第 38 卷第 7 期
2021 年 7 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 38 No. 7
Jul. 2021

多无人水面艇协同海上溢油羽流监测

王俊伟†, 姚余磊

(北京科技大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 本文讨论多无人水面艇协同海上溢油污染羽流监测问题, 其中羽流扩张过程是由二维空间对流–扩散方程描述. 本文的主要目标是为水面无人艇构建基于领导–跟随–锚的协同控制算法, 实现其对羽流边界的动态合围与实时跟踪, 其中羽流边界是一个预先设定阈值的水平集合. 为此, 选择两艘无人水面艇分别将其设定为边界领导艇和边界锚艇, 并将其余艇设定为跟随艇. 利用无人艇各自位置处局部区域内的羽流浓度信息, 本文提出了基于分布一致观测器的协同控制算法实现本文的主要目标. 结合Lyapunov技术、集合稳定概念以及多智能体协同控制理论, 分析了所提控制算法的收敛性. 最后, 数值仿真验证了所提出协同控制算法的有效性.

关键词: 协同控制; 无人水面艇; 集合稳定; 污染羽流

引用格式: 王俊伟, 姚余磊. 多无人水面艇协同海上溢油羽流监测. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 913 – 923

DOI: 10.7641/CTA.2021.00677

Cooperative oil spill plume monitoring by multiple unmanned surface vehicles

WANG Jun-wei†, YAO Yu-lei

(School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology of Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper discusses the oil spill plume monitoring by multiple unmanned surface vehicles (USVs), where the plume propagation is modeled by an advection-diffusion process in two-dimensional space. The main objective of this paper is to construct a leader-follower-anchor-based cooperative control law for USVs such that all vehicles track the expansion of the plume front described by a level set with a pre-specified threshold value and simultaneously forms an even distribution on this plume front. To this end, two vehicles are assigned as boundary leader and anchor one, respectively, and the other ones are assigned as followers. By local averaged concentration measurements from the chemical sensors equipped on USVs, a distributed-consensus-observer-based cooperative control law is developed to achieve the main objective of this paper. The convergence of the suggested cooperative guidance laws is analyzed rigorously by the Lyapunov technique, set stability, and multi-agent cooperative control theory. Finally, numerical simulations are provided to support the suggested cooperative control laws.

Key words: cooperative control; unmanned surface vehicles; set stability; pollutant plume

Citation: WANG Junwei, YAO Yulei. Cooperative oil spill plume monitoring by multiple unmanned surface vehicles. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(7): 913 – 923

1 引言

海上溢油是一种高污染、难治理的突发环境污染事故. 近年来, 海上溢油事故频发, 如美国墨西哥湾原油泄漏事件、巴西原油污染事件、蓬莱19–3油田溢油事故、“桑吉轮”碰撞溢油事故等, 对海洋尤其是近海生态系统造成了极大破坏[1]. 海上溢油应急响应的主要任务之一是实时掌握溢油羽流输移动态, 这需要对海上溢油进行大范围持续监测. 传感器、海洋机器人、无线传输和机械系统控制等技术进步使得利用搭载化学传感器的移动海洋机器人网络大范围持续监测海洋环境成为可能[2], 进而派生出多机器人协同海洋环境监测问题. 现有成熟的多智能体协同控制理论不能直接解决上述海洋环境监测问题, 因其大都忽略了环境的动态特性. 因此, 面向动态环境大范围持续监测的多机器人协同控制问题不仅具有重要的实际应用价值, 还将进一步推动多智能体协同控制理论研究

收稿日期: 2020−10−09; 录用日期: 2021−03−17.
†通信作者. E-mail: junweiwang@ustb.edu.cn; Tel.: +86 10-82375297.
本文责任编委: 董希旺.
北京市自然科学基金项目(4192037), 中央高校基本科研业务费专项资金项目(FRF–TP–20–07B)资助.
Supported by the Beijing Natural Science Foundation (4192037) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (FRF–TP–20–07B).

的发展.

目前, 已有大量研究工作专注于多机器人协同动态环境监测问题[3–12]. 针对动态环境边界跟踪与合围, 文献[4]为移动传感器网络开发一种包括随机覆盖控制、避碰控制和bang-bang角速度控制在内的协同控制算法. 在文献[6]中, 一种协同控制算法被提出用于驱动移动传感器网络跟踪环境边界的动态扩张. 考虑到环境场时空动态可建模为由偏微分方程(partial differential equation, PDE)描述的分布参数系统[7], 文献[8]利用飞行器测量的浓度数据提出一种基于Lyapunov的龙贝格型PDE观测器设计实现移动气体源的气体扩散浓度估计, 其中气体扩散模型是由具有可变涡流扩散率和环境风的空间二维对流–扩散方程刻画. 假设海洋机器人局部位置处的污染羽流浓度、梯度、散度信息均可得, 学术专著[9]的作者为多机器人协同动态羽流边界跟踪与监测问题构造了一种基于模型的协同控制算法, 其中羽流被建模为空间二维对流–扩散PDE. 在作者前期研究工作[10]中, 仅利用机器人局部位置处羽流浓度信息, 从估计与控制角度出发, 提出一种基于PDE观测器的控制策略用于解决单海洋机器人动态羽流边界跟踪与监视问题. 具体来说, 通过构造龙贝格型PDE观测器实现整个空间区域内动态羽流场估计, 然后根据观测器方程设计运动控制算法引导海洋机器人跟踪动态羽流边界并在此边界上按给定速度巡逻. 此思路被进一步推广到仅有点式浓度测量的双海洋机器人协同动态羽流边界跟踪与监测问题[11]和仅有局部区域浓度测量的多海洋机器人无领导者协同动态羽流边界跟踪和合围问题[12]. 需要强调的是上述协同控制算法设计均忽视了羽流模型误差和测量干扰的影响. 另外, 基于领导–跟随结构的多海洋机器人协同动态羽流边界跟踪和合围问题依然保持开放.

在前期研究工作[10–12] 基础上, 本文采用领导–跟随–锚结构进一步探讨海上溢油污染羽流多海洋机器人协同监测问题, 其中溢油羽流的动态扩张是由含有过程干扰的二维空间对流–扩散机理模型刻画, 且羽流边界是由事先设定阈值的水平集合刻画. 本文致力于开发基于模型的协同控制设计方法使得n艘水面无人艇有效监测羽流边界的动态扩张. 为此, 在n艘水面无人艇中, 选择两艘无人艇分别将其设定为边界领导艇和边界锚艇, 其余艇设定为跟随艇. 利用各自艇载化学浓度传感器测量的局部溢油羽流浓度信息, 分别为边界领导艇、跟随艇以及边界锚艇构造基于分布一致龙贝格型PDE观测器控制策略. 结合Lyapunov技术、集合稳定以及多智能体一致性理论, 严格证明了所提出协同控制算法能驱动所有水面无人艇跟踪羽流边界的动态扩张并同时在此边界上形成均匀分布. 最后数值仿真实验结果说明了所提出协同控制算法的有效性.

符号说明: 所有实数集合以及具有范数$\|\cdot\|$的n维欧式空间分别记为$\mathbb{R}$和$\mathbb{R}^n$. 对于任意$\alpha\in\mathbb{R}$, $|\alpha|$表示其绝对值. $\nabla\cdot$是一个关于$\boldsymbol{x}$的连续可微向量场$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)\triangleq[v_1(\boldsymbol{x},t)\quad v_2(\boldsymbol{x},t)]^{\mathrm T}$的散度, 即$\nabla\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)\triangleq\dfrac{\partial v_1(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_1}+\dfrac{\partial v_2(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_2}$. 对于给定的空间区域$\Omega$, 其直径用$\mathrm{dia}(\Omega)$表示, 勒贝格测度为$l(\Omega)$, 例如$\mathrm{dia}(\Omega)=L_{\mathrm x}^2+L_{\mathrm y}^2$且$l(\Omega)=L_{\mathrm x}L_{\mathrm y}$如果$\Omega\triangleq[0,L_{\mathrm x}]\times[0,L_{\mathrm y}]$.

