定时间T满足

$$T \leqslant \frac{1}{c(1-\beta)}(V(0))^{1-\beta}. \tag{19}$$

根据设计的RTAC控制律(16)可以保证RTAC是渐近稳定的.

引理 2 在假设1和假设2成立时, 式(10)所示观测器的观测误差有界, 且有

$$\lim_{\omega_{\mathrm{o}}\to\infty, t\to\infty} \|e\| = 0,$$

式中$\boldsymbol{e} = [e_1\ \ e_2\ \ e_3]^{\mathrm{T}}$.

证 令$\eta_i = \dfrac{e_i}{\omega_{\mathrm{o}}^i}(i=1,2,3)$, 则式(12)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \omega_{\mathrm{o}}(\eta_2 - 3\eta_1), \\ \dot{\eta}_2 = \omega_{\mathrm{o}}(\eta_3 - 3\eta_1), \\ \dot{\eta}_3 = \omega_{\mathrm{o}}(\dfrac{h}{\omega_{\mathrm{o}}^4} - \eta_1). \end{cases} \tag{20}$$

用矩阵形式改写式(20), 可得

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \omega_{\mathrm{o}} A_{\eta} \boldsymbol{\eta} + B_{\eta}\frac{h}{\omega_{\mathrm{o}}^3}, \tag{21}$$

式中$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1\ \ \eta_2\ \ \eta_3]^{\mathrm{T}}$,

$$A_{\eta} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_{\eta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

由A_{η}的表达式可知其对于任意$\omega_{\mathrm{o}} > 0$都是Hurwitz矩阵, 因此可以选择Lyapunov函数$V(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} P_{\eta} \boldsymbol{\eta}$, 式中正定对称矩阵$P_{\eta}$满足Lyapunov方程$A_{\eta}^{\mathrm{T}} P_{\eta} + P_{\eta} A_{\eta} = -Q_{\eta}$. 对$V(\boldsymbol{\eta})$求导可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}(\boldsymbol{\eta}) = -\omega_{\mathrm{o}} \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} Q_{\eta} \boldsymbol{\eta} + 2\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} P_{\eta} B_{\eta} \frac{h}{\omega_{\mathrm{o}}^3} \leqslant \\ &-\omega_{\mathrm{o}} \lambda_{\min}(Q_{\eta}) \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \frac{2L_{\mathrm{h}} \lambda_{\max}(P_{\eta}) \|\boldsymbol{\eta}\|}{\omega_{\mathrm{o}}^3}. \end{aligned} \tag{23}$$

对于$V(\boldsymbol{\eta})$, 存在

$$\lambda_{\min}(P_{\eta}) \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leqslant V(\boldsymbol{\eta}) \leqslant \lambda_{\max}(P_{\eta}) \|\boldsymbol{\eta}\|^2,$$

即$\dfrac{V(\boldsymbol{\eta})}{\lambda_{\max}(P_{\eta})} \leqslant \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leqslant \dfrac{V(\boldsymbol{\eta})}{\lambda_{\min}(P_{\eta})}$, 将其代入式(23)可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}(\boldsymbol{\eta}) \leqslant \\ &-\omega_{\mathrm{o}} \frac{\lambda_{\min}(Q_{\eta})}{\lambda_{\max}(P_{\eta})} V(\boldsymbol{\eta}) + \frac{2L_{\mathrm{h}} \lambda_{\max}(P_{\eta})}{\omega_{\mathrm{o}}^3 \sqrt{\lambda_{\min}(P_{\eta})}} \sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}. \end{aligned} \tag{24}$$

令$W = \sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}$, 则有$\dot{W} = \dfrac{\dot{V}(\boldsymbol{\eta})}{2\sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}}$, 将该式代入式(24)可得

$$\dot{W} \leqslant -\omega_{\mathrm{o}} \frac{\lambda_{\min}(Q_{\eta})}{2\lambda_{\max}(P_{\eta})} W + \frac{L_{\mathrm{h}} \lambda_{\max}(P_{\eta})}{\omega_{\mathrm{o}}^3 \sqrt{\lambda_{\min}(P_{\eta})}}. \tag{25}$$

通过Gronwall-Bellman不等式[32]可得

$$\begin{aligned} W \leqslant &-(\frac{2L_{\mathrm{h}} \lambda^2{}_{\max}(P_{\eta})}{\omega_{\mathrm{o}}^4 \sqrt{\lambda_{\min}(P_{\eta})} \lambda_{\min}(Q_{\eta})} - W(t_0)) \cdot \\ &\mathrm{e}^{-\omega_{\mathrm{o}} \frac{\lambda_{\min}(Q_{\eta})}{2\lambda_{\max}(P_{\eta})}(t-t_0)} + \\ &\frac{2L_{\mathrm{h}} \lambda^2{}_{\max}(P_{\eta})}{\omega_{\mathrm{o}}^4 \sqrt{\lambda_{\min}(P_{\eta})} \lambda_{\min}(Q_{\eta})}, \end{aligned} \tag{26}$$

