

基于扩张状态观测器的永磁同步电机重复学习控制

陈 强, 许昌源, 孙明轩[†]

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 本文针对非参数不确定永磁同步电机系统, 提出一种基于扩张状态观测器的重复学习控制方法, 实现对周期期望轨迹的高精度跟踪. 首先, 将永磁同步电机中的非参数不确定性分为周期不确定与非周期不确定两部分. 其次, 构造包含周期不确定的未知期望控制输入, 并设计重复学习律估计未知期望控制输入并补偿系统周期不确定. 在此基础上, 设计扩张状态观测器, 估计系统未知状态和补偿非周期性不确定, 进而提高系统鲁棒性. 与已有的部分限幅学习律相比, 本文提出的全限幅重复学习律可以保证估计值的连续性且能够被限制在指定的界内. 最后, 基于李雅普诺夫方法分析误差的收敛性能, 并给出仿真和实验结果验证本文所提方法的有效性.

关键词: 重复学习控制; 非参数不确定; 扩张状态观测器; 全限幅学习律; 永磁同步电机

引用格式: 陈强, 许昌源, 孙明轩. 基于扩张状态观测器的永磁同步电机重复学习控制. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1372 – 1380

DOI: 10.7641/CTA.2021.00657

Extended state observer-based repetitive learning control for permanent magnet synchronous motors

CHEN Qiang, XU Chang-yuan, SUN Ming-xuan[†]

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: In this paper, an extended state observer-based repetitive learning control scheme is proposed for permanent magnet synchronous motors (PMSMs) with nonparametric uncertainties. First of all, the nonparametric system uncertainties of PMSMs are divided into two separated parts. Then, an unknown desired control input including the periodically uncertainties is constructed, and a repetitive learning law is presented to estimate the unknown desired control input and compensate for periodically uncertainties. On this basis, an extended state observer is designed to estimate the unknown system state and non-periodic uncertainties, such that the robustness of the whole system can be enhanced. Compared with the existing partially saturated learning law, the proposed full saturated learning law in this paper can ensure that the estimation is continuous and constrained within a prescribed region. Finally, the Lyapunov synthesis method is employed to analyze the error convergence performance, and simulation and experimental results are provided to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: repetitive learning control; nonparametric uncertainty; extended state observer; fully saturated learning law; permanent magnet synchronous motor

Citation: CHEN Qiang, XU Changyuan, SUN Mingxuan. Extended state observer-based repetitive learning control for permanent magnet synchronous motors. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1372 – 1380

1 引言

永磁同步电机由于其效率高、鲁棒性强、转矩惯量比高、功率密度高、转动惯量小等优点, 在高精度伺服控制领域取得了广泛应用^[1-2]. 与其他控制方法相比, 滑模控制方法能够实现对被控系统的降阶控制, 具有稳定范围宽、动态响应快、鲁棒性强、控制实现简单等优点, 适用于永磁同步电机控制器设计. 在实

际工业生产过程中, 电机伺服系统往往执行周期性重复作业任务. 然而, 现有的非线性控制技术如滑模控制^[3]、自适应控制^[4]、有限时间控制^[5]和鲁棒控制^[6]等, 在控制器设计中鲜有考虑和利用电机期望轨迹的周期特性. 重复学习控制适用于在无限区间上周期运行的被控对象, 利用上一周期运行的数据修正当前周期的控制输入, 实现对周期轨迹的零误差跟踪. 经典

收稿日期: 2020-09-28; 录用日期: 2021-03-17.

[†]通信作者. E-mail: mxsun@zjut.edu.cn; Tel.: +86 571-85290616.

本文责任编辑: 吴敏.

国家自然科学基金项目(61973274, 62073291), 教育部重点实验室开放课题项目(GDSC202010)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973274, 62073291) and the Key Laboratory Open Project Fund (GDSC202010).

图1中: RLC表示重复学习控制器(repetitive learning controller), LESO表示线性扩张状态观测器(linear extended state observer). 为便于分析, 令 $x_1 = \theta$, $x_2 = \omega$, $u = i_q$, 则式(1)可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \alpha(x_1) + \beta x_2 + bu + d, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $b = \frac{3n_p \phi_f}{2J}$, $\beta = -\frac{B}{J}$ 均为未知常量, $\alpha(x_1) = -\frac{T_1(\theta)}{J} = -\frac{T_1(x_1)}{J}$ 表示系统的非参数不确定性.

本文根据期望轨迹 x_{1r} 的周期性, 将 $\alpha(x_1)$ 分为两部分 $\alpha(x_1) = \alpha(x_{1r}) + [\alpha(x_1) - \alpha(x_{1r})]$. 其中周期项 $\alpha(x_{1r})$ 可设计重复学习律进行估计; 非周期项 $\alpha(x_1) - \alpha(x_{1r})$ 可设计扩张状态观测器进行估计和补偿.

本文的控制目标为, 针对系统(1)设计重复学习控制器 u , 保证位置状态 x_1 能够精确跟踪周期性期望位置信号 x_{1r} .