2 问题描述与前期准备

2.1 海面溢油污染羽流模型

海面溢油羽流动态扩散过程可由如下二维空间对流–扩散方程描述[10,12]:

$$
\begin{aligned}
&C_t(\boldsymbol{x},t)+\boldsymbol{v}^{\mathrm T}(\boldsymbol{x},t)\nabla C(\boldsymbol{x},t)=\\
&\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla C(\boldsymbol{x},t))+w(\boldsymbol{x},t),\ \boldsymbol{x}\in\Omega,\ t>t_0,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

受约束于齐次狄利克雷边界条件

$$
C(\boldsymbol{x},t)=0,\ \boldsymbol{x}\in\partial\Omega,\ t\geqslant t_0 \tag{2}
$$

和初始条件

$$
C(\boldsymbol{x},t_0)=C_0(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{x}\in\Omega\cup\partial\Omega, \tag{3}
$$

其中: $\boldsymbol{x}\triangleq[x_1\ \ x_2]^{\mathrm T}\in\Omega\subset\mathbb{R}^2$; $\partial\Omega$是空间域Ω的边界; $C(\boldsymbol{x},t)\geqslant0$是$t$时刻海面$\boldsymbol{x}$位置处的溢油羽流浓度; $\nabla C(\boldsymbol{x},t)$是其梯度(即$\nabla C(\boldsymbol{x},t)\triangleq[\dfrac{\partial C(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_1}\ \ \dfrac{\partial C(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_2}]^{\mathrm T}$); $C_t(\boldsymbol{x},t)$是其关于时间t的一阶偏导(即$C_t(\boldsymbol{x},t)\triangleq\dfrac{\partial C(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}$); $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)\triangleq[v_1(\boldsymbol{x},t)\ v_2(\boldsymbol{x},t)]^{\mathrm T}$是传播介质的速度场(本文为海面洋流); $\boldsymbol{v}^{\mathrm T}(\boldsymbol{x},t)\cdot\nabla C(\boldsymbol{x},t)$刻画由洋流引起的羽流对流现象; $\boldsymbol{D}\triangleq\mathrm{diag}\{d_1,d_2\}\in\mathbb{R}^{2\times2}$是扩散矩阵. $\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla C(\boldsymbol{x},t))$是$\boldsymbol{D}\nabla C(\boldsymbol{x},t)$的散度, 其具体表达式为$\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla C(\boldsymbol{x},t))\triangleq\sum\limits_{i=1}^{2}d_i\dfrac{\partial^2C(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_i^2}$, 用于刻画海面羽流从高浓度区域向低浓度区域的扩散现象. $w(\boldsymbol{x},t)$是满足$\int_\Omega w^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}<w_{\mathrm m}$的过程干扰/未建模动态, 其中$w_{\mathrm m}>0$是给定常数. $t_0\geqslant0$是海面溢油羽流扩散开始时刻.

假设 1[10–12] 假设海面洋流场$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$是完全已知的且其散度$\nabla\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$为零, 即$\nabla\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)=0$.

2.2 无人水面艇数学模型

考虑由n艘无人水面艇构成的同构型海洋机器人网络, 其无人艇运动学模型可由如下方程刻画[9]

$$
\begin{cases}
\dot{x}_1(t)=\tau_1(t)\cos\theta(t),\\
\dot{x}_2(t)=\tau_1(t)\sin\theta(t),\\
\dot{\theta}(t)=\tau_2(t),
\end{cases}
\tag{4}
$$

其中: $(x_1(t), x_2(t), \theta(t))$是无人水面艇在其笛卡尔坐标系下位置和航向; $\tau_1(t)$和$\tau_2(t)$是无人艇的控制输入. 为获得一个更适用于控制设计的运动学模型, 引入如下坐标变换[13]

$$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t) \triangleq \begin{bmatrix} x_{\rm r1}(t) \\ x_{\rm r2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) + l_{\rm c}\cos\theta(t) \\ x_2(t) + l_{\rm c}\sin\theta(t) \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{u}_{\rm r}(t) \triangleq \begin{bmatrix} u_{\rm r1}(t) \\ u_{\rm r2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & -l_{\rm c}\sin\theta(t) \\ \sin\theta(t) & l_{\rm c}\cos\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1(t) \\ \tau_2(t) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

当$l_{\rm c} > 0$为已知常数时, 欠驱动模型(4)可改写为如下单重积分器模型:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\rm r} = \boldsymbol{u}_{\rm r}. \tag{6}$$

在同构型海洋机器人网络中, 所有无人水面艇均配置相同的定位传感器、溢油羽流浓度传感器和无线通信模块. 通过这些艇载设备, 每艘艇均能获得其准确位置信息$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)$和以$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)$为中心的局部区域平均浓度测量, 并与通信拓扑邻居节点交互信息. 溢油羽流浓度$y(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t), t)$的表达式为

$$y(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t), t) = \frac{1}{l(U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)))}\int_{U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t))} C(\boldsymbol{x}, t){\rm d}\boldsymbol{x} + \omega(t),$$

其中$U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t))$是以$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)$为中心的局部区域, 其勒贝格测度为$l(U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)))$, $\omega(t)$是测量干扰满足$|\omega(t)| < \omega_{\rm m}$, $\omega_{\rm m}$是事先给定常数. 此测量方程可写成

$$y(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t), t) = \frac{1}{l(U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)))}\int_{\Omega} \chi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{\rm r}(t)) C(\boldsymbol{x}, t){\rm d}\boldsymbol{x} + \omega(t), \tag{7}$$

若$\boldsymbol{x} \in U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t))$, 则$\chi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{\rm r}(t)) = 1$, 否则$\chi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{\rm r}(t)) = 0$. 不失一般性, 假设$l(U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t))$是一个常数, 也就是说, $l(U(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)))$是一个独立于艇位置$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)$的参数.

2.3　控制目标与问题描述

为保证同构型海洋机器人网络有效监视溢油羽流的动态扩张过程, 本文设定以下两个控制目标. 第1个目标是驱动所有水面无人艇运动到由集合$L_{\rm S}(C, C_{\rm f}) \triangleq \{\boldsymbol{x}_{\rm f}(t) \in \mathbb{R}^2 | C(\boldsymbol{x}_{\rm f}, t) = C_{\rm f}\}$刻画的羽流边界, $C_{\rm f} > 0$是羽流边界的浓度阈值. 第2个目标是n艘无人水面艇在羽流边界上形成均匀分布.

针对上述两个控制目标, 本文拟讨论的控制问题正式定义如下.

协同动态羽流监测问题: 针对由二维空间对流–扩散模型(1)–(3)描述的溢油污染羽流时空动态扩散过程, 本文为由n艘无人水面艇构成的同构型海洋机器人网络开发协同控制算法使得: 随着时间演化, 受运动学模型(6)约束的n艘无人水面艇在$\|\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm f})}$范数意义下跟踪羽流边界$L_{\rm S}(C, C_{\rm f})$, 同时在此羽流边界上实现均匀分布.

为此, 针对羽流场$C(\boldsymbol{x}, t)$, 令

$$\|\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm B})} \triangleq |y(\boldsymbol{x}_{\rm r}(t), t) - C_{\rm B}|$$

为无人艇位置$\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)$与由集合$L_{\rm S}(C, C_{\rm B}) \triangleq \{\boldsymbol{x}_{\rm B}(t) \in \mathbb{R}^2 | C(\boldsymbol{x}_{\rm B}, t) = C_{\rm B}\}$刻画的轮廓线之间的距离, 其中常数值$C_{\rm B}$为事先给定的轮廓线值. 本文引入如下关于无穷维集合$L_{\rm S}(C, C_{\rm B})$的集合稳定概念.