由此可知$\|\boldsymbol{\eta}\|$在$t \to \infty$时有

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\eta}\| \leqslant &\frac{\sqrt{V}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_{\eta})}} \leqslant \\ &\frac{2L_{\mathrm{h}} \lambda_{\max}^2(P_{\eta})}{\omega_{\mathrm{o}}^4 \lambda_{\min}(P_{\eta}) \lambda_{\min}(Q_{\eta})} = \frac{M_{\mathrm{e}}}{\omega_{\mathrm{o}}^4}, \end{aligned} \tag{27}$$

式中$M_{\mathrm{e}} = \dfrac{2L_{\mathrm{h}} \lambda_{\max}^2(P_{\eta})}{\lambda_{\min}(P_{\eta}) \lambda_{\min}(Q_{\eta})}$为正数. 由于$P_{\eta}$和$Q_{\eta}$与$\omega_{\mathrm{o}}$的取值无关, 所以由式(27)可以得到

$$\lim_{\omega_{\mathrm{o}}\to\infty, t\to\infty} \|\boldsymbol{\eta}\| = 0, \tag{28}$$

根据$\eta_i = \dfrac{e_i}{\omega_{\mathrm{o}}^i}(i=1,2,3)$可知

$$\lim_{\omega_{\mathrm{o}}\to\infty, t\to\infty} \|\boldsymbol{e}\| = 0. \tag{29}$$

证毕.

根据引理2的结论, 可以通过增大ω_{o}的值降低LESO的观测误差, 将RTAC的总扰动观测误差保持在很小的范围内, 从而可以通过选择较小的k_3和k_{γ}实现RTAC的渐近稳定. 为便于后续分析, 定义$D_{\mathrm{e}} = \{\boldsymbol{e} | \|\boldsymbol{e}\| \leqslant \delta_{\mathrm{e}}\}$, 由引理2可知当选择$\omega_{\mathrm{o}}$使其满足$\dfrac{M_{\mathrm{e}}}{\omega_{\mathrm{o}}} \leqslant \delta_{\mathrm{e}}$时, LESO的观测误差$\boldsymbol{e}$将一直处于$D_{\mathrm{e}}$内.

定理 1 取$k_3 > 0$, 则RTAC的控制律(16)使式(13)所示的滑模面σ在有限时间内收敛到零.

证 设计Lyapunov函数为$V_{\sigma} = \dfrac{1}{2}\sigma^2$, 对其求导并将式(16)代入导数表达式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\sigma} = &\sigma\dot{\sigma} = \\ &\sigma(-k_1\sigma - k_2|\sigma|^{\alpha} \operatorname{sgn}\sigma - k_3 \operatorname{sgn}\sigma) \leqslant \\ &-k_1\sigma^2 - k_2|\sigma|^{\alpha+1} \leqslant \\ &-\sqrt{2}k_2 V_{\sigma}^{\frac{\alpha+1}{2}} \leqslant \\ &0. \end{aligned} \tag{30}$$

由此可知滑模面σ是渐近收敛的, 而且根据引理1可得滑模面的收敛时间为

$$T_{ft} \leqslant \frac{1}{k_2(1-\alpha)}(V_\sigma(0))^{\frac{1-\alpha}{2}}.$$

证毕.

定理1表明式(13)所示的滑模面σ在LESO和控制律(16)作用下在有限时间内收敛到零.

定理 2 在$\sigma=0$时, 通过调整k_γ可以使θ_Δ渐近收敛到零.

证 在滑模面收敛到零时, $\sigma=c_0z_1+z_2+z_\gamma=0$, 则有

$$z_2=-c_0z_1-z_\gamma \to \dot\theta_\Delta=-c_0\theta_\Delta+c_0e_1+e_2-z_\gamma. \tag{31}$$

由于e_1和e_2可导, 则由式(9)和式(14)可将式(31)改写为

$$\begin{cases}\dot\theta_\Delta=-c_0\theta_\Delta+\theta_\gamma,\\ \dot\theta_\gamma=-k_\gamma\operatorname{sgn}\theta_\Delta+c_0e_2-c_0\beta_1e_1+e_3-\beta_2e_1.\end{cases} \tag{32}$$

令$f(\theta_\Delta)=k_\gamma\operatorname{sgn}\theta_\Delta-c_0e_2+c_0\beta_1e_1-e_3+\beta_2e_1=k_\gamma\operatorname{sgn}\theta_\Delta+B_\gamma\boldsymbol{e}$, 其中

$$B_\gamma=[c_0\beta_1+\beta_2\ \ -c_0\ \ -1],$$

则在$k_\gamma>\|B_\gamma\|\delta_{\rm e}$时可得$\theta_\Delta f(\theta_\Delta)\geqslant 0$. 为证明$\theta_\Delta$的收敛性, 可以设计Lyapunov函数为

$$V_2=\frac12(c_0\theta_\Delta-\theta_\gamma)^2+(1+\beta)f(\theta_\Delta)\theta_\Delta+\frac12\beta\theta_\gamma^2, \tag{33}$$

