

受扰布尔控制网络全局可重构分析与状态估计

杨俊起[†], 龙 昊, 钱 伟, 卜旭辉

(河南理工大学 电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454000)

摘要: 受扰布尔控制网络的状态转移, 因受未知干扰影响而具有不确定性, 这对状态观测器设计带来了困难. 本文主要研究了受扰布尔控制网络全局可重构性问题, 并在此基础上设计状态观测器. 首先, 将受扰布尔控制模型转化为多个子系统的切换未知布尔控制网络模型, 在此基础上, 提出了受扰布尔控制网络的4种不同状态集. 其次, 基于状态集估计方法, 对受扰布尔控制网络状态估计问题进行分析. 再次, 提出有限时间可重构与全局可重构性概念; 同时, 根据状态集估计与状态转移分析, 分别给出有限时间可重构判定算法与全局可重构性证明的充要条件. 最后, 给出观测器设计方法, 并通过例子证明了本文提出方法的可行性.

关键词: 逻辑动态系统; 布尔控制网络; 可重构性; 状态估计; 状态观测器

引用格式: 杨俊起, 龙昊, 钱伟, 等. 受扰布尔控制网络全局可重构分析与状态估计. 控制理论与应用, 2021, 38(10): 1569 – 1576

DOI: 10.7641/CTA.2021.00914

Global reconstructibility analysis and state estimation of Boolean control networks with disturbance

YANG Jun-qi[†], LONG Hao, QIAN Wei, BU Xu-hui

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454000, China)

Abstract: The state evolution of Boolean control networks with disturbance is uncertain, which affects the design of system state observer. This paper investigates the global reconstructibility of Boolean control networks with disturbance and proposes a kind of state observer base on the global reconstructibility. Firstly, the Boolean control network (BCN) considered in this paper is transformed into a switched BCN, where the unknown disturbance is treated as an unknown switching signal. Then, four different state sets are proposed for a given BCN with disturbance. Secondly, the problem of state estimation is also investigated for BCN with disturbance by state set-estimation method. Thirdly, the concepts of finite-time reconstructibility and global reconstructibility are proposed. Meanwhile, based on the state set-estimation method, a determination algorithm for finite-time reconstructibility is given. Based on the analysis of state transition, a necessary and sufficient condition is presented for global reconstructibility proof. Finally, a state observer is developed for BCN with disturbance, and an example is provided to show the feasibility of the methods proposed in this paper.

Key words: logical dynamic systems; Boolean control networks; reconstructibility; state estimation; state observer

Citation: YANG Junqi, LONG Hao, QIAN Wei, et al. Global reconstructibility analysis and state estimation of Boolean control networks with disturbance. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(10): 1569 – 1576

1 引言

在系统工程和生物系统中, 布尔网络是描述系统实体之间相互作用的重要模型, 在生物学、博弈论和信息学等许多领域得到了广泛关注和应用. 布尔网络

最早被Kauffman用来描述基因的动态行为^[1]. 之后, 更多的学者加入到布尔网络的研究中. 引入外部控制变量的布尔网络称为布尔控制网络. 此外, 实际系统往往还要考虑干扰信号对系统的影响, 这进一步形成

收稿日期: 2020-12-21; 录用日期: 2021-04-25.

[†]通信作者. E-mail: yjq@hpu.edu.cn; Tel.: +86 391-3987595.

本文责任编辑: 俞立.

国家自然科学基金项目(61973105), 河南省高校基本科研业务费专项基金项目(NSFRF180335), 河南省高校科技创新团队项目(20IRTSTHN019), 河南理工大学创新型科技团队项目(T2019-2, T2017-1), 河南省创新型科技团队项目(CXTD2016054), 河南省重点研发与推广专项(202102210130)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973105), the Fundamental Research Funds for the Universities of Henan Province (NSFRF180335), the Innovative Scientists and Technicians Team of Henan Provincial High Education (20IRTSTHN019), the Innovative Scientists and Technicians Team of Henan Polytechnic University (T2019-2, T2017-1), the Innovation Scientists and Technicians Troop Construction Projects of Henan Province (CXTD2016054) and the Key R & D and promotion projects of Henan Province (202102210130).

了受扰布尔控制网络. 近年来, 由Cheng等人引入的矩阵半张量积(semi-tensor product, STP)理论, 将逻辑系统转换为离散时间模型^[2-3]. 利用STP理论, 布尔网络等逻辑动态系统在诸如能控性和最优控制^[4-9]、稳定性和镇定控制^[10-14], 以及能观性和可重构性^[15-24]等方面得到了迅速发展.

布尔控制网络的可重构性对状态观测器设计至关重要. 布尔网络和布尔控制网络的可重构性首先在文献[17]中被提出, 并给出了移位寄存观测器和多状态观测器的设计方法. 之后, 在文献[17]的基础上, 文献[23]提出了一种改进的多状态观测器, 解决了观测器增益矩阵难以求解的问题. 文献[18]分析了布尔控制网络可观测性与可重构性之间的关系, 给出了一种Luenberger-like观测器设计方案. 文献[24]回顾了布尔控制网络的能观性与可重构性, 将4种能观性和3种能检性之间的关系用网络图呈现出来. 对于切换布尔控制网络, 文献[19]通过定义并分析观测数据矩阵, 得到了切换布尔控制网络的4类可观测性的充要条件. 文献[26]研究了具有随机扰动的有限区域网络最优状态估计问题. 文献[22]使用节点聚合方法, 降低了验证大型网络网络可重构性的计算复杂度. 文献[15]将现代控制理论中的输入可观测性推广到一般布尔型控制网络中. 然而, 基于实际系统建立的模型常常需要考虑干扰项的影响, 此时布尔控制网络模型不足以满足实际系统状况. 因此, 受扰布尔控制网络模型也就更具有研究价值. 相较于布尔控制网络与切换布尔控制网络, 受扰布尔控制网络的能观性与可重构性研究更为复杂. 若干扰项可测, 能观性与可重构性均可作为状态观测器设计的重要依据. 然而, 当干扰项未知时, 状态演化具有不确定性, 使得状态观测器设计具有一定的挑战性. 目前, 对受扰布尔控制网络可重构性分析和观测器设计的研究并不多见.

本文对受扰布尔控制网络的可重构性和状态估计问题展开研究, 其主要贡献总结如下: 1) 利用状态可达集, 根据受扰布尔控制网络的结构性质将系统状态分为4类; 2) 提出受扰布尔控制网络的有限时间可重构和全局可重构的概念, 并继而分别给出了它们的判别方法; 3) 总结给出了一种全局可重构受扰布尔控制网络的状态观测器设计方法.

2 预备知识

首先列出了一些必要的符号, 这些符号将在后文中使用.

1) $\mathbb{Z}_+$ 表示正整数集.

2) 对于任意非负自然数 i , $[i]$ 表示取 i 的整数部分, 如 $[3.3] = 3$.