定义 1[10,12]　受运动学方程(6)约束的无人艇是关于集合$L_{\rm S}(C, C_{\rm B})$集合稳定, 如果对任意时间$t_{\rm d} > t_0$和任意常数$\varepsilon > 0$, 存在一个依赖于$t_{\rm d}$和ε的常数$v > 0$使得$\|\boldsymbol{x}_{\rm r0}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm B})} < v \Rightarrow \|\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm B})} < \varepsilon$, 其中$t_{\rm d} > t_0$是无人艇布放在羽流场$C(\boldsymbol{x}, t)$内位置$\boldsymbol{x}_{\rm r0}$处的时间. 此外, 如果上述不等式中常数$v > 0$独立于$t_{\rm d}$, 则无人艇是关于集合 $L_{\rm S}(C, C_{\rm B})$ 一致集合稳定. 如果对任意$\|\boldsymbol{x}_{\rm r0}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm B})} < v$, 进一步有

$$\lim_{t \to +\infty} \|\boldsymbol{x}_{\rm r}(t)\|_{L_{\rm S}(C, C_{\rm B})} = 0,$$

则无人艇是关于集合$L_{\rm S}(C, C_{\rm B})$集合跟踪.

2.4　无人水面艇之间通信

为实现第二个控制目标(即n艘无人水面艇均匀分布在羽流边界上), 无人艇之间必须交换信息. 通常无人艇之间通信可用图来建模. 考虑到通信复杂度和通信拓扑的易拓展度, 本文选择最近邻线无向图. 如图1所示, 1号无人艇与2号艇通信, $i(1 < i < n)$号艇只与$i-1$号和$i+1$号艇通信, 编号n艇与编号$n-1$艇通信. 在此情形下, 无人艇之间的通信复杂度为O(n). 另一方面, 为提高协同控制算法的鲁棒性, 本文采用领导–跟随–锚结构, 即将1号艇设定为边界锚艇, n号艇设定为边界领导艇, 其余无人艇设定为跟随艇.

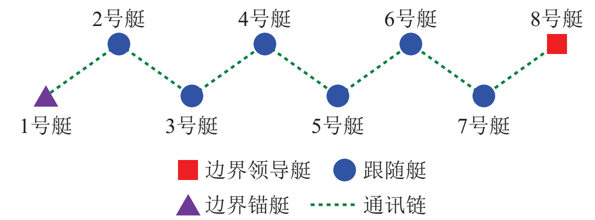


图 1　由8艘无人水面艇构成的海洋机器人网络中边界领导艇、跟随艇分配及最近邻线图通信拓扑

Fig. 1　The assignment of boundary leader robot, boundary anchor robot, and follower ones, and nearest-neighbor-line graph communication topology in a mobile sensor network with 8 USVs

在图1中，红色方形、蓝色圆形、紫色三角形与绿色虚线分别表示边界领导艇、跟随艇、锚艇以及临近节点间通信链. 在最近邻线型通信拓扑结构下, 描述此无向图的拉普拉斯矩阵为

$$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1&-1&0&0&\cdots&0\\-1&2&-1&0&\cdots&0\\0&-1&\ddots&\ddots&\ddots&\vdots\\0&0&\ddots&2&-1&0\\\vdots&\vdots&\ddots&-1&2&-1\\0&0&\cdots&0&-1&1\end{bmatrix},\tag{8}$$

显然矩阵$\boldsymbol{L}$是半正定的(即$\boldsymbol{L}\geqslant 0$). 此矩阵的半正定性质将用于后续的协同控制算法分析. $N_i,\ i\in\mathbb{N}\triangleq\{1,2,\cdots,n\}$刻画与$i$号艇通信的所有艇编号构成的集合, 其具体定义为

$$N_i\triangleq\begin{cases}\{2\}, & i=1,\\ \{i-1,i+1\}, & 1<i<n,\\ \{n-1\} & i=n.\end{cases}\tag{9}$$

3 基于分布一致观测器的协同控制律设计

在研究工作[10,12]基础上, 根据溢油羽流动态模型(1)–(3)和无人水面艇运动学模型(6), 本节将在领导–跟随–锚策略下进一步提出基于分布一致观测器的协同控制算法.

首先利用n艘无人艇所配备的化学浓度传感器测量到各自位置处的局部羽流浓度信息

$$y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=\frac{1}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}\int_\Omega\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))C(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\omega_i(t),\tag{10}$$

其中$l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))),\ i\in\mathbb{N}$为常数且均相同, 即

$$l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t)))=l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}2}(t)))=\cdots=l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t)))=\tilde{l}\tag{11}$$

和$\omega_i(t),\ i\in\mathbb{N}$是测量干扰并满足$|\omega_i(t)|<\omega_{\mathrm{m}i},\ \omega_{\mathrm{m}i}>0,\ i\in\mathbb{N}$是给定的常数, 构造具有如下形式的分布一致偏微分观测器

$$\begin{aligned}&\hat{C}_{i,t}(\boldsymbol{x},t)+\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},t)\nabla\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)=\\&\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t))-L_{\mathrm{c}}\sum_{j\in N_i}(\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\hat{C}_j(\boldsymbol{x},t))+\\&L_i\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))[y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-\hat{y}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)],\\&\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)=0,\ \boldsymbol{x}\in\partial\Omega,\ t\geqslant t_{\mathrm{d}},\\&\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t_{\mathrm{d}})=\hat{C}_{i,t_{\mathrm{d}}}(\boldsymbol{x})\neq 0,\\&\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=\frac{\int_\Omega\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))},\ i\in\mathbb{N},\end{aligned}\tag{12}$$

其中$L_{\mathrm{c}}>0$和$L_i>0,\ i\in\mathbb{N}$分别是给定的观测器增益, 一致项$L_{\mathrm{c}}\sum\limits_{j\in N_i}(\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\hat{C}_j(\boldsymbol{x},t))$用来确保分布观测器(12)对溢油污染羽流浓度场做出无偏估计.

根据观测器方程(12), 分别为边界锚艇、跟随艇、边界领导艇构造如下协同控制律.

边界锚艇:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}1}(t)=\frac{\hat{f}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)\nabla\hat{y}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)\|^2}.\tag{13}$$

跟随艇:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}i}(t)=&\frac{\hat{f}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\|^2}-\\&k_2\boldsymbol{e}_{2i}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\sum_{j\in N_i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}j}(t))\cdot\\&\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t),\\&i\in\{2,3,\cdots,n-1\}.\end{aligned}\tag{14}$$

边界领导艇:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}n}(t)=&\frac{\hat{f}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)\nabla\hat{y}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)\|^2}+\\&k_{3n}(t)\boldsymbol{e}_{2n}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t),\end{aligned}\tag{15}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i},t)\triangleq\frac{\boldsymbol{H}\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i},t)}{\|\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i},t)\|},\ i\in\mathbb{N},\\&\hat{f}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\triangleq\\&-k_1[\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm{f}}]-\\&\frac{\int_\Omega\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}t}(t)))}+\\&\frac{\int_\Omega\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},t)\nabla\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}+\\&\frac{\int_\Omega\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\sum\limits_{j\in N_i}(\hat{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\hat{C}_j(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}-\\&L_i[y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)],\end{aligned}$$

且$\boldsymbol{H}\triangleq\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix},\ k_1>0,\ k_2>0$和$k_{3n}(t)=k_3>0$是给定的控制增益. 在此协同控制律驱动下, 可实现边界锚艇随着羽流边界扩张(与领导艇不同, 锚艇不沿羽流边界进行巡逻); 边界领导艇不仅跟踪羽流边界的扩张, 而且沿着羽流边界的切线方向按期望速度进行逆时针巡逻; 跟随艇在边界领导艇和边界锚艇引导下, 以均匀分布形式完成对羽流边界的合围并随边界的扩张而扩张. 因为羽流边界是闭曲线, 边界领导艇和边界锚艇会在某一时刻相遇. 当边界领导艇与边界锚艇相遇后, 此时n艘无人水面艇以均匀分布形式完成溢油污染羽流边界的合围. 为保持此合围状态, 需将边界领导艇控制算法(15)中的控制增益$k_{3n}(t)$切换为如下形式[9]:

$$k_{3n}(t)=k_4\|\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t)\|\times$$

$$\mathrm{sgn}((\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{2n}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)), \tag{16}$$

其中$k_4>0$是给定的控制参数和$\mathrm{sgn}(\cdot)$是符号函数.

