

多信道有限缓存下混合业务接入控制的排队性能研究

黎锁平^{1,2†}, 徐倩毓¹, JAAFAR Gaber³

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 理学院, 甘肃 兰州 730050;

3. Universite de Technologie Belfort-Montbéliard, Belfort 90010, France)

摘要: 基于无线通信网的运行机制和实时性、非实时性混合业务对无线通信网络的不同服务质量(QoS)要求, 设计了有限缓存下实时性业务优先接入控制策略, 并建立了无线通信网络在有限缓存下混合业务带有优先接入控制的多服务台离散时间排队模型 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$. 精确划分了系统的状态组成, 分析了系统性能和状态转移概率, 获得了系统的稳态分布、平均队长、损失率、以及信道的平均利用率. 最后, 对所建模型进行数值模拟, 得到各业务到达率、服务率、信道个数、缓冲器容量与各业务损失率的关系. 针对网络拥塞控制, 本文提出通过增加信道个数、提高优先级业务的服务率能有效地降低两类业务的损失率.

关键词: 混合业务; 网络拥塞控制; 有限缓存; 离散时间排队

引用格式: 黎锁平, 徐倩毓, JAAFAR Gaber. 多信道有限缓存下混合业务接入控制的排队性能研究. 控制理论与应用, 2022, 39(6): 1011 – 1019

DOI: 10.7641/CTA.2021.10222

Research on queue performance of multi-service admission control under multi-channel and finite buffer

LI Suo-ping^{1,2†}, XU Qian-yu¹, JAAFAR Gaber³

(1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;

2. School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;

3. Universite de Technologie Belfort-Montbéliard, Belfort 90010, France)

Abstract: Based on the operating mechanism of network, and the different QoS requirements of real-time and non-real-time service for wireless communication network, an admission control scheme with priority for real-time service under finite buffer was designed, and a multi-server discrete-time queuing model with priority under finite buffer $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$ was established for multi-service admission control. The state composition of the system was accurately divided, and system performance and state transition probability were analyzed, then the steady-state distribution, average queue length, loss rate and average channel utilization were obtained. Finally, numerical simulation was carried out to analyze the relationship between arrival rate, service rate, channel number, buffer capacity and loss rate. For network congestion control, this paper proposes that the loss rate of the two types of service can be effectively reduced by increasing the number of channels and improving the service rate of the traffic with priority.

Key words: multi-service; congestion control; finite buffer; discrete-time queue

Citation: LI Suoping, XU Qianyu, JAAFAR Gaber. Research on queue performance of multi-service admission control under multi-channel and finite buffer. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(6): 1011 – 1019

1 引言

通信网络的信道通常是有限的, 为了减少通信的受阻和数据的丢失概率, 网络会提供一定的缓冲位置. 随着通信网的飞速发展, 网络拥塞(congestion)现象越来越频繁. 随着网络中传输数据分组的增加, 有限的

节点储存容量易使网络传输性能下降, 从而出现数据丢失、时延增加、吞吐量下降等现象, 严重时还会导致“拥塞崩溃”(congestion collapse).

网络中每个输出端口有一定的存储空间, 若一个输出端口被几个输入数据流共同使用, 输入流的数据

收稿日期: 2021-03-16; 录用日期: 2021-08-24.

[†]通信作者. E-mail: lsuop@163.com; Tel.: +86 15002510228.

本文责任编辑: 刘允刚.

国家自然科学基金项目(61663024), 欧盟“Erasmus+计划”项目(573879-EPP-1-2016-1-FR-EPPKA2-CBHE-JP), 兰州理工大学红柳一流学科建设基金项目资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61663024), the Erasmus+ Programme of European Union (573879-EPP-1-2016-1-FR-EPPKA2-CBHE-JP) and the Hongliu Foundation of First-class Disciplines of Lanzhou University of Technology.

包就会在该存储空间内排队. 当端口转发数据的速率低于数据包的到达速率时, 会造成存储空间被占满的情形, 从而引起网络拥塞. 如遇地震等突发事件, 语音通信业务的骤增会导致网络崩溃, 引发严重后果. 为了方便处理, 一般的排队模型通常研究具有无限缓冲器的情况. 从某种程度上讲, 存储空间增加能够缓解输出端口的压力. 但存储空间无限制的增加会导致数据包完成转发时就早已超时, 而源端认为这些数据包在传输过程中被丢弃而要求重发. 这不仅降低网络效率, 还会加重网络拥塞. 另外在实际应用中, 存储容量也不可能无限制的增加. 多信道有限缓存的排队系统就是为了研究此种网络拥塞而提出的.

文献[1]中讨论了带有故障的多服务器同构的排队系统, 并进行了忙期分析. 文献[2]研究了带有止步和中途退出M/M/C/N排队系统, 并得到了系统的稳态概率和平均队长. 文献[3]研究了两种入口协议下离散时间有限缓存的Geom/Geom/c消失系统, 校正了模型的损失率等. 文献[4-5]研究了有限缓存下单服务台的排队系统. 其中文献[4]讨论了多重休假排队系统, 使用嵌入马尔可夫链和补充变量法, 得到系统的稳态分布等性能指标并进行了数值检验. 文献[5]讨论了服务台串联排队系统, 通过分解串联队列为单缓存子系统, 得到了系统的吞吐量. 文献[6-7]研究了带有休假的有限缓存排队模型. 其中文献[7]研究了带有启动时间和可修服务台的M/M/1/N工作休假排队系统.

随着宽带网技术的高速发展, 通信网不再局限于服务单一类型的业务. 但不同的业务对误码率、时延和抖动等有着不同要求. 通信网的业务按传输的实效性可分实时业务(如语音视频等)和非实时业务(如数据等). 当信道混合传输两类业务时, 为保证通信的及时性, 通常认为实时业务的优先权高于非实时业务, 并能够抢占非实时业务的信道.

文献[8]研究了节点优先权问题, 对不同优先级节点提出了基于DI-RED的排队方案以控制网络拥塞. 文献[9-10]研究了两类业务带有优先权的单服务台排队模型. 文献[11-12]研究了两类业务带有优先权的多服务台排队模型. 其中文献[11]利用连续时间排队得到系统的各项性能指标.