3 基于扩张状态观测器的重复学习控制

3.1 误差定义与滑模面设计

定义跟踪误差为

$$\tilde{x}_i = x_i - x_{ir}, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

其中: x_{1r}, x_{2r} 分别为期望位置信号与期望速度信号, x_{1r}, x_{2r} 满足

$$\begin{cases} \dot{x}_{1r} = x_{2r}, \\ \dot{x}_{2r} = \alpha(x_{1r}) + \beta x_{2r} + bu_r, \end{cases} \quad (4)$$

其中 u_r 表示期望控制输入信号, 根据式(4)可得

$$u_r = \frac{1}{b}(\dot{x}_{2r} - \alpha(x_{1r}) - \beta x_{2r}). \quad (5)$$

由 x_{ir} 的周期性可知, u_r 同样为周期性为 T 的周期信号, 即 $u_r(t) = u_r(t - T)$.

将式(2)与式(4)相减可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -bu_r + bu + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + d, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \alpha(x_1) - \alpha(x_{1r}) + \beta x_2 - \beta x_{2r}$.

为估计系统中的非周期性扰动, 设计扩张状态观测器, 定义观测误差为

$$\tilde{z}_i = x_i - z_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

其中 z_i 为状态 x_i 的观测值. 设计滑模面为

$$\begin{aligned} \sigma &= \lambda \tilde{x}_1 + (\dot{z}_2 - x_{2r}) = \\ &= \lambda \tilde{x}_1 + \dot{z}_2 - x_{2r} - \dot{x}_2 + x_2 = \\ &= \lambda \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - \tilde{z}_2, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 λ 为大于0的常数. 对式(8)求导, 并由式(6)可得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \lambda \tilde{x}_2 + \dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{z}}_2 = \\ &= \lambda \tilde{x}_2 - bu_r + bu + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + d - \dot{\tilde{z}}_2. \end{aligned} \quad (9)$$

根据式(9), 设计控制器 u 为

$$u = \hat{u}_r + u_1, \quad (10)$$

其中: $\hat{u}_r$ 为期望控制输入 u_r 的估计值, u_1 为鲁棒控制项, 用于补偿系统不确定性.

注1 相较于文献[25]的滑模面设计, 即 $\sigma = \lambda \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$. 本文设计的滑模面(8)中不含状态变量 x_2 , 因此, 在控制器设计中能够避免使用系统状态 x_2 , 从而有效降低扰动对速度测量精度的影响.

3.2 重复学习律设计

根据期望控制输入 u_r 的周期特性, 设计以下全限幅重复学习律用以精确估计 u_r , 即 $\hat{u}_r(t) = \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))$,

$$\begin{cases} \hat{u}_{r0}(t) = \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t - T)) - \varphi(t)\mu\sigma, & t \in [0, \infty), \\ \hat{u}_{r0}(t) = 0, & t \in [-T, 0), \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\mu > 0$ 为学习增益, $\text{sat}(\cdot)$ 为限幅函数, 对于任一标量 a 有

$$\text{sat}(a) = \begin{cases} a, & |a| \leq \bar{a}, \\ \bar{a}, & a > \bar{a}, \\ -\bar{a}, & a < -\bar{a}, \end{cases} \quad (12)$$

其中: $\bar{a}$ 为 a 的限幅值. 式(11)中, $\varphi(t)$ 的作用是保证 $\hat{u}_r(t)$ 在 $t = iT, i = 1, 2, 3, \dots$ 处的连续性, 因此, $\varphi(t)$ 函数形式可选择为

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{T^2}, & t \in [0, T), \\ 1, & t \in [T, +\infty). \end{cases} \quad (13)$$

将式(10)代入式(6), 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -b\tilde{u}_r + bu_1 + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + \dot{x}_{2r} + d, \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\tilde{u}_r$ 表示期望控制输入 u_r 的估计误差, 即 $\tilde{u}_r = u_r - \hat{u}_r$.

注2 为处理非周期不确定项 $\alpha(x_1) - \alpha(x_{1r})$, 现有文献[26–27]多采用局部Liptchiz条件将其放缩为参数不确定进行处理. 与文献[26–27]不同, 本文采用扩张状态观测器直接估计该非周期不确定项, 从而避免使用Lipschitz假设条件.

注3 为保证估计值 $\hat{u}_r(t)$ 的有界性, 现有文献[16, 26]中多采用部分限幅形式的学习律, 形式为

$$\hat{u}_r(t) = \text{sat}(\hat{u}_r(t - T)) - \varphi(t)\mu\sigma.$$

然而, 未限幅项 $\varphi(t)\mu\sigma$ 的存在, 使得 $\hat{u}_r(t)$ 难以被限制在指定界内. 与文献[16, 26]不同, 本文设计的全限幅学习律(11)由于对 $\hat{u}_r(t)$ 和 $\hat{u}_r(t - T)$ 分别进行限幅, 因此能够确保 $\hat{u}_r(t)$ 被有效限制在指定的界内.

3.3 扩张状态观测器设计

令 $x_3 = -b\tilde{u}_r + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + (b - b_0)u_1 + d$, 则式(6)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0 u_1 + \dot{x}_{2r}, \\ \dot{x}_3 = h, \end{cases} \quad (15)$$

其中: $b_0 > 0$ 为大于0的正常数, 可以根据先验知识得到; h 为连续有界函数.