对V_2求导, 得

$$\begin{aligned}\dot V_2=&(c_0\theta_\Delta-\theta_\gamma)(c_0\dot\theta_\Delta-\dot\theta_\gamma)+(1+\beta)B_\gamma\dot{\boldsymbol{e}}\theta_\Delta+\\&(1+\beta)f(\theta_\Delta)\dot\theta_\Delta+\beta\theta_\gamma\dot\theta_\gamma=\\&-c_0(c_0\theta_\Delta-\theta_\gamma)^2-\beta c_0\theta_\Delta f(\theta_\Delta)+\\&(1+\beta)B_\gamma\dot{\boldsymbol{e}}\theta_\Delta=\\&-c_0(c_0\theta_\Delta-\theta_\gamma)^2+(1+\beta)B_\gamma(A_{\rm e}\boldsymbol{e}+\\&B_{\rm e}h)\theta_\Delta-\beta c_0k_\gamma|\theta_\Delta|-\beta c_0B_\gamma\boldsymbol{e}\theta_\Delta,\end{aligned} \tag{34}$$

式中:

$$A_{\rm e}=\begin{bmatrix}-\beta_1&1&0\\-\beta_2&0&1\\-\beta_3&0&0\end{bmatrix},\ B_{\rm e}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}. \tag{35}$$

当$k_\gamma>\|B_\gamma\|\delta_{\rm e}+\dfrac{(1+\beta)(\|B_\gamma A_{\rm e}\|\delta_{\rm e}+\|B_\gamma B_{\rm e}\|L_{\rm h})}{\beta c_0}$时, 可以保证$\dot V_2\leqslant 0$, 即$\theta_\Delta$是渐近收敛的. 证毕.

定理1–2证明了本文所设计的状态θ_Δ的渐近收敛性, 接下来根据式(5)证明RTAC的闭环稳定性.

定理 3 在定义域D内, 对于矩阵

$$A_{\rm x}=\begin{bmatrix}0&1\\ \dfrac{-k}{M+m}&\dfrac{-mrk_{\rm a}}{M+m}\end{bmatrix},\ B_{\rm x}=[0\ \ 1]^{\rm T},$$

取$k_{\rm a}$使$A_{\rm x}$为Hurwitz矩阵, 并设计正定矩阵$P_{\rm x}$满足Lyapunov方程$A_{\rm x}^{\rm T}P_{\rm x}+P_{\rm x}A_{\rm x}=-Q_{\rm x}$, 则当$\lambda_{\min}(Q_{\rm x})-2L_{\rm g}\|P_{\rm x}B_{\rm x}\|>0$时, RTAC的状态变量渐近收敛到平衡点.

证 当θ_Δ稳定在零时, 则有$\dot\theta_\Delta=0$和$\ddot\theta_\Delta=0$, 即

$$\dot\theta=k_{\rm a}x, \ddot\theta=k_{\rm a}\dot x. \tag{36}$$

将式(36)代入式(2)的第1行, 并令$x_1=x$, $x_2=\dot x$和$\theta_1=\theta$, 得

$$\begin{cases}\dot x_1=x_2,\\ \dot x_2=\dfrac{1}{(M+m)}(-kx_1+mrk_{\rm a}^2x_1^2\sin\theta_1-\\ \qquad mrk_{\rm a}x_2+mrk_{\rm a}x_2(1-\cos\theta_1)).\end{cases} \tag{37}$$

令$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}=[x_1\ \ x_2]^{\rm T}$, 则式(37)可以改写为

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rm x}=A_{\rm x}\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}+B_{\rm x}g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}), \tag{38}$$

式中

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x})=\frac{mrk_{\rm a}^2x_1^2\sin\theta_1+mrk_{\rm a}x_2(1-\cos\theta_1)}{M+m},$$

由$g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x})$的表达式可知$g(0)=0$, 因此在$D$域内$g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x})$满足局部Lipschitz条件, 且存在

$$\|g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x})\|\leqslant L_{\rm g}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}\|, \tag{39}$$

式中$L_{\rm g}$为与$k_{\rm a}$有关的正常数. 建立Lyapunov函数$V_3=\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}^{\rm T}P_{\rm x}\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}$, 对$V_3$求导并代入式(39), 得

$$\begin{aligned}\dot V_3=&-\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}^{\rm T}Q_{\rm x}\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}+2\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}^{\rm T}P_{\rm x}B_{\rm x}g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x})\leqslant\\&-\lambda_{\min}(Q_{\rm x})\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}\|^2+2\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}\|\|P_{\rm x}B_{\rm x}\|L_{\rm g}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}\|\leqslant\\&-(\lambda_{\min}(Q_{\rm x})-2L_{\rm g}\|P_{\rm x}B_{\rm x}\|)\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm x}\|^2,\end{aligned} \tag{40}$$

因此在$\lambda_{\min}(Q_{\rm x})-2L_{\rm g}\|P_{\rm x}B_{\rm x}\|>0$时, $\dot V_3\leqslant 0$, 即式(37)为渐近收敛的. 同时, 由式(36)可得$\dot\theta=k_{\rm a}x=0$. 进一步分析, 对式(2)的第1行表达式进行积分, 可得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\int_0^t x{\rm d}s=\\&\lim_{t\to\infty}\int_0^t[-\frac1k((M+m)\ddot x+mr\ddot\theta\cos\theta-\\&\qquad mr\dot\theta^2\sin\theta)]{\rm d}s=\\&\lim_{t\to\infty}[-\frac1k((M+m)\dot x+mr\dot\theta\cos\theta)]=\\&0,\end{aligned} \tag{41}$$

所以在$\theta_\Delta=0$时, θ渐近收敛到零, 即RTAC的状态渐近收敛. 证毕.

