

带有完全分布式观测器的多智能体系统自适应容错一致性

尹艳辉^{1,2}, 王付永^{1,2}, 刘忠信^{1,2†}, 陈增强^{1,2}

(1. 南开大学 人工智能学院, 天津 300350; 2. 南开大学 智能机器人技术重点实验室, 天津 300350)

摘要: 针对一类同时带有执行器故障, 未知非线性动态和非匹配干扰的多智能体系统, 本文提出一种新的自适应容错控制方案。首先, 设计一种适用于有向切换拓扑的完全分布式观测器估计领导者的信号, 将一致性问题转化为局部的信号跟踪问题。其次, 拆解转化后的误差系统为两个耦合的子系统, 实现非匹配干扰与匹配因子分离。然后, 利用径向基神经网络近似非线性动态, 并结合反步法设计3种自适应故障补偿器, 使系统能够在线补偿故障和未知动态的影响。最后, 数值仿真验证了所提方案的有效性。

关键词: 多智能体系统; 容错控制; 一致性; 自适应故障补偿器; 神经网络; 反步法

引用格式: 尹艳辉, 王付永, 刘忠信, 等. 带有完全分布式观测器的多智能体系统自适应容错一致性. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 1082–1090

DOI: 10.7641/CTA.2021.00678

Fully distributed observer-based adaptive fault-tolerant consensus control for multi-agent systems

YIN Yan-hui^{1,2}, WANG Fu-yong^{1,2}, LIU Zhong-xin^{1,2†}, CHEN Zeng-qiang^{1,2}

(1. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Nankai University, Tianjin 300350, China)

Abstract: This paper investigates the fault-tolerant control for leader-following multi-agent systems with mismatched disturbances and unknown nonlinear dynamics. To begin with, a fully distributed observer is designed to estimate the state of the leader under directed switching topology, which translates the consensus problem into a local tracking problem. Next, by state transformation the error system is decoupled into two cascade systems, which separates the mismatched disturbances and the matched faulty factors. Thirdly, the radial basis function neural network is utilized to approximate the unknown nonlinear dynamics, based on which, three fault compensators are designed by combining with the backstepping method. It is proven that the consensus tracking problem can be solved, and the effects of mismatched disturbances, actuator faults and unknown nonlinear dynamics can be eliminated adaptively online. Finally, a numerical simulation is given to validate the effectiveness of the proposed protocols.

Key words: multi-agent systems; fault-tolerant control; consensus; adaptive fault compensator; neural network; backstepping control

Citation: YIN Yanhui, WANG Fuyong, LIU Zhongxin, et al. Fully distributed observer-based adaptive fault-tolerant consensus control for multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(7): 1082–1090

1 引言

近年来, 多智能体协同控制成为国内外的研究热点, 并广泛应用于卫星编队^[1]、无人机^[2]、传感器网络^[3]等领域。一致性问题作为多智能体系统的基本问题, 其研究的基本内容是基于局部信息设计分布式控制器, 使整个系统的状态收敛到相同的值。到目前为止, 多智能体一致性相关研究取得了丰富的成果^[4–7]。在一致性研究基础上, 编队控制^[8–9]、包容控制^[10–11]

等相关问题也被众多学者广泛研究。

由于物理特性限制、执行器件老化等因素的影响, 执行器故障普遍存在实际系统中。对于多智能体系统来说, 发生在单个智能体上的故障, 可通过信息交换, 影响邻居个体, 甚至造成整个系统失稳。因此, 对多智能体容错控制的研究具有重要的理论与实际意义。很多学者致力于设计和分析多智能体容错控制方案^[12–20]。文献[12]利用最优控制理论研究了一类多智

收稿日期: 2020–10–09; 录用日期: 2021–04–23.

[†]通信作者. E-mail: lzhx@nankai.edu.cn; Tel.: +86 13502137396.

本文责任编辑: 陈皓勇.

天津市自然科学基金项目(20JCYBJC01060, 20JCQNJC01450, 19JCZDJC32800), 国家自然科学基金项目(61973175)资助。

Supported by the Tianjin Natural Science Foundation of China (20JCYBJC01060, 20JCQNJC01450, 19JCZDJC32800) and the National Natural Science Foundation of China (61973175).

能体系统的容错控制问题。文中证明部分失效故障不会影响系统一致性的实现。而当某些智能体发生完全失效故障时,一致性将不能得到保证。领导者将会调整自己的状态与发生故障的跟随者一致。文献[15]研究了针对线性和李普希茨非线性系统的容错控制问题。针对部分失效故障设计了自适应容错控制器。然而,文献[15]并未考虑完全失效故障与偏置故障的影响,并且文中控制器的参数配置依赖于求解多个复杂的线性矩阵不等式。文献[17]研究了一类模型参数未知且带有偏置故障的多智能体容错控制问题。通过引入一种带有边权重的动力学方程,并结合自适应动态规划技术提出了适用于无向固定拓扑的数据驱动一致性算法。文献[18]针对带有欺骗攻击和偏置故障的多智能体系统设计了分布式脉冲控制算法,其中假设网络层和物理层的拓扑均是无向连通的。在有向切换拓扑下,文献[20]设计了一种分布式自适应容错控制方案,文中的控制器可以同时补偿多种故障的影响。然而,文中的观测器并不是完全分布式的,需要利用拉普拉斯矩阵的特征值。切换拓扑下该值较难基于局部信息获取,因此此观测器具有一定局限性。

另一方面,受建模误差、环境噪声等影响,智能体的模型通常包含未知非线性动态和非匹配干扰。虽然针对这两种不确定因素已有丰富的成果^[21-24],但综合考虑复合执行器故障、非线性动态、非匹配干扰的研究尚未见到。这些因素大多是未知的、时变的,并具有不同的特性。上述文献中的方法较难保证系统的稳定性,需要设计多种补偿器协同作用的控制策略。

基于以上讨论,本文研究上述诸多不确定因素并存的多智能体容错控制问题。主要的创新性在于以下几点:1)与现有的文献相比,本文同时考虑多种执行器故障(包括执行器部分失效故障、完全失效故障、偏置故障、卡死故障),非匹配干扰,和异质的未知非线性动态并存的情况。这些因素在实际系统中是普遍存在的。因此本文考虑的模型更具一般性。2)本文设计了一种适用于有向切换拓扑的自适应观测器。此观测器是完全分布式的,即无需利用网络拓扑的特征值信息。利用平均驻留时间方法给出了观测误差收敛的充分条件。此外,此设计利用邻居的观测信息代替真实信息,可以抑制故障的信息通过拓扑传播。3)本文的容错控制方案既不依赖于复杂的高阶的线性矩阵不等式的可解性,又无需任何故障的上界或下界信息。这种设计方法可以有效降低控制器参数配置的难度。

本文将使用如下数学定义: \mathbb{R}^n 表示 n 维欧式空间。 $\text{col}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T\}^T$ 。 I 表示适当维数的单位矩阵。 $A \otimes B$ 表示矩阵 A 和 B 的克罗内克积。 $\|\cdot\|$ 表示欧式范数。对于对称矩阵 P , $\lambda_{\min}(P)$ 和 $\lambda_{\max}(P)$ 分别表示其最小和最大特征值。 $P > 0$ 表示 P 是正定对称矩阵。