3) $\mathcal{D} := \{0, 1\}$, $\mathcal{D}^n = \underbrace{\mathcal{D} \times \mathcal{D} \times \cdots \times \mathcal{D}}_n$.

4) $\mathcal{L}_{m \times n}$: $m \times n$ 维逻辑矩阵集合. 若 $A = (a_{ij}) \in$

$\mathcal{L}_{m \times n}$, 那么 $a_{ij} \in \mathcal{D}$.

5) $\Delta_n := \{\delta_n^i | i = 1, \dots, n\}$, 其中 δ_n^i 为单位矩阵 I_n 的第 i 列.

6) $\text{Col}_i(L)$: 矩阵 L 的第 i 列. $\text{Col}(L)$: 矩阵 L 的列集合.

7) $|S|$: 集合 S 的基数.

8) 两个向量 $x \in \mathbb{R}^{2^n \times 1}$ 与 $y \in \mathbb{R}^{2^n \times 1}$ 的元素乘法表示为

$$x \odot y = [x_1 y_1 \ x_2 y_2 \ \cdots \ x_{2^n} y_{2^n}]^T.$$

9) $+_B$ 表示布尔和, 例如 $A, B, C \in \mathcal{L}_{m \times n}$, 当 $C = A +_B B$, 则有

$$C = \begin{bmatrix} a_{11} \vee b_{11} & a_{12} \vee b_{12} & \cdots & a_{1n} \vee b_{1n} \\ a_{21} \vee b_{21} & a_{22} \vee b_{22} & \cdots & a_{2n} \vee b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} \vee b_{m1} & a_{m2} \vee b_{m2} & \cdots & a_{mn} \vee b_{mn} \end{bmatrix}.$$

10) 设 $A = (\alpha_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 那么矩阵 A 的布尔化矩阵为 $A_B = (b_{ij}) \in \mathcal{L}_{m \times n}$, 且

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & \alpha_{ij} = 0, \\ 1, & \alpha_{ij} \neq 0. \end{cases}$$

2.1 半张量积及受扰布尔控制网络的代数表示

定义 1^[2] 给定矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$, 若用 $l = 1 \text{ cm}(n, p)$ 表示 n 与 p 的最小公倍数, 则矩阵 A 和 B 的半张量积定义为

$$A \ltimes B = (A \otimes I_{l/n}) \cdot (B \otimes I_{l/p}). \quad (1)$$

基于半张量积得到如下一些性质:

1) 令 $x \in \mathbb{R}^{2^n \times 1}$, $A \in \mathbb{R}^{p \times q}$, 则有

$$x \ltimes A = (I_n \otimes A) \ltimes x.$$

2) 幂减矩阵 $\Phi_n = \text{diag}\{\delta_{2^n}^1, \delta_{2^n}^2, \dots, \delta_{2^n}^{2^n}\}$, 则有 $x \ltimes x = \Phi_n \ltimes x$, 这里 $x \in \Delta_{2^n}$.

3) 设 $x \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $y \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, 则有换位矩阵 $W_{[m,n]}$, 使得 $y \ltimes x = W_{[m,n]} \ltimes x \ltimes y$.

引理 1^[18] 两个向量 $x \in \mathbb{R}^{2^n \times 1}$ 与 $y \in \mathbb{R}^{2^n \times 1}$ 的元素乘法可以借助幂减矩阵表示为

$$x \odot y = \Phi_n^T \ltimes x \ltimes y. \quad (2)$$

考虑受扰布尔控制网络, 其包含有 n 个状态、 m 个控制输入、 e 个干扰信号和 p 个输出, 系统描述如下:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1(X(t), U(t), \psi(t)), \\ \vdots \\ x_n(t+1) = f_n(X(t), U(t), \psi(t)), \\ y_1(t) = h_1(X(t)), \\ \vdots \\ y_p(t) = h_p(X(t)), \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} X(t) &= (x_1(t), \dots, x_n(t)), \\ U(t) &= (u_1(t), \dots, u_m(t)), \\ \psi(t) &= (\xi_1(t), \dots, \xi_e(t)). \end{aligned}$$

利用半张量积, 受扰布尔控制网络(3)可转化为如下代数形式:

$$\begin{cases} x(t+1) = L\xi(t)x(t)u(t), \\ y(t) = Hx(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x(t) = \times_{i=1}^n x_i(t) \in \Delta_{2^n}$, $u(t) = \times_{i=1}^m u_i(t) \in \Delta_{2^m}$, $y(t) = \times_{i=1}^p y_i(t) \in \Delta_{2^p}$, $\xi(t) = \times_{i=1}^e \xi_i(t) \in \Delta_{2^e}$ 分别为系统状态、控制输入、可测输出和扰动. $H \in \mathcal{L}_{2^p \times 2^n}$ 为输出逻辑矩阵. 当 $\xi(t) = \delta_{2^e}^i$ 时, 设定切换信号 $\sigma(t) = i$, 则受扰布尔控制网络可转化为如下切换布尔控制网络:

$$\begin{cases} x(t+1) = L_{\sigma(t)}x(t)u(t), \\ y(t) = Hx(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中 $L_{\sigma(t)} = L\delta_{2^e}^i |_{\sigma(t)=i}$.

注 1 值得指出的是: 布尔控制网络可由控制量和当前状态确定下一时刻的状态, 但对于受扰布尔控制网络, 干扰信号使得状态演化具有不确定性, 其可重构性分析和状态估计的研究更具挑战性.

2.2 状态集估计理论

定义 2 对任意 $t \in \mathbb{Z}_+$ 和 $\hat{x}_o(t) = \delta_{2^n}^i \in \Delta_{2^n}$, 如果 $y(t) = H\hat{x}_o(t)$, 那么向量 $\hat{x}_o(t) = \delta_{2^n}^i$ 称为受扰布尔控制网络(5)在 t 时刻的输出依赖状态估计. 进一步, 系统在 t 时刻的输出依赖状态估计集描述如下:

$$\chi_o(t) = \{\delta_{2^n}^i | y(t) = H\delta_{2^n}^i, i \in [1, 2^n]\}. \quad (6)$$

定义 3 假设 $\hat{x}(t) \in \Delta_{2^n}$ 是任意时间 $t \in \mathbb{Z}_+$ 的状态估计, 那么给定 $u(t) \in \Delta_{2^m}$, 向量

$$\hat{x}_m(t+1) = L_{\sigma(t)}\hat{x}(t)u(t)$$

为在 $t+1$ 时刻的模型依赖状态估计. 进一步, 系统在 $t+1$ 时刻的模型依赖状态估计集描述如下:

$$\chi_m(t+1) = \left\{ \delta_{2^n}^i \left| \begin{array}{l} L_{\sigma(t)}\hat{x}(t)u(t) = \delta_{2^n}^i \\ \hat{x}(t) \in \chi(t) \\ \sigma(t) \in [1, 2^e] \end{array} \right. \right\}. \quad (7)$$