4 仿真结果与分析

为了验证本文所提控制方法的有效性, 在MATLAB/Simulink环境中搭建RTAC的动力学模型并编写控制程序, 对RTAC进行数值仿真. 其中RTAC的模型参数为

$$M = 1.3608\ \mathrm{kg},\ m = 0.096\ \mathrm{kg},\ k = 186.3\ \mathrm{N/m},$$
$$r = 0.0592\ \mathrm{m},\ J = 2.175 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^2},$$

本文所提控制器的参数设置为

$$c_0 = 3,\ k_\gamma = 0.01,\ k_1 = 3,\ k_2 = 1,$$
$$k_3 = 0.05,\ k_{\mathrm{a}} = 900,\ \omega_{\mathrm{o}} = 40.$$

为了说明所提控制方法的有效性, 本文选取文献[17]所提的增强型耦合控制方法进行对比, 该方法的表达式为

$$\begin{cases} \varphi(t) = k_v \dfrac{kxmr\cos\theta}{M+m} - k_v mgr\sin\theta, \\ \tau = \dfrac{-k_\theta - k_\omega(k_{\mathrm{pp}}x^2+1)\dot\theta - \varphi(t)}{k_{\mathrm{E}} + k_v}, \end{cases} \tag{42}$$

式中的控制参数选择为

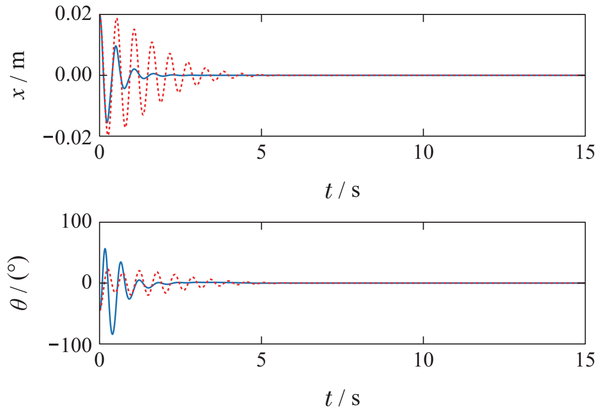
$$k_\theta = 5.24,\ k_\omega = 0.8,\ k_{\mathrm{E}} = 360,$$
$$k_v = 10,\ k_{\mathrm{pp}} = 400.$$

4.1 控制性能仿真

为了验证所提方法的控制性能, 在此进行无扰动情况下的仿真测试. 测试条件为

第1组 $x(0) = 0.02$ m, $\theta(0) = -45°$.

仿真结果如图3所示. 为便于定量比较, 定义RTAC的调整时间t_{s}为从初始时刻开始到RTAC的状态首次满足$|x(t)| \leqslant 0.001$ m和$|\theta(t)| \leqslant 3°$且不再超过该范围所需要的最短时间. 在图3所示的第1组仿真结果中, 本文方法可以使RTAC的小车快速稳定到$x = 0$的位置, 此时的调整时间为$t_{\mathrm{s}} = 1.62$ s, 而对比方法则需要经过多次振荡才能使小车稳定下来, 所需的调整时间为$t_{\mathrm{s}} = 4.04$ s, 远大于本文所提的控制方法. 因此本文方法具有较好的快速性, 所需的调整时间低于对比方法.



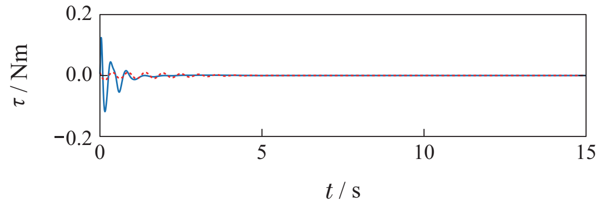


图 3 控制性能仿真: 第1组仿真结果(实线: 本文方法; 虚线: 对比方法[17])

Fig. 3 Simulation of control performance: simulation results of group 1 (solid line: the proposed method; dotted line: comparison method[17])

4.2 扰动影响仿真

本部分将在不改变控制参数的情况下研究RTAC在不同扰动作用下的控制问题. 为充分验证所提方法在扰动影响下的控制性能, 本文设置3种不同的扰动条件进行仿真, 扰动设置分别为

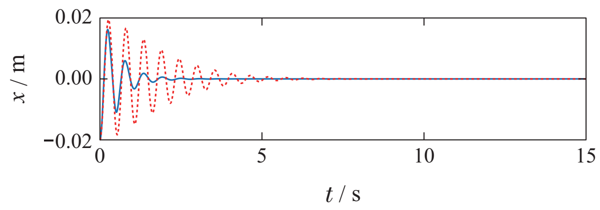
第2组 初始条件$x(0) = -0.02$ m和$\theta(0) = 30°$, 其余状态为零, 同时将仿真模型参数中的M和k分别增大20%;

第3组 初始条件$x(0) = -0.02$ m, 其余状态为零, 在第5 s对小车加入幅值为0.01 m的位置扰动, 使小车位置偏离平衡位置;

第4组 初始条件$x(0) = 0.02$ m, 其余状态为零, 设置转矩扰动d为在第6~8 s加入的幅值为0.05 N·m, 周期为1 s的正弦扰动信号.