2 预备知识和问题描述

2.1 图论

领导跟随多智能体系统包含1个领导者和 N 个跟随者,其通信拓扑可由 $\mathcal{G}_{\sigma(t)} = (\mathcal{V}, \mathcal{A}_{\sigma(t)}, \mathcal{E}_{\sigma(t)})$ 描述,其中 $\mathcal{V} = \{0, \dots, N\}$ 和 $\mathcal{E}_{\sigma(t)} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 分别表示节点集和边集。 $\mathcal{A}_{\sigma(t)} = [a_{ij}^{\sigma(t)}]_{(N+1) \times (N+1)}$ 表示时变加权邻接矩阵。 $\sigma(t)$ 表示切换信号。若 $(i, j) \in \mathcal{E}_{\sigma(t)}$,则节点*i*可以接收节点*j*的信息, $a_{ij}^{\sigma(t)} > 0$,节点*j*称为节点*i*的邻居节点。若 $(i, j) \notin \mathcal{E}_{\sigma(t)}$,则 $a_{ij}^{\sigma(t)} = 0$ 。有向图中,从节点*i_s*到*i_m*有向路径表示为 $\mathcal{E}_{\sigma(t)}$ 中元素组成的始于*i_s*,终于*i_m*,首尾相接的边序列。如果从某个节点出发,到其他任意节点存在至少一条有向路径,则称该有向图包含一个以该节点为根节点的有向生成树。拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L}_{\sigma(t)} = [l_{ij}^{\sigma(t)}]_{(N+1) \times (N+1)}$,其中 $l_{ii}^{\sigma(t)} = \sum_{j=0}^N a_{ij}^{\sigma(t)}$, $l_{ij}^{\sigma(t)} = -a_{ij}^{\sigma(t)} (j \neq i)$ 。由于领导者不接收跟随者的信息, $\mathcal{L}_{\sigma(t)}$ 可以表示成如下分块矩阵的形式

$$\mathcal{L}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0_{1 \times N} \\ \mathcal{L}_{1\sigma(t)} & \mathcal{L}_{2\sigma(t)} \end{bmatrix},$$

其中: $\mathcal{L}_{1\sigma(t)} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$, $\mathcal{L}_{2\sigma(t)} \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

本文假设智能体的通信拓扑在有限的 M 个拓扑间切换,并将这些拓扑标记为 $1, 2, \dots, M$ 。定义集合 $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$,则切换信号可以用分段常数函数 $\sigma(t): [0, +\infty) \rightarrow \mathcal{M}$ 表示。设初始时刻为 t_0 ,第 k 次切换时刻为 t_k ,则对于任意的 $k \geq 0$, $\sigma(t)$ 满足

$$\sigma(t) = \sigma(t_k) = p \in \mathcal{M}, t \in [t_k, t_{k+1}).$$

设 $N_{\sigma}(t_m, t_n)$ 表示 $\sigma(t)$ 在区间 $[t_m, t_n]$ 内的切换次数。对于任意的时间间隔 $[t_m, t_n] (n > m)$,如果存在非负常数 N_0 和 τ_a 满足

$$N_{\sigma}(t_m, t_n) \leq N_0 + \frac{t_n - t_m}{\tau_a},$$

则 τ_a 称为区间 $[t_m, t_n]$ 的平均驻留时间。

2.2 问题描述

多智能体动力学模型描述为

$$\dot{x}_0(t) = Ax_0(t), \quad (1)$$

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B[u_i^F(t) + f_i(x_i)] + w_i(t), \quad (2)$$

其中 $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示领导者的状态。 $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $u_i^F(t) \in \mathbb{R}^m$, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 分别表示第*i*个智能体的状态和控制输入。 $f_i(x_i) \in \mathbb{R}^m$ 表示未知的、异质的、光滑的非线性动态,且不满足李普希茨条件。 $w_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示非匹配的外界干扰,并且在无穷远处的值为0。 A, B 是适当维度的矩阵。

令 $u_{ij}^F(t)$ 表示 $u_i^F(t)$ 的第*j*个分量。本文考虑的执行器故障可描述为

$$u_{ij}^F(t) = \rho_{ij} u_{ij}(t) + \psi_{ij}(t), \quad (3)$$

其中 ρ_{ij} 为满足 $0 \leq \rho_{ij} \leq 1$ 的未知系数, 表示第 j 个执行器的失效程度. $\psi_{ij}(t)$ 表示未知偏置故障且满足 $\|\psi_{ij}(t)\| < +\infty$. 当 $\rho_{ij} = 1$, $\psi_{ij}(t) = 0$ 时, 第 j 个执行器无故障; 当 $0 < \rho_{ij} < 1$ 时, 第 j 个执行器发生部分失效故障; 当 $\rho_{ij} = 0$ 时, 执行器发生完全失效故障; 当某时刻 $\psi_{ij}(t) \neq 0$ 时, 则该时刻第 j 个执行器发生偏置故障. 特别的, 如果 $\rho_{ij} = 0$, $\psi_{ij}(t)$ 为非零常数, 则称此种状态下的执行器故障为卡死故障. 为方便分析, 将式(3)写为 $u_i^F(t) = \rho_i u_i(t) + \psi_i(t)$, 其中

$$\begin{aligned}\rho_i &= \text{diag}\{\rho_{i1}, \rho_{i2}, \dots, \rho_{im}\}, \\ u_i(t) &= [u_{i1}(t) \ u_{i2}(t) \ \dots \ u_{im}(t)]^\top, \\ \psi_i(t) &= [\psi_{i1}(t) \ \psi_{i2}(t) \ \dots \ \psi_{im}(t)]^\top.\end{aligned}$$

定义全局误差差

$$\bar{x}(t) = \text{col}\{\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), \dots, \bar{x}_N(t)\},$$

其中 $\bar{x}_i = x_i - x_0$ 表示第 i 个跟随者的跟踪误差向量. 本文的目标是: 基于局部邻居信息设计分布式控制器 $u_i(t)$, 使存在常数 $\varepsilon < +\infty$ 和 $T < +\infty$ 满足

$$\|\bar{x}(t)\| \leq \varepsilon, \forall t \geq T.$$

假设1 对于任意的 $p \in \mathcal{M}$, \mathcal{G}_p 存在以领导者为根节点的有向生成树.

假设2 对任意的 $i \in \mathcal{V} \setminus \{0\}$, 有

$$\text{rank}(B\rho_i) = \text{rank}(B).$$

假设3 直到 $m-1$ 个执行器发生完全失效故障, 剩余的执行器仍能实现控制目标.

注1 假设1保证跟随者能够间接获得领导者的信. 假设2表示执行器存在冗余^[25]. 假设3保证了容错问题的可解性.

引理1^[26] 若假设1成立, 对任意的 $p \in \mathcal{M}$, 存在正定的对角阵 $\Pi_p = \text{diag}\{\pi_{1p}, \dots, \pi_{Np}\}$ 满足

$$\mathcal{L}_{2p}^\top \Pi_p + \Pi_p \mathcal{L}_{2p} = \Upsilon_p,$$

其中 Υ_p 是对称正定矩阵.

引理2^[27] 若线性系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

满足 A 是赫尔维茨矩阵, $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0$, 则该系统原点是渐近稳定的.