结合 t 时刻的输出依赖状态估计集与模型依赖状态估计集, 容易得到 t 时刻系统状态估计集:

$$\chi(t) = \{\delta_{2^n}^i | \delta_{2^n}^i \in \chi_o(t) \cap \chi_m(t)\}, \quad (8)$$

任意给定集合 $\{\delta_{2^n}^{i_1}, \delta_{2^n}^{i_2}, \dots, \delta_{2^n}^{i_s}\}$, 其紧凑向量形式表示为 $z = \sum_{j=1}^s \delta_{2^n}^{i_j}$. 那么, 有如下推论:

推论 1 用向量 $z_o(t), z_m(t), z(t)$ 分别表示式

(6)–(8)中 $\chi_o(t), \chi_m(t), \chi(t)$ 的紧凑向量形式, 则

$$z_o(t) = H^T y(t), \quad (9)$$

$$z_m(t+1) = (\bar{L}z(t)u(t))_{\mathcal{B}}, \quad (10)$$

$$z(t) = z_m(t) \odot z_o(t), \quad (11)$$

其中 $\bar{L} = (\sum_{\sigma(t) \in [1, 2^e]} L_{\sigma(t)})_{\mathcal{B}}$.

证 根据布尔控制网络(4)的输出方程, 容易得到式(9). 对于式(10), 由式(7)可知,

$$\begin{aligned} z_m(t+1) &= (\sum_{\sigma(t) \in [1, 2^e]} \sum_{\hat{x}(t) \in \chi(t)} L_{\sigma(t)}\hat{x}(t)u(t))_{\mathcal{B}} = \\ &= (\sum_{\sigma(t) \in [1, 2^e]} L_{\sigma(t)}(\sum_{\hat{x}(t) \in \chi(t)} \hat{x}(t)u(t)))_{\mathcal{B}} = \\ &= ((\sum_{\sigma(t) \in [1, 2^e]} L_{\sigma(t)})_{\mathcal{B}} z(t)u(t))_{\mathcal{B}} = \\ &= (\bar{L}z(t)u(t))_{\mathcal{B}}. \end{aligned}$$

式(10)得证. 之后, 基于式(9)和式(10)容易得到结论(11). 证毕.

3 主要结果

3.1 状态分析

给定初始状态 $x(0) = \delta_{2^n}^i, i \in [1, 2^n]$, 任意控制序列

$$U = (u(0), u(1), \dots, u(t))$$

和扰动

$$\Lambda = (\xi(0), \xi(1), \dots, \xi(t)),$$

令 $X(t, i)$ 表示布尔控制网络由初始状态经 t 步的可达状态集. 进一步, 初始状态 $x(0) = \delta_{2^n}^i$ 的可达状态集定义为 $\mathcal{R}_i = \bigcup_{t=1}^{\infty} X(t, i)$. 对初始状态 $x(0) = \delta_{2^n}^i, i \in [1, 2^n]$, 可递推得到

$$\begin{aligned} X(1, i) &= \left\{ \delta_{2^n}^j \left| \begin{array}{l} \delta_{2^n}^j = L_{\sigma(1)}u\delta_{2^n}^i \\ u \in \Delta_{2^m} \\ \sigma(1) \in [1, 2^e] \end{array} \right. \right\}, \\ X(2, i) &= \left\{ \delta_{2^n}^j \left| \begin{array}{l} \delta_{2^n}^j = L_{\sigma(2)}u\delta_{2^n}^{i'} \\ u \in \Delta_{2^m}, \delta_{2^n}^{i'} \in X(1, i) \\ \sigma(2) \in [1, 2^e] \end{array} \right. \right\}, \\ &\vdots \\ X(t, i) &= \left\{ \delta_{2^n}^j \left| \begin{array}{l} \delta_{2^n}^j = L_{\sigma(t)}u\delta_{2^n}^{i'} \\ u \in \Delta_{2^m}, \delta_{2^n}^{i'} \in X(t-1, i) \\ \sigma(t) \in [1, 2^e] \end{array} \right. \right\}. \end{aligned}$$

那么, 存在正整数 k 使得

$$\begin{cases} \bigcup_{l=1}^t X(l, i) \neq \bigcup_{l'=1}^{t+1} X(l', i), & t < k, \\ \bigcup_{l=1}^t X(l, i) = \bigcup_{l'=1}^{t+1} X(l', i), & t \geq k \end{cases}$$

成立. 故, 状态 $\delta_{2^n}^i$ 的可达状态集可描述为 $\mathcal{R}_i =$

$\bigcup_{l=1}^k X(l, i)$. 对于2个状态 $\delta_{2^n}^i$ 与 $\delta_{2^n}^j$, 如果 $\delta_{2^n}^i \in \mathcal{R}_j$ 且 $\delta_{2^n}^j \in \mathcal{R}_i$, 则称状态 $\delta_{2^n}^i$ 与 $\delta_{2^n}^j$ 互达.

在干扰信号

$$\Lambda = (\xi(0), \xi(1), \dots, \xi(t-1))$$

和控制信号

$$U = (u(0), u(1), \dots, u(t-1))$$

作用下, 记 $x(t, x(0), \Lambda, U)$ 为依赖于初始状态 $x(0)$ 、干扰信号 Λ 和控制输入 U 的状态轨迹, 那么吸引子定义如下:

定义 4 给定一个状态集合

$$\mathcal{O}^i = \{\delta_{2^n}^{i^1}, \delta_{2^n}^{i^2}, \dots, \delta_{2^n}^{i^j}\},$$

对于 $\forall x(0) \in \mathcal{O}^i$ 和任意控制序列 U 、扰动 Λ , 当 $t \geq 0$ 时 $x(t, x(0), \Lambda, U) \in \mathcal{O}^i$ 成立, 那么状态集 $\mathcal{O}^i$ 称为受扰布尔控制网络的一个吸引子. 记集合 $\mathcal{O}^1, \mathcal{O}^2, \dots, \mathcal{O}^F$ 为受扰布尔控制网络所有吸引子, 那么其吸引子状态集定义为 $\mathcal{O} = \bigcup_{j=1}^F \mathcal{O}^j$.

定义 5 给定状态集合 $\bar{\mathcal{O}}_f^i = \Delta_{2^n} \setminus \mathcal{O}_f^i$, 这里

$$\mathcal{O}_f^i = \{\delta_{2^n}^{i^1}, \delta_{2^n}^{i^2}, \dots, \delta_{2^n}^{i^j}\}.$$

1) 对任意 $\delta_{2^n}^a, \delta_{2^n}^b \in \mathcal{O}_f^i$, 状态 $\delta_{2^n}^a$ 与 $\delta_{2^n}^b$ 互达. 对任意 $\delta_{2^n}^a \in \mathcal{O}_f^i, \delta_{2^n}^b \in \bar{\mathcal{O}}_f^i$, 状态 $\delta_{2^n}^a$ 与 $\delta_{2^n}^b$ 不互达.