相应的仿真结果如图4–6所示. 对比图4和图3可知, 本文所提方法在RTAC的参数扰动下仍然保持了较短的调整时间, 相比之下, 对比方法所用的调整时间则增加为$t_{\mathrm{s}} = 4.56$ s, 可见其控制性能有所下降. 在小车位置受到扰动影响时, 由图5可知本文方法仍然可以快速克服扰动带来的影响使小车回到平衡位置, 而且收敛速度快于对比方法.

从图6可以看出, RTAC的摆球在扰动力矩的作用下将偏离平衡位置, 进而造成小车的振荡. 仿真结果表明, 两种控制方法加入扰动之前的控制性能与前述分析一致, 而在加入扰动之后, 本文方法不仅保持了小车的稳定, 而且抑制了摆球的摆动幅度, 而对比方法则在扰动去除以后再经过4 s才使小车稳定, 因此本文所提方法在转矩扰动影响下的稳定时间和摆球摆动情况均优于对比方法.



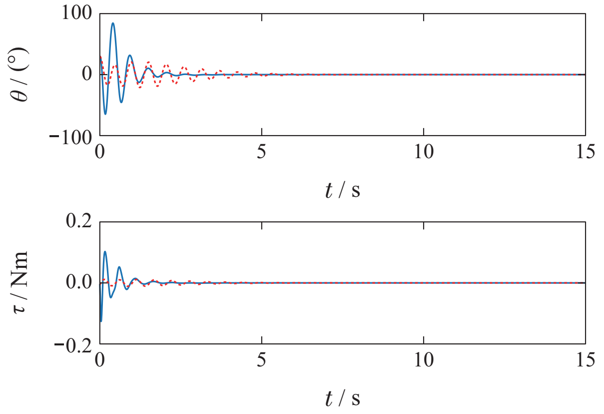


图 4 扰动影响仿真: 第2组仿真结果(实线: 本文方法; 虚线: 对比方法[17])

Fig. 4 Simulation of disturbance influence: simulation results of group 2 (solid line: the proposed method; dotted line: comparison method[17])

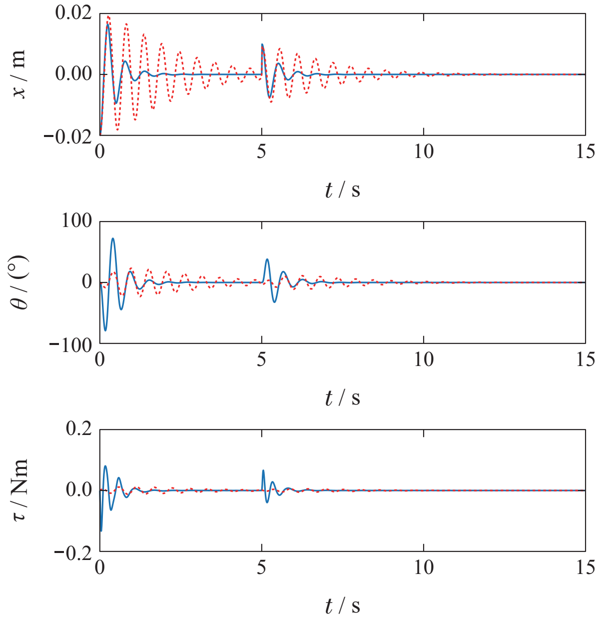
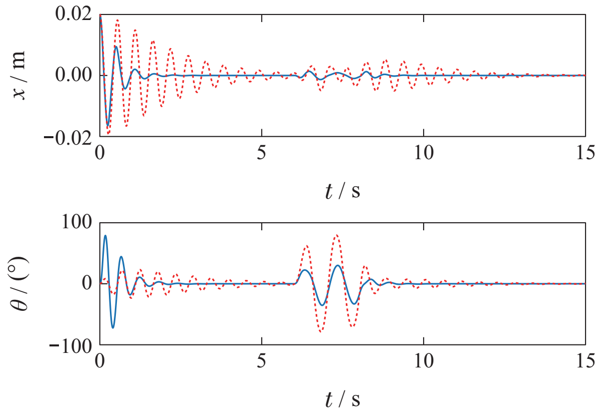


图 5 扰动影响仿真: 第3组仿真结果(实线: 本文方法; 虚线: 对比方法[17])

Fig. 5 Simulation of disturbance influence: simulation results of group 3 (solid line: the proposed method; dotted line: comparison method[17])