3 基于分布式观测器的容错一致性控制器

3.1 分布式自适应观测器

有向切换拓扑下信息具有不对称性, 直接设计容错控制器会导致不同智能体间的自适应模块互相干扰. 因此, 将采用观测器来估计领导者的状态. 假设 $\sigma(t_k) = p \in \mathcal{M}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$. 自适应观测器为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i(t) = A\xi_i(t) + Bv_i(t), \\ v_i(t) = -(\hat{c}_i^p(t) + d_i^p(t))K\zeta_i^p(t), \\ \dot{\hat{c}}_i^p(t) = -\kappa\hat{c}_i^p(t) + \|K\zeta_i^p(t)\|^2, \\ d_i^p(t) = \zeta_i^{p\top}(t)P\zeta_i^p(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\xi_i(t)$ 为领导者状态的估计值, $\hat{c}_i^p(t)$ 和 $d_i^p(t)$ 为自适应参数且满足 $\hat{c}_i^p(t_0) \geq 0$; $\kappa = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}$; P, Q, K 为待设计的矩阵; $\zeta_i^p(t)$ 代表局部的加权观测信息, 即

$$\zeta_i^p(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}^p(\xi_i(t) - \xi_j(t)) + a_{i0}^p(\xi_i(t) - x_0(t)).$$

根据克罗内克积的性质, 可得

$$\zeta^p(t) = (\mathcal{L}_{2p} \otimes I)\delta(t), \quad (5)$$

其中:

$$\zeta^p(t) = \text{col}\{\zeta_1^p(t), \zeta_2^p(t), \dots, \zeta_N^p(t)\},$$

$$\delta(t) = \text{col}\{\delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_N(t)\},$$

其中 $\delta_i(t) = \xi_i(t) - x_0(t)$ 表示第 i 个跟随者的局部观测误差. 由式(1)(4)–(5)可得

$$\dot{\zeta}^p(t) = (I \otimes A)\zeta^p(t) + (\mathcal{L}_{2p} \otimes B)v(t), \quad (6)$$

其中 $v(t) = \text{col}\{v_1(t), v_2(t), \dots, v_N(t)\}$.

为便于书写, 变量中的参数 t 将在下文中省略.

定理1 若假设1成立, 分布式自适应观测器选取式(4), $K = B^\top P$, 其中 P 是如下黎卡提方程的解:

$$A^\top P + PA - 2PBB^\top P + Q = 0, \quad (7)$$

其中 $Q > 0$ 是设计参数. 若平均驻留时间 τ_a 满足 $\tau_a > \frac{\ln z}{\kappa\alpha}$, 则存在某个有限的时间 $T_r < +\infty$ 满足

$$\|\delta\| \leq \max_{p \in \mathcal{M}} \left\{ \frac{1}{\nu_p} \sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N \pi_{ip} c_i^2}{1-\alpha}} \right\}, \quad t \geq T_r. \quad (8)$$

其中 $\nu_p = \lambda_{\min}(\mathcal{L}_{2p}^\top \sqrt{\Pi_p} \mathcal{L}_{2p}) \lambda_{\min}(P)$. Π_p 由引理1给出. $\alpha \in (0, 1)$. $z = z_1 z_2^2$. z_1 和 z_2 分别定义为

$$z_1 = \max_{\substack{p,q \in \mathcal{M} \\ i,j \in \mathcal{V} \setminus \{0\}}} \left\{ \frac{\pi_{ip}}{\pi_{jq}} \right\}, \quad z_2 = \max_{\substack{p,q \in \mathcal{M} \\ i,j \in \mathcal{V} \setminus \{0\}}} \left\{ \frac{\lambda_{\max}(\mathcal{L}_{2p}^\top \mathcal{L}_{2q})}{\lambda_{\min}(\mathcal{L}_{2q}^\top \mathcal{L}_{2q})} \right\}.$$

证 考虑如下的多Lyapunov–Krasovskii函数

$$V_p = \frac{1}{2} \zeta^{p\top} [(2\hat{C}^p \Pi_p + D^p \Pi_p) \otimes P] \zeta^p + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \pi_{ip} \tilde{c}_i^2,$$

其中 $\tilde{c}_i = \hat{c}_i^p - c_i$. \hat{C}^p 和 D^p 分别为

$$\hat{C}^p = \text{diag}\{\hat{c}_1^p, \dots, \hat{c}_N^p\},$$

$$D^p = \text{diag}\{d_1^p, \dots, d_N^p\}.$$

易知若 $\hat{c}_i^p(t_0) \geq 0$, 则 V_p 正定. 对 V_p 求导, 并注意到等式 $\zeta^{p\top} (\dot{D}^p \Pi_p \otimes P) \zeta^p = 2\zeta^{p\top} (D^p \Pi_p \otimes P) \dot{\zeta}^p$, 整

理得

$$\dot{V}_p = \tilde{V}_{p1} + \tilde{V}_{p2},$$

其中

$$\tilde{V}_{p1} = 2\zeta^{pT}[(\hat{C}^p\Pi_p + D^p\Pi_p) \otimes P]\dot{\zeta}^p, \quad (9)$$

$$\tilde{V}_{p2} = \zeta^{pT}(\Pi_p \dot{\hat{C}}^p \otimes P)\zeta^p + \sum_{i=1}^N \pi_{ip}\tilde{c}_i \dot{\tilde{c}}_i^p. \quad (10)$$

将式(6)代入式(9)可得

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{p1} &= \zeta^{pT}[(\hat{C}^p\Pi_p + D^p\Pi_p) \otimes (A^TP + PA) - \\ &\quad (\hat{C}^p + D^p)\Upsilon_p(\hat{C}^p + D^p) \otimes PBB^TP]\zeta^p \leqslant \\ &\quad - \zeta^{pT}[(\hat{C}^p\Pi_p + D^p\Pi_p) \otimes Q]\zeta^p + \\ &\quad \zeta^{pT}(F \otimes PBB^TP)\zeta^p, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $F = -\lambda_{\min}(\Upsilon_p)(\hat{C}^p + D^p)^2 + 2(\hat{C}^p + D^p)\Pi_p$. 将式(4)代入式(10)得

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{p2} &= \sum_{i=1}^N \pi_{ip}(d_i^p + \tilde{c}_i^p - c_i)\dot{\tilde{c}}_i^p = \\ &\quad \zeta^{pT}[(\hat{C}^p\Pi_p + D^p\Pi_p - C\Pi_p) \otimes PBB^TP]\zeta^p - \\ &\quad \kappa\zeta^{pT}(\Pi_p \hat{C}^p \otimes P)\zeta^p - \sum_{i=1}^N \kappa\pi_{ip}\tilde{c}_i \dot{\tilde{c}}_i^p. \end{aligned} \quad (12)$$

根据Young不等式, 有

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(\Upsilon_p)(\hat{C}^p + D^p)^2 + C\Pi_p &\geqslant \\ 2\sqrt{\lambda_{\min}(\Upsilon_p)C\Pi_p}(\hat{C}^p + D^p). \end{aligned}$$

上式中 $\sqrt{\cdot}$ 表示对对角阵的每个元素分别开方. 令

$$c_i = \max_{p \in \mathcal{M}}\left\{\frac{9\pi_{ip}}{4\lambda_{\min}(\Upsilon_p)}\right\}. \text{由式(7)(11)–(12)得}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_p &\leqslant -\kappa\zeta^{pT}[(2\hat{C}^p\Pi_p + D^p\Pi_p) \otimes P]\zeta^p - \\ &\quad \frac{1}{2}\kappa\sum_{i=1}^N \pi_{ip}\tilde{c}_i^2 + \frac{1}{2}\kappa\sum_{i=1}^N \pi_{ip}c_i^2 \leqslant \\ &\quad -\kappa\alpha V_p - \kappa(1-\alpha)V_p + \frac{1}{2}\kappa\sum_{i=1}^N \pi_{ip}c_i^2. \end{aligned}$$

$$\text{定义集合 } \Theta_p = \{\delta \mid V_p \leqslant \frac{\sum_{i=1}^N \pi_{ip}c_i^2}{2(1-\alpha)}\}. \text{可得}$$

$$\dot{V}_p \leqslant -\kappa\alpha V_p, \delta \notin \Theta_p. \quad (13)$$

现考虑切换瞬间 t_k . 假设 $\sigma(t_{k-}) = q$. 易知变量 \tilde{c}_i^p , ξ_i 在切换瞬间连续, 而信号 ζ_i^p , d_i^p 可能出现跳变. 由 V_p 定义可得

$$\begin{aligned} V_p(t_{k+}) &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^N \pi_{ip}[d_i^{p2}(t_{k+}) + 2\tilde{c}_i^p(t_{k+})d_i^p(t_{k+}) + \\ &\quad \tilde{c}_i^2(t_{k+})]. \end{aligned}$$