然而, 综合考虑有限缓存和优先权的研究还很少(如文献[11]). 通信网络中业务传输的最小单位是时隙, 但对应的离散时间排队模型由于其理论研究难度更大因此并不够丰富. 考虑到带有优先权业务且具有有限缓存的通信网络在生活中随处可见(如移动网络业务等), 为丰富其理论研究本文讨论了有限缓存下带有优先权的多服务台排队模型. 将业务按实时性和非实时性分为两类, 实时性业务具有抢占优先权. 并利用离散时间排队方法获得两类业务的稳态概率和性能指标, 同时提出了相应的网络拥塞控制策略.

2 系统建模

本文所讨论的是无线通信网络中移动台(mobile station, MS)通过基站(base station, BS)获得多业务服务的离散时间模型. 时间轴被分为时隙(slot)相同的间隔, 业务到达只能发生在时隙开始, 同时业务离去只能发生在时隙结束前, 即系统为早到系统.

2.1 有限缓存下优先接入控制机制

假设系统中有 s 条信道供两类业务共同使用: 第1类是时延不敏感业务(如数据业务); 第2类是时延敏感业务(如: 语音业务). 第 i 类业务的到达率为 λ_i , 服务率为 μ_i , ($i = 1, 2$). 系统的优先接入机制如图1所示, 其中第2类业务具有高优先权.

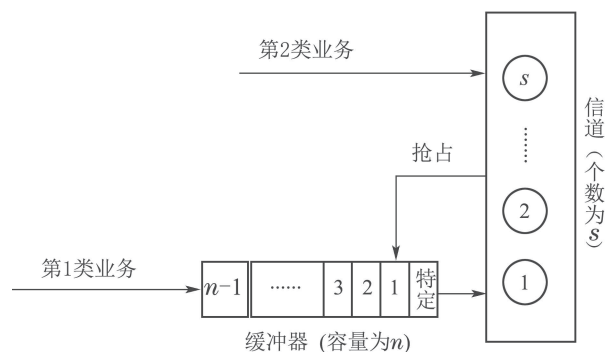


图1 有限缓存下优先接入控制机制

Fig. 1 Admission control scheme with priority under finite buffer

- 1) 如果第2类业务到达时所有信道被占用, 且一部分信道服务第1类业务, 则其中一个信道要立即结束对第1类业务的服务为新到达的第2类业务服务;
- 2) 如果第2类业务到达时所有的信道均为第2类业务所占用, 则第2类到达业务被阻塞;
- 3) 当缓冲器未满载时, 刚到达系统且发现所有信道均被占用的第1类业务或者由于优先权而被排挤下来的第1类业务进入缓冲器排队等待服务.

当缓冲器已满且一部分信道服务第1类业务, 新到达的第2类业务由于其优先权抢占信道, 从而导致被强行终止的第1类业务丢失. 为防止此类业务的丢失, 本文分出缓冲器(容量为 n)的一个存储空间称为特定缓冲器, 用于缓存此类业务并排在首位接收信道服务. 此时, 缓冲器的实际容量缩小为 $n - 1$. 这种系统被称为有限缓存下混合业务带有优先接入控制的多服务台离散时间排队系统, 记为 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2 / \text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$.

2.2 系统状态转移概率矩阵

令 $L_1(k)$ 表示 k 时刻信道与缓冲器中第1类业务数之和, 故 $L_1(k)$ 可取 $0, 1, 2, \dots, n - 1 + s$; $L_2(k)$ 表示 k 时刻信道与缓冲器中第2类业务数之和, 故 $L_2(k)$ 可取 $0, 1, 2, \dots, s$. 则 $\Omega = \{L_1(k), L_2(k)\}$ 是一个二维

Markov链, 且有状态空间 $\{(i, j); i = 0, 1, 2, \dots, n-1+s, j = 1, 2, \dots, s\}$. 符号 $\bar{i} = \{(i, 0), (i, 1), \dots, (i, j), \dots, (i, s)\}$ 表示 i 水平, j 称为系统的位相. 系统的状态空间被分块成水平集 $\{\bar{0}, \bar{1}, \dots, \overline{n-1+s}\}$, 每个水平都有 $s+1$ 个位相. 系统运行可分为5种状态:

状态I (空闲状态): s 条信道中全部或有一部分信道空闲, 新进入的两类业务都可进入信道;

状态II (优先状态): s 条信道都被占用且缓冲器未滿, 但系统中第2类业务数小于 s , 新进入的第2类业务抢占信道, 因优先权而被排挤下来的第1类业务进入缓冲器的队首排队等待服务, 新进入的第1类业务进入缓冲器等待服务;

状态III (阻塞状态1): s 条信道都为第2类业务服务且缓冲器未滿, 即 $j = s$. 新进入的第2类业务被阻塞, 而新进入的第1类业务进入缓冲器等待服务;

状态IV (阻塞状态2): s 条信道都被占用且缓冲器已滿, 但系统中第2类业务数小于 s , 新进入的第2类业务抢占信道, 因优先权而被排挤下来的第1类业务进入特定缓冲器, 排在队首位置等待服务;

状态V (阻塞状态3): s 条信道都为第2类业务服务且缓冲器已滿. 新进入的两类业务都被阻塞, 此时系统发生阻塞.

