一类非线性系统的神经网络自适应区间观测器设计

易泽仁[1,2], 谢 巍[1†], 刘龙文[1], 胥布工[1]

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640; 2. 广西大学 电气工程学院, 广西 南宁 530004)

摘要: 本文研究了一类单输入单输出非线性系统的神经网络自适应区间观测器设计问题. 针对由状态和输入所描述的未知非线性函数的界不可测, 现有的区间观测器方法并未有效地处理系统含有参数不确定性的未知非线性函数. 首先, 本文构造两个径向基函数神经网络来逼近未知非线性部分, 进而分别估计系统状态的上下界; 然后, 选择合适的Lyapunov函数, 采用网络权值校正和网络误差选择机制确保所设计的误差动态系统有界和非负性, 并证明了神经网络自适应区间观测器的稳定性; 最后, 通过仿真实例验证了所提出的神经网络自适应区间观测器的有效性.

关键词: 区间观测器; 径向基函数神经网络; 非线性系统; 梅茨勒矩阵

引用格式: 易泽仁, 谢巍, 刘龙文, 等. 一类非线性系统的神经网络自适应区间观测器设计. 控制理论与应用, 2023, 40(10): 1730 – 1736

DOI: 10.7641/CTA.2022.10471

A neural network adaptive interval observer design for a class of nonlinear systems

YI Ze-ren[1,2], XIE Wei[1†], LIU Long-wen[1], XU Bu-gong[1]

(1. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;
2. School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning Guangxi 530004, China)

Abstract: The problem in designing a neural network adaptive interval observer for a class of single-input single-output nonlinear systems is considered in this paper. The bounds of unknown nonlinear functions described by the state and the input are unmeasurable, so that the existing interval observers are not effective in dealing with unknown nonlinear functions with parameter uncertainty in their systems. In this work, two radial basis function (RBF) neural networks are constructed to approximate the unknown nonlinear part, and then the upper and lower bounds of the system state are estimated, respectively. After chosen a suitable Lyapunov function, network weight correction and network error selection mechanisms are given, which are used to make sure the designed error dynamic system is bounded and non-negative. Furthermore, the stability of the neural network adaptive interval observer is proved. Finally, a numerical simulation example is applied to verify the effectiveness of the proposed neural network adaptive interval observer.

Key words: interval observer; radial basis function neural network; nonlinear systems; Metzler matrix

Citation: YI Zeren, XIE Wei, LIU Longwen, et al. A neural network adaptive interval observer design for a class of nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(10): 1730 – 1736

1 引言

在过去的数十年中, 学者们已经提出了几种非线性观测器设计方法, 例如扩展的卡尔曼滤波器、自适应观测器和区间观测器等[1–3]. 但是, 它们中的大多数取决于对系统非线性的先验知识的完全理解, 如果系统中含有未知非线性部分, 则一些基于模型的观测器设计方法很难或不能应用于该类非线性系统[4]. 区间观测器与点估计观测器不同, 区间观测器会生成状态估计的上下界, 而点估计会渐近收敛到真实轨迹. 但有时误差动态系统只是有界而不能保证收敛到零, 因而区间观测器比传统点估计观测器更具包容性[5]. 近些年, 区间观测器方法得到了深入地研究并取得了一系列重要的成果[6–11], 在非线性系统中应用区间观测器也取得了一些进展[12–20]. 在文献[12]中, 当系统不

收稿日期: 2021−06−02; 录用日期: 2022−04−27.
†通信作者. E-mail: weixie@scut.edu.cn; Tel.: +86 13710696974.
本文责任编委: 刘允刚.
国家自然科学基金项目(61973125), 佛山市重点领域科技攻关项目(2020001006812)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973125) and the Key-Area Research and Development Program of Foshan City (2020001006812).