2) 对于 $x(0) \in \mathcal{O}_f^i$, 存在正整数 T 和控制 U 、扰动 Λ , 使得 $x(T, x(0), \Lambda, U) \in \bar{\mathcal{O}}_f^i$ 成立. 如果条件1)和2)同时成立, 那么称状态集

$$\mathcal{O}_f^i = \{\delta_{2^n}^{i^1}, \delta_{2^n}^{i^2}, \dots, \delta_{2^n}^{i^j}\}$$

为受扰布尔控制网络的一个弱吸引子. 用集合 $\mathcal{O}_f^1, \mathcal{O}_f^2, \dots, \mathcal{O}_f^F$ 表示该受扰布尔控制网络所有弱吸引子, 记弱吸引子状态集为 $\mathcal{O}_f = \bigcup_{i=1}^F \mathcal{O}_f^i$.

根据吸引子和弱吸引子的定义, 可将受扰布尔控制网络状态分为以下4类:

1) 状态集 $\mathcal{Z}_1$: 系统中所有属于吸引子的状态, 则有 $\mathcal{Z}_1 = \{\delta_{2^n}^i | \delta_{2^n}^i \in \mathcal{O}\}$;

2) 状态集 $\mathcal{Z}_2$: 系统中所有属于弱吸引子的状态, 则有 $\mathcal{Z}_2 = \{\delta_{2^n}^i | \delta_{2^n}^i \in \mathcal{O}_f\}$;

3) 状态集 $\mathcal{Z}_3$: 系统中所有连接弱吸引子与吸引子且不属于弱吸引子的状态, 则有

$$\mathcal{Z}_3 = \{\delta_{2^n}^i | \delta_{2^n}^i \notin \mathcal{O}_f, \delta_{2^n}^i \notin \mathcal{O}, \delta_{2^n}^i \in \mathcal{R}_f\},$$

其中 $\mathcal{R}_f$ 为 $\mathcal{O}_f$ 中所有状态可达集的并集;

4) 状态集 $\mathcal{Z}_4$: 不属于以上3种状态的状态.

例 1 考虑具有3个状态、1个控制输入、1个干扰信号的受扰布尔控制网络(4), 逻辑转换矩阵为

$$L = \delta_8[3, 2, 4, 4, 2, 4, 3, 2, 6, 6, 8, 7, 8, 6, 8, 6]$$

$$2, 3, 2, 3, 2, 4, 5, 5, 7, 7, 6, 7, 8, 7, 8, 6],$$

其状态演化图如图1所示. 根据定义4和定义5可得: $\mathcal{Z}_1 = \{\delta_8^6, \delta_8^7, \delta_8^8\}$, $\mathcal{Z}_2 = \{\delta_8^2, \delta_8^3, \delta_8^4\}$, $\mathcal{Z}_3 = \{\delta_8^5\}$ 和 $\mathcal{Z}_4 = \{\delta_8^1\}$.

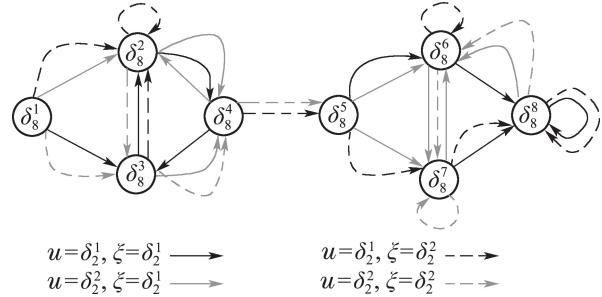


图1 状态集 $\mathcal{Z}_1, \mathcal{Z}_2, \mathcal{Z}_3, \mathcal{Z}_4$ 划分

Fig. 1 The classification of state sets $\mathcal{Z}_1, \mathcal{Z}_2, \mathcal{Z}_3, \mathcal{Z}_4$

3.2 状态估计

根据推论1, 公式化状态集(6)–(8)可得式(9)–(11). 因此, 状态估计转化为矩阵运算.

定理 1 给定受扰布尔控制网络(4), 已知输入序列 $\{u(0), u(1), \dots, u(t-1)\}$ 与输出序列 $\{y(0), y(1), \dots, y(t)\}$, 可得状态估计向量为

$$z(t) = \begin{cases} H^T l(t), & t = 0, \\ ((\Phi_n^T \bar{L}^t) \prod_{i=0}^t (I_{2^{i(p+m)}} \otimes H^T))_B l(t), & t > 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中 $l(t) = \delta_{2^{t(m+p)+p}}$ 且输入–输出序列为

$$l(t) = y(0)u(0) \cdots y(t-1)u(t-1)y(t).$$

证 设模型依赖初始估计集为

$$\chi_m(0) = \{\delta_{2^n}^i | \delta_{2^n}^i \in \Delta_{2^n}\},$$

$t = 0$ 时输出依赖估计状态集为

$$\chi_o(0) = \{\delta_{2^n}^i | y(0) = H\delta_{2^n}^i, i \in [1, 2^n]\},$$

则有

$$z_o(0) = H^T y(0), z_m(0) = \underbrace{[1 \ 1 \ \cdots \ 1]}_{2^n}^T.$$

当 $t = 1$ 时, 由式(9)–(11)可得

$$z_o(1) = H^T y(1), z_m(1) = (\bar{L}z(0)u(0))_B,$$

于是

$$z(1) = z_m(1) \odot z_o(1) = \Phi_n^T (\bar{L}z(0)u(0))_B H^T y(1). \quad (13)$$

利用半张量性质, 可得

$$\begin{aligned} & \Phi_n^T (\bar{L}z(0)u(0))_B H^T y(1) = \\ & (\Phi_n^T \bar{L}z(0)u(0)H^T y(1))_B = \\ & (\Phi_n^T \bar{L}H^T (I_{2^{p+m}} \otimes H^T))_B y(0)u(0)y(1). \end{aligned}$$

所以, 式(13)等价于

$$z(1) = (\Phi_n^T \bar{L} H^T (I_{2^{p+m}} \otimes H^T))_{\mathcal{B}} y(0) u(0) y(1).$$

当 $t = 2$ 时, 由

$$z_o(2) = H^T y(2), z_m(2) = (\bar{L} z(1) u(1))_{\mathcal{B}},$$

可得

$$\begin{aligned} z(2) &= z_m(2) \odot z_o(2) = \\ &\Phi_n^T (\bar{L} z(1) u(1))_{\mathcal{B}} H^T y(2). \end{aligned} \quad (14)$$