又根据向量范数的等价性, 可得

$$\sum_{i=1}^N d_i^{p2}(t_{k+}) \leqslant [\delta^T(t_{k+})(\mathcal{L}_{2p}^T \mathcal{L}_{2p} \otimes P)\delta(t_{k+})]^2 \leqslant$$

$$z_2^2[\delta^T(t_{k+})(\mathcal{L}_{2q}^T \mathcal{L}_{2q} \otimes P)\delta(t_{k+})]^2.$$

注意到 $z_2 \geqslant 1$, 显然有

$$V_p(t_{k+}) - zV_q(t_{k-}) \leqslant 0. \quad (14)$$

令 $\Theta = \bigcup_{p \in \mathcal{M}} \Theta_p$. 当 $\delta \notin \Theta$ 时, 对任意 $t \in [t_k, t_{k+}]$, 由式(13)–(14)可得

$$\begin{aligned} V_p(t) &\leqslant e^{-\kappa\alpha(t-t_k)}V_p(t_{k+}) \leqslant \\ &\quad e^{-\kappa\alpha(t-t_k)+\ln z}V_q(t_{k-}) \leqslant \\ &\quad e^{-\kappa\alpha(t-t_0)+N_\sigma(t_0,t)\ln z}V_q(t_0). \end{aligned}$$

不失一般性, 假设 $N_0 = 0$. 则有

$$V_p(t) \leqslant e^{-(\kappa\alpha-\frac{\ln z}{\tau_a})(t-t_0)}V_q(t_0).$$

上式表示若 $\tau_a > \frac{\ln z}{\kappa\alpha}$, δ 在有限时间内进入集合 Θ . 根据 V_p 的定义, 可得

$$V_p \geqslant \frac{1}{2}\sum_{i=1}^N \pi_{ip}d_i^{p2} \geqslant \frac{1}{2N}(\zeta^{pT}(\sqrt{\Pi_p} \otimes P)\zeta^p)^2.$$

当 $\delta \in \Theta$ 时即有式(8)成立. 证毕.

注 2 定理1的创新性在于, 设计了一种适用于有向切换拓扑的分布式观测器. 与文献[20]中的观测器相比, 定理1的方案是完全分布式的, 即无需 Υ_p 的最小特征值信息. 该信息属于全局信息, 对于单个的智能体来说无法通过有限的通信能力获取. 并且在切换拓扑下, 该信息是时变的, 会给控制器设计带来更多困难. 定理1结合了自适应方法和平均驻留时间概念, 给出了观测误差最终一致有界的一个充分条件.

3.2 基于神经网络的容错控制器设计

设 $e = \text{col}\{e_1, e_2, \dots, e_N\}$, 其中 $e_i = x_i - \xi_i$ 表示智能体状态和观测信号的跟踪误差. 由式(2)(4)可得

$$\dot{e}_i = Ae_i + B(u_i^F - v_i + f_i(x_i)) + w_i. \quad (15)$$

由于式(15)中包含非匹配干扰, 为便于分析, 将式(15)拆解成两个子系统, 并利用反步法思想设计控制器. 易知对任意系统必定存在状态转换 $y_i = He_i$, 使得 HB 具有形如 $\text{col}\{0, \bar{B}\}$ 的分块结构(若 B 行满秩, 则 $B = \bar{B}$), 其中 $\bar{B} \in \mathbb{R}^{r \times m}$ 是行满秩矩阵. 不失一般性假设 $B = \text{col}\{0, \bar{B}\}$, 并令 $e_i = \text{col}\{e_{i1}, e_{i2}\}$, 其中 e_{i2} 与 \bar{B} 行数相同. 将式(15)写为

$$\dot{e}_{i1} = A_1e_{i1} + A_2e_{i2} + w_{i1},$$

$$\dot{e}_{i2} = A_3e_{i1} + A_4e_{i2} + \bar{B}(u_i^F - v_i + f_i(x_i)) + w_{i2},$$

其中 $A_1, A_2, A_3, A_4, w_{i1}, w_{i2}$ 是 A 和 w_i 中具有对应维度的矩阵块. 定义误差变量 $s_{i1} = e_{i1}$, $s_{i2} = e_{i2} - \alpha_{i1}$, 其中 α_{i1} 表示虚拟控制量. 显然如果 $s_{i1}, s_{i2}, \alpha_{i1}$ 均收敛, 跟踪误差 e_i 也渐近收敛. 本文与传统反步法的重要区别是, 反步法通常用于具有下三角结构的输出跟踪问题, 即控制目标只需 e_{i1} 稳定. 而本文的控制目标是 e_{i1} 与 e_{i2} 均稳定, 对虚拟控制器的结构有一定需求,

即 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \alpha_{i1} = 0$. 选取 $\alpha_{i1} = -Gs_{i1}$, G 为待设计的反馈矩阵. 对 s_{i1}, s_{i2} 分别求导并整理, 可得

$$\dot{s}_{i1} = A_1 s_{i1} + A_2 \alpha_{i1} + A_2 s_{i2} + w_{i1}, \quad (16)$$

$$\dot{s}_{i2} = \bar{A} s_{i2} + \bar{B} \rho_i u_i + g_{i1} + g_{i2} + \bar{B} f_i(x_i), \quad (17)$$

其中:

$$\bar{A} = A_4 + G A_2, \quad g_{i2} = \bar{B} \psi_i + w_{i2} + G w_{i1},$$

$$g_{i1} = (A_3 + G A_1 - A_4 G - G A_2 G) s_{i1} - \bar{B} v_i.$$

显然 g_{i1} 是已知的, g_{i2} 是有界的. 对系统(16), 有如下引理.

引理3 若 (A, B) 可控, 则对于任意的 $\bar{Q} > 0$, 存在正定矩阵 \bar{P} 满足

$$A_1^T \bar{P} + \bar{P} A_1 - 2 \bar{P} A_2 A_2^T \bar{P} + \bar{Q} = 0.$$

证 根据PBH秩判据, (A, B) 可控的充要条件为, 对任意的复数 s 有

$$\text{rank}(sI - \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} \end{bmatrix}) = n.$$

上式意味着 $(sI - A_1, -A_2)$ 同样是行满秩矩阵, 即 (A_1, A_2) 可控. 由李雅普诺夫稳定性理论可知 \bar{P} 存在. 证毕.

注3 受引理2启发, 本文并未根据传统反步法的思想直接设计虚拟控制器使子系统(16)稳定. 而是从系统可控性出发, 使子系统(16)满足引理2中条件. 根据经典文献[28]中的结论, \bar{P} 的存在意味着 $A_1 - A_2 A_2^T \bar{P}$ 是赫尔维茨的. 这种处理的好处是, 控制器的设计只需原系统可控作为前提条件, 而并不依赖于复杂线性矩阵不等式的可解性.