协同时, 采用矩阵相似变换方法, 将非Metzler矩阵变换为Metzler, 并结合精确的线性化方法将该结果进一步扩展到非线性系统, 同时考虑了稳定性和非负性, 但很难给出观测器增益的计算方法. 针对这个问题, 文献[13]中详细阐述了一种循环验证算法来解决这个问题. 另一种选择是使用迭代方法或网格方法来求解线性矩阵不等式(linear matrix inequation, LMI). 通过区间观测器来设计非线性系统的反馈稳定见文献[14–15]. 在文献[16]中, 使用LMI方法设计了基于类Luenberger区间观测器的非线性系统的反馈增益. 非线性不确定Takagi-Sugeno (T–S)系统的区间观测器设计见文献[17], 该观测器由极点配置和LMI给出. Lipschitz 非线性系统的区间观测器构造见文献 [18–19]. 在文献[20]中, 通过设计扰动区间观测器来估计带有扰动的非线性系统的区间界限. 然而, 上述关于非线性系统的区间观测器工作都是基于隐含假设条件, 一般将已知非线性模型线性化或满足Lipschitz条件来限制. 如果当系统的非线性部分是未知的, 尤其是状态无法测量的非线性系统时, 需要解决以下问题: 1) 如何仅根据未知的非线性函数设计合适的区间观测器? 2) 在状态无法测量下, 如何估计非线性动力学系统的边界? 这些引出了本文的工作.

另一方面, 已证明神经网络能以任意精度逼近任一连续函数. 学者们也一直在研究基于神经网络(neural network, NN)的非线性系统观测器设计, 利用NN强大的学习能力来设计各种神经网络观测器[21–27]. 例如, 通过使用超基函数(hyper basis function, HBF)神经网络来近似非线性状态, 可以降低传统非线性系统观测器设计方法的复杂性, 可解决复杂非线性建模问题[28]. 在非线性系统的NN观测器设计中, 文献[29–30] 中的方法在训练过程中提高了 NN 的学习速度. 因此, 可考虑将NN估计用于未知非线性系统的区间观测器设计.

含有未知部分的非线性系统, 尚未发现利用径向基函数神经网络 (radial basis function NN, RBFNN) 进行区间观测器设计. 因此, 研究神经网络自适应区间观测器设计对于丰富非线性系统区间观测器的设计方法具有积极意义. 本文针对含未知非线性项系统的区间观测器设计问题, 提出一种神经网络自适应区间观测器设计方法. 该设计方法有以下特点: 1) 用RBFNN逼近未知非线性函数, 分别设计神经网络自适应观测器并估计其上下界, 进而实现系统状态区间估计; 2) NN通过调节变权连接以任意精度逼近非线性函数的边界, 通过网络权值校正和网络误差项来设计区间宽度.

2 预备知识

对于向量$x\in\mathbb{R}^n$, 范数$\|x\|=\sqrt{x_1^2+\cdots+x_n^2}$. 给定矩阵$A\in\mathbb{R}^{m\times n}$, 2–范数为$\|A\|_2=\sqrt{\lambda_{\max}(A^{\mathrm T}A)}$, $\lambda_{\max}(A)$和$\lambda_{\min}(A)$分别表示矩阵A的最大和最小特征值. 绝对值用$|\cdot|$表示. 矩阵A的Frobenius范数为$\|A\|_{\mathrm F}=\sqrt{\mathrm{tr}(A^{\mathrm T}A)}$, 其中$\mathrm{tr}(\cdot)$代表矩阵的迹. Frobenius范数与2–范数是相容的, 则有$\|Ax\|_2\leqslant\|A\|_{\mathrm F}\times\|x\|_2$. 任意维数相同的向量$x_1,x_2$的关系$x_1\leqslant x_2$, $x_1\geqslant x_2$可解读为相应位置上元素之间的大小关系, 对于矩阵$A_1\leqslant A_2$, $A_1\geqslant A_2$的解读亦如此. $\max\{0,A\}$表示零与矩阵A的每个元素比较后取其中最大值.