同样地, 这里有

$$\begin{aligned} &\Phi_n^T (\bar{L} z(1) u(1))_{\mathcal{B}} H^T y(2) = \\ &(\Phi_n^T \bar{L} z(1) u(1) H^T y(2))_{\mathcal{B}} = \\ &(\Phi_n^T \bar{L} \Phi_n^T \bar{L} H^T (I_{2^{p+m}} \otimes H^T) y(0) u(0) y(1) \times \\ &u(1) H^T y(2))_{\mathcal{B}} = \\ &(\Phi_n^T \bar{L} \Phi_n^T \bar{L} H^T (I_{2^{p+m}} \otimes H^T) (I_{2^{2(p+m)}} \otimes H^T))_{\mathcal{B}} \times \\ &y(0) u(0) y(1) u(1) y(2). \end{aligned}$$

故, 式(14)进一步等价于

$$\begin{aligned} z(2) &= (\Phi_n^T \bar{L} \Phi_n^T \bar{L} H^T (I_{2^{p+m}} \otimes H^T) \times \\ &(I_{2^{2(p+m)}} \otimes H^T) y(0) u(0) y(1) u(1) y(2))_{\mathcal{B}}. \end{aligned}$$

类似地, 对任意 $t \in \mathbb{Z}_+$, 重复上述迭代过程可得

$$\begin{aligned} z(t) &= z_m(t) \odot z_o(t) = \\ &((\Phi_n^T \bar{L})^t \prod_{i=0}^t (I_{2^{i(p+m)}} \otimes H^T))_{\mathcal{B}} l(t). \end{aligned}$$

定理得证. 证毕.

对于 $t = 0$, 若给定 $\Omega_0 = H^T$, 且定义矩阵 $\Omega_t = (\Phi_n^T \bar{L})^t \prod_{i=0}^t (I_{2^{i(p+m)}} \otimes H^T)$, $t > 0$, 那么容易得到如下迭代关系式:

$$\Omega_{t+1} = \Phi_n^T \bar{L} \Omega_t (I_{2^{(t+1)(p+m)}} \otimes H^T).$$

上式两边同时右乘 $l(t) = y(0) u(0) y(1) u(1) \cdots y(t-1) u(t-1) y(t) = \delta_{2^{t(m+p)+p}}^i$, 则有

$$\begin{aligned} \Omega_{t+1} l(t) &= \Phi_n^T \bar{L} \Omega_t (I_{2^{(t+1)(p+m)}} \otimes H^T) l(t) = \\ &\Phi_n^T \bar{L} \Omega_t l(t) (I_{2^m} \otimes H^T) = \\ &\Phi_n^T \bar{L} \text{Col}_i(\Omega_t) (I_{2^m} \otimes H^T). \end{aligned} \quad (15)$$

推论 2 若已知 $l(t) = y(0) u(0) y(1) u(1) \cdots y(t-1) u(t-1) y(t) = \delta_{2^{t(m+p)+p}}^i$, 那么输入-输出序列 $l(t-k)$ 对应的估计状态向量满足 $z(t-k) = \text{Col}_{[i/2^{k(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{t-k})_{\mathcal{B}}$.

证 假设 $l(t-k) = \delta_{2^{(t-k)(m+p)+p}}^j$ 且 $u(t-k) y(t-k+1) \cdots u(t-1) y(t) = \delta_{2^{k(m+p)}}^{j'}$, 那么

$$\begin{aligned} l(t) &= l(t-k) u(t-k) y(t-k+1) \times \\ &u(t-k+1) \cdots y(t-1) u(t-1) y(t) = \\ &\delta_{2^{(t-k)(m+p)+p}}^j \delta_{2^{k(m+p)}}^{j'} = \delta_{2^{t(m+p)+p}}^i, \end{aligned}$$

上式意味着 $j = [i/2^{k(m+p)}]_{+1}$. 根据式(12)可知,

$$\begin{aligned} z(t-k) &= \\ &((\Phi_n^T \bar{L})^{t-k} \prod_{i=0}^{t-k} (I_{2^{i(p+m)}} \otimes H^T))_{\mathcal{B}} l(t-k) = \\ &\text{Col}_j(\Omega_{t-k})_{\mathcal{B}} = \text{Col}_{[i/2^{k(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{t-k})_{\mathcal{B}}. \end{aligned}$$

证毕.

3.3 受扰布尔控制网络全局可重构性分析

在给出受扰布尔控制网络状态估计问题之后, 下面讨论全局可重构性问题. 首先引入受扰布尔控制网络有限时间可重构的概念.

令 $\mathbb{S}$ 表示受扰布尔控制网络(4)可能的输入-输出序列集, 且对任意的 $S \in \mathbb{S}$,

$$\mathcal{S}_{0:t} = \{y(0), u(0), \cdots, y(t-1), u(t-1), y(t)\}$$

是 $\mathcal{S}$ 上的输入-输出子序列, 那么给出如下定义:

定义 6 给定受扰布尔控制网络(4), 设 $\mathbb{S} = \{S^1, S^2, \cdots, S^k\}$, 则对于 $\forall S^i \in \mathbb{S}$, 若存在正整数 T_i , 使得依赖输入-输出子序列 $\mathcal{S}_{0:T_i}^i$, 可以唯一估计系统状态 $x(T_i)$, 则称受扰布尔控制网络是有限时间可重构的.

根据定理1, 定义6等价于如下定义:

定义 7 给定一个受扰布尔控制网络(4), 若存在整数 $T \in \mathbb{Z}_+$, 使得对于任意 $i \in [1, 2^{T(m+p)+p}]$, 存在整数 $k \in \{0, 1, \cdots, T\}$, 使得 $\text{Col}_{[i/2^{k(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{T-k})$ 非零元个数为1或者为0, 则称受扰布尔控制网络是有限时间可重构的.

若 $t \rightarrow \infty$ 时, 存在一个 $\text{Col}_i(\Omega_t)$ 非零元个数大于1, 且对于任意 $r \leq t$, $\text{Col}_{[i/2^{r(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{t-r})$ 非零元个数大于1, 那么根据定义7可知, 该受扰布尔控制网络是有限时间不可重构的.

注 2 给定一个受扰布尔控制网络(4), 若存在

$$i \in [1, 2^{T(m+p)+p}],$$

使得 $\text{Col}_{[i/2^{k(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{T-k})$ 的非零元个数大于1, 其中 $k = \{0, 1, 2, \cdots, T\}$, 且存在一个整数 $j \in [1, T]$ 使得 $(\text{Col}_i(\Omega_T))_{\mathcal{B}} = (\text{Col}_{[i/2^{j(m+p)}]_{+1}}(\Omega_{T-j}))_{\mathcal{B}}$, 则该受扰布尔控制网络是有限时间不可重构的.

结合定义7与注2, 设计如下算法判别受扰布尔控制网络的有限时间可重构性.

算法1 受扰布尔控制网络有限时间可重构性判定.

步骤1 令 $t = 0$, $\Omega_0 = H^T$, 若 $\text{Col}_i(\Omega_0)$ 非零元个数大于1, 则将其存入集合 Ξ_0 , 这里 $i \in [1, 2^p]$; 若 Ξ_0 为空集跳转步骤4. 否则, 进入下一步.