针对系统(15), 设计扩张状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - 3\omega_0(z_1 - x_1), \\ \dot{z}_2 = z_3 + \dot{x}_{2r} + b_0 u_1 - 3\omega_0^2(z_1 - x_1), \\ \dot{z}_3 = -\omega_0^3(z_1 - x_1), \end{cases} \quad (16)$$

其中 ω_0 表示扩张状态观测器的带宽. 将式(15)–(16)相减可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{z}_2 - 3\omega_0 \tilde{z}_1, \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{z}_3 - 3\omega_0^2 \tilde{z}_1, \\ \dot{\tilde{z}}_3 = h - \omega_0^3 \tilde{z}_1. \end{cases} \quad (17)$$

根据式(17), 未知动态 h 和观测器输出误差 $\tilde{z}_1$ 之间的传递函数可以计算为

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3}.$$

因此, 式(17)的特征多项式为

$$\lambda_0(s) = (s + \omega_0)^3. \quad (18)$$

为证明观测器误差 $\tilde{z}_i$ 的收敛性, 令 $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]$, 且 $\varepsilon_i = \frac{\tilde{z}_i}{\omega_0^{i-1}}, i = 1, 2, 3$, 则式(17)可以表示为另一紧凑形式^[21]

$$\dot{\varepsilon} = \omega_0 A \varepsilon + M \frac{h}{\omega_0^2}, \quad (19)$$

其中: A 为 Hurwitz 矩阵, $M = [0 \ 0 \ 1]^T$.

引理 1^[22] 针对系统(15), 在扩张状态观测器(16)作用下, 存在正常数 $\rho_i > 0, c > 0$, 以及有限时间 $T > 0$, 使得

$$|\tilde{z}_i| \leq \rho_i, \ \rho_i = o\left(\frac{1}{\omega_0^c}\right), \ i = 1, 2, 3, \ \forall t \geq T \quad (20)$$

成立.

注 4 引理1可以保证观测误差 $\tilde{z}_i$ 的有界性, 且通过增大带宽参数 ω_0 可以减小观测器误差. 然而, 过大的 ω_0 可能会降低扩张状态观测器的鲁棒性和产生高频振荡. 因此, 参数 ω_0 设置应综合考虑观测精度与鲁棒性.

3.4 重复学习控制器设计

定义如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2b_0} \sigma^2. \quad (21)$$

对式(21)求导, 并将式(9)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{b_0} \sigma \dot{\sigma} = \\ &= \frac{1}{b_0} \sigma (\lambda \tilde{x}_2 - b u_r + b u + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + d - \dot{\tilde{z}}_2). \end{aligned} \quad (22)$$

将式(10)代入式(22)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \frac{1}{b_0} [(-b u_r + b \hat{u}_r + (b + b_0 - b_0) u_1 + \\ &g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + d) + \lambda \tilde{x}_2 - \dot{\tilde{z}}_2] = \\ &= \sigma \left[\frac{1}{b_0} (-b \tilde{u}_r + (b - b_0) u_1 + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + d) + \right. \\ &\left. u_1 + \frac{\lambda}{b_0} \tilde{x}_2 - \frac{1}{b_0} \dot{\tilde{z}}_2 \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

由观测器误差 $\dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{z}_3 - 3\omega_0^2 \tilde{z}_1$ 以及引理1, 可得 $|\dot{\tilde{z}}_2| \leq \rho_{\omega 2}$, 则式(23)可以放缩为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sigma \left[\frac{1}{b_0} (-b \tilde{u}_r + g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + (b - b_0) u_1 + d) + \right. \\ &\left. u_1 + \frac{\lambda}{b_0} \tilde{x}_2 \right] + \frac{1}{b_0} |\sigma| \rho_{\omega 2} = \\ &= \sigma \left[\frac{1}{b_0} x_3 + u_1 + \frac{\lambda}{b_0} \tilde{x}_2 \right] + \frac{1}{b_0} |\sigma| \rho_{\omega 2}. \end{aligned} \quad (24)$$

设计重复学习控制器 u_1 为

$$u_1 = -\frac{1}{b_0} z_3 - k\sigma - \frac{\lambda}{b_0} (z_2 - x_{2r}). \quad (25)$$

根据引理1, 将式(25)代入式(24)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \left(\frac{1}{b_0} \tilde{z}_3 + \frac{\lambda}{b_0} \tilde{z}_2 \right) + \frac{\rho_{\omega 2}}{b_0} |\sigma| - k\sigma^2 \leq \\ &= \frac{\rho_3}{b_0} |\sigma| + \frac{\lambda \rho_2 + \rho_{\omega 2}}{b_0} |\sigma| - k\sigma^2. \end{aligned} \quad (26)$$

根据关系式 $ab \leq \frac{1}{2\tau} a^2 + \frac{\tau}{2} b^2$, 其中 $k > \tau > 0$, 并

令 $\delta_1 = \frac{\rho_3^2}{2b_0^2\tau} + \frac{(\lambda\rho_2 + \rho_{\omega 2})^2}{2b_0^2\tau}$, 则式(26)可以放缩为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{\rho_3^2}{2b_0^2\tau} + \frac{\tau}{2} \sigma^2 + \frac{(\lambda\rho_2 + \rho_{\omega 2})^2}{2b_0^2\tau} + \frac{\tau}{2} \sigma^2 - k\sigma^2 = \\ &= \frac{\rho_3^2}{2b_0^2\tau} + \frac{(\lambda\rho_2 + \rho_{\omega 2})^2}{2b_0^2\tau} - (k - \tau) \sigma^2 = \\ &= \delta_1 - (k - \tau) \sigma^2. \end{aligned} \quad (27)$$

4 收敛性分析

引理 2^[8] 对于给定标量 a 和 b , 若 $|a| \leq \bar{b}$, 其中 $\bar{b}$ 为 b 的上界, 以下不等式成立

$$[a - \text{sat}(b)][b - \text{sat}(b)] \leq 0. \quad (28)$$

定理 1 针对系统(1), 给定周期性期望轨迹 x_{1r} , 设计扩张状态观测器(16)、重复学习控制器(10)以及学习律(11), 则系统的跟踪误差可收敛至原点附近的邻域内.