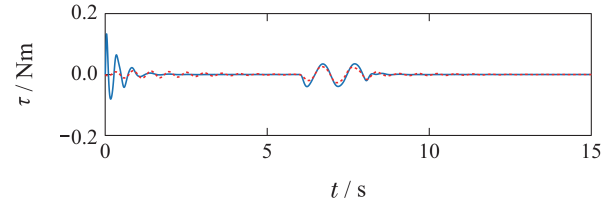


图 6 扰动影响仿真: 第4组仿真结果(实线: 本文方法; 虚线: 对比方法[17])

Fig. 6 Simulation of disturbance influence: simulation results of group 4 (solid line: the proposed method; dotted line: comparison method[17])

4.3 鲁棒性测试

为进一步分析本文方法的鲁棒性, 在此设计了Monte-Carlo仿真实验. 仿真的初始状态为$x(0) = 0.015$ m, RTAC的主要参数M, m和k的摄动范围为±20%, 共进行100次仿真. Monte-Carlo仿真结果如图7所示. 从图中可以看出, 在设置的参数摄动范围内, 本文所提控制方法均能实现RTAC的稳定控制, 而且调整时间均小于2.2 s.

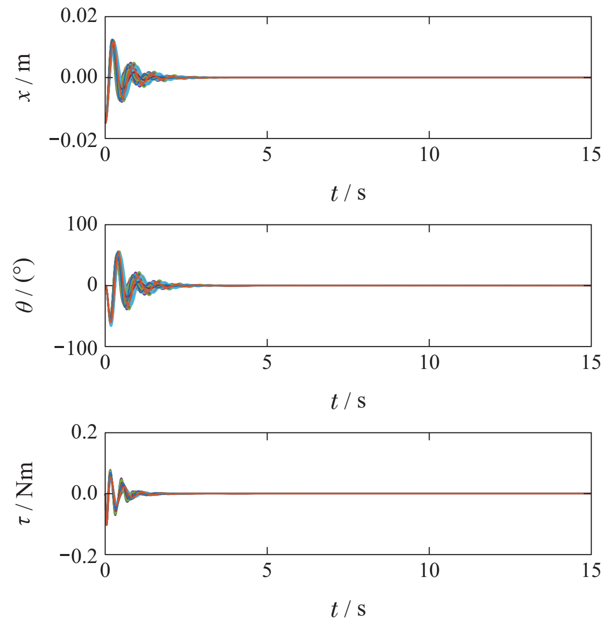


图 7 Monte-Carlo仿真结果

Fig. 7 Monte-Carlo simulation results

5 实验验证分析

图8为RTAC实验装置, 本节将通过该实验装置对本文方法进行实验验证. 如图8所示, RTAC实验装置具有两个弹簧, 分别安装在小车的两侧, 小车通过直线轴承沿光滑导轨左右滑动, 小车的位置则由精度为6000PPR (pulse per revolution)的光电编码器进行测量. RTAC的摆球由伺服电机驱动, 摆球的摆动角度通过电机上的2500PPR同轴光电编码器进行测量. 为便于实验, RTAC实验装置通过运动控制卡和配套的I/O板连接光电编码器和伺服电机驱动器, 并在上位机上通过Simulink实现信号采集和控制实验, 控制周期设置为5 ms.

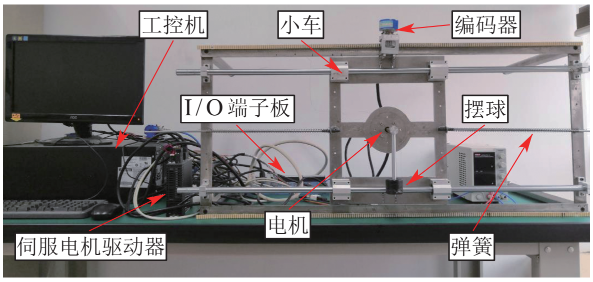


图 8 RTAC实验装置

Fig. 8 RTAC experimental device

RTAC实验装置的机械参数为

$$M = 3.82\ \text{kg},\ m = 0.50\ \text{kg},\ k = 410\ \text{N/m},$$
$$r = 0.12\ \text{m},\ J = 3.16\times 10^{-4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

通过优化控制器参数, 得到本文方法的参数和对比方法的参数分别为

$$c_0 = 5,\ k_\gamma = 0.01,\ k_1 = 4,\ k_2 = 0.5,$$
$$k_3 = 0.05,\ k_\text{a} = 70,\ \omega_\text{o} = 40.$$

和

$$k_\theta = 3.34,\ k_\omega = 0.8,\ k_\text{E} = 20,\ k_v = 8,\ k_\text{pp} = 450.$$

图9为RTAC实验装置在两种控制方法作用下的输出结果. 在图9中, 本文方法和对比方法都可使RTAC稳定在平衡点, 但从对比结果可以看出, 本文方法振荡幅度更小, 所需稳定时间更短, 控制性能更优越. 由仿真和实验结果可知, 本文方法可以有效解决RTAC的镇定问题, 使小车和摆球快速稳定到零点位置, 而且与已有控制方法相比本文方法具有更好的动态性能和抗干扰性能. 同时, 实验结果验证了理论分析的正确性.