步骤2 计算 $t = t + 1$, 根据式(15)计算所有

$$\text{Col}_j(\Omega_t) \in \text{Col}(\Phi_n^T \bar{L} \text{Col}_i(\Omega_{t-1})(I_{2^m} \otimes H^T)),$$

其中 $\text{Col}_i(\Omega_{t-1}) \in \Xi_{t-1}$. 若 $\text{Col}_j(\Omega_t)$ 非零元个数大于1, 则将其存入集合 Ξ_t ; 若 Ξ_t 为空集跳转步骤4. 否

则,进入下一步.

步骤3 查找是否存在 $j \in [1, T]$, 使得

$$(\text{Col}_i(\Omega_t))_{\mathcal{B}} = (\text{Col}_{\lceil (l/2)(m+p) \rceil + 1}(\Omega_{t-j}))_{\mathcal{B}},$$

其中: $\text{Col}_i(\Omega_t) \in \Xi_t$. 若存在, 由注2可判定受扰布尔控制网络是有限时间不可重构的, 结束算法. 否则, 返回步骤2.

步骤4 受扰布尔控制网络是有限时间可重构的, 结束算法.

有限时间可重构是全局可重构的前提条件. 首先给出受扰布尔控制网络全局可重构的定义, 并在此基础上给出全局可重构性的充要条件.

定义 8 给定一个受扰布尔控制网络(4), 如果存在正整数 K , 对所有的 $r \geq K$, 使得依赖任意输入-输出 $\mathcal{S}$ 的子序列 $\mathcal{S}_{0:r}$, 可以唯一重构系统状态, 则受扰布尔控制网络是全局可重构的.

扰动引起状态演化的不确定性, 这给状态估计带来了困难. 为解决这一问题, 定义下一时刻状态能够确定的状态集为 $\mathcal{A}$, 则 $\forall \delta_{2n}^i \in \mathcal{A}$, 在 $\forall u \in \Delta_{2m}$ 以及不同扰动下, δ_{2n}^i 需满足以下2个条件之一.

i) 状态演化可由输出观测, 即对于 $\xi \neq \xi' \in \Delta_{2e}$,

$$\delta_{2n}^i |_{\delta_{2n}^j = L\xi u \delta_{2n}^i, \delta_{2n}^{j'} = L\xi' u \delta_{2n}^i} \Rightarrow H\delta_{2n}^j \neq H\delta_{2n}^{j'}. \quad (16)$$

ii) 状态演化到同一状态点, 即对于 $\xi \neq \xi' \in \Delta_{2e}$,

$$\delta_{2n}^i \Rightarrow L\xi u \delta_{2n}^i = L\xi' u \delta_{2n}^i. \quad (17)$$

为便于理解, 下面通过状态演化图进行说明. 考虑 $n=2, m=1, e=1$ 的受扰布尔控制网络(4), 其状态转移矩阵和输出逻辑矩阵为

$$L = \delta_4[2, 4, 1, 4, 1, 1, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 1, 2],$$

$$H = \delta_2[1, 1, 1, 2],$$

可得到状态演化图如图2所示. 由图2可以看出, 状态 δ_4^1 在输入 $u = \delta_2^1$ 或 $u = \delta_2^2$ 时, 都满足条件i). 状态 δ_4^3 与状态 δ_4^1 情况相同, 可得状态 $\delta_4^1, \delta_4^3 \in \mathcal{A}$. 而状态 δ_4^2 在 $u = \delta_2^1$ 时, 既不满足条件i), 也不满足条件ii), 故状态 $\delta_4^2 \notin \mathcal{A}$. 状态 δ_4^4 与状态 δ_4^1 一样, 在 $u = \delta_2^2$ 时, 既不满足条件i), 也不满足条件ii), 故状态 $\delta_4^4 \notin \mathcal{A}$. 由此可得 $\mathcal{A} = \{\delta_4^1, \delta_4^3\}$.

定理 2 给定一个有限时间可重构的受扰布尔控制网络(4), 当状态集 $\mathcal{Z}_1 \cup \mathcal{Z}_2 \cup \mathcal{Z}_3 \subseteq \mathcal{A}$ 时, 则该受扰布尔控制网络是全局可重构的.

证 (充分性) 根据系统状态演化的性质, 对于任意初始状态 $x(0) \in \Delta_{2n}$, 一定存在一个有限时间使得系统状态 $x(r) \notin \mathcal{Z}_4$. 由于该受扰布尔控制网络是有限时间可重构的, 则可以找到一个整数 T , 对于任意可能的输入-输出子序列 $\mathcal{S}_{r:T+r}$, 至少存在一个正整数 k ($r \leq k \leq T+r$), 使得依赖输入-输出子序列 $\mathcal{S}_{r:k}$, 可

以获得唯一估计状态 $\hat{x}(k)$. 故, 当状态集 $\mathcal{Z}_1 \cup \mathcal{Z}_2 \cup \mathcal{Z}_3 \subseteq \mathcal{A}$ 时, 依赖任意输入-输出 $\mathcal{S}$ 的子序列 $\mathcal{S}_{0:K}$, 获得的估计状态向量 $z(K)$ 非零元个数一定为1, 这里正整数 $K \geq T+r$. 根据定义8可知该受扰布尔控制网络是全局可重构的.

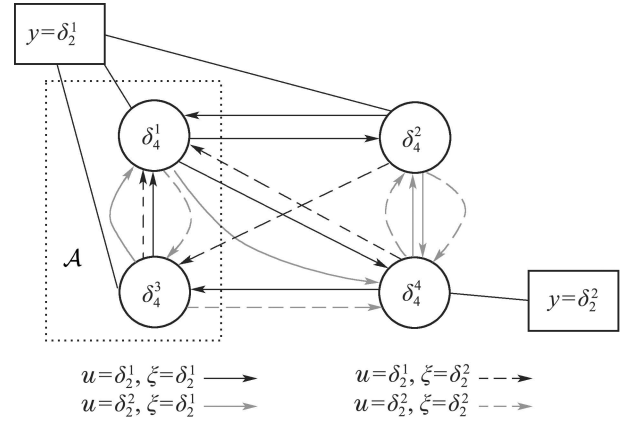


图2 状态集合 $\mathcal{A}$ 解析图

Fig. 2 Analytical diagram of state set $\mathcal{A}$

(必要性) 给定一个全局可重构受扰布尔控制网络(4), 假设状态集 $\mathcal{Z}_1 \cup \mathcal{Z}_2 \cup \mathcal{Z}_3$ 中存在一个状态 $\delta_{2n}^j \notin \mathcal{A}$, 由状态演化性质知, 若初始状态 $x(0) = \delta_{2n}^i \in \mathcal{Z}_2, \delta_{2n}^j \in \mathcal{R}_i$, 则存在干扰序列

$$\{\xi(0), \xi(1), \dots, \xi(lk+k-1)\}$$

与控制序列

$$\{u(0), u(1), \dots, u(lk+k-1)\},$$

使得状态 $x(lk+k) = \delta_{2n}^j$, 其中 $l \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}_+$. 由于 $\delta_{2n}^j \in \mathcal{R}_i$, 那么存在 $q \in \mathbb{Z}_+$ 、干扰序列

$$\{\xi(0), \xi(1), \dots, \xi(lk+q+k-1)\}$$

与控制序列

$$\{u(0), u(1), \dots, u(lk+q+k-1)\},$$

使得状态 $x(lk+q+k) = \delta_{2n}^j$. 由于 $\delta_{2n}^j \notin \mathcal{A}$ 以及受扰布尔控制网络状态演化特性, 必然存在一个输入-输出子序列 $\mathcal{S}_{0:(lk+q+k+1)}$, 在干扰信号未知的情况下, 无法唯一估计状态 $\hat{x}(lk+q+k+1)$. 这显然与受扰布尔控制网络全局可重构性定义矛盾. 证毕.