证 定义类Lyapunov函数为

$$L = \frac{1}{2b_0}\sigma^2 + \frac{1}{2\mu} \int_{t-T}^t \tilde{u}_r^2(\tau) d\tau. \quad (29)$$

对式(29)求导得

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) = & \dot{V}(t) + \frac{1}{2\mu} [u_r(t) - \hat{u}_r(t)]^2 - \\ & \frac{1}{2\mu} [u_r(t) - \hat{u}_r(t-T)]^2. \end{aligned} \quad (30)$$

根据几何性质 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 得到下式

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) = & \dot{V}(t) - \frac{1}{2\mu} [2\tilde{u}_r(t) + \hat{u}_r(t) - \hat{u}_r(t-T)] \times \\ & [\hat{u}_r(t) - \hat{u}_r(t-T)] = \\ & \dot{V}(t) - \frac{1}{\mu} \tilde{u}_r(t) [\hat{u}_r(t) - \hat{u}_r(t-T)] - \\ & \frac{1}{2\mu} [\hat{u}_r(t) - \hat{u}_r(t-T)]^2 \leq \\ & \dot{V}(t) - \frac{1}{\mu} \tilde{u}_r(t) [\hat{u}_r(t) - \hat{u}_r(t-T)]. \end{aligned} \quad (31)$$

将学习律(11)代入式(31)得

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) \leq & \dot{V}(t) - \frac{1}{\mu} [u_r(t) - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))] \times \\ & [\text{sat}(\hat{u}_{r0}(t)) - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t-T))] = \\ & \dot{V}(t) - \frac{1}{\mu} [u_r(t) - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))] \times \\ & [\text{sat}(\hat{u}_{r0}(t)) - (\hat{u}_{r0}(t) + \varphi(t)\mu\sigma)] = \\ & \dot{V}(t) + \frac{1}{\mu} [u_r(t) - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))] \times \\ & [\hat{u}_{r0}(t) - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))] + \varphi(t)\tilde{u}_r\sigma. \end{aligned} \quad (32)$$

根据引理2, 不等式(32)可改写为

$$\dot{L}(t) \leq \dot{V}(t) + \varphi(t)\tilde{u}_r\sigma. \quad (33)$$

将式(27)代入式(33)可得

$$\dot{L}(t) \leq \delta_1 - (k - \tau)\sigma^2 + \varphi(t)\tilde{u}_r\sigma. \quad (34)$$

定义 $k = k_1 + k_2$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) \leq & \delta_1 - (k_1 - \tau)\sigma^2 - [k_2\sigma^2 - \varphi(t)\tilde{u}_r\sigma + \\ & \frac{\varphi^2(t)\tilde{u}_r^2}{4k_2}] + \frac{\varphi^2\tilde{u}_r^2}{4k_2} = \\ & \delta_1 - (k_1 - \tau)\sigma^2 - [\sqrt{k_2}\sigma - \frac{\varphi(t)\tilde{u}_r}{2\sqrt{k_2}}]^2 + \frac{\varphi^2\tilde{u}_r^2}{4k_2} \leq \\ & -(k_1 - \tau)\sigma^2 + \delta_1 + \frac{\varphi^2\tilde{u}_r^2}{4k_2}. \end{aligned} \quad (35)$$

由于 $0 \leq \varphi \leq 1$, 则 $\frac{\varphi^2\tilde{u}_r^2}{4k_2} \leq \frac{\tilde{u}_r^2}{4k_2}$, 且

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r^2(t) = & [u_r - \text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))]^2 \leq \\ & [|u_r| + |\text{sat}(\hat{u}_{r0}(t))|]^2 \leq 4\bar{u}_r^2, \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $\bar{u}_r$ 为 u_r 的上界. 式(35)可放缩为

$$\dot{L} \leq -(k_1 - \tau)\sigma^2 + \delta_1 + \delta_2 = -(k_1 - \tau)\sigma^2 + \delta_k, \quad (37)$$

其中: $\delta_2 = \frac{\bar{u}_r^2}{k_1}$, $\delta_k = \delta_1 + \delta_2$, 由式(37)可得, 当 $\sigma^2 >$

$\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}$ 时, 有 $\dot{L} \leq 0$ 成立, 从而 σ 最终收敛至区间

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma \in [-\sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}}, \sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}}]. \quad (38)$$

由式(8)可得

$$-\sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}} + \tilde{z}_2 < \lambda\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 < \sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}} + \tilde{z}_2. \quad (39)$$

根据引理1, 式(39)可放缩为

$$-\sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}} - \rho_2 < \lambda\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 < \sqrt{\frac{\delta_k}{k_1 - \tau}} + \rho_2. \quad (40)$$

由式(39)可得, 位置跟踪误差 $\tilde{x}_1$ 最终收敛至区间

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_1 \in [-\frac{\sqrt{\delta_k}}{\sqrt{k_1 - \tau}\lambda} - \frac{\rho_2}{\lambda}, \frac{\sqrt{\delta_k}}{\sqrt{k_1 - \tau}\lambda} + \frac{\rho_2}{\lambda}]. \quad (41)$$

由式(41)可知, 在误差上界 δ_k, ρ_2, τ 恒定时, 可以保证 $|\tilde{x}_1|$ 最终收敛到原点附近的邻域内, 且该邻域随着增益 k_1 以及滑模面参数 λ 的增大而减小. 然而, 参数 k_1 与 λ 选取过大将引起高转矩和高频振荡, 因此, 选定控制器增益 k_1 以及滑模面参数 λ 应综合考虑跟踪精度与高频振荡. 证毕.