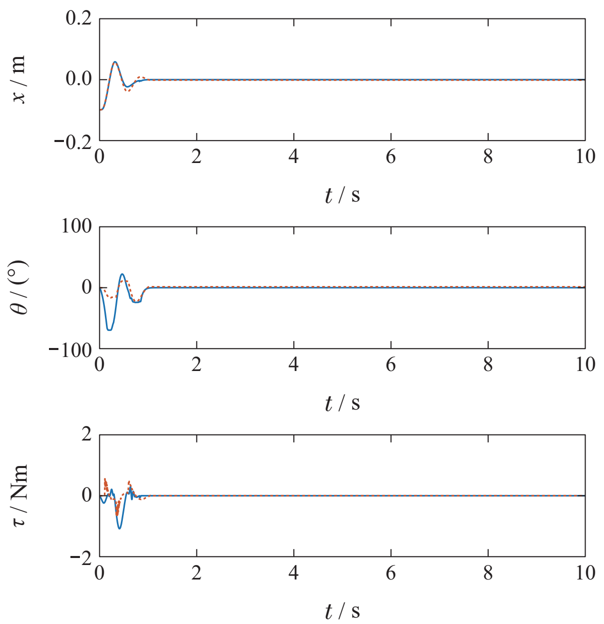


图 9 RTAC实验结果: 实线: 本文方法; 虚线: 对比方法[17]

Fig. 9 RTAC experiment results: solid line: the proposed method; dotted line: comparison method[17]

6 结论

针对受外界扰动影响的欠驱动RTAC的控制问题, 本文提出了一种滑模自抗扰控制方法, 能够实现RTAC在工作区域内的镇定控制. 不同于已有的基于能量或Lyapunov函数的控制方法, 本文所提的控制方法所需的系统参数和状态信息较少, 而且不依赖于RTAC精确的动力学模型. 在RTAC的扰动观测和补偿方面, 本文通过将小车位置和摆球摆角相结合建立新的状态, 并利用LESO对总扰动进行观测, 提出了RTAC控制的新思路. 同时, 通过滑模控制器的设计, 实现了基于LESO观测状态反馈的镇定控制. 在理论分析方面, 通过Lyapunov方法证明了LESO的收敛性和滑模控制器的稳定性. 在性能分析方面, 通过数值仿真和硬件实验验证了所提方法的控制性能, 并通过与已有方法的对比说明了所提方法的控制优势. 在未来的工作中, 笔者将进一步针对欠驱动RTAC展开深入研究, 基于本文方法实现RTAC的轨迹跟踪控制.

参考文献:

[1] SUN Ning, FANG Yongchun. A review for the control of a class of underactuated systems. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2011, 6(3): 200 – 207.
(孙宁, 方勇纯. 一类欠驱动系统的控制方法综述. 智能系统学报. 2011, 6(3): 200 – 207.)

[2] ZHANG Yu, LI Luyu, GUO Yuanbo, et al. On the nonlinear optimal control of TORA system based on θ-D approximation. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(7): 1401 – 1410.
(张宇, 李芦钰, 郭源博, 等. 基于θ-D方法的欠驱动TORA系统非线性最优控制. 自动化学报. 2020, 46(7): 1401 – 1410.)

[3] LU Kaiwen, YANG Zhong, ZHANG Qiuyan, et al. Active disturbance rejection flight control method for thrust-vectored quadrotor with tiltable rotors. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(6): 1377 – 1387.
(卢凯文, 杨忠, 张秋雁, 等. 推力矢量可倾转四旋翼自抗扰飞行控制方法. 控制理论与应用. 2020, 37(6): 1377 – 1387.)

[4] XIAN Bin, ZHANG Haonan. Nonlinear robust control for a small unmanned helicopter based on neural network. *Control and Decision*, 2018, 33(4): 627 – 632.
(鲜斌, 张浩楠. 基于神经网络的小型无人直升机非线性鲁棒控制设计. 控制与决策. 2018, 33(4): 627 – 632.)

[5] LIN Anhui, JIANG Desong, ZENG Jianping. Underactuated ship formation control with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(8): 1496 – 1504.
(林安辉, 蒋德松, 曾建平. 具有输入饱和的欠驱动船舶编队控制. 自动化学报, 2018, 44(8): 1496 – 1504.)

[6] XU R, ÖZGÜNER Ü, Sliding mode control of a class of underactuated systems. *Automatica*, 2008, 44(1): 233 – 241.

[7] HE S M, JI H B, YANG K H. Semi-global output feedback tracking to reference system with input for a benchmark nonlinear system. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(2): 749 – 758.

[8] ALIREZA M, MANFREDI M, LUCA C. Dynamic virtual holonomic constraints for stabilization of closed orbits, in underactuated mechanical systems. *Automatica*, 2018, 94:112 – 124.

[9] SUN N, FANG Y C, CHEN H, et al. Nonlinear stabilizing control for ship-mounted cranes with ship roll and heave movements: design, analysis, and experiments. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(10): 1781 – 1793.

[10] OLFATI R. *Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 2001.