值得指出的是: 定义8意味着, 对于全局可重构的受扰布尔控制网络, 可通过设计状态观测器准确估计系统状态, 结合式(12)与式(15)以及 $\hat{x}(t) = z(t)$, 状态观测器可表示为

$$\hat{x}(t+1) = \Phi_n^T \bar{L} \hat{x}(t) (I_{2m} \otimes H^T) u(t) y(t+1),$$

这里初始估计状态 $\hat{x}(0) = H^T y(0)$.

4 实例仿真

考虑如下大肠杆菌中乳糖操纵子简化模型^[25]

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \neg u_1(t) \wedge (x_2(t) \vee x_3(t)), \\ x_2(t+1) = \neg u_1(t) \wedge u_2(t) \wedge x_1(t) \wedge \xi(t), \\ x_3(t+1) = u_1(t) \vee (u_2(t) \wedge x_1(t)), \end{cases}$$

其中: 状态变量 x_1, x_2 和 x_3 分别代表乳糖的mRNA, 高浓度乳糖和中等浓度的乳糖; 输入变量 u_1, u_2 和 u_3 分别代表细胞外的葡萄糖, 细胞外高浓度乳糖和细胞外中等浓度乳糖; 干扰信号 $\xi(t) = 1$ 与 $\xi(t) = 2$ 时, 分别得到如下两个不同的子系统:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \neg u_1(t) \wedge (x_2(t) \vee x_3(t)), \\ x_2(t+1) = \neg u_1(t) \wedge u_2(t) \wedge x_1(t), \\ x_3(t+1) = u_1(t) \vee (u_2(t) \wedge x_1(t)), \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \neg u_1(t) \wedge (x_2(t) \vee x_3(t)), \\ x_2(t+1) = 0, \\ x_3(t+1) = u_1(t) \vee (u_2(t) \wedge x_1(t)). \end{cases} \quad (19)$$

系统(18)–(19)转化为 $x(t+1) = L_{\sigma(t)}x(t)u(t)$, 其中 $\sigma(t) = 1, 2$, 且

$$\begin{aligned} L_1 = & \delta_8[8, 8, 8, 8, 1, 1, 3, 4, 8, 8, 8, 8, 1, 1, 3, 4, \\ & 8, 8, 8, 8, 1, 1, 3, 4, 8, 8, 8, 8, 5, 5, 7, 8, \\ & 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, \\ & 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 7, 7, 8, 8], \\ L_2 = & \delta_8[8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 4, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 4, \\ & 8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 4, 8, 8, 8, 8, 7, 7, 7, 8, \\ & 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, \\ & 8, 8, 8, 8, 3, 3, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 7, 7, 8, 8]. \end{aligned}$$

假设输出为 $y_1(t) = x_1(t), y_2(t) = x_2(t)$, 则

$$H = \delta_4[1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4].$$

由算法1得, 该受扰布尔控制网络是有限时间可重构的. 由状态分析得

$$\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 = \mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_4 = \mathcal{R}_5 = \mathcal{R}_6 =$$

$$\mathcal{R}_7 = \mathcal{R}_8 = \{\delta_8^1, \delta_8^3, \delta_8^4, \delta_8^5, \delta_8^7, \delta_8^8\},$$

系统有1个吸引子 $\mathcal{O} = \mathcal{O}^1 = \{\delta_8^1, \delta_8^3, \delta_8^4, \delta_8^5, \delta_8^7, \delta_8^8\}$, 无弱吸引子. 根据状态分类得 $\mathcal{Z}_2 = \mathcal{Z}_3 = \emptyset$,

$$\mathcal{Z}_1 = \{\delta_8^1, \delta_8^3, \delta_8^4, \delta_8^5, \delta_8^7, \delta_8^8\}, \mathcal{Z}_4 = \{\delta_8^2, \delta_8^6\}.$$

由式(16)–(17)可得 $\mathcal{A} = \{\delta_8^i | i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. 显然 $\mathcal{Z}_1 \cup \mathcal{Z}_2 \cup \mathcal{Z}_3 \subseteq \mathcal{A}$, 该受扰布尔控制网络是全局可重构的.

假设输入序列为

$$U = \begin{cases} u(0) = \delta_8^6, u(1) = \delta_8^5, u(2) = \delta_8^6, \\ u(3) = \delta_8^6, u(4) = \delta_8^8, u(5) = \delta_8^8, \\ u(6) = \delta_8^2, u(7) = \delta_8^2, \end{cases}$$

对于初始状态 $x(0) = \delta_8^2$, 系统遭受的扰动假设由模拟系统随机产生, 考虑如下两种扰动情形:

$$A_1 = \begin{cases} \xi_1(0) = \delta_2^2, \xi_1(1) = \delta_2^1, \xi_1(2) = \delta_2^1, \\ \xi_1(3) = \delta_2^1, \xi_1(4) = \delta_2^2, \xi_1(5) = \delta_2^1, \\ \xi_1(6) = \delta_2^1, \xi_1(7) = \delta_2^1 \end{cases}$$

和

$$A_2 = \begin{cases} \xi_2(0) = \delta_2^1, \xi_2(1) = \delta_2^1, \xi_2(2) = \delta_2^2, \\ \xi_2(3) = \delta_2^2, \xi_2(4) = \delta_2^2, \xi_2(5) = \delta_2^1, \\ \xi_2(6) = \delta_2^2, \xi_2(7) = \delta_2^2, \end{cases}$$

那么观测器状态估计效果如图3和图4所示. 由图可见, 状态观测器可以在不同扰动下, 准确估计系统状态.