5 仿真分析

为验证本文所提控制方法的有效性, 本节给出了基于永磁同步电机模型(1)的仿真结果. 仿真中永磁同步电机参数与初始条件设置均与实验分析中实际永磁同步电机实验平台的电机参数相同, 如表1所示. 其中, 负载 T_L 关于位置相关, 为不失一般性, 设置负载 T_L 为 $0.5 \sin x_1$. 控制器、重复学习律和扩张状态观测器的表达式分别为式(10)–(11) 和式(16).

表1 永磁同步电机模型参数
Table 1 Parameters of the PMSM

物理量	参数	值
惯性系数	$J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2×10^{-4}
负载	$T_L/(\text{N} \cdot \text{m})$	$0.5 \sin x_1$
磁通	ϕ_f/Wb	0.14
极对数	n_p	4
摩擦系数	B	1×10^{-3}

仿真中设置转子位置的参考轨迹为 $x_{1r}(t) = 0.2\pi \times \sin(2\pi t)$, 其周期为 $T = 1 \text{ s}$. 永磁同步电机的初始状态设置为 $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0$. 控制参数设置为

$b_0 = 4000$, $k = 0.1$, $\lambda = 50$, 其他参数设置为 $\mu = 1$, $\omega_0 = 5$. 时变干扰 d 设置为 $d = 0.1 \text{ rand}$.

仿真结果如图2-6所示. 其中, 图2-3分别为位置跟踪效果及跟踪误差图. 从图2-3可以看出, 本文所提重复学习控制方法能够实现对给定周期位置信号的精确跟踪. 图4给出扩张状态观测器对永磁同步电机状态 x_1, x_2, x_3 的观测效果, 由图可知本文设计的扩张状态观测器(16)能够实现对 x_1, x_2, x_3 的精确估计. 图5可以看出本文设计的重复学习律(11)可实现对周期性期望控制输入 $\hat{u}_r(t)$ 的准确估计. 图6给出了本文所提重复学习控制方法的控制输入. 从图2-6可看出, 本文设计的扩张状态观测器和重复学习控制器能够实现对系统状态的准确估计以及对周期性期望轨迹的精确跟踪.

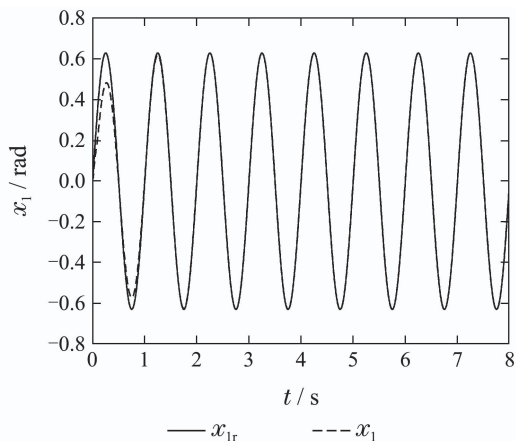


图2 位置跟踪效果

Fig. 2 Position tracking performance

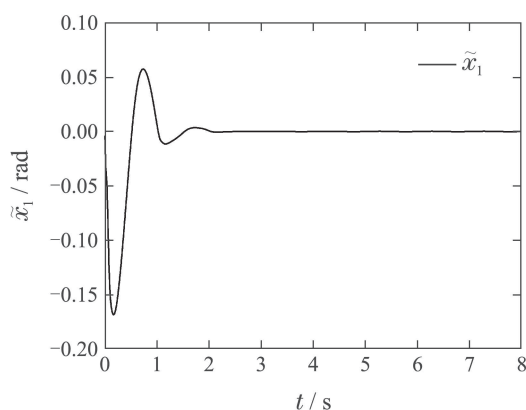
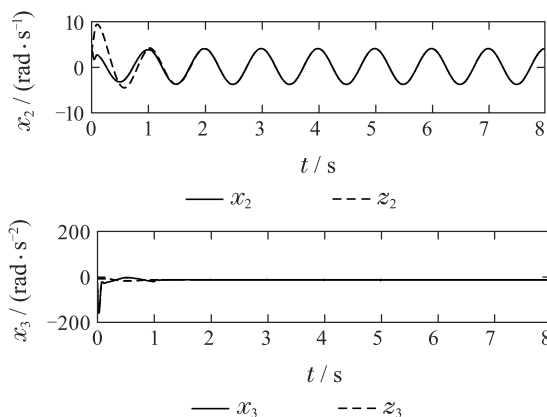
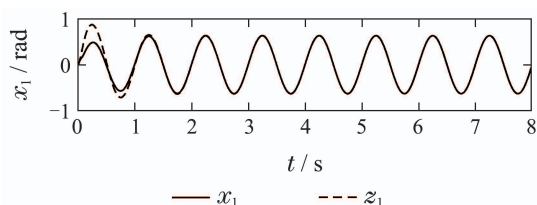
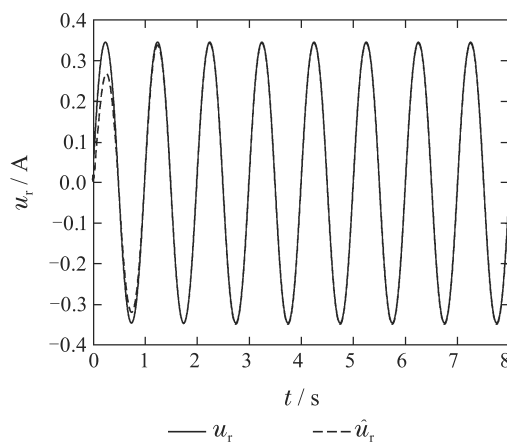
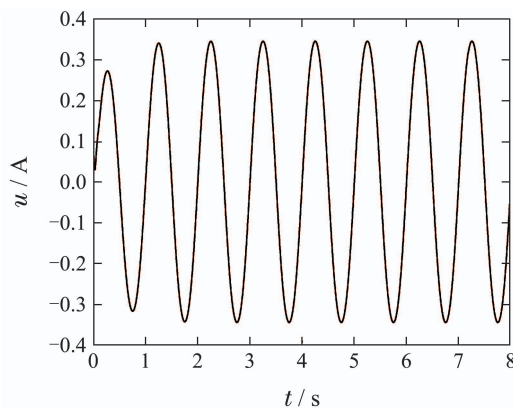
图3 位置跟踪误差 $\tilde{x}_1$ Fig. 3 Position tracking error $\tilde{x}_1$ 图4 x_1, x_2, x_3 的观测效果Fig. 4 Observation performance of x_1, x_2, x_3 图5 期望控制输入 u_r 的估计Fig. 5 Estimation of the desired control input u_r 