为衡量协同控制律(13)–(15)的性能, 引入以下3类误差指标.

羽流场协同估计误差平均值:

$$\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}x}{n}}, \tag{17}$$

其中$\tilde{C}_i(\cdot,t)\triangleq C(\cdot,t)-\hat{C}_i(\cdot,t),\ i\in\mathbb{N}$. 此指标主要衡量分布一致观测器(12)的估计性能;

羽流边界协同跟踪误差平均值:

$$\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm{f}})^2}{n}}, \tag{18}$$

此指标度量协同控制算法的羽流边界动态跟踪控制性能;

协同编队误差平均值:

$$\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=2}^{n-1}(\|\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t)\|-\|\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i-1}(t)\|)^2}{n-2}}, \tag{19}$$

此指标刻画协同控制算法的编队控制性能(即在羽流边界上无人水面艇编队的均匀性).

定理1从理论角度严格分析了所提出协同控制算法(13)–(15)的性能.

定理 1　在假设1下, 考虑由二维空间对流–扩散方程(1)–(3)描述的溢油污染羽流扩散方程、受运动学方程(6)约束的n艘无人水面艇以及协同控制算法(13)–(15). 对给定常数$w_{\mathrm{m}}>0,\ \omega_{\mathrm{m}i}>0,\ i\in\mathbb{N}$, 系数矩阵$\boldsymbol{D}\triangleq\mathrm{diag}\{d_1,d_2\}>0$, 控制增益$k_i>0,\ i\in\{1,2,3,4\}$, 观测器增益$L_i>0,\ i\in\mathbb{N}$和一致观测器增益$L_{\mathrm{c}}>0$, 在过程干扰$w(\boldsymbol{x},t)$和测量干扰$\omega_i(t)$分别满足$\int_{\Omega}w^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}<w_{\mathrm{m}}$和$|\omega_i(t)|<\omega_{\mathrm{m}i},\ i\in\mathbb{N}$前提下, 有如下结论成立:

a) 羽流场协同估计误差均值指数收敛于一个事先给定的以零点为圆心的邻域内, 其半径依赖于w_{m}和$\omega_{\mathrm{m}i},\ i\in\mathbb{N}$;

b) 羽流场协同跟踪误差均值指数收敛于一个事先给定的以零点为圆心的邻域内, 其半径依赖于w_{m}和$\omega_{\mathrm{m}i},\ i\in\mathbb{N}$;

c) 协同编队误差均值收敛于事先给定有界区域内.

证　本证明主要由3部分构成: a) 协同估计误差分析; b) 羽流边界协同跟踪误差分析; c) 协同编队误差分析.

a) 协同估计误差分析.

由式(1)–(3), 式(10)和式(12), 估计误差$\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t),\ i\in\mathbb{N}$受约束于如下微分方程:

$$\begin{aligned}&\tilde{C}_{i,t}(\boldsymbol{x},t)+\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},t)\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)=\\&\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t))-L_{\mathrm{c}}\sum_{j\in N_i}(\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\tilde{C}_j(\boldsymbol{x},t))-\\&\frac{L_i\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\\&L_i\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\omega_i(t)+w(\boldsymbol{x},t),\\&\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)=0,\ \boldsymbol{x}\in\partial\Omega,\\&\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t_{\mathrm{d}})=\tilde{C}_{i,t_{\mathrm{d}}}(\boldsymbol{x}),\ i\in\mathbb{N},\end{aligned} \tag{20}$$

其中$\tilde{C}_{i,t_{\mathrm{d}}}(\boldsymbol{x})=C(\boldsymbol{x},t_{\mathrm{d}})-\hat{C}_{i,t_{\mathrm{d}}}(\boldsymbol{x}),\ i\in\mathbb{N}$. 针对羽流场估计误差方程(20), 构造Lyapunov函数候选

$$V_1(t)=0.5\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}, \tag{21}$$

沿着估计误差方程(20)的解, 对$V_1(t)$求导其导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1(t)=\\&\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\\&\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},t)\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\\&L_{\mathrm{c}}\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\sum_{j\in N_i}(\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\tilde{C}_j(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\\&\sum_{i=1}^{n}\frac{L_i}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}(\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x})^2-\\&\sum_{i=1}^{n}L_i\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\omega_i(t)+\\&\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)w(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}.\end{aligned} \tag{22}$$

应用格林公式并考虑估计误差方程(20)中的边界条件以及假设1中$\nabla\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)=0$, 有如下两个等式成立:

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}=\\&-\int_{\Omega}\nabla^{\mathrm{T}}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x},\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},t)\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}=\\&-0.5\int_{\Omega}\nabla\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}=0.\end{aligned} \tag{24}$$

应用庞加莱不等式[14]并考虑到$\boldsymbol{D}\triangleq\mathrm{diag}\{d_1,d_2\}>0$, 有

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega}\nabla^{\mathrm{T}}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\\&\bar{d}\int_{\Omega}\nabla^{\mathrm{T}}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\\&\frac{\pi^2\bar{d}}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x},\end{aligned} \tag{25}$$

其中$\bar{d}\triangleq\min\{d_1,d_2\}>0$. 将式(25)代入式(23), 有

$$\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\nabla\cdot(\boldsymbol{D}\nabla\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant -\frac{\pi^2\bar{d}}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}. \tag{26}$$

由式(9), 很容易验证

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\sum_{j\in N_i}(\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\tilde{C}_j(\boldsymbol{x},t))\mathrm{d}\boldsymbol{x}= 0.5\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\in N_i}(\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)-\tilde{C}_j(\boldsymbol{x},t))^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}, \tag{27}$$

由式(24), 不等式(26)和式(27)并考虑式(21), 式(22)可改写为

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1(t)\leqslant\\&-\frac{2\pi^2\bar{d}}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}V_1(t)+\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)w(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\\&\sum_{i=1}^{n}\frac{L_i(\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x})^2}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}-\\&\sum_{i=1}^{n}L_i\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\omega_i(t).\end{aligned} \tag{28}$$

运用三角不等式, 对于任意$i\in\mathbb{N}$, 有

$$2\int_{\Omega}\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)w(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant \frac{\pi^2\bar{d}}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}+ \frac{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{\pi^2\bar{d}}\int_{\Omega}w^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}, \tag{29}$$

$$2\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\omega_i(t)\leqslant \frac{2}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}(\int_{\Omega}\chi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\tilde{C}_i(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x})^2+ 0.5l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))\omega_i{}^2(t), \tag{30}$$

将不等式(29)和不等式(30)代入不等式(28)并考虑式(11), $L_i>0,\ |\omega_i(t)|<\omega_{\mathrm{m}i},\ i\in\mathbb{N}$和$\int_{\Omega}w^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}<w_{\mathrm{m}},\ t>0$, 有如下不等式成立

$$\dot{V}_1(t)\leqslant-\frac{\pi^2\bar{d}}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2}V_1(t)+\kappa, \tag{31}$$