用 $s+1$ 阶主对角阵 $D_{i,j} = P\{L_1(k) = j | L_1(k-1) = i\} = \text{diag}\{d_0, d_1, \dots, d_s\}$ 表示第2类业务数为 $0, 1, 2, \dots, s$ 下第1类业务个数从 i 转移到 j 的概率, 则

$$\begin{aligned} d_0 &= \\ P\{\text{第1类业务数从 } i \text{ 转移到 } j | \text{第2类业务数为 } 0\}; \\ d_1 &= \end{aligned}$$

$P\{\text{第1类业务数从 } i \text{ 转移到 } j | \text{第2类业务数为 } 1\};$

$\vdots$

$d_s =$

$P\{\text{第1类业务数从 } i \text{ 转移到 } j | \text{第2类业务数为 } s\}.$

$D_{i,j}$ 的具体形式由以下4个定理给出:

定理1 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n+s, s$ 系统中,

$$D_{0,0} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_1\},$$

$$D_{0,1} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_1\}.$$

证 当信道中分别有 $0, 1, 2, \dots, s$ 个第2类业务时, 第1类业务数从 0 个转移到 0 个, 则

$$d_0 = d_1 = \dots = d_s = P\{\text{第1类业务无到达}\} = \bar{\lambda}_1.$$

$$\text{即 } D_{0,0} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_1\};$$

当信道中分别有 $0, 1, 2, \dots, s-1$ 个第2类业务时, 第1类业务数从 0 转移到 1 , 此时

$$d_0 = d_1 = \dots = d_{s-1} =$$

$$P\{\text{第1类业务进入信道}\} = \lambda_1,$$

$$d_s =$$

$$\begin{aligned} P\{\text{第1类业务数从 } 0 \text{ 转移到 } 1 | \text{第2类业务数为 } s\} = \\ P\{\text{第2类业务占满信道, 第1类业务直接进入缓冲器等待服务}\} = \lambda_1. \end{aligned}$$

$$\text{即 } D_{0,1} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_1\}. \quad \text{证毕.}$$

定理2 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n+s, s$ 系统中, 当 $1 \leq i < s, 1 < j < i$ 时, 有

$$\begin{aligned} D_{i,0} &= \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 \mu_1^i, \dots, \bar{\lambda}_1 \mu_1^i}^{s-i+1}, \overbrace{0, \dots, 0}^i\}, \\ D_{i,j} &= \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_i^j \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_i^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}, \dots, \bar{\lambda}_1 C_i^j \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_i^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{s-i+1}, \\ &\quad \overbrace{\bar{\lambda}_1 C_{i-1}^{j-1} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{i-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2}, \dots, \bar{\lambda}_1 C_{i-j}^{j-j} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-j}}^j, \overbrace{0, \dots, 0}^{i-j}\}, \\ D_{i,i+1} &= \text{diag}\{\overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^i, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^i}^{s-i+1}, \overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-1}, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-i}}^i\}, \end{aligned}$$

其中当 $k > n$ 时, $C_n^k = 0$.

证 1) 若第1类业务数从 i 转移到 0 , 则第2类业务可能有 $0, 1, 2, \dots, s-i$ 个, 因此, $d_0 = d_1 = \dots = d_{s-i} = \bar{\lambda}_1 \mu_1^i$. 即

$$D_{i,0} = \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 \mu_1^i, \dots, \bar{\lambda}_1 \mu_1^i}^{s-i+1}, \overbrace{0, \dots, 0}^i\}.$$

2) 若第1类业务数从 i 个转移到 j 个, 当信道中分

别有 $0, 1, 2, \dots, s-i$ 个第2类业务时, i 个第1类业务都在信道中, 则

$$d_0 = \dots = d_{s-i} =$$

$$\bar{\lambda}_1 C_i^j \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_i^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1},$$

$$d_{s-i+1} = \bar{\lambda}_1 C_{i-1}^{j-1} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-1} +$$

$$\lambda_1 C_{i-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2},$$

$$d_{s-i+2} = \bar{\lambda}_1 C_{i-2}^{j-2} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-2} + \lambda_1 C_{i-2}^{(j-1)-2} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-3}, \quad d_{s-i+j} = \lambda_1 C_{i-j}^{j-j} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-j}.$$

即

$$D_{i,j} = \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_i^j \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_i^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{s-i+1}, \dots, \overbrace{\bar{\lambda}_1 C_i^j \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_i^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{s-i+1}, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{i-1}^{j-1} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{i-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2}}^j, \dots, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{i-j}^{j-j} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-j}}^{i-j}, \underbrace{0, \dots, 0}_{i-j}\}.$$

3) 若第1类业务数从*i*个转移到*i* + 1个, 当第2类业务数为0, 1, 2, ..., *s* - *i*个时, *i*个第1类业务都在信道中, 因此,

$$d_0 = d_1 = \dots = d_{s-i} = \lambda_1 \bar{\mu}_1^i;$$

$$d_{s-i+1} = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-1};$$

$$d_{s-i+2} = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-2}, \dots, d_s = \lambda_1 \bar{\mu}_1^0.$$

即,

$$D_{i,i+1} = \text{diag}\{\overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^i, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^i}^{s-i+1}, \overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-1}, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i-i}}^i\}.$$

定理3 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$ 系统中, 当 $s \leq i < n, 1 \leq j < s$ 时, 有

$$D_{i,i-s} = D_{s,0}; D_{i,i-s+j} = D_{s,j}; D_{i,i+1} = D_{s,s+1}.$$

证 1) 若第1类业务数从*i*转移到*i* - *s*, 则*i* - *s*

$$D_{i,j} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{i-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}, \dots, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-1}^{j-1} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{s-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2}}^j, \dots, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-j}^{j-j} \mu_1^{i-j} \bar{\mu}_1^{j-j}}^{s-j}, \underbrace{0, \dots, 0}_{s-j}\} = D_{s,j}.$$

3) 若第1类业务数从*i*转移到*i* + 1, 则 $d_0 = \lambda_1 \bar{\mu}_1^s$;

$$d_1 = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-1}; \dots, d_s = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-s} = \lambda_1, \text{ 因此,}$$

$$D_{i,i+1} = \text{diag}\{\lambda_1 \bar{\mu}_1^s, \overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-1}, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-s}}^s\} =$$

$$D_{n-1+i, n-1+i-s} = \text{diag}\{\lambda_1 \bar{\mu}_1^s, \overbrace{0, \dots, 0}^s\};$$

$$D_{n-1+i, n-1+i-s+j} =$$

$$\begin{cases} \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{j+1}, \dots, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-j}^{j-j} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-j}}^{s-j}, \underbrace{0, \dots, 0}_{s-j}\}, i' + j \leq s, \\ \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{s-i'+1}, \dots, \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-(s-i')}^{j-(s-i)} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-(s-i)}}_{i'} + \underbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-(s-i')}^{j-1-(s-i)} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1-(s-i)}}_{i'}, \underbrace{0, \dots, 0}_{i'}\}, i' + j > s, \end{cases}$$

$$D_{n-1+i, n-1+i-s} = \text{diag}\{\overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^s, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-1}, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i'}}^{s-i'+1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{i'}\}, (i' \neq s).$$