图6 控制输入

Fig. 6 Control input

6 实验分析

为了显示本文所提出方法(M1)的有效性, 实验中本文将本文方法与文献[25]中的基于扩张状态观测器的滑模控制方法(M2)以及文献[16]的鲁棒重复学习控制方法(M3)进行对比. 实验中永磁同步电机平台参数以及初始状态设置均与仿真中一致. M1方法的重复学习控制器、重复学习律以及扩张状态观测器的设计与

仿真中一致,表达形式如式(10)–(11)和式(16)所示. M1方法的参数设置为 $\mu = 0.15$, $b_0 = 4000$, $\omega_0 = 10$, $k = 0.1$, $\lambda = 50$.

M2方法的滑模面定义为

$$\sigma = \lambda \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2, \quad (42)$$

控制器设计为

$$u = -\frac{1}{b_0}[(z_3 - \dot{x}_{2r}) + \lambda(z_2 - x_{2r})] - k\sigma, \quad (43)$$

扩张状态观测器设计为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - 3\omega_0(z_1 - x_1), \\ \dot{z}_2 = z_3 + \dot{x}_{2r} + b_0 u_1 - 3\omega_0^2(z_1 - x_1), \\ \dot{z}_3 = -\omega_0^3(z_1 - x_1). \end{cases} \quad (44)$$

设置M2方法的扩张状态观测器增益为 $\omega_0 = 50$, 其他参数选取与M1方法一致, 即 $b_0 = 4000$, $k = 0.1$, $\lambda = 50$.

M3方法的控制器设计为

$$u = -ks - k_v \tilde{x}_1 + k_\omega \tilde{x}_2 + \hat{u}_r, \quad (45)$$

其中: $k_v = 0.02$, $k_\omega = 0.01$, 而与其他参数设置均与

M1方法一致, 即 $\mu = 0.15$, $b_0 = 4000$, $k = 0.1$, $\lambda = 50$.

实验装置如图7所示, 其中三相PMSM额定负载、电压和功率分别为 $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$, 220 V 和 550 W . 用于驱动PMSM的逆变器是智能电源模块(IPM)PS21765, 100 V 的DC总线电压由DC电源MP3003D产生. 实验中使用的控制板是TI的DSP TMS320F28335, 它通过CCS6.0编程环境连接到PC. 相电流通过霍尔电流传感器测量, 转子位置通过编码器测量(分辨率: 2500 脉冲/转). 实验是基于单位系统进行的, 基线值设置为 $x_{1B} = 2\pi \text{ rad}$, $x_{2B} = 100\pi \text{ rad/s}$, $U_B = \frac{300}{\sqrt{3}} \text{ V}$, $I_B = 10 \text{ A}$. 实验中采用场定向控制(field oriented control, FOC)方案. d 轴参考电流将 i_d^* 设置为零以解耦速度和电流, 并且 q 轴参考电流 i_q^* 为外环自适应重复学习控制器输出, 即 $u = i_q^*$. i_d 和 i_q 由两个PI控制器调节, 则电流瞬变相对于机械瞬变可以忽略不计, 且控制参数设置为 $k_p = 0.8706$ 和 $k_i = 0.0136$. PWM切换频率为 20 kHz , 死区时间为 $2 \mu\text{s}$. 电流环和位置环的采样频率分别设置为 20 kHz 和 1 kHz .