2.1 系统描述

考虑一类SISO非线性系统, 即

$$\begin{cases}\dot x=Ax(t)+B(f(x)+g(x,u)+d(t)),\\ y=Cx(t),\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x\in\mathbb{R}^n$, $u\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$分别是状态向量、输入量、输出量; 矩阵$A\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $B\in\mathbb{R}^{n\times1}$, $C\in\mathbb{R}^{1\times n}$为定常向量. 如果$B=[0\ \cdots\ 1]^{\mathrm T}$, 则系统(1)可称为Brunovsky规范形式. $f(x)$和$g(x,u)$为未知非线性光滑函数. $f(x)$和$g(x,u)$含参数不确定性, 其不确定性是不可线性参数化. 假设只有输出y是可测量的, $f(x)$的非线性取决于系统状态x, 而$g(x,u)$的非线性取决于系统状态x、输入u. $d(t)$为外界干扰, $|d(t)|\leqslant D_{\mathrm M}$. 对于系统(1)的初始状态$x(0)$, 存在已知向量$\underline{x}(0)$和$\bar x(0)$, 使得$\underline{x}(0)\leqslant x(0)\leqslant\bar x(0)$.

2.2 定义、引理和假设

定义 1 如果矩阵$S\in\mathbb{R}^{n\times n}$其所有的非对角线上的元素均为非负的, 即$S_{i,j}\geqslant0$, $1\leqslant i\neq j\leqslant n$, 那么矩阵$S\in\mathbb{R}^{n\times n}$称为Metzler矩阵.

定义 2 考虑非线性系统$\dot x=f(x,u,t)$, $t_0<t$, $x(t_0)=x_0$, 其解为$x(t)$. 如果存在紧集U, 使所有$x(t_0)=x_0\in U$, 且存在$\delta>0$和一个数$T(\delta,x_0)$, 对所有$t\geqslant t_0+T$满足$\|x(t)\|<\delta$, 那么称系统的解$x(t)$为一致最终有界(uniformly ultimately bounded, UUB).

UUB是一种实际意义上的稳定性概念, 只要边界δ足够小, 通常足以满足闭环系统的性能[31].

引理 1[8,32] 对于连续系统$\dot z=Sz+r$, $z\in\mathbb{R}^n$, $r:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}_+^n$, $S\in\mathbb{R}^{n\times n}$是Metzler矩阵, 若$z(0)\geqslant0$, 则必有$z(t)\geqslant0$.

引理 2[12] 如果存在观测器增益L使得矩阵$A-LC$是Hurwitz矩阵, 则一定存在相应的非奇异变换矩阵N, 可使得矩阵$N(A-LC)N^{-1}$既是Hurwitz矩阵又是Metzler矩阵.

引理 3[7] 对于一个满足$\underline{x}\leqslant x\leqslant\bar x$的向量$x$和一个常值矩阵$A$, 则有如下不等式成立:

$$A^+\underline{x}-A^-\bar x\leqslant Ax\leqslant A^+\bar x-A^-\underline{x},$$

其中: $A^+ = \max\{0, A\}$, $A^- = A^+ - A$.

对于连续非线性函数$f(x)$, $g(x,u)$, 可利用前馈神经网络以任意精度逼近. 在给定逼近误差$\varepsilon_{\rm f}(x)$, $\varepsilon_{\rm g}(x)$下, 用RBF神经网络逼近连续非线性函数$f(x)$, $g(x,u)$, 可分别表示为

$$f(x) = V_{\rm f}^{\rm T}\alpha_{\rm f}(x) + \varepsilon_{\rm f}(x), \tag{2a}$$

$$g(x,u) = V_{\rm g}^{\rm T}\alpha_{\rm g}(x,u) + \varepsilon_{\rm g}(x), \tag{2b}$$

式中: $V_{\rm f}^{\rm T}, V_{\rm g}^{\rm T}$是神经网络理想权值矩阵; $\alpha_{\rm f}(x)$, $\alpha_{\rm g}(x,u)$是RBF神经网络传递函数.

假设 1 对于RBF神经网络, 分别存在权值$\underline{V}$, $\bar{V}$和V, 假定其均有界, 即可表示为$\|\underline{V}\|_{\rm F} \leqslant \underline{V}_{\rm M}$, $\|\bar{V}\|_{\rm F} \leqslant \bar{V}_{\rm M}$, $\|V\|_{\rm F} \leqslant V_{\rm M}$, 这里$\underline{V}_{\rm M}$, $\bar{V}_{\rm M}$和$V_{\rm M}$为界的最大值.