本文设计的容错控制器具有如下结构:

$$u_i = u_{in} + u_{ig1} + u_{ig2} + u_{if}, \quad (18)$$

其中: u_{in} 是误差反馈控制, u_{ig1}, u_{ig2} 和 u_{if} 分别是具有不同作用的故障补偿器. 基于自适应控制的思想, u_{in} 设计如下:

$$\begin{cases} u_{in} = -\hat{k}_{i1} \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}, \\ \dot{\hat{k}}_{i1} = \gamma_{i1} \|\bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}\|^2, \end{cases} \quad (19)$$

其中: $\gamma_{i1} > 0$, \tilde{P} 是如下黎卡提方程的解

$$\bar{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \bar{A} - 2 \tilde{P} \bar{B} \bar{B}^T \tilde{P} + \tilde{Q} = 0,$$

其中 $\tilde{Q} > 0$ 是设计参数矩阵. 由于 \bar{B} 行满秩, 上式必定有解. 对 g_{i1} 和 g_{i2} 设计补偿器

$$\begin{cases} u_{ig1} = -\frac{\hat{k}_{i2}^2 \|g_{i1}\|^2 \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}}{\hat{k}_{i2} \|g_{i1}\| \|\tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i}, \\ \dot{\hat{k}}_{i2} = \gamma_{i2} \|\tilde{P} s_{i2}\| \|g_{i1}\|, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} u_{ig2} = -\frac{\hat{k}_{i3}^2 \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}}{\hat{k}_{i3} \|\tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i}, \\ \dot{\hat{k}}_{i3} = \gamma_{i3} \|\tilde{P} s_{i2}\|, \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\gamma_{i2} > 0, \gamma_{i3} > 0, \iota_i$ 是一个非负的时变标量, 满足 $\int_0^{+\infty} \iota_i dt = \bar{\iota}_i < +\infty$.

根据径向基神经网络(radial basis function neural network, RBFNN)近似原理, 非线性项 $f_i(x_i)$ 可写为

$$f_i(x_i) = W_i^{*\top} \Phi_i(x_i) + \varepsilon_i(x_i),$$

其中 $W_i^* \in \mathbb{R}^{q \times m}$ 表示最优权值. 基函数向量定义为 $\Phi_i(x_i) = \{\phi_{i1}(x_i), \dots, \phi_{iq}(x_i)\}^\top$. 本文选取如下:

$$\phi_{ij}(x_i) = \exp\left\{-\frac{(x_i - \mu^{ij})^\top (x_i - \mu^{ij})}{\eta_{ij}^2}\right\},$$

其中 μ^{ij} 和 η_{ij} 分别表示基函数的中心和宽度. 误差向量 $\varepsilon_i(x_i) \in \mathbb{R}^m$ 满足 $\|\varepsilon_i(x_i)\| \leq \bar{\varepsilon}_i$. 其中 $\bar{\varepsilon}_i$ 是未知的正数. RBFNN 补偿器 u_{if} 具有如下结构:

$$\begin{cases} u_{if} = -\frac{\hat{\theta}_i^2 \|\Phi_i(x_i)\|^2 \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}}{\hat{\theta}_i \|\Phi_i(x_i)\| \|\bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i}, \\ \dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_{i4} \|\Phi_i(x_i)\| \|\bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}\|. \end{cases} \quad (22)$$

定理2 若假设1-3成立, 切换信号 $\sigma(t)$ 的平均驻留时间满足定理1中的条件, 且 $G = A_2^T \bar{P}$, 则控制器(18)-(22)能使多智能体系统(1)-(2)稳定. 跟踪误差 \bar{x} 满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\bar{x}\| \leq \max_{p \in \mathcal{M}} \left\{ \frac{1}{\nu_p} \sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N \pi_{ip} c_i^2}{1 - \alpha}} \right\}.$$

证 选择Lyapunov候选函数为

$$V_i = s_{i2}^T \tilde{P} s_{i2} + \frac{\mu_{i1} \tilde{k}_{i1}^2}{\gamma_{i1}} + \frac{\mu_{i2} \tilde{k}_{i2}^2}{\gamma_{i2}} + \frac{\mu_{i3} \tilde{k}_{i3}^2}{\gamma_{i3}} + \frac{\mu_{i4} \tilde{\theta}_i^2}{\gamma_{i4}},$$

其中: $\tilde{k}_{i1} = \hat{k}_{i1} - k_{i1}, \tilde{k}_{i2} = \hat{k}_{i2} - k_{i2}, \tilde{k}_{i3} = \hat{k}_{i3} - k_{i3}, \tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i^*$. $\mu_{i1}, \mu_{i2}, k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}, \theta_i^*$ 是未知的正常数, 具体值将在稍后给出. 对 V_i 求导得 $\dot{V}_i = \tilde{V}_{i1} + \tilde{V}_{i2}$, 其中:

$$\tilde{V}_{i1} = s_{i2}^T (\bar{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \bar{A}) s_{i2} - 2 \|\varpi_i\|^2, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i2} = & 2 s_{i2}^T \tilde{P} (\bar{B} \rho_i u_i + g_{i1} + g_{i2} + \bar{B} f_i(x_i)) + \\ & 2 \|\varpi_i\|^2 + \frac{2 \mu_{i1} \tilde{k}_{i1} \dot{\tilde{k}}_{i1}}{\gamma_{i1}} + \frac{2 \mu_{i2} \tilde{k}_{i2} \dot{\tilde{k}}_{i2}}{\gamma_{i2}} + \\ & \frac{2 \mu_{i3} \tilde{k}_{i3} \dot{\tilde{k}}_{i3}}{\gamma_{i3}} + \frac{2 \mu_{i4} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i}{\gamma_{i4}}, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\varpi_i = \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2}$. 由式(23)可得

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i1} = & s_{i2}^T (\bar{A}^T \tilde{P} + \tilde{P} \bar{A} - 2 \tilde{P} \bar{B} \bar{B}^T \tilde{P}) s_{i2} \leq \\ & - \lambda_{\min}(\tilde{Q}) s_{i2}^T s_{i2}. \end{aligned} \quad (25)$$

设 $\rho_i^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\rho_i}$. 由假设2可知, $\bar{B}\rho_i$ 是行满秩矩阵, 进一步可知 $\bar{B}\rho_i^{\frac{1}{2}}$ 是行满秩矩阵, $\bar{B}\rho_i\bar{B}^T$ 非奇异. 因此有

$$s_{i2}^T \tilde{P} \bar{B} \rho_i \bar{B}^T \tilde{P} s_{i2} \geq \mu_{i2} s_{i2}^T \tilde{P} \tilde{P} s_{i2} \geq \mu_{i1} \|\varpi_i\|^2,$$

其中 $\mu_{i2} = \lambda_{\min}(\bar{B}\rho_i\bar{B}^T)$, $\mu_{i1} = \frac{\lambda_{\min}(\bar{B}\rho_i\bar{B}^T)}{\lambda_{\max}(\bar{B}\bar{B}^T)}$.

将式(18)–(22)代入式(24), 并整理得

$$\tilde{V}_{i2} \leq 2\tilde{V}_{i2a} + 2\tilde{V}_{i2b} + 2\tilde{V}_{i2c} + 2\tilde{V}_{i2d}, \quad (26)$$

其中

$$\tilde{V}_{i2a} = -\mu_{i1} \hat{k}_{i1} \|\varpi_i\|^2 + \|\varpi_i\|^2 + \frac{\mu_{i1} \tilde{k}_{i1} \dot{\tilde{k}}_{i1}}{\gamma_{i1}}, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i2b} = & -\frac{\hat{k}_{i2}^2 \mu_{i2} \|g_{i1}\|^2 \|\tilde{P} s_{i2}\|^2}{\hat{k}_{i2} \|g_{i1}\| \|\tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i} + s_{i2}^T \tilde{P} g_{i1} + \\ & \frac{\mu_{i2} \tilde{k}_{i2} \dot{\tilde{k}}_{i2}}{\gamma_{i2}}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i2c} = & -\frac{\hat{k}_{i3}^2 \mu_{i2} \|\tilde{P} s_{i2}\|^2}{\hat{k}_{i3} \|\tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i} + s_{i2}^T \tilde{P} g_{i2} + \\ & \varpi_i^T \varepsilon_i(x_i) + \frac{\mu_{i2} \tilde{k}_{i3} \dot{\tilde{k}}_{i3}}{\gamma_{i3}}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i2d} = & -\frac{\hat{\theta}_i^2 \mu_{i1} \|\Phi_i(x_i)\|^2 \|\varpi_i\|^2}{\hat{\theta}_i \|\Phi_i(x_i)\| \|\varpi_i\| + \iota_i} + \varpi_i^T W_i^* \Phi_i(x_i) + \\ & \frac{\mu_{i1} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i}{\gamma_{i4}}. \end{aligned} \quad (30)$$

以上整理便于寻找合适的未知常数 $k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}, \theta_i^*$ 来构造Lyapunov函数使系统稳定.