其中$\kappa\triangleq\dfrac{n(\mathrm{dia}(\Omega))^2w_{\mathrm{m}}}{2\pi^2\bar{d}}+\dfrac{\tilde{l}\sum_{i=1}^{n}L_i\omega_{\mathrm{m}i}^2}{4}$. 由等式(21)和不等式(31), 对于任意$t\geqslant t_{\mathrm{d}}$, 有如下不等式

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant\\&\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_{i,t_{\mathrm{d}}}^2(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}\exp(-\frac{\pi^2\bar{d}(t-t_{\mathrm{d}})}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2})+\\&\frac{2\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{\pi^2\bar{d}}(1-\exp(-\frac{\pi^2\bar{d}(t-t_{\mathrm{d}})}{(\mathrm{dia}(\Omega))^2})),\end{aligned}$$

显然上述不等式意味着

$$\lim_{t\to+\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{n}}\leqslant\sqrt{\frac{2\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{n\pi^2\bar{d}}}, \tag{32}$$

即羽流场协同估计误差均值$\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\tilde{C}_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{n}}$指数收敛于一个以零点为圆心半径为$\sqrt{\dfrac{2\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{n\pi^2\bar{d}}}$的邻域内.

b) 羽流边界协同跟踪误差分析.

在协同控制算法(13)–(15)驱动下, n艘无人水面艇闭环运动学模型为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{r}i}(t)=\begin{cases}\dfrac{\hat{f}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)\nabla\hat{y}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_1(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t),t)\|^2},\\ \dfrac{\hat{f}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\|^2}-k_2e_{2i}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\cdot\\ \sum_{j\in N_i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}j}(t))\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t),\\ i\in\{2,3,\cdots,n-1\},\\ \dfrac{\hat{f}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)\nabla\hat{y}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)}{\|\nabla\hat{y}_n(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t)\|^2}-\\ k_{3n}(t)\boldsymbol{e}_{2n}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t),\end{cases} \tag{33}$$

针对方程(33), 构造如下Lyapunov函数候选:

$$V_2(t)=0.5\sum_{i=1}^{n}\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}^2(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t). \tag{34}$$

定义

$$\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\triangleq\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm{f}}, \tag{35}$$

考虑到C_{f}是常数, 对于任意$i\in\mathbb{N}$, 显然有

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\mathrm{d}t},\\ \nabla\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=\nabla\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t),\\ \nabla^{\mathrm{T}}\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=\\ \nabla^{\mathrm{T}}\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=0,\end{cases} \tag{36}$$

利用式(36), 进一步有如下结论

$$\nabla^{\mathrm{T}}\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{r}i}(t)=\hat{f}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t),\ i\in\mathbb{N}, \tag{37}$$

沿着式(1)–(3)和式(33)的解, 运用链式求导法则并考虑式(36)和式(37), 对于任意$i\in\mathbb{N}$, 有如下结论成立

$$\frac{\mathrm{d}\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\mathrm{d}t}= \nabla^{\mathrm{T}}\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{r}i}(t)+\frac{\partial\hat{y}_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\partial t}= -k_1\hat{e}_{\hat{\mathrm{y}},i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t). \tag{38}$$

因此, 利用式(38), $V_2(t)$关于时间t的导数为

$$\dot V_2(t)=\sum_{i=1}^{n}\hat e_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\frac{\mathrm{d}\hat e_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\mathrm{d}t}=\\ -k_i\sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=-2k_1V_2(t),$$

这意味着

$$\sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)=\\ \sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t_{\mathrm d}),t_{\mathrm d})\exp(-2k_1(t-t_{\mathrm d})),\ t\geqslant t_{\mathrm d}. \tag{39}$$

运用三角不等式、杰森不等式并考虑$|\omega_i(t)|<\omega_{\mathrm{m}i},\ i\in\mathbb{N}$, 可得到

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm f})^2=\\ \sum_{i=1}^{n}(\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)+y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-\hat y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t))^2\leqslant\\ 2\sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)+2\sum_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-\\ \hat y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t))^2\leqslant 2\sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)+\\ 4\sum_{i=1}^{n}\frac{\int_{U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))}\tilde C_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}+4\sum_{i=1}^{n}\omega_i^2(t)<\\ 2\sum_{i=1}^{n}\hat e^2_{\hat y,i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)+4\sum_{i=1}^{n}\frac{\int_{\Omega}\tilde C_i^2(\boldsymbol{x},t)\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{l(U(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)))}+4\sum_{i=1}^{n}\omega^2_{\mathrm{m}i}, \tag{40}$$

将不等式(32), 式(39)代入不等式(40), 则此不等式可改写为

$$\lim_{t\to+\infty}\sum_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)),t)-C_{\mathrm f})^2<\\ 8\frac{\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{\pi^2\tilde l\bar d}+4\sum_{i=1}^{n}\omega^2_{\mathrm{m}i}, \tag{41}$$

这意味着

$$\lim_{t\to+\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm f})^2}{n}}<\\ 2\sqrt{\frac{2\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{n\pi^2\tilde l\bar d}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega^2_{\mathrm{m}i}}{n}},$$

也就是说, 羽流边界协同跟踪误差均值$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)-C_{\mathrm f})^2}{n}}$指数收敛于一个以零点为圆心半径为$2\sqrt{\frac{2\kappa(\mathrm{dia}(\Omega))^2}{n\pi^2\tilde l\bar d}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega^2_{\mathrm{m}i}}{n}}$的邻域内.

c) 协同编队误差分析.

定义通信拓扑上相邻的两艘无人艇间距

$$\Delta\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}i}(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}i}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}i+1}(t),\ i\in\bar{\mathbb{N}}, \tag{42}$$

其中$\bar{\mathbb{N}}\triangleq\{1,2,\cdots,n-1\}$. 由$n$艘无人水面艇闭环运动学模型(33), $\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),\ i\in\bar{\mathbb{N}}$受约束于如下微分方程:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{r}i}=\\ -k_2\boldsymbol{e}^{\mathrm T}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\sum_{j\in N_i}(\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t)-\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}j}(t))\cdot\\ \boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)+\boldsymbol{d}_{1i}(t)+\boldsymbol{d}_{2i}(t)+\boldsymbol{d}_{3i}(t),\ i\in\bar{\mathbb{N}}, \tag{43}$$

其中:

$$\boldsymbol{d}_{1i}(t)\triangleq\frac{\hat f(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\nabla^{\mathrm T}\hat y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)}{\|\nabla\hat y_i(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\|^2}-\\ \frac{\hat f_{i+1}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t),t)\nabla\hat y_{i+1}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t),t)}{\|\nabla\hat y_{i+1}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t),t)\|^2},\ i\in\bar{\mathbb{N}},$$

$$\boldsymbol{d}_{2i}(t)\triangleq\\ k_2\boldsymbol{e}^{\mathrm T}_{2i+1}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t),t)(\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t)-\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\cdot\\ \boldsymbol{e}_{2(i+1)}(\boldsymbol{x}_{r(i+1)},t)-k_2\boldsymbol{e}^{\mathrm T}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t)\cdot\\ (\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i+1}(t)-\Delta\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t))\boldsymbol{e}_{2i}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}i}(t),t),\ i\in\bar{\mathbb{N}},$$

$$\boldsymbol{d}_{3i}(t)\triangleq\\ \begin{cases}0, & i\in\{1,2,\cdots,n-2\},\\ -k_{3n}(t)\boldsymbol{e}_{2n}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}n}(t),t), & i=n-1,\end{cases}$$