假设 2 对于状态向量$\underline{x}$, x和$\bar{x}$, 有$\underline{x} \leqslant x \leqslant \bar{x}$. $|u| \leqslant U_{\rm M}$. 假定存在关于输入u和状态的连续非线性函数$\underline{h}(*)$, $h(*)$和$\bar{h}(*)$, 满足$\underline{h}(*) \leqslant h(*) \leqslant \bar{h}(*)$且有界. 利用神经网络来逼近函数$\underline{h}(*)$, $h(*)$和$\bar{h}(*)$, 则有$\underline{h} = \underline{V}^{\rm T}\underline{\alpha}(*)$, $h = V^{\rm T}\alpha(*)$和$\bar{h} = \bar{V}^{\rm T}\bar{\alpha}(*)$. 那么上述非线性函数的关系及有界可表示为

$$-\infty < \underline{V}^{\rm T}\underline{\alpha}(*) \leqslant V^{\rm T}\alpha(*) \leqslant \bar{V}^{\rm T}\bar{\alpha}(*) < +\infty.$$

注 1 $(*)$代表u, $\underline{x}$, $\bar{x}$和x的组合集.

3 未知非线性系统的神经网络自适应区间观测器

3.1 RBF神经网络自适应区间观测器设计

本文采用RBF神经网络对未知非线性函数进行自适应学习估计, 设其估计值的上界和下界分别表示为$\bar{f}$和$\underline{f}$, $\bar{g}$和$\underline{g}$

$$\begin{cases} \bar{f} = \bar{V}_{\rm f}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*) + \bar{\varepsilon}_{\rm f}(x), \\ \underline{f} = \underline{V}_{\rm f}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*) + \underline{\varepsilon}_{\rm f}(x), \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \bar{g} = \bar{V}_{\rm g}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*) + \bar{\varepsilon}_{\rm g}(x), \\ \underline{g} = \underline{V}_{\rm g}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*) + \underline{\varepsilon}_{\rm g}(x), \end{cases} \tag{4}$$

其中: $\bar{V}_{\rm f}^{\rm T}$和$\underline{V}_{\rm f}^{\rm T}$, $\bar{V}_{\rm g}^{\rm T}$和$\underline{V}_{\rm g}^{\rm T}$分别对应各自非线性函数上界的权值和下界的权值; $\bar{\alpha}_{\rm f}(*)$和$\underline{\alpha}_{\rm f}(*)$, $\bar{\alpha}_{\rm g}(*)$和$\underline{\alpha}_{\rm g}(*)$分别对应各自非线性函数上界和下界的神经网络传递函数; $\bar{\varepsilon}_{\rm f}(x)$和$\underline{\varepsilon}_{\rm f}(x)$, $\bar{\varepsilon}_{\rm g}(x)$和$\underline{\varepsilon}_{\rm g}(x)$分别对应各自非线性函数上界和下界的逼近误差, 且$\underline{\varepsilon}_{\rm f}(x) \leqslant \varepsilon_{\rm f} \leqslant \bar{\varepsilon}_{\rm f}(x)$, $\underline{\varepsilon}_{\rm g}(x) \leqslant \varepsilon_{\rm g} \leqslant \bar{\varepsilon}_{\rm g}(x)$.

针对外界干扰$d(t) = 0$的非线性系统(1), 构造类–Luenberger型RBF神经网络自适应区间观测器

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A_{\rm c}\bar{x} + B(\bar{V}_{\rm f}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*) + \bar{V}_{\rm g}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)) + \\ \quad \bar{\phi}(x) + Ly, \\ \dot{\underline{x}} = A_{\rm c}\underline{x} + B(\underline{V}_{\rm f}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*) + \underline{V}_{\rm g}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*)) + \\ \quad \underline{\phi}(x) + Ly, \end{cases} \tag{5}$$

式中: $A_{\rm c} = A - LC$, $\bar{\phi}(x) = B(\bar{\varepsilon}_{\rm f}(x) + \bar{\varepsilon}_{\rm g}(x))$, $\underline{\phi}(x) = B(\underline{\varepsilon}_{\rm f}(x) + \underline{\varepsilon}_{\rm f}(x))$, L为观测器增益.