令 $k_{i1} = \frac{1}{\mu_{i1}}$. 将式(19)代入式(27)可得

$$\tilde{V}_{i2a} = 0. \quad (31)$$

令 $k_{i2} = \frac{1}{\mu_{i2}}$. 将式(20)代入式(28)可得

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{i2b} = & \frac{\iota_i \hat{k}_{i2} \mu_{i2} \|g_{i1}\| \|\tilde{P} s_{i2}\|}{\hat{k}_{i2} \|g_{i1}\| \|\tilde{P} s_{i2}\| + \iota_i} + \|s_{i2}^T \tilde{P}\| \|g_{i1}\| - \\ & k_{i2} \mu_{i2} \|g_{i1}\| \|s_{i2}^T \tilde{P}\| \leq \iota_i \mu_{i2}. \end{aligned} \quad (32)$$

令 $k_{i3} = \frac{\bar{g}_{i2} + \|\bar{B}\| \bar{\varepsilon}_i}{\mu_{i2}}$, 其中 \bar{g}_{i2} 表示 g_{i2} 的未知上界. 将式(21)代入式(29)得

$$\tilde{V}_{i2c} \leq \iota_i \mu_{i2}. \quad (33)$$

令 $\theta_i^* = \frac{\|W_i^*\|}{\mu_{i1}}$, 将式(22)代入式(30)得

$$\tilde{V}_{i2d} \leq \iota_i \mu_{i1}. \quad (34)$$

综合式(25)–(26)(31)–(34)的结果, 可得

$$\dot{\tilde{V}}_i \leq -\lambda_{\min}(\tilde{Q}) s_{i2}^T s_{i2} + (4\mu_{i2} + 2\mu_{i1}) \iota_i.$$

对上式两边求 t_0 到 t 定积分, 可得

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \dot{\tilde{V}}_i(t_0) dt \leq & -\lambda_{\min}(\tilde{Q}) \int_{t_0}^t s_{i2}^T s_{i2} dt + (4\mu_{i2} + 2\mu_{i1}) \iota_i. \end{aligned}$$

显然有 $\lambda_{\min}(\tilde{Q}) \int_{t_0}^{+\infty} s_{i2}^T s_{i2} dt < +\infty$. 由于 $\|s_{i2}\|$ 一致连续, 根据Barbalet引理, 可得 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|s_{i2}\| = 0$. 又根据引理2, 引理3可知 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|s_{i1}\| = 0$. 结合定理1和定理2的结果, 可以得到

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow +\infty} \|\bar{x}\| = & \lim_{t \rightarrow +\infty} \|\delta\| + \lim_{t \rightarrow +\infty} \|e\| \leq \\ & \max_{p \in \mathcal{M}} \left\{ \frac{1}{\nu_p} \sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N \pi_{ip} c_i^2}{1 - \alpha}} \right\}. \end{aligned}$$

证毕.

注4 本文设计的3个故障补偿器分别具有不同的特点: u_{ig1} 用于补偿已知的与状态相关的动态的影响; u_{ig2} 用于补偿未知的独立于状态的干扰的影响; u_{if} 用于补偿未知的与状态相关的动态的影响. 值得注意的是, 虽然 g_{i1} 是已知的动态, 但是由于部分失效故障的存在, 仍旧需要设计独立的自适应模块. 在3种补偿器的共同作用下, 本文设计的容错控制器具有较强的鲁棒性.

注5 由于 $f_i(x_i)$ 是未知的、异质的, 且不满足李普希茨条件, 本文利用神经网络强大的逼近能力来设计补偿器. 补偿器中采用 $\|W_i^*\|$ 的估计来代替传统RBFNN中对 W_i^* 的分量的估计, 可以避免控制器设计的过度参数化.

注6 综合定理1和定理2可以看出, 本文的容错控制器设计仅仅依赖于原系统的可控性, 即控制器参数 P, \bar{P}, \tilde{P} 仅与系统参数 A 与 B 相关. 作为对比, 文献[29]需要求解包含拉普拉斯阵的特征值的线性矩阵不等式, 文献[30]需要求解包含故障信息的线性矩阵不等式. 当网络拓扑发生变化或故障加重时, 这些条件可能被破坏导致失稳. 因此, 本文的控制方案具有更好的鲁棒性. 此外, 本文未采用传统的自适应投影算法设计控制器. 该算法需要已知乘性故障的 ρ_i 上界和下界. 事实上, 本文的控制器设计无需任何故障因子的边界信息. 这种设计可以使容错控制方案具有更好的自适应性.

4 数值仿真

本节考虑由一个领导者和3个跟随者组成的系统, 其拓扑如图1所示.

假设系统相关参数为

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}.$$

非线性动态为

$$\begin{aligned}f_1(x_1) &= [\sin x_{11} \ 0 \ x_{13}]^T, \\f_2(x_2) &= [0.5x_{21}^2 \ 0 \ 1 - x_{22}]^T, \\f_3(x_3) &= [0 \ \cos(2x_{33}) \ x_{32}]^T.\end{aligned}$$

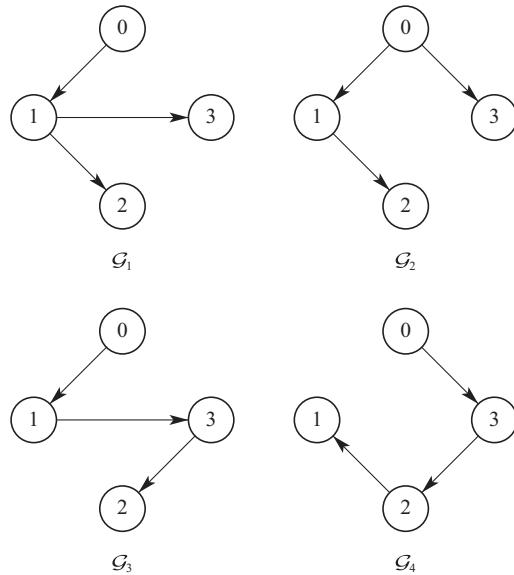


图1 智能体间通信拓扑

Fig. 1 Communication topologies of the considered MAS

非匹配干扰为 $w_1 = w_2 = e^{-t}\mathbf{1}$, $w_3 = 2^{-t}\mathbf{1}$. 假设跟随者1和2带有执行器故障, 具体描述为

$$\begin{aligned}u_1^F &= [0.5 \sin t \ 0.5u_{12} - 0.2 \cos(0.5t) \ u_{13}]^T, \\u_2^F &= [u_{21} + 0.5 \sin t \ x - 0.2 \cos(2t) \ 0.3u_{23}]^T.\end{aligned}$$