个第1类业务在缓冲器, 第2类业务只能有0个, 即 $d_1 = d_2 = \dots = d_{s-1} = 0$.

$$d_0 = P\{s \text{ 个第1类业务全部离开且无到达}\} = \bar{\lambda}_1 \mu_1^s;$$

即

$$D_{i,i-s} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1 \mu_1^s, \overbrace{0, \dots, 0}^i\} = D_{s,0}.$$

2) 若第1类业务数从*i*个转移到*i* - *s* + *j*, 则信道中至少有第1类业务 *s* - *j* 个, 因此第2类业务可能有 0, 1, 2, ..., *j* 个, 即 $d_{j+1} = d_{j+2} = \dots = d_s = 0$.

$$d_0 = \bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1},$$

$$d_1 = C_{s-1}^{j-1} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{s-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2},$$

...

$$d_j = \lambda_1 C_{s-j}^{j-j} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-j}.$$

因此,

$$D_{s,s+1}.$$

定理4 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$ 系统中, 当 $s \leq i \leq n + s - 1, 1 \leq j < s$, 记 $i' = i - n + 1$, 则 $i' = 1, \dots, s$, 有

证 1) 若第1类业务数从 $n-1+i'$ 转移到 $n-1+i'-s$, 则信道中第2类业务只能有0个, 即 $d_1 = d_2 = \dots = d_s = 0$.

$$d_0 = P\{s \text{ 个第1类业务都离开系统且无到达}\} = \bar{\lambda}_1 \mu_1^s;$$

即 $D_{n-1+i, n-1+i-s} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1 \mu_1^s, \overbrace{0, \dots, 0}^s\}$;

2) 若第1类业务数从 $n-1+i'$ 个转移到 $n-1+i'-s+j$ 个时: 当 $i'+j \leq s$ 时, 第2类业务可能有 $0, 1, 2, \dots, j$ 个, 即 $d_{s-j+1} = d_{s-j+2} = \dots = d_s = 0$,

$$d_0 = \bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1};$$

$$d_1 = \bar{\lambda}_1 C_{s-1}^{j-1} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{s-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2};$$

$$D_{n-1+i, n-1+i-s+j} =$$

$$\begin{cases} \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{j+1}, \dots, \overbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-j}^{j-j} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-j}}^{s-j}, \overbrace{0, \dots, 0}^s\}, & i' + j \leq s; \\ \text{diag}\{\overbrace{\bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1}}^{s-i'+1}, \dots, \overbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-(s-i')}^{j-(s-i)} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-(s-i)}}^{i'} + \overbrace{\bar{\lambda}_1 C_{s-(s-i')}^{j-1-(s-i)} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1-(s-i)}}^{i'}\}, & i' + j > s. \end{cases}$$

3) 若第1类业务数从 $n-1+i'$ 个转移到 $n-1+i'+1$ 个 ($i' \neq s$), 则信道中至少有第1类业务 i' 个, 第2类业务可能有 $0, 1, 2, \dots, s-i'$ 个. 即 $d_{s-i'+1} = d_{s-i'+2} = \dots = d_s = 0$;

$$d_0 = \lambda_1 \bar{\mu}_1^s; d_1 = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-1}; \dots, d_{s-i'} = \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i'};$$

因此,

$$D_{n-1+i, n-1+i+1} =$$

$$P = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & & & & \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ P_{s0} & P_{s1} & P_{s2} & \cdots & P_{s,s+1} & \\ & P_{s+1,1} & P_{s+1,2} & \cdots & P_{s+1,s+1} & P_{s+1,s+2} \\ & & \ddots & \ddots & \cdots & \ddots & \ddots \\ & & & P_{n+s-2,n-2} & P_{n+s-2,n-1} & \cdots & P_{n+s-2,n+s-2} & P_{n+s-2,n+s-1} \\ & & & & P_{n+s-1,n-1} & \cdots & P_{n+s-1,n+s-2} & P_{n+s-1,n+s-1} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

$P = (P_{i,j})_{(n+s) \times (n+s)}$ 中元素 $P_{i,j} = D_{i,j} \times Q$ 为 $s+1$ 阶方阵. 其中 $Q = q_{ij}$, 且 $q_{00} = \bar{\lambda}_2$; $q_{01} = \lambda_2$; $q_{ij} = \bar{\lambda}_2 C_i^j \bar{\mu}_2^j \mu_2^{i-j} + \lambda_2 C_i^{j-1} \bar{\mu}_2^{j-1} \mu_2^{i-j+1}$ ($0 \leq j < i \leq s$); $q_{ij} = \lambda_2 \bar{\mu}_2^i$, ($1 \leq i \leq s-1, j = i+1$); 其他 $q_{ij} = 0$.

证 第2类业务具有抢占优先权, 其排队模型是经典的Erlang消失系统, 若令 $q_{ij} = P\{L_2(k)=j | L_2(k)$

:

$$d_j = \lambda_1 C_{s-j}^{j-j} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-j}.$$

当 $i'+j > s$ 时, 那么信道中至少有第1类业务 i' 个, 第2类业务可能有 $0, 1, 2, \dots, j$ 个. 即 $d_{s-i'+1} = d_{s-i'+2} = \dots = d_s = 0$;

$$d_0 = \bar{\lambda}_1 C_s^j \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^j + \lambda_1 C_s^{j-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1};$$

$$d_1 = \bar{\lambda}_1 C_{s-1}^{j-1} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-1} + \lambda_1 C_{s-1}^{(j-1)-1} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-2};$$

...

$$d_{s-i'} = \bar{\lambda}_1 C_{s-(s-i')}^{j-(s-i)} \mu_1^{s-j} \bar{\mu}_1^{j-(s-i)} + \lambda_1 C_{s-(s-i')}^{j-1-(s-i)} \mu_1^{s-j+1} \bar{\mu}_1^{j-1-(s-i)}.$$