定义RBF神经网络自适应区间观测器的状态误差上下界分别为$\bar{e} = \bar{x} - x$, $\underline{e} = x - \underline{x}$; 残差上下界分别为$\bar{r} = \bar{y} - y$, $\underline{r} = y - \underline{y}$. 由此可得系统误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}} = A_{\rm c}\bar{e} + B(\bar{f} - f) + B(\bar{g} - g), \\ \dot{\underline{e}} = A_{\rm c}\underline{e} + B(f - \underline{f}) + B(g - \underline{g}). \end{cases} \tag{6}$$

定理 1 针对非线性系统(1)和动态系统(5), 在假设1–2条件下, 如果存在L使得$A_{\rm c}$是Hurwitz和Metzler矩阵, 并有

1) $\begin{bmatrix} A_{\rm c}^{\rm T}P + PA_{\rm c} + Q & P \\ P & -I \end{bmatrix} \leqslant 0$,

$Q > 0$和$B = P^{-1}C^{\rm T} \geqslant 0$;

2) 神经网络的参数线性化权值自适应校正法则为

$$\begin{cases} \dot{\bar{V}}_{\rm f} = \bar{r}\bar{K}_{\rm f}\bar{\alpha}_{\rm f} - \bar{\rho}_{\rm f}\bar{K}_{\rm f}\bar{V}_{\rm f}, \\ \dot{\underline{V}}_{\rm f} = \underline{r}\,\underline{K}_{\rm f}\underline{\alpha}_{\rm f} - \underline{\rho}_{\rm f}\underline{K}_{\rm f}\underline{V}_{\rm f}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{V}}_{\rm g} = \bar{r}\bar{K}_{\rm g}\bar{\alpha}_{\rm g} - \bar{\rho}_{\rm g}\bar{K}_{\rm g}\bar{V}_{\rm g}, \\ \dot{\underline{V}}_{\rm g} = \underline{r}\,\underline{K}_{\rm g}\underline{\alpha}_{\rm g} - \underline{\rho}_{\rm g}\underline{K}_{\rm g}\underline{V}_{\rm g}, \end{cases} \tag{8}$$

式中: 权值自调整参数矩阵$\bar{K}_{\rm f} = \bar{K}_{\rm f}^{\rm T} > 0$, $\underline{K}_{\rm f} = \underline{K}_{\rm f}^{\rm T} > 0$, $\bar{K}_{\rm g} = \bar{K}_{\rm g}^{\rm T} > 0$, $\underline{K}_{\rm g} = \underline{K}_{\rm g}^{\rm T} > 0$, 衰减系数$\bar{\rho}_{\rm f} > 0$, $\underline{\rho}_{\rm f} > 0$, $\bar{\rho}_{\rm g} > 0$, $\underline{\rho}_{\rm g} > 0$, 那么动态系统(5)是非线性系统(1)的神经网络自适应区间观测器, 即$\underline{x}(t) \leqslant x(t) \leqslant \bar{x}(t)$, $\forall t \geqslant 0$, 且构造的神经网络自适应区间观测器误差动态系统和权值误差是UUB.

证 由式(2a)–(2b)(3)–(4)可得

$$\begin{cases} \bar{f} - f = \\ \bar{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*) + V_{\rm f}^{\rm T}(\bar{\alpha}_{\rm f}(*) - \alpha_{\rm f}(*)) + \\ (\bar{\varepsilon}_{\rm f}(x) - \varepsilon_{\rm f}(x)) = \\ \bar{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*) + \bar{d}_{{\rm f}x} + \Delta\bar{\varepsilon}_{\rm f}, \\ f - \underline{f} = \\ \underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*) + V_{\rm f}^{\rm T}(\alpha_{\rm f}(*) - \underline{\alpha}_{\rm f}(*)) + \\ (\varepsilon_{\rm f}(x) - \underline{\varepsilon}_{\rm f}(x)) = \\ \underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*) + \underline{d}_{{\rm f}x} + \Delta\underline{\varepsilon}_{\rm f}, \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \bar{g}-g= \\ \bar{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)+V_{\rm g}^{\rm T}(\bar{\alpha}_{\rm g}(*)-\alpha_{\rm g}(*))+ \\ (\bar{\varepsilon}_{\rm g}(x)-\varepsilon_{\rm g}(x))= \\ \bar{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)+\bar{d}_{{\rm g}x}+\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm g}, \\ g-\underline{g}= \\ \underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*)+V_{\rm g}^{\rm T}(\alpha_{\rm g}(*)-\underline{\alpha}_{\rm g}(*))+ \\ (\varepsilon_{\rm g}(x)-\underline{\varepsilon}_{\rm g}(x))= \\ \underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*)+\underline{d}_{{\rm g}x}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm g}, \end{cases} \tag{10}$$