根据定理1和定理2可计算相关黎卡提方程一组解为

$$\begin{aligned}P &= \begin{bmatrix} 1.7302 & -0.1042 & 0.0921 \\ -0.1042 & 1.8447 & -0.0033 \\ 0.0921 & -0.0033 & 1.6480 \end{bmatrix}, \\ \bar{P} &= 0.1, \tilde{P} = \begin{bmatrix} 5.6489 & -0.2660 \\ -0.2660 & 6.8307 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

本小节使用的RBFNN包含64个神经元, 其中心平均分布于 $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [-2, 2]$ 中. 基函数宽度均设为2. 设 $x_i(t_0)$ 在 $[-10, 10] \times [-10, 10] \times [-10, 10]$ 中随机选取. 自适应参数初值均设为0, 步长 $\gamma_{ij} = 0.1$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3, 4$. 在如图2描绘的切换信号下, 智能体状态响应曲线如图3所示. 从图中可以看出, 本文所提的方案可在多种故障和未知动态的作用下实现容错一致性. 作为对比, 图4给出了文献[20]中的控制方案下的状态曲线, 其中 $c_0 = 1$, $\hat{\beta}_{1,i}(0) = \hat{\beta}_{2,i}(0) = 0$, $\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{2,i} = 0.1$. 综合图3和图4可以看出, 在上述故障与初值条件下, 本文所提算法具有更好的控制效果. 图5-7分别描绘了控制器中5种自适应参数的变

化曲线, 图8为控制信号的变化曲线. 显然闭环系统的所有信号都是有界的.

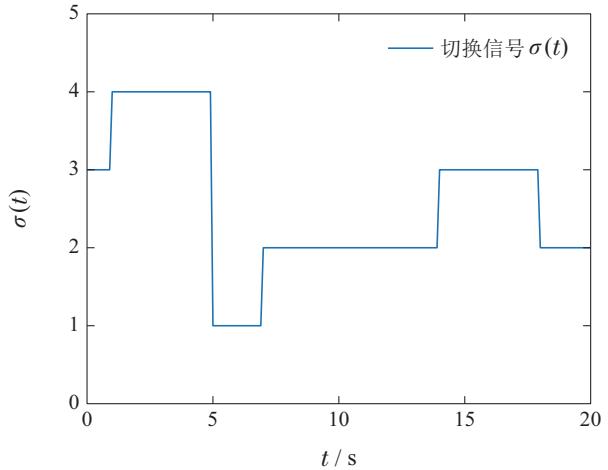
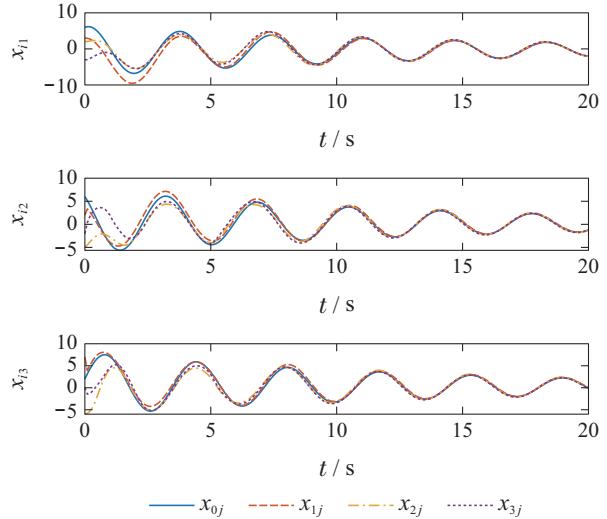
图2 切换信号 $\sigma(t)$ 变化曲线Fig. 2 Response curves of $\sigma(t)$ 

图3 智能体状态变化曲线

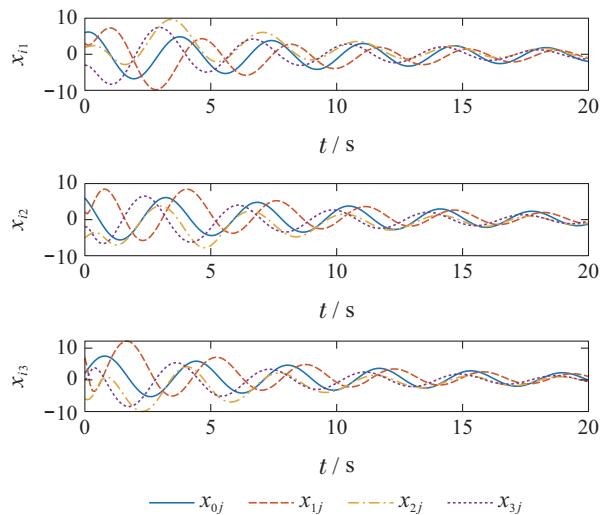
Fig. 3 Response curves of x_i 

图4 文献[20]控制方案下智能体状态变化曲线

Fig. 4 Response curves of x_i under the protocol in [20]

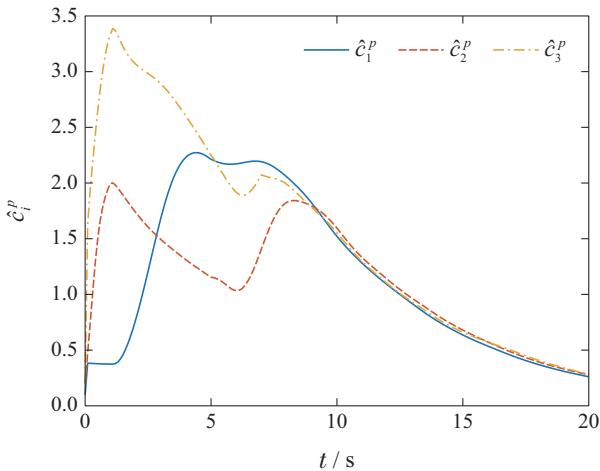


图5 自适应参数 \hat{c}_i^p 变化曲线
Fig. 5 Response curves of \hat{c}_i^p

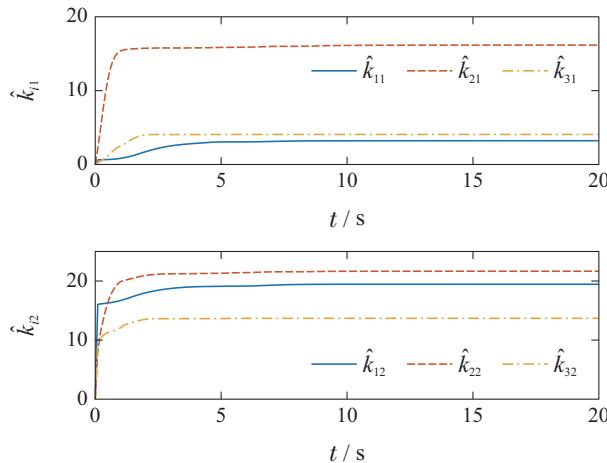


图6 自适应参数 \hat{k}_{i1} , \hat{k}_{i2} 变化曲线
Fig. 6 Response curves of \hat{k}_{i1} and \hat{k}_{i2}

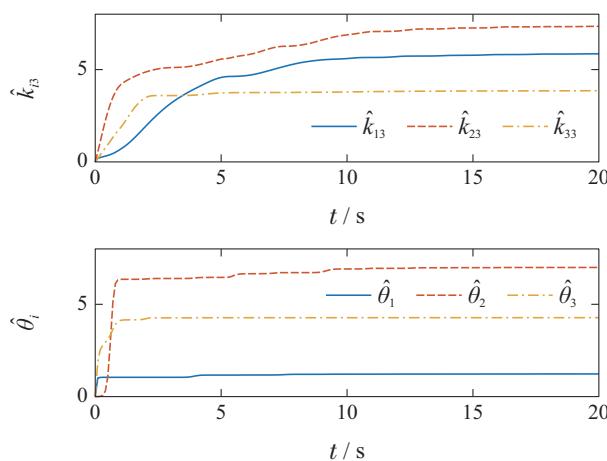


图7 自适应参数 \hat{k}_{i3} , $\hat{\theta}_i$ 变化曲线
Fig. 7 Response curves of \hat{k}_{i3} and $\hat{\theta}_i$