因此,

$$\text{diag}\{\overbrace{\lambda_1 \bar{\mu}_1^s, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{s-1}, \dots, \lambda_1 \bar{\mu}_1^{i'}}^{s-i'+1}, \overbrace{0, \dots, 0}^{i'}\}, (i' \neq s).$$

由第2类业务的优先权, 以及上述4个定理的结论, 即可获得系统的状态转移概率矩阵 P , 即

定理5 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n+s, s$ 系统中, 状态转移概率矩阵 P 为

$-1) = i\} = P\{\text{第2类业务从 } i \text{ 个转移到 } j \text{ 个}\}$, 由文献[13]得

$$q_{00} = \bar{\lambda}_2, q_{01} = \lambda_2,$$

当 $0 \leq j < i \leq s$ 时, $q_{ij} = \bar{\lambda}_2 C_i^j \bar{\mu}_2^j \mu_2^{i-j} + \lambda_2 C_i^{j-1} \bar{\mu}_2^{j-1} \mu_2^{i-j+1}$; 当 $1 \leq i \leq s-1, j = i+1$ 时, $q_{ij} = \lambda_2 \bar{\mu}_2^i$; 其他 $q_{ij} = 0$.

已知 $s+1$ 阶主对角阵 $D_{i,j} = P\{L_1(k) = j | L_1(k-1) = i\} = \text{diag}\{d_0, d_1, \dots, d_s\}$ 表示第2类业务数为 $0, 1, 2, \dots, s$ 下第1类业务个数从 i 转移到 j 的转移概率, 根据 i 的不同取值, 得到了 $D_{i,j}$ 的通项表达式(见定理1-4). 令

$$P_{i,j} = D_{i,j} \times Q = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & & \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ P_{s-1,0} & \cdots & P_{s-1,s-1} & P_{s-1,s} \\ P_{s0} & \cdots & P_{s,s-1} & P_{s,s} \end{pmatrix}.$$

表示第1类业务数从 i 个转移到 j 个, 同时第2类业务数从 $0, 1, 2, \dots, s$ 到 $0, 1, 2, \dots, s$ 共 $(s+1) \times (s+1)$ 种转移情况的联合概率矩阵, 其中

$$p_{00} = d_0 \times q_{00}; p_{10} = d_1 \times q_{10}; \cdots; p_{ss} = d_s \times q_{ss}.$$

同理可得矩阵 $P = (P_{i,j})_{(n+s) \times (n+s)}$ 表示共 $(n+s) \times (n+s) \times (s+1) \times (s+1)$ 种转移情况的联合概率. 证毕.

2.3 系统稳态概率分布

引理 1 有限状态不可约非周期Markov链正常

$$\begin{cases} \pi_0^\perp P_{00} + \pi_1^\perp P_{10} + \pi_2^\perp P_{20} + \cdots + \pi_s^\perp P_{s0} = \pi_0^\perp; \\ \pi_0^\perp P_{01} + \pi_1^\perp P_{11} + \pi_2^\perp P_{21} + \cdots + \pi_s^\perp P_{s1} + \pi_{s+1}^\perp P_{s+1,1} = \pi_1^\perp; \\ \pi_1^\perp P_{12} + \pi_2^\perp P_{22} + \cdots + \pi_s^\perp P_{s2} + \pi_{s+1}^\perp P_{s+1,2} + \pi_{s+1}^\perp P_{s+2,2} = \pi_2^\perp; \\ \cdots \\ \pi_{n+s-3}^\perp P_{n+s-3,n+s-2} + \pi_{n+s-2}^\perp P_{n+s-2,n+s-2} + \pi_{n+s-1}^\perp P_{n+s-1,n+s-2} = \pi_{n+s-2}^\perp; \\ \pi_{n+s-2}^\perp P_{n+s-2,n+s-1} + \pi_{n+s-1}^\perp P_{n+s-1,n+s-1} = \pi_{n+s-1}^\perp. \\ \sum_{i=0}^{n+s-1} \sum_{j=0}^s \pi_{ij} = 1, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $P_{i,j}$ 为 $s+1$ 阶方阵. 求解方程可确定稳态分布 π .

3 系统性能指标分析

1) 平衡条件下系统中第1类业务数的平稳概率分布为

$$P\{L_1 = i\} = \pi_i^t \cdot e = \sum_{j=0}^s \pi_{ij},$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, n+s-1;$$

其中 e 为 $s+1$ 阶全1列向量. 则系统中第1类业务的平均队长

$$\bar{L}_1 = E(L_1) = \sum_{i=1}^{n+s-1} iP\{L_1 = i\} = \sum_{i=1}^{n+s-1} (i \sum_{j=1}^s \pi_{ij}). \quad (3)$$

返的充分必要条件是存在自然数 n , 使 n 阶转移概率阵无零元素^[14].

定理 6 当 $0 < \lambda_1, \lambda_2 < 1, 0 < \mu_1, \mu_2 < 1$ 时, $\Omega = \{L_1(k), L_2(k)\}$ 是一个正则Markov链.

证 Ω 中所有状态是互通的, 故Markov链是有限、不可约的. 由 $P = (P_{i,j})_{(n+s) \times (n+s)}$ 知Markov链是非周期的, 由引理1易验证这是一个正常返的Markov链, 故为正则Markov链. 证毕.

一个正则Markov过程存在唯一的平稳过程, 以 L_1, L_2 表示系统中两类业务队长 $\{L_1(k), L_2(k), k \geq 0\}$ 的稳态极限, 稳态分布记为

$$\pi = (\pi_0^\perp, \pi_1^\perp, \pi_2^\perp, \dots, \pi_{n+s-1}^\perp),$$

其中: $\pi_i = (\pi_{i0}, \pi_{i1}, \pi_{i2}, \dots, \pi_{is})^\perp$ 表示第1类业务个数为 i 的稳态概率,

$$\pi_{ij} = \lim_{k \rightarrow \infty} P\{L_1(k) = i, L_2(k) = j\}$$

表示第1类业务个数为 i 且第2类业务个数为 j 的稳态概率, 从而稳态分布满足平衡方程: $\pi P = \pi, \pi e = 1, P = (P_{i,j})_{(n+s) \times (n+s)}$.