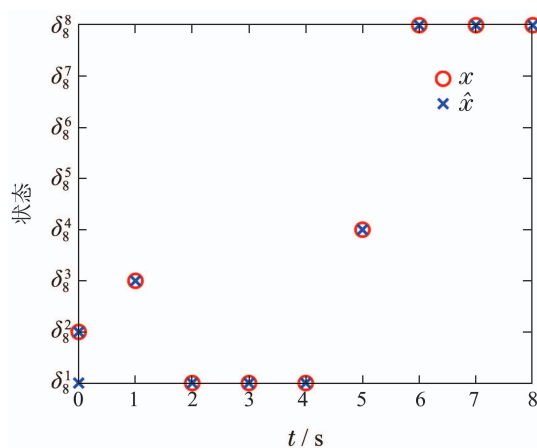


图 3 扰动 A_1 时状态观测

Fig. 3 State observation under A_1

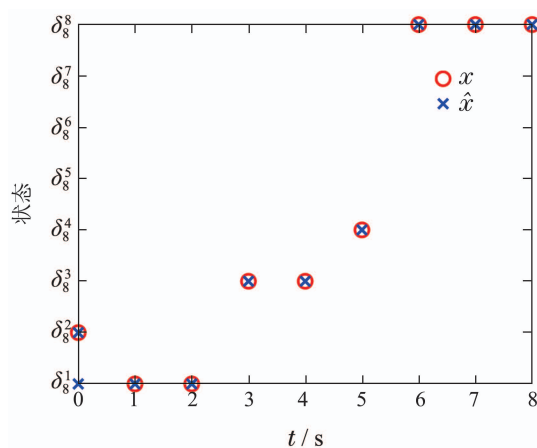


图 4 扰动 A_2 时状态观测

Fig. 4 State observation under under A_2

5 结论

本文研究了受扰布尔控制网络的可重构性和状态估计问题. 首先, 基于状态集估计理论, 提出了受扰布尔控制网络有限时间可重构和全局可重构的概念, 并给出了受扰布尔控制网络全局可重构的充要条件. 之后, 通过设计受扰布尔控制网络状态观测器, 实现了全局可重构受扰布尔控制网络的状态估计问题. 然而,

当受扰布尔控制网络不满足全局可重构性时, 如何实现状态观测器设计仍有待解决, 这是下一步的研究课题。

参考文献:

- [1] KAUFFMAN S A. Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets. *Journal of Theoretical Biology*, 1969, 22(3): 437 – 467.
- [2] CHENG D Z, QI H S, ZHAO Y. An introduction to semi-tensor product of matrices and its applications. *World Scientific*, 2012.
- [3] CHENG D Z, QI H S, LI Z Q, et al. *Analysis and Control of Boolean Networks: A Semi-tensor Product Approach*. London: Springer, 2011.
- [4] ZHANG Z H, LEIFELD T, ZHANG P. Finite horizon tracking control of boolean control networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(7): 1798 – 1805.
- [5] CHEN B Q, YANG X Y, LIU Y, et al. Controllability and stabilization of Boolean control networks by the auxiliary function of flipping. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(14): 5529 – 5541.
- [6] ZHONG J, DANIEL W C H, LU J Q, et al. Pinning controllers for activation output tracking of Boolean network under one-bit perturbation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(10): 3398 – 3408.
- [7] MENG M, XIAO G X, ZHAI C, et al. Controllability of Markovian jump Boolean control networks. *Automatica*, 2019, 106: 70 – 76.
- [8] TOYODA M, WU Y H. On optimal time-varying feedback controllability for probabilistic Boolean control networks. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(7): 2202 – 2208.
- [9] WU Y H, SUN X M, ZHAO X D, et al. Optimal control of Boolean control networks with average cost: a policy iteration approach. *Automatica*, 2019, 100: 378 – 387.
- [10] LI H T, XU X J, DING X Y. Finite-time stability analysis of stochastic switched Boolean networks with impulsive effect. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 347: 557 – 565.
- [11] YU Y Y, MENG M, FENG J E, et al. Stabilizability analysis and switching signals design of switched Boolean networks. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2018, 33: 31 – 44.
- [12] LI F F, LU X W. Stability of a switched Boolean network via designing switching laws. *Qualitative Theory of Dynamical Systems*, 2016, 15(2): 491 – 502.
- [13] LI H T, WANG Y Z, LIU Z B. Stability analysis for switched Boolean networks under arbitrary switching signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(8): 1978 – 1982.
- [14] YANG M, CHU T G. State feedback stabilization for Boolean control networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(8): 1853 – 1857.
- [15] YU Y Y, WANG B, FENG E. Input observability of Boolean control networks. *Neurocomputing*, 2019, 333: 22 – 28.
- [16] FORNASINI E, VALCHER M E. Observability and reconstructibility of probabilistic Boolean networks. *IEEE Control Systems Letters*, 2020, 4(2): 319 – 324.
- [17] FORNASINI E, VALCHER M E. Observability, reconstructibility and state observers of Boolean control networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(7): 1390 – 1401.
- [18] ZHANG Z H, LEIFELA T, ZHANG P. Reconstructibility analysis and observer design for Boolean control networks. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(1): 516 – 528.
- [19] GAO Z, WANG B, FENG J E, et al. A note on observability of switched Boolean control networks. *Proceedings of the 38th Chinese Control Conference*. Guangzhou, China: IEEE, 2019: 336 – 341.
- [20] LI T T, FENG J E, WANG B. Reconstructibility of singular Boolean control networks via automata approach. *Neurocomputing*, 2020, 416: 19 – 27.
- [21] YANG J Q, QIAN W, LI Z Q. Redefined reconstructibility and state estimation for Boolean networks. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(4): 1882 – 1890.
- [22] ZHANG K Z, JOHANSSON K H. Efficient verification of observability and reconstructibility for large Boolean control networks with special structures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(12): 5144 – 5158.
- [23] YANG J Q, GAO Z H, LI Z Z, et al. An improved multiple-state observer of Boolean control networks. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(7): 2651 – 2661.
- [24] WANG Biao, FENG June. Recent development on observability and detectability of Boolean control networks. *Control and Decision*, 2020, 35(10): 2049 – 2058.
(王彪, 冯俊娥. 关于布尔控制网络的能观性和能检性的研究现状. *控制与决策*, 2020, 35(10): 2049 – 2058.)
- [25] LI H T, WANG Y Z, LIU Z B. Simultaneous stabilization for a set of Boolean control networks. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(13): 1168 – 1174.
- [26] LI Y L, LI H T, ZHAO G D. Optimal state estimation for finite-field networks with stochastic disturbance. *Neurocomputing*, 2020, 414: 238 – 244.

作者简介:

杨俊起 教授, 目前研究方向为逻辑动态系统、切换系统、状态估计与故障诊断等, E-mail: yjq@hpu.edu.cn;

龙昊 硕士研究生, 目前研究方向为逻辑动态系统、布尔控制网络状态估计, E-mail: longhao_92@163.com;

钱伟 教授, 目前研究方向为时滞系统、随机系统、网络控制系统和多智能体系统等, E-mail: qwei@hpu.edu.cn;

卜旭辉 教授, 目前研究方向为数据驱动控制、迭代学习控制、交通控制、网络系统控制等, E-mail: buxuhui@gmail.com.