为了简化公式及便于理解, 定义

$$\Delta\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm r}\triangleq[\Delta\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}1}\quad\Delta\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}2}\quad\cdots\quad\Delta\boldsymbol{x}^{\mathrm T}_{\mathrm{r}(n-1)}]^{\mathrm T},\\ \boldsymbol{E}(t)\triangleq\\ \mathrm{diag}\{\boldsymbol{e}_{21}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1},t),\boldsymbol{e}_{22}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}2},t),\cdots,\\ \boldsymbol{e}_{2(n-1)}(\boldsymbol{x}_{r(n-1)},t)\},\\ \hat{\boldsymbol{d}}_q(t)\triangleq[\boldsymbol{d}^{\mathrm T}_{q1}(t)\quad\boldsymbol{d}^{\mathrm T}_{q2}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{d}^{\mathrm T}_{q(n-1)}(t)]^{\mathrm T},\\ q\in\{1,2,3\},$$

则微分方程(43)可改写为如下向量形式:

$$\Delta\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_{\mathrm r}=\\ -k_2\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm T}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\Delta\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm r}+\hat{\boldsymbol{d}}_1(t)+\hat{\boldsymbol{d}}_2(t)+\hat{\boldsymbol{d}}_3(t). \tag{44}$$

针对上述向量方程, 构造如下Lyapunov函数候选

$$V_3(t)=0.5\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\Delta\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm r}, \tag{45}$$

应用柯西–许瓦兹不等式, 沿式(44)的解, 关于时间t的$V_3(t)$的一阶微分为

$$\dot V_3(t)=\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\Delta\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_{\mathrm r}=\\ -k_2\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm T}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)+\\ \Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)(\hat{\boldsymbol{d}}_1(t)+\hat{\boldsymbol{d}}_2(t)+\hat{\boldsymbol{d}}_3(t))\leqslant\\ -k_2\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm T}(t)(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)+\\ \|\Delta\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm T}_{\mathrm r}(t)\|\|(\boldsymbol{L}\otimes\boldsymbol{I}_2)\|(\|\hat{\boldsymbol{d}}_1(t)\|+\|\hat{\boldsymbol{d}}_2(t)\|+\|\hat{\boldsymbol{d}}_3(t)\|). \tag{46}$$

在羽流边界协同跟踪误差分析部分, 已经得到下列结论: 尽管过程干扰$w(\boldsymbol{x},t)$和测量干扰$\omega_i(t)$, $i\in\mathbb{N}$存在, 协同控制算法(13)–(15)依然能驱动n艘水面无人艇运动到羽流边界附近且随着羽流边界的扩张而动态扩张. 众所周知, 对于大多数羽流场, 边界附近的浓度、梯度和散度均有界的且通常情况下值很小. 因此, $\|\hat{\boldsymbol{d}}_1(t)\|$, $\|\hat{\boldsymbol{d}}_2(t)\|$, $\|\hat{\boldsymbol{d}}_3(t)\|$均有界, 即存在一个常数$\tau>0$使得

$$\|\hat{\boldsymbol{d}}_1(t)\|+\|\hat{\boldsymbol{d}}_2(t)\|+\|\hat{\boldsymbol{d}}_3(t)\|\leqslant\tau, \tag{47}$$

因为$\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}(t)\geqslant 0$且$\boldsymbol{L}\geqslant 0$, 所以从不等式(46)和(47)可得到如下结论: 随着$t\to\infty$, 系统(44)的解收敛到一个以一致性值为中心的小区域, 其区域半径由$\tau>0$决定. 证毕.

注 1 根据定理1的证明可知, 如果过程模型完全已知且浓度测量精确, 即不考虑过程干扰$w(\boldsymbol{x},t)$和测量干扰$\omega_i(t)$, $i\in\mathbb{N}$的影响, 协同控制算法(13)–(15)可保证羽流场协同估计误差和羽流边界协同跟踪误差指数收敛.

注 2 在协同控制算法(13)–(15)中, 本文通过控制增益$k_{3n}(t)$切换实现第2个控制目标. 结合文献[12] 的工作, 第二个控制目标还可通过通信拓扑切换实现. 具体来说, 当两艘边界领导艇在羽流边界上相遇(或两者之间距离小于某给定值), 将最近邻线型图通信拓扑切换到最近邻环型图通信拓扑[12].

4 数值仿真

4.1 仿真环境

设仿真区域Ω为$[0,14]\times[0,21]$的矩形. 在此区域内, 两个化学源头(记为Y1和Y2) 分别设定在位置$[9\ \ 6]^{\mathrm{T}}$和$[7\ \ 8]^{\mathrm{T}}$处, 其中浓度值分别为2和3. 令扩散系数矩阵为$\boldsymbol{D}=\mathrm{diag}\{0.5,0.5\}$, 羽流边界阈值为$C_{\mathrm{f}}=0.1$且外部干扰$w(\boldsymbol{x},t)$为$w(\boldsymbol{x},t)=0.1\sin(\pi\boldsymbol{x})\cdot\exp(-0.01t)$.

类似于文献[12], 仿真环境包括海面洋流场$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$虚拟仿真和羽流浓度场$C(\boldsymbol{x},t)$虚拟仿真. 海面洋流场$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$是通过利用文献[15]提供的算法数值近似求解空间区域Ω内带有预设边界速度的不可压缩羽流场纳维–斯托克斯方程. 在位置$[9\ \ 6]^{\mathrm{T}}$和$[7\ \ 8]^{\mathrm{T}}$处的两个泄漏源持续向流场中释放化学物质, 这些化学物质在流场中传播形成了一个动态羽流浓度场$C(\boldsymbol{x},t)$. 此动态浓度场可通过数值求解的空间二维对流–扩散方程(1)–(3)近似获得.

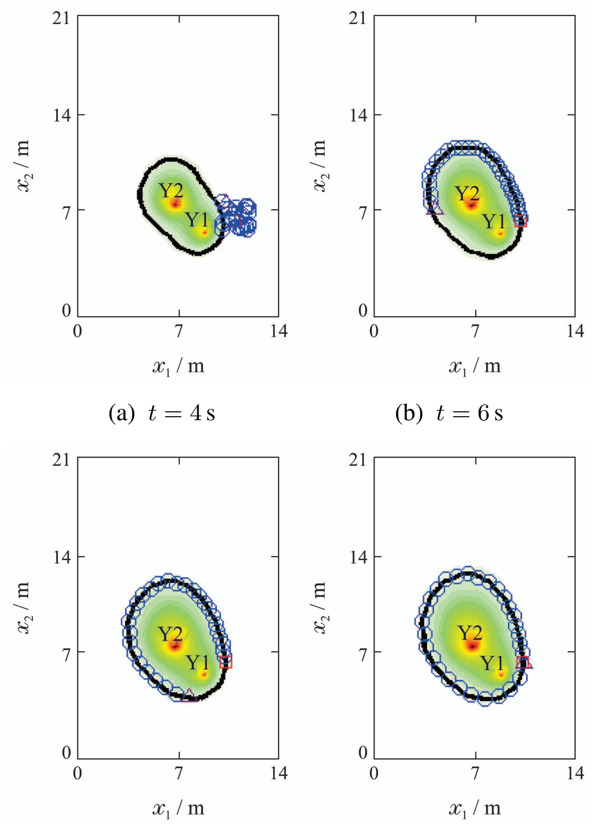
4.2 基于分布一致观测器的协同控制算法仿真

针对由30艘水面无人艇构成的同构型海洋机器人网络(即$n=30$, $N\triangleq\{1,2,\cdots,30\}$), 本节给出了所提出协同控制算法的数值仿真来验证其有效性. 两个化学物质泄漏源在$t=0$时刻开始泄漏($t_0=0$). 在化学物质泄漏1 s后, 含有30艘无人艇的同构型海洋机器人网络被随机部署在区域Ω内($t_{\mathrm{d}}=1\ \mathrm{s}$), 如图2所示, 其中伪色彩表示每时刻羽流浓度分布其边上的色条显示比例, 黑色曲线是羽流边界的轮廓, 阈值浓度值为$C_{\mathrm{f}}=0.1$, 跟随艇被标记为蓝色圆圈'○', 边界领导艇标记为红色方框'□', 边界锚艇标记为紫色三角形'∆', 标记为Y1和Y2的两个位置分别是化学物质泄漏源, 且无人艇的初值位置为

$$[\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t_{\mathrm{d}})\ \ \mathrm{x}_{\mathrm{r}2}(t_{\mathrm{d}})\ \ \cdots\ \ \mathrm{x}_{\mathrm{r}30}(t_{\mathrm{d}})]=\begin{bmatrix}12\\7\end{bmatrix}\underbrace{[1\ \ 1\ \ \cdots\ \ 1]}_{30}+\mathrm{rand}(2,30),$$