即

因此, $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2 / \text{Geom}_1, \text{Geom}_2 / s, s \text{ (PP)}/$

$n+s, s$ 系统中, 第1类业务的损失率为

$$P_{\text{loss}}^{(1)} = \sum_{j=0}^s (\pi_{n+s-1-j,j} \bar{\mu}_1^{s-j} \bar{\mu}_2^j). \quad (4)$$

2) 平衡条件下系统中第2类业务数的平稳概率分布为

$$P\{L_2 = j\} = \sum_{i=0}^{n+s-1} \pi_{ij}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, s;$$

则系统中第2类业务的平均队长是

$$\bar{L}_2 = E(L_2) = \sum_{j=0}^s jP\{L_2 = j\} = \sum_{j=0}^s (j \sum_{i=0}^{n+s-1} \pi_{ij}). \quad (5)$$

因此, $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2 / \text{Geom}_1, \text{Geom}_2 / s, s \text{ (PP)}/$

$n + s, s$ 系统中, 第2类业务的损失率为

$$P_{\text{loss}}^{(2)} = \bar{\mu}_2^s \sum_{i=0}^{n+s-1} \pi_{i,s}. \quad (6)$$

由式(3)(5)可得系统的平均队长为: $\bar{L} = \bar{L}_1 + \bar{L}_2$,
信道平均利用率为: $E = \frac{\min\{\bar{L}, s\}}{s}$.

4 数值结果与仿真分析

以无线通信系统中基站(BS)的上行信道为例. 假设系统中有语音和数据两类业务, 语音业务具有抢占优先权; 信道个数为2, 3, 4, 5, 6; 数据业务到达率 λ_1 为0.5~1.0; 语音业务到达率 λ_2 为0.5~1.0; 数据业务服务率 μ_1 为0.5~1.0; 语音业务服务率 μ_2 为0.2~0.6; 通过以上参数的设定, 结合式(1)(2)(4)(6)可得到两类业务的损失率.

图2为数据业务的到达率 λ_1 与数据业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务的损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系. 从左边 y 轴可以看出, 数据业务的损失随着数据业务到达率的增加而上升, 随语音业务服务率的增加而降低. 同时由曲线的变化趋势可得, 语音业务服务率越高, 数据业务的损失率随数据业务到达率的变化越快. 由4条曲线的间距可得, 当语音业务服务率等间距增大时, 数据业务的损失率并不是等间距减小的, 其减小的间距越来越小. 从右边 y 轴可以看出, 语音业务的损失率的每条曲线接近于常值曲线, 可得语音业务的损失率几乎不受数据业务到达率的影响. 但会随着语音业务服务率的增加而降低. 由曲线间距可得, 当语音业务服务率等间距增大时, 语音业务的损失率也是等间距减小的. 即语言业务的损失率与语音业务的服务率呈线性关系.

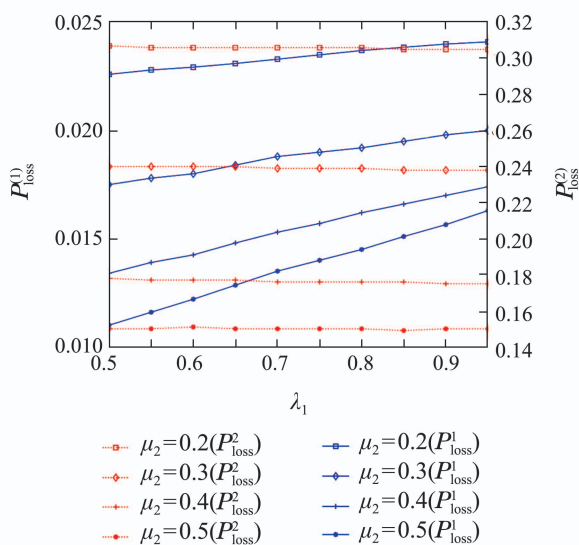


图2 数据用户到达率(λ_1)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 2 Relationship between arrival rate of data user (λ_1) and packet loss rate of data/voice user

图3为语音业务的到达率 λ_2 与数据业务损失率

$P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务的损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系. 从左边 y 轴可以看出, 数据业务的损失率分别随语音业务到达率和语音业务服务率的增加而降低. 当语音业务服务率等间距增加时, 数据业务的损失率起初随语音业务到达率增大的趋势不大, 但当语音业务到达率超过0.6后, 这一趋势越来越大. 从图上可以看出, 语音业务服务率为0.5时, 数据业务的损失率几乎随语音业务到达率的增加而线性递减. 所以提高语音业务服务率可以有效降低数据业务损失率. 从右边 y 轴可以看出, 语音业务的损失率随语音业务到达率的增加而上升, 随语音业务服务率的增加而降低. 当语音业务服务率等间距增大时, 语音业务损失率减小的间距越来越小.

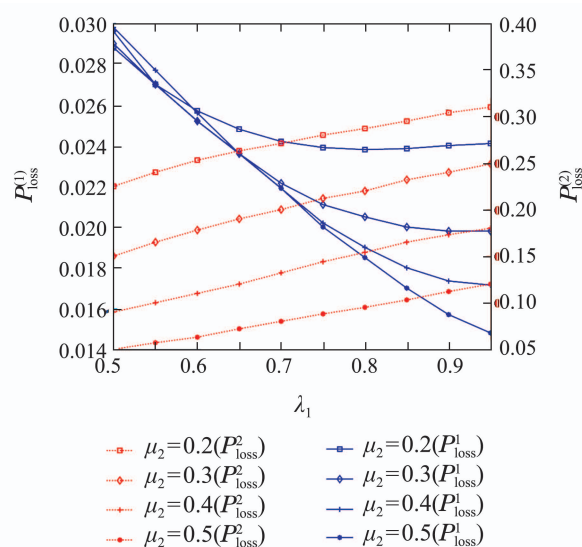


图3 语音用户到达率(λ_2)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 3 Relationship between arrival rate of voice user (λ_2) and packet loss rate of data/voice user

图4为数据业务的服务率 μ_1 与数据业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务的损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系. 从左边 y 轴可以看出, 数据业务的损失率分别随数据业务服务率和语音业务服务率的增加而降低. 当数据业务的服务率 μ_1 为定值时, 语音业务服务率等间距增大. 数据业务的损失率并不是等间距减小的, 其减小的间距越来越小. 从右边 y 轴可以看出, 语音业务的损失率几乎不受数据业务服务率的影响. 但会随着语音业务服务率的增加而降低. 当语音业务服务率等间距增大时, 数据业务的损失率也是等间距减小的.