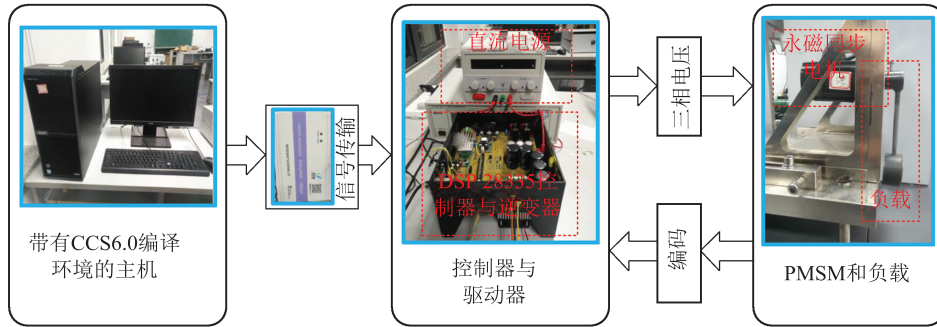


图7 实验装置图

Fig. 7 The experimental setup

给定周期性期望轨迹 $x_{1r}(t) = 0.2\pi \sin(2\pi t)$, 其周期为 $T = 1 \text{ s}$, 实验结果如图8–10所示. 图8为M1–M3方法的位置跟踪误差对比图, 通过M1和M2的对比可看出, M2方法的跟踪误差仍具有一定的周期性. 与M2相比, M1方法和M3方法由于能够有效补偿周期不确定性, 因而可以减小稳态跟踪误差, 实现对给定周期性期望轨迹的精确跟踪. 此外, 在ESO对系统不确定性的补偿作用下, M1方法相比M3方法具有更好的瞬态性能和更小的稳定误差.

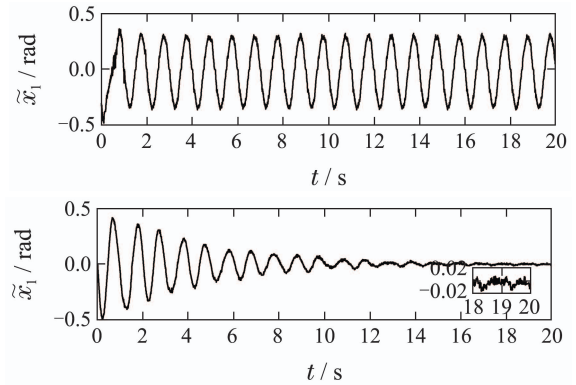


图8 跟踪误差效果

Fig. 8 Position tracking error performance

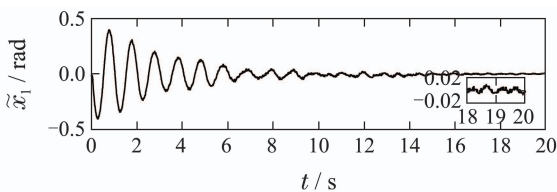


图9给出了M1方法的重复学习律对期望控制输入 u_r 的估计图, 可看出由于式(11)的 $\varphi(t)$ 的设计, 使得参考输入的估计值 $\hat{u}_r$ 保持连续性, 且看出重复学习

律(11)对于周期性非参数不确定性实现了较好的补偿性能. 图10给出了M1-M3这3种方法的控制输入, 可以看出, 3种方法的控制信号幅值较为接近. 实验结果表明, 本文所提出的M1方法能够较好地补偿系统中的非参数不确定性, 实现对给定周期期望轨迹的精确跟踪, 与仿真结果描述一致.

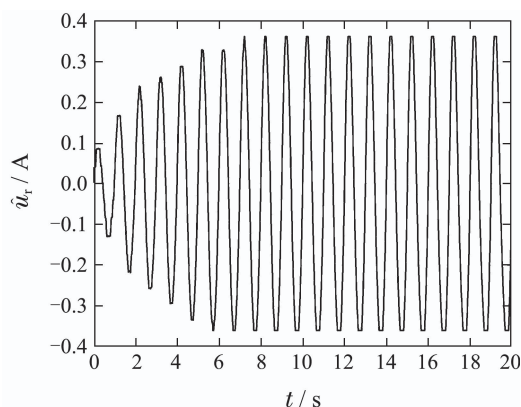


图9 期望控制输入 u_r 的估计

Fig. 9 Estimate of the desired control input u_r

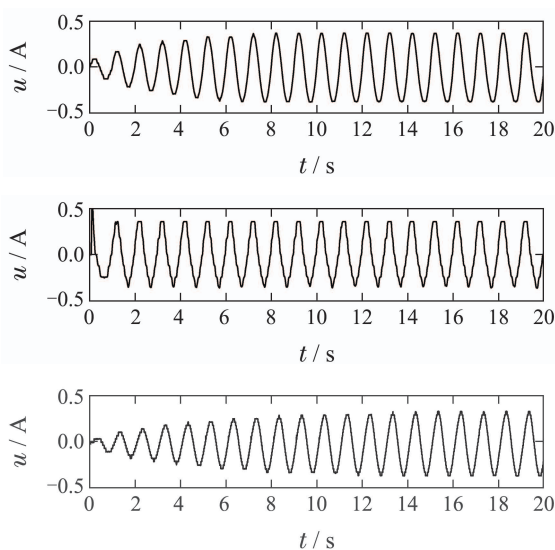


图10 控制输入

Fig. 10 Control input

7 总结

本文针对一类具有非参数化不确定性的永磁同步电机系统提出一种基于扩张状态观测器的重复学习控制方法. 利用期望周期轨迹的周期特性构造周期控制输入信号, 并设计全限幅学习律进行估计, 保证学习项的有界性. 基于Lyapunov方法设计重复学习控制器, 并设计扩张状态观测器对非周期不确定性及干扰进行估计, 使跟踪误差收敛于零点附近的邻域内, 实现高精度跟踪. 最后, 基于Lyapunov方法对误差收敛性进行了分析, 并通过仿真以及电机实验验证本文所提方法的有效性.