[11] SUN N, WU Y M, FANG Y C, et al. Nonlinear continuous global stabilization control for underactuated RTAC systems: design, analysis, and experimentation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(2): 1104 – 1115.

[12] WU Xianqing, ZHANG Yibo. Sliding-mode control of the cascade-based translation oscillators with rotating actuator system. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(2): 307 – 315.
(武宪青, 张益波. 基于级联型具有旋转激励的平移振荡器系统的滑模控制. 控制理论与应用. 2020, 37(2): 307 – 315.)

[13] AVIS J M, NERSESOV S G, NATHAN R. Decentralised energy-based hybrid control for the multi-RTAC system. *International Journal of Control*, 2010, 83(8): 1701 – 1709.

[14] HUNG L, LIN H, CHUNG H. Design of self-tuning fuzzy sliding mode control for TORA system. *Expert Systems With Applications*, 2007, 32(1): 201 – 212.

[15] WU Xianqing, HE Xiongxiong. Adaptive coupling controller design for underactuated RTAC systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(5): 1047 – 1052.
(武宪青, 何熊熊. 欠驱动RTAC系统的自适应耦合控制器设计. 自动化学报. 2015, 41(5): 1047 – 1052.)

[16] WU Xianqing, XU Kexin, ZHANG Yibo. Output-based feedback control of underactuated TORA systems by bounded inputs. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(1): 200 – 204.
(武宪青, 徐可心, 张益波. 基于输出反馈的欠驱动TORA系统的有界输入控制. 自动化学报. 2020, 46(1): 200 – 204.)

[17] LEE C, CHANG S. Experimental implementation of nonlinear TORA system and adaptive backstepping controller design. *Neural Computing and Applications*, 2012, 21(4): 785 – 800.

[18] KUMAR A, SHARMA R. Fuzzy Lyapunov reinforcement learning for non linear systems. *ISA Transactions*, 2017, 67: 151 – 159.

[19] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.

[20] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of American Control Conference*, Denver, Colorado. 2003: 4989 – 4996.

[21] LI Jie, QI Xiaohui, XIA Yuanqing, et al. On linear/nonlinear active disturbance rejection switching control. *Acta Automatica Sinica*, 2016, (2): 202 – 212.
(李杰, 齐晓慧, 夏元清, 等. 线性/非线性自抗扰切换控制方法研究. 自动化学报, 2016, 42(2): 202 – 212.)

[22] CHEN S, XUE W C, HUANG Y. Analytical design of active disturbance rejection control for nonlinear uncertain systems with delay. *Control Engineering Practice*, 2019, 84: 323 – 336.

[23] SUN L, JIN Y H, YOU F Q. Active disturbance rejection temperature control of open-cathode proton exchange membrane fuel cell. *Applied Energy*, 2020, 261: 1 – 13.

[24] LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control:theoretical results summary and future researches. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 281 – 295.
(李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.)

[25] CHEN Zengqiang, WANG Yongshuai, SUN Mingwei, et al. Global and asymptotical stability of active disturbance rejection control for second-order nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1687 – 1696.
(陈增强, 王永帅, 孙明玮, 等. 二阶非线性系统自抗扰控制的全局渐近稳定性. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1687 – 1696.)

[26] LEVANT A. Principles of 2-sliding mode design. *Automatica*, 2007, 43(4): 576 – 586.

[27] LEVANT A. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, 1998, 34(3): 379 – 384.

[28] ZHAO L, DAI L W, XIA Y Q, et al. Attitude control for quadrotors subjected to wind disturbances via active disturbance rejection control and integral sliding mode control. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2019, 129: 531 – 545.

[29] LI Zhongqi, JIN Bai, YANG Hui, et al. Distributed sliding mode control strategy for high-speed EMU strong coupling model. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 495 – 508.
(李中奇, 金柏, 杨辉, 等. 高速动车组强耦合模型的分布式滑模控制策略. 自动化学报. 2020, 46(3): 495 – 508.)

[30] KAMAL S, MORENO J A, CHALANGA A, et al. Continuous terminal sliding-mode controller. *Automatica*, 2016, 69: 308 – 314.

[31] BHAT, S, BERNSTEIN, D. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.

[32] KHALIL, H K. *Nonlinear Systems*, 3rd ed. NJ: Prentice Hall, 2002.

作者简介:

檀盼龙 博士, 助理研究员, 目前研究方向为欠驱动系统控制、自抗扰控制, E-mail: tanpl@nankai.edu.cn;

秦华阳 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制、智能预测控制, E-mail: qhyy96@163.com;

孙明玮 教授, 博士生导师, 目前研究方向为飞行器制导与控制、自抗扰控制, E-mail: smw_sunmingwei@163.com;

刘俊杰 博士, 讲师, 目前研究方向为飞机大迎角控制、自抗扰控制, E-mail: ljjtju@163.com;

孙青林 教授, 博士生导师, 目前研究方向为自抗扰控制、自适应控制、嵌入式控制系统、柔性飞行器建模与控制, E-mail: sunql@nankai.edu.cn;

陈增强 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、预测控制、自抗扰控制, E-mail: chenzq@nankai.edu.cn.