图5为语音业务的服务率 μ_2 与数据业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务的损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系. 观察左边 y 轴可得数据业务的损失随着语音业务服务率的增加而降低. 4条曲线对应着不同的信道个数, 可得数据业务的损失随着信道个数的增加而降低. 从右边 y 轴可以看出, 语音业务的损失率分别随着语音业务服务率和信道个数的增加而降低. 当信道个数等间距增大时, 语音业务的损失率并不是等间距减小的, 其减小的间

距越来越小,即无限制的增加信道个数,对降低语音业务损失率的显著性会越来越弱。

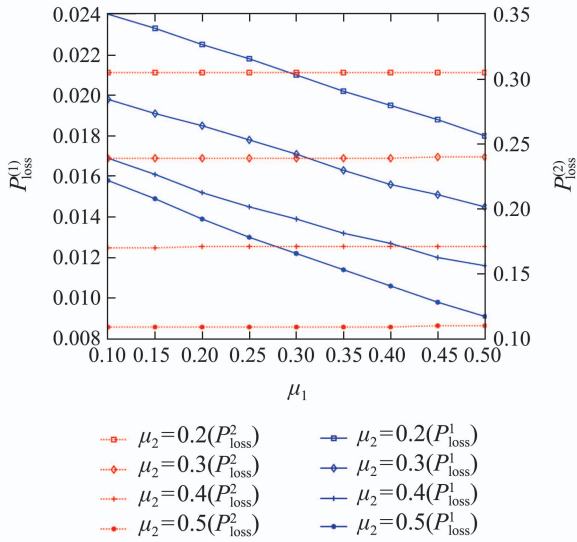


图4 数据用户服务率(μ_1)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 4 Relationship between service rate of data user (μ_1) and packet loss rate of data/voice user

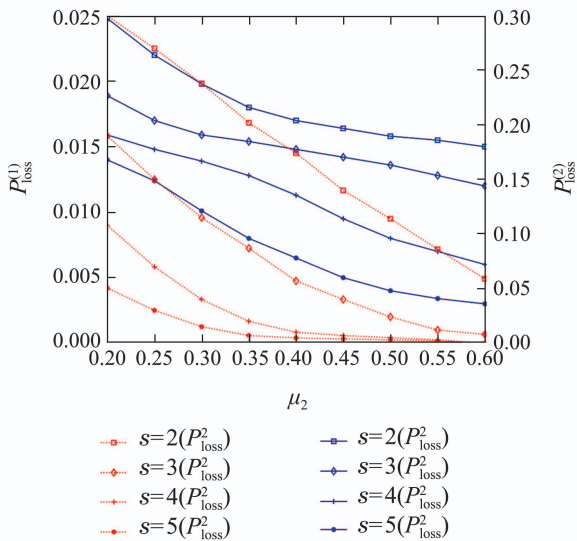


图5 语音用户服务率(μ_2)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 5 Relationship between service rate of voice user (μ_2) and packet loss rate of data/voice user

图6为缓冲器容量 n 与数据业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系.从左边 y 轴可以看出,数据业务的损失率分别随着缓冲器容量和信道个数的增加而降低.当缓冲器容量 n 为定值时,无限制的增加信道容量,对降低数据业务损失率的显著性会越来越弱.从右边 y 轴可以看出,语音业务的损失几乎不受缓冲器容量的影响.但语音业务的损失会随着信道个数的增加而降低.当信道个数等间距增大时,易得无限制的增加信道个数,对降低语音业务损失率的显著性会越来越弱。

图7为信道个数 s 与数据业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(1)}$ 和语音业务损失率 $P_{\text{loss}}^{(2)}$ 之间的关系.从图中可以看出数据业务的损失率分别随着信道个数和语音业务服务率的增加而降低,语音业务的损失率分别随着信道个数和语音业务服务率的增加而降低。

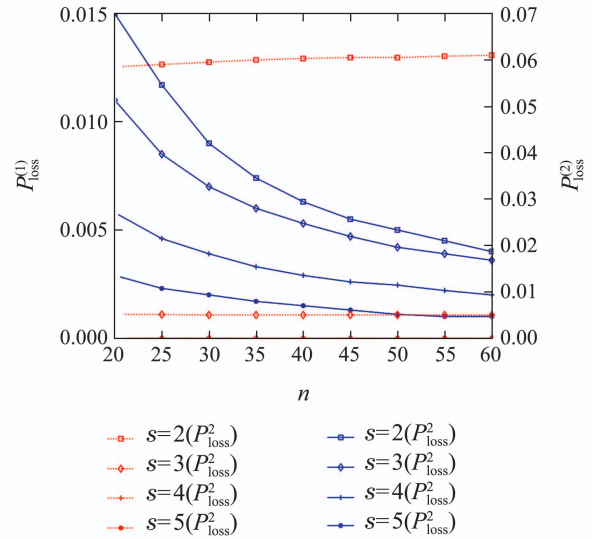


图6 缓冲器容量(n)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 6 Relationship between buffer capacity (n) and packet loss rate of data/voice user