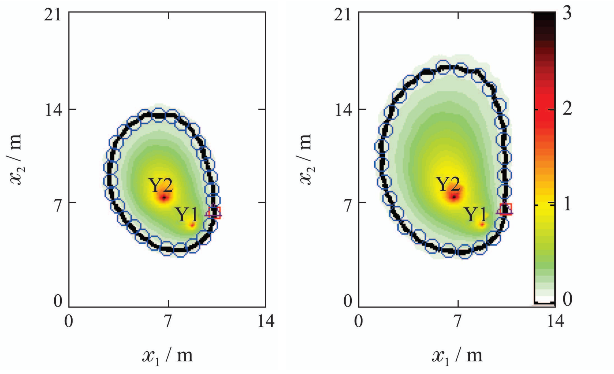
其中rand(2, 30)是一个2×30的矩阵, 其元素取值于区间(0, 1)内均匀分布的随机数. 假设艇载浓度传感器所测量的羽流浓度值受到测量干扰为取值于区间$(-0.03,0.03)$内的随机噪声. 过程噪声为$w(\boldsymbol{x},t)=0.1\sin(\pi\boldsymbol{x})\exp(-0.01t)$.

在协同控制算法(13)–(15)中, 相关参数取值分别为$L_{\mathrm{c}}=30$, $L_i=5$, $i\in\mathbb{N}$, $k_1=70$, $k_2=25$, $k_3=4$, $k_4=5$. 在边界领导艇控制律(15)中, 当条件$\|\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t)-\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}30}(t)\|\leqslant 2$得到满足时, 控制增益$k_{3n}(t)$切换到(16). 类似于文献[12], 为降低初始估计误差对控制性能的影响, 海洋机器人网络要充分收集任务区域内相关信息. 为此, 在本节仿真中, 所有无人艇在初值位置固定不动以搜集任务区域内羽流浓度信息, 直到4 s后才在协同控制算法(13)–(15)驱动下运动.



(a) $t=4\ \mathrm{s}$ (b) $t=6\ \mathrm{s}$

(c) $t=7\ \mathrm{s}$ (d) $t=8\ \mathrm{s}$



(e) $t=10\,\mathrm{s}$　　(f) $t=18\,\mathrm{s}$

图 2 针对由30艘水面无人艇构成的海洋机器人网络基于领导–跟随–锚结构海洋溢油羽流边界协同监测一次仿真运行中无人艇运动截图

Fig. 2 The snapshots of the vehicle movements for a simulation run with the marine robot network consisting of 30 USVs for boundary-leader-follower-anchor-based cooperative dynamic plume monitoring

如图2所示, 30艘无人艇在协同控制算法(13)–(15)引导下跟踪羽流边界(由黑色轮廓线刻画)的动态扩张, 并在此羽流边界上保持均匀分布. 具体来说, 在$t=8\,\mathrm{s}$之前, 边界领导艇引导跟随艇在羽流边界上散开(见$t=6\,\mathrm{s}$和$t=7\,\mathrm{s}$时刻截图)以有效监视羽流边界的动态扩张. 在时刻$t=8\,\mathrm{s}$之后, 边界领导艇控制算法(15)中控制增益$k_{3n}(t)$已切换为(16)以实现边界领导艇与边界锚艇一起运动, 且随羽流边界扩张而扩张(见$t=10\,\mathrm{s}$和$t=18\,\mathrm{s}$时刻截图). 此外, 为进一步说明协同控制算法的工程应用效果, 图3中展示了由(17)–(19)定义的三类误差随时间的演化轨迹, 以及30艘无人艇的运动轨迹, 其中Y1和Y2是两个化学物质泄漏源, 空心圆圈、方形框、三角形框及其实心形状分别表示无人艇初始和最终位置. 这些仿真结果说明即使存在过程干扰和测量干扰, 本文所提出的协同控制算法(13)–(15)依然能提供令人满意的控制效果.

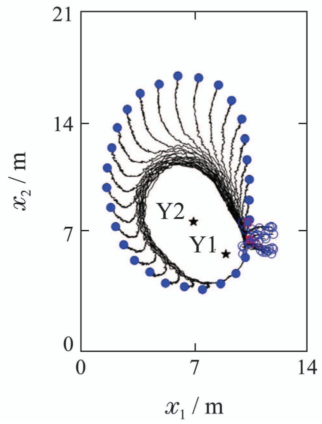
4.3 对比仿真实验

为进一步说明其优越性, 下面将本文所提出的领导–跟随–锚协同控制算法与文献[12]中的无领导者协同控制算法进行仿真对比. 在此仿真对比实验中, 两种算法的仿真环境设定以及控制参数选取均相同, 即

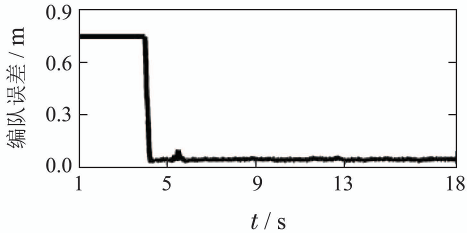
$$\omega_i=\mathrm{rand}(-0.03,0.03),\ i\in\mathbb{N},$$
$$w(\boldsymbol{x},t)=0.1\sin(\pi\boldsymbol{x})\exp(-0.01t),$$
$$L_{\mathrm{c}}=30,\ L_i=5,\ i\in\mathbb{N},$$
$$k_1=70,\ k_2=25.$$

无人艇的初始位置为$\begin{bmatrix}11\\7\end{bmatrix}\underbrace{[1\ 1\ \cdots\ 1]}_{30}+\mathrm{rand}(2,30)$.

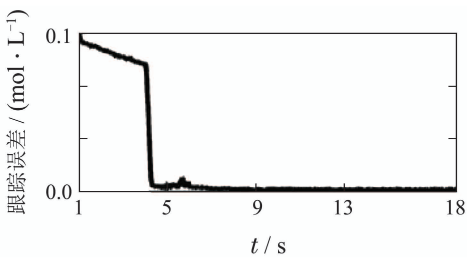
与之前的仿真一样, 所有无人艇在初始位置固定不动以搜集任务区域内羽流浓度信息, 直到4 s后才在各自协同控制算法驱动下运动. 图4给出了仿真结束时受上述两种协同控制算法驱动的30艘无人艇在羽流边界上的分布情况. 图5提供了由领导–跟随–锚协同控制算法驱动无人艇的编队误差、羽流边界跟踪误差和估计误差时间轨迹(红色实线). 仿真结果表明: 本文提出的领导–跟随–锚协同控制算法有效实现了在第2.3节设定的两个控制目标, 而文献[12]的无领导者协同控制算法未能实现第2个控制目标(即30艘无人艇在羽流边界上形成均匀分布).