参考文献:

- [1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [2] MEZGHANI M, ROUX G, CABASSUD M. Application of iterative learning control to an exothermic semibatch chemical reactor. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(6): 822 – 834.
- [3] LI S H, ZHOU M M, YU X H. Design and implementation of terminal sliding mode control method for PMSM speed regulation system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(4): 1879 – 1891.
- [4] NA J, WANG S B, LIU Y J. Finite-Time convergence adaptive neural network control for nonlinear servo systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(6): 2568 – 2579.
- [5] XU L, YAO B. Adaptive robust precision motion control of linear motors with negligible electrical dynamics: Theory and experiments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2001, 6(4): 444 – 452.
- [6] LIU D, YANG X, WANG D. Reinforcement-learning-based robust controller design for continuous-time uncertain nonlinear systems subject to input constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(7): 1372 – 1385.
- [7] HARA S, YAMAMOTO Y, OMATA T. Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(7): 659 – 668.
- [8] ZHOU Lan, WU Min, SHE Jinghua. Design of robust repetitive control system with a state observer. *Control Theory & Applications*, 2009, 35(7): 945 – 952.
(周兰, 吴敏, 余锦华. 具有状态观测器的鲁棒重复控制系统设计. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 942 – 948.)
- [9] DIXON W E, ZERGEROGLU E, DAWSON D M. Repetitive learning control: A lyapunov-based approach. *IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics B*, 2002, 32(4): 538 – 545.
- [10] CHEN Q, YU X Q, SUN M X. Adaptive repetitive learning control of PMSM servo systems with bounded nonparametric uncertainties: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(9): 8626 – 8635.
- [11] SUN M X, LI H, LI Y W. A unified design approach to repetitive learning control for systems subject to fractional uncertainties. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 2018, 140(6): 1 – 11.
- [12] XU J X. A new periodic adaptive control approach for time-varying parameters with known periodicity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(4): 579 – 583.
- [13] SUN M X, GE S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems. *Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(10): 1684 – 1688.
- [14] XU J X, YAN R. On repetitive learning control for periodic tracking tasks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(11): 1842 – 1848.
- [15] SUN Meimei, HU Yunan, WEI Jianming. Adaptive repetitive learning synchronization of uncertain fractional order multi-scroll chaotic systems. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(7): 936 – 944.
(孙美美, 胡云安, 韦建明. 不确定分数阶多涡卷混沌系统自适应重复学习同步控制. 控制理论与应用, 2016, 33(7): 936 – 944.)
- [16] BIFARETTI S, TOMEI P, VERRELLI C M. Brief paper: A global robust iterative learning position control for current-fed permanent magnet step motors. *Automatica*, 2011, 47(1): 227 – 234.
- [17] HU C, YAO B, CHEN Z. Adaptive robust repetitive control of an industrial biaxial precision gantry for contouring tasks. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(6): 1559 – 1568.

- [18] CHEN Qiang, YU Xinqi. Adaptive repetitive learning control for a class of nonparametric uncertain systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(6): 1349 – 1357.
(陈强, 余歆祺. 一类非参数不确定系统的自适应重复学习控制. 控制理论与应用, 2020, 37(6): 1349 – 1357.)
- [19] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [20] HAN Jingqing. The extended state observer of a class of uncertain system. *Journal of Control and Decision*, 1995, 10(1): 85 – 88.
(韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器. 控制与决策, 1995, 10(1): 85 – 88.)
- [21] WANG S B, REN X M, NA J. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*, 2017, 14(1): 98 – 108.
- [22] ZHENG Q, GAO L Q, GAO Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics. *2007 the 46th IEEE Conference of Decision and Control*. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2008: 3501 – 3506.
- [23] ZHOU L, JIANG F X, SHE J H. Generalized-extended-state-observer-based repetitive control for DC motor servo system with mismatched disturbances. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2020, 18(8): 1936 – 1945.
- [24] SAYEM A H, CAO Z, MAN Z. Model free ESO-based repetitive control for rejecting periodic and aperiodic disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(4): 3433 – 3441.
- [25] CHEN Qiang, NAN Yurong, XING Kexin. Adaptive sliding-mode control of chaotic permanent magnet synchronous motor system based on extended state observer. *Acta Physica Sinica-Chinese Edition*, 2014, 63(22): 113 – 120.
(陈强, 南余荣, 邢科新. 基于扩张状态观测器的永磁同步电机混沌系统自适应滑模控制. 物理学报, 2014, 63(22): 113 – 120.)
- [26] BIFARETTI S, TOMEI P, VERRELLI C. Space-learning tracking control for permanent magnet step motors. *Automatica*, 2016, 73(1): 223 – 230.
- [27] GUO Q, ZHANG Y, CELLER B G. Backstepping control of electro-hydraulic system based on extended-state-observer with plant dynamics largely unknown. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(11): 6909 – 6920.

作者简介:

陈强 博士, 副教授, 主要研究方向为自适应控制与学习控制,

E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn;

许昌源 硕士研究生, 主要研究方向为重复学习控制, E-mail:

zjxcy123@163.com;

孙明轩 博士, 教授, 主要研究方向为自适应控制与学习控制,

E-mail: mxsun@zjut.edu.cn.