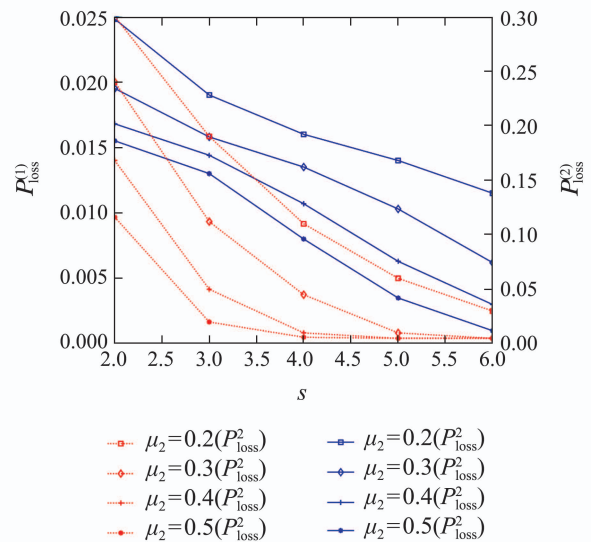


图7 信道个数(s)与数据/语音用户损失率的关系
Fig. 7 Relationship between channel number (s) and packet loss rate of data/voice user

从图示结果得到以下重要结论:

- 1) 增加信道个数可以有效地降低两类业务的损失率,这与控制网络拥塞时的经验方法一致,即本文给出了控制网络拥塞时的经验方法的理论依据;
- 2) 无限制的增加信道个数,对降低两类业务损失率的显著性会越来越弱.即信道个数增加的越多,经济成本越来越大,但是对控制网络拥塞的效果却越来越

越差. 故在实际控制网络拥塞时不建议无限制的增加信道个数.

3) 提高优先级业务的服务率可以有效地降低两类业务的损失率.

据此本文对控制网络拥塞提出改进措施, 因为无限制的增加信道个数却不能有效降低两类业务的损失, 故建议选择经济成本相对节约的信道个数, 努力提高优先级业务的处理效率. 比如地震发生后, 提醒语音用户通话时间不能超过1分钟只需交流重要信息, 通过限制语音用户的通信时间从而使其快速离开信道, 保证更多的语音用户进入信道, 从而达到控制网络拥塞的目的.

5 结论

本文对有限缓存下混合业务带有优先接入控制的多服务台离散时间排队系统 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$ 进行数学建模, 得到两类业务的稳态分布、平均队长、损失率, 以及信道的平均利用率等主要性能指标. 最后, 对所建模型进行数值模拟, 得到各业务到达率、服务率、信道个数、缓冲器容量与各业务损失率的关系. 针对网络拥塞控制, 本文提出可以通过增加信道个数、提高优先级业务的服务率有效地降低两类业务的损失率. 不仅给出了 $\text{Geom}_1 \pm \text{Geom}_2/\text{Geom}_1, \text{Geom}_2/s, s(\text{PP})/n + s, s$, 离散时间系统下网络拥塞的理论支撑, 丰富和完善经典排队论的理论体系, 而且对网络拥塞控制提出建议, 对优化和设计网络拥塞控制具有良好的指导意义.

参考文献:

- [1] EFROSININ D, SAMOUYLOV K, GUDKOVA I. Busy period analysis of a queueing system with breakdowns and its application to wireless network under licensed shared access regime. *International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking*. Berlin, Germany: Springer, 2016: 426 – 439.
- [2] ABOU-EL-ATA M O, HARIRI A M A. The M/M/c/N queue with balking and reneging. *Computers & Operations Research*, 2012, 19(8): 713 – 716.
- [3] LI S P, DOU Z F, LIN Y, et al. Reconstruction and comparison of discrete-time Erlang loss systems. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 10: 2076 – 2081.
- [4] LAXMI P V, JYOTHSNA K. Analysis of finite buffer renewal input queue with balking and multiple working vacations. *Opsearch*, 2013, 50(4): 548 – 565.
- [5] BIERBOOMS R, ADANI J B F, VUUREN M. Approximate analysis of single-server tandem queues with finite buffers. *Annals of Operations Research*, 2013, 209(1): 67 – 84.
- [6] KEMPA W M, MARJASZ R. Distribution of the time to buffer overflow in the M/G/1/N-type queueing model with batch arrivals and multiple vacation policy. *Journal of the Operational Research Society*, 2020, 71(3): 447 – 455.
- [7] LI S P, YANG X J, PENG D. Analysis of M/M/1/N working vacation queueing system with setup times and repairable service station. *Control and Decision*, 2020, 35(2): 319 – 328.
- [8] LI S P, XU Q Y, JAAFAR G, et al. Research on congestion control mechanism based on dual threshold DI-RED in WSN. *Wireless Personal Communications*, 2020, 115: 2171 – 2195.
- [9] DIMITRIOU I. A two class retrial system with coupled orbit queues. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2016, 31(2): 139 – 179.
- [10] DIMITRIOU I. A queueing model with two classes of retrial customers and paired services. *Annals of Operations Research*, 2016, 238(1/2): 123 – 143.
- [11] BOSE I, PAL R. Average waiting time of customers in a priority M/D/k queue with finite buffers. *Computers & Operations Research*, 2002, 29(4): 327 – 339.
- [12] LIU Mingxin, MA Zhanyou, TIAN Naishuo. Performance of admission control for multi-traffic in wireless communication network base on discrete time queue. *Journal on Communications*, 2006, 27(7): 100 – 105.
(刘洛辛, 马占友, 田乃硕. 多信道无线通信网混合业务接入控制的离散排队分析. 通信学报, 2006, 27(7): 100 – 105.)
- [13] HOU Zhenzhen, YUE Dequan, CHEN Xiaohong, et al. A priority queueing system with balking and reneging. *Journal of Quantitative Economics*, 2012, 29(3): 36 – 41.
(侯珍珍, 岳德权, 陈晓红, 等. 带有止步和中途退出的优先权排队系统. 经济数学, 2012, 29(3): 36 – 41.)
- [14] TIAN Naishuo, XU Xiuli, MA Zhanyou. *Discrete-time Queueing Theory*. Beijing: Science Press, 2008: 15 – 16.
(田乃硕, 徐秀丽, 马占友. 离散时间排队论. 北京: 科学出版社, 2008: 15 – 16.)

作者简介:

黎锁平 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据通信协议性能优化与设计、随机过程与控制, E-mail: lsuop@163.com;

徐倩毓 博士研究生, 研究方向为数据通信协议性能优化与设计、协同通信, E-mail: xu.qyz@163.com;

JAAFAR Geber 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为物联网、并行过程与分布式系统, E-mail: gaber@utbm.fr.