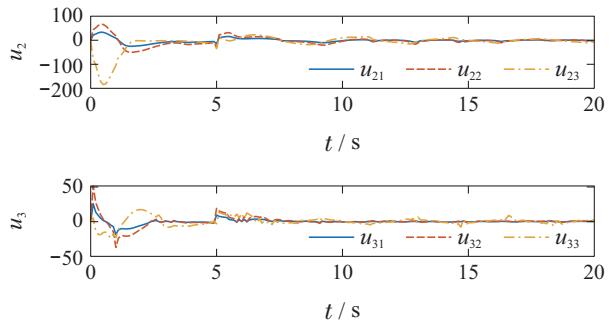
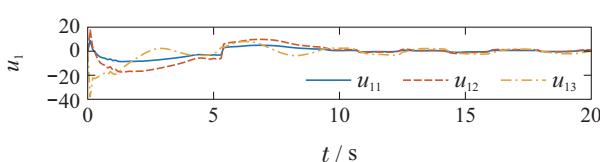


图8 智能体控制信号变化曲线
Fig. 8 Response curves of u_i

5 结论

本文提出了一种新的适用于有向切换拓扑的多智能体容错控制方案。综合利用了自适应控制、反步法、径向基神经网络等技术设计观测器和容错控制器。基于平均驻留时间和Lyapunov稳定理论给出了一致性误差最终一致有界的充分条件。本文提出的方案是完全分布式的，且参数配置不依赖于求解复杂的线性矩阵不等式。数值仿证明本文的控制方案对多种不确定性及故障有良好的鲁棒性。

本文假定网络通信环境是较为理想的，而实际系统中，智能体间的通信可能存在干扰、时延、丢包，甚至网络攻击。因此笔者未来将致力于解决复杂通信环境下的多智能体容错一致性问题。

参考文献:

- [1] SCHARNAGL J, KEMPF F, SCHILLING K. Combining distributed consensus with robust H_∞ control for satellite formation flying. *Electronics*, 2019, 8(3): 1 – 27.
- [2] DONG X, ZHOU Y, REN Z, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles with switching interaction topologies. *Control Engineering Practice*, 2016, 46: 26 – 36.
- [3] LEE H, MIN S D, CHOI M-H, et al. Multi-agent system for fault tolerance in wireless sensor networks. *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 2016, 10(3): 1321 – 1332.
- [4] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [5] JIN Zhiqun, NIU Yugang, ZOU Yuanyuan. Consensus for multi-agent systems with sliding-mode observer. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 251 – 259.
(金治群, 牛玉刚, 邹媛媛. 带有滑模观测器的多智能体一致性控制. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 251 – 259.)
- [6] SUN Xinyong, WU Jie, HOU Zhicheng, et al. Finite-time consensus of multi-agent systems with input saturation constraints. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2391 – 2397.
(孙新勇, 吴杰, 侯至丞, 等. 输入饱和约束下多智能体的有限时间一致. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2391 – 2397.)
- [7] LI Z, REN W, LIU X, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear and lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(7): 1786 – 1791.
- [8] DONG X, HU G. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies. *Automatica*, 2016, 73: 47 – 55.

- [9] DONG X, ZHOU Y, REN Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(6): 5014 – 5024.
- [10] MENG Z, REN W, YOU Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies. *Automatica*, 2010, 46(12): 2092 – 2099.
- [11] WANG F, NI Y, LIU Z, et al. Containment control for general second-order multiagent systems with switched dynamics. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(2): 550 – 560.
- [12] SEMSAR-KAZEROONI E, KHORASANI K. Team consensus for a network of unmanned vehicles in presence of actuator faults. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1155 – 1161.
- [13] CHEN S, HO D W, LI L, et al. Fault-tolerant consensus of multi-agent system with distributed adaptive protocol. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(10): 2142 – 2155.
- [14] CHADLI M, DAVOODI M, MESKIN N. Distributed state estimation, fault detection and isolation filter design for heterogeneous multi-agent linear parameter-varying systems. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(2): 254 – 262.
- [15] ZUO Z, ZHANG J, WANG Y. Adaptive fault tolerant tracking control for linear and lipschitz nonlinear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3923 – 3931.
- [16] SAKTHIVEL R, SAKTHIVEL R, KAVIARASAN B, et al. Finite-time leaderless consensus of uncertain multi-agent systems against time-varying actuator faults. *Neurocomputing*, 2019, 325: 159 – 171.
- [17] SHI C, YANG G, LI X. Data-based fault-tolerant consensus control for uncertain multiagent systems via weighted edge dynamics. *IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems*, 2019, 49(12): 2548 – 2558.
- [18] ZHAO L, YANG G. Cooperative adaptive fault-tolerant control for multi-agent systems with deception attacks. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2020, 357(6): 3419 – 3433.
- [19] LI X, WANG J. Fault-tolerant tracking control for a class of nonlinear multi-agent systems. *Systems & Control Letters*, 2020, DOI: 10.1016/j.sysconle.2019.104576.
- [20] WANG X, YANG G H. Fault-tolerant consensus tracking control for linear multiagent systems under switching directed network. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(5): 1921 – 1930.
- [21] DENG C, YANG G H. Adaptive fault-tolerant control for a class of nonlinear multi-agent systems with actuator faults. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(12): 4784 – 4800.
- [22] WANG X, LI S, YU X, et al. Distributed active anti-disturbance consensus for leader-follower higher-order multi-agent systems with mismatched disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(11): 5795 – 5801.
- [23] HASHEMI M, SHAHGHOLIAN G. Distributed robust adaptive control of high order nonlinear multi-agent systems. *ISA Transactions*, 2018, 74: 14 – 27.
- [24] SHI S, FENG H, LIU W, et al. Finite-time consensus of high-order heterogeneous multi-agent systems with mismatched disturbances and nonlinear dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(2): 1317 – 1333.
- [25] HAO L Y, YANG G H. Robust fault tolerant control based on sliding mode method for uncertain linear systems with quantization. *ISA Transactions*, 2013, 52(5): 600 – 610.
- [26] LI Z, WEN G, DUAN Z, et al. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(4): 1152 – 1157.
- [27] LI S, YANG J, CHEN W H, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4792 – 4802.
- [28] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [29] WANG B, ZHANG B, SU R. Optimal tracking cooperative control for cyber-physical systems: dynamic fault tolerant control and resilient management. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 17(1): 158 – 167.
- [30] WANG Z, WU, Y, LIU L, et al. Adaptive fault-tolerant consensus protocols for multiagent systems with directed graphs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(1): 25 – 35.

作者简介:

- 尹艳辉** 博士研究生, 目前研究方向为多智能体容错控制, E-mail: yinyanhui2013@163.com;
- 王付永** 讲师, 目前研究方向为多智能体包容控制, E-mail: wangfy@nankai.edu.cn;
- 刘忠信** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为多智能体系统、复杂动态网络、计算机控制与管理, E-mail: lzhx@nankai.edu.cn;
- 陈增强** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能预测控制、多智能体系统、混沌系统与复杂动态网络, E-mail: chenzq@nankai.edu.cn.