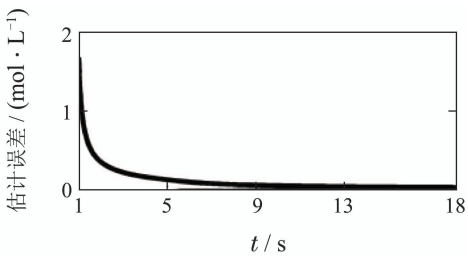
(a) 无人艇轨迹



(b) 编队误差



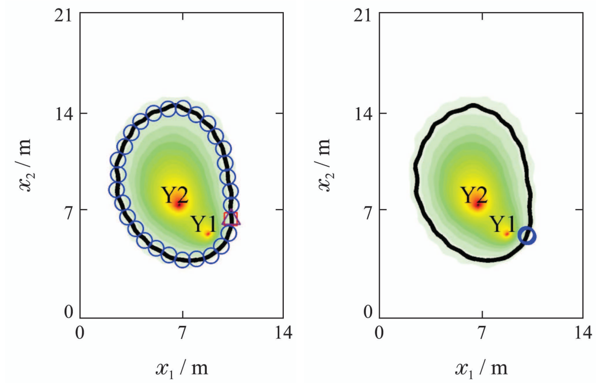
(c) 羽流边界跟踪误差



(d) 估计误差

图 3 无人艇运动轨迹和编队误差、羽流边界跟踪误差和估计误差时间轨迹

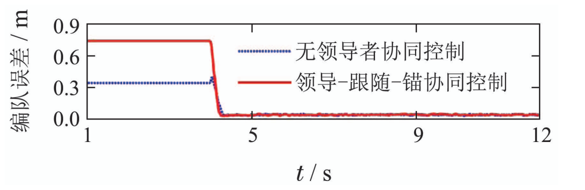
Fig. 3 The USV trajectories, the time trajectories of formation error, plume front tracking error, and estimation error



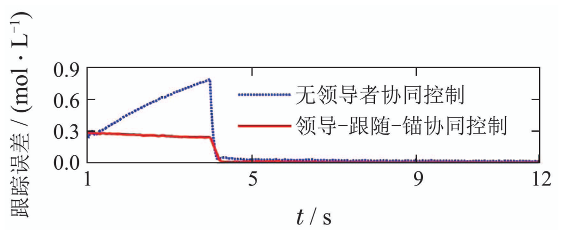
(a) 领导–跟随–锚协同控制 (b) 无领导者协同控制

图 4 仿真结束时30艘无人艇在羽流边界上的分布情况

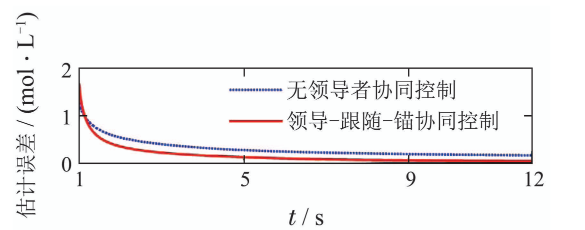
Fig. 4 The distribution on the plume front at the end of simulation



(a) 编队误差



(b) 羽流边界跟踪误差



(c) 估计误差

图 5 30艘无人艇的编队误差、羽流边界跟踪误差和估计误差轨迹

Fig. 5 The time trajectories of formation error, plume front tracking error, and estimation error for 30 USVs

另外, 文献[12]的仿真研究已经指出: 相对于初始位置随机布放, 无领导者协同控制算法能提供更好监测效果, 如果其初始位置设定为包含溢油源的期望形状. 为此, 将无人艇的初始位置重新设定为

$$[\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}1}(t_{\mathrm{d}})\ \ \boldsymbol{x}_{\mathrm{r}2}(t_{\mathrm{d}})\ \cdots\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{r}30}(t_{\mathrm{d}})] = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5.4 & 5.8 & 6.2 & 6.6 & 7 & 7.4 & 7.8 & 8.2 & 8.6 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 8.6 & 8.2 & 7.8 & 7.4 & 7 & 6.6 & 6.3 & 6 & 5.7 & 5.4 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 9 & 8 & 7 & 7.5 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix},$$

并重新运行无领导者协同控制算法仿真实验. 图5给出相应无人艇的编队误差、羽流边界跟踪误差和估计误差时间轨迹(蓝色虚线).

由图4和图5中仿真结果可知, 即使存在过程干扰和测量噪声, 相对于文献[12]中的无领导者协同控制算法, 本文所提出的领导–跟随–锚协同控制算法能提供更好的控制效果.

5 结论

在领导–跟随–锚框架下, 本文提出了基于分布一致观测器的协同控制策略, 引导由n艘无人水面艇构成的海洋机器人网络完成海上溢油污染羽流的协同监测任务. 在所提的协同控制算法中, 分布一致观测器技术不仅能实现整个空间区域内动态浓度场的无偏估计, 还克服了无人艇局部位置处梯度信息难以直接测量导致的控制设计困难. 结合Lyapunov技术、集合稳定概念和多智能体一致性理论, 严格分析了所提出协同控制算法的收敛性. 数值仿真实验直观地展示了所提出协同控制算法的有效性及其仿真应用效果.

参考文献:

[1] CHEN J, DI Z, SHI J, et al. Marine oil spill pollution causes and governance: A case study of Sanchi tanker collision and explosion. *Journal of Cleaner Production*, 2020, 273(10): 122978.

[2] DUNBABIN M, MARQUES L. Robots for environmental monitoring: significant advancements and applications. *IEEE Transactions on Robotics and Automation Magazine*, 2012, 19(1): 24 – 39.

[3] TRIANDAF I, SCHWARTZ I. A collective motion algorithm for tracking time-dependent boundaries. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2005, 70(4): 187 – 202.

[4] CLARK J, FIERRO R. Mobile robotic sensors for perimeter detection and tracking. *ISA Transactions*, 2007, 46(1): 3 – 13.

[5] MATVEEV A, HOY M, ANISIMOV, et al. Tracking of deforming environmental level sets of dynamic fields by a nonholonomic robot without gradient estimation. *IEEE International Conference on Control and Automation*. Hangzhou, China: IEEE, 2013: 1754 – 1759.

[6] CAO Y, FIERRO R. Dynamic boundary tracking using dynamic sensor nets. *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 2006: 703 – 708.

[7] MARCHUK G. *Mathematical Models in Environmental Problems*. North Holland: Elsevier Science Publishers B.V., 1986.

[8] DEMETRIOU M, GATSONIS N, COURT J. Coupled controls-computational fluids approach for the estimation of the concentration from a moving gaseous source in a 2–D domain with a Lyapunov-guided sensing aerial vehicle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(3): 853 – 867.

[9] GUO Y. *Distributed Cooperative Control: Emerging Applications*. New Jersey: Wiley, 2017.

[10] WANG J, GUO Y, ZHANG L. Dynamic pollutant plume front tracking and monitoring by a single mobile robot. *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference*. Chengdu, China: IEEE, 2017: 2987 – 2992.

[11] WANG J, GUO Y, FAHAD M, et al. Dynamic plume tracking by cooperative robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(2): 609 – 620.

[12] WANG J, GUO Y. Leaderless cooperative control of robotic sensor networks for monitoring dynamic pollutant plumes. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 13(6): 2670 – 2680.

[13] LAWTON J, BEARD R, YOUNG B. A decentralized approach to formation maneuvers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(6): 933 – 941.

[14] HARDY G, LITTLEWOOD J, POLYA G. *Inequalities*. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.

[15] SEIBOLD B. *A Compact and Fast MATLAB Code Solving the Incompressible Navier-Stokes Equations on Rectangular Domains*. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2008.

作者简介:

王俊伟　副教授, 目前研究方向为分布参数系统、智能控制、多机器人协同控制理论等, E-mail: junweiwang@ustb.edu.cn;

姚余磊　硕士研究生, 目前研究方向为多机器人协同控制理论及应用, E-mail: yaoyvlei@163.com.