其中:

$$\bar{e}_{V_{\rm f}}=\bar{V}_{\rm f}-V_{\rm f},\ \underline{e}_{V_{\rm f}}=V_{\rm f}-\underline{V}_{\rm f},$$
$$\bar{e}_{V_{\rm g}}=\bar{V}_{\rm g}-V_{\rm g},\ \underline{e}_{V_{\rm g}}=V_{\rm g}-\underline{V}_{\rm g},$$
$$\bar{d}_{{\rm f}x}=V_{\rm f}^{\rm T}(\bar{\alpha}_{\rm f}(*)-\alpha_{\rm f}(*)),$$
$$\underline{d}_{{\rm f}x}=V_{\rm f}^{\rm T}(\alpha_{\rm f}(*)-\underline{\alpha}_{\rm f}(*)),$$
$$\bar{d}_{{\rm g}x}=V_{\rm g}^{\rm T}(\bar{\alpha}_{\rm g}(*)-\alpha_{\rm g}(*)),$$
$$\underline{d}_{{\rm g}x}=V_{\rm g}^{\rm T}(\alpha_{\rm g}(*)-\underline{\alpha}_{\rm g}(*)),$$
$$\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm f}=\bar{\varepsilon}_{\rm f}(x)-\varepsilon_{\rm f}(x),\ \Delta\underline{\varepsilon}_{\rm f}=\varepsilon_{\rm f}(x)-\underline{\varepsilon}_{\rm f}(x),$$
$$\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm g}=\bar{\varepsilon}_{\rm g}(x)-\varepsilon_{\rm g}(x),\ \Delta\underline{\varepsilon}_{\rm g}=\varepsilon_{\rm g}(x)-\underline{\varepsilon}_{\rm g}(x).$$

代入式(6)得区间状态误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}=A_{\rm c}\bar{e}+B(\bar{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)+\bar{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*))+ \\ \qquad B(\bar{d}_{{\rm g}x}+\bar{d}_{{\rm f}x}+\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm g}+\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm f}), \\ \dot{\underline{e}}=A_{\rm c}\underline{e}+B(\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*)+\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*))+ \\ \qquad B(\underline{d}_{{\rm g}x}+\underline{d}_{{\rm f}x}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm g}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm f}). \end{cases} \tag{11}$$

定义Lyapunov函数为

$$\underline{V}=\frac{1}{2}\underline{e}^{\rm T}P\underline{e}+\frac{1}{2}(\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm f}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm f}}+\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm g}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm g}}),$$

对其求导

$$\begin{aligned} &\dot{\underline{V}}= \\ &\frac{1}{2}(\dot{\underline{e}}^{\rm T}P\underline{e}+\underline{e}^{\rm T}P\dot{\underline{e}})+ \\ &\frac{1}{2}(\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm f}^{-1}\dot{\underline{e}}_{V_{\rm f}}+\dot{\underline{e}}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm f}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm f}})+ \\ &\frac{1}{2}(\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm g}^{-1}\dot{\underline{e}}_{V_{\rm g}}+\dot{\underline{e}}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm g}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm g}})= \\ &\frac{1}{2}\underline{e}^{\rm T}(A_{\rm c}^{\rm T}P+PA_{\rm c})\underline{e}+\underline{r}(\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*)+\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*))+ \\ &\underline{e}^{\rm T}P\{B(\underline{d}_{{\rm g}x}+\underline{d}_{{\rm f}x}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm g}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm f})\}+ \\ &\frac{1}{2}(\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm f}^{-1}(-\dot{\underline{V}}_{\rm f})+(-\dot{\underline{V}}_{\rm f})\underline{K}_{\rm f}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm f}})+ \\ &\frac{1}{2}(\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{K}_{\rm g}^{-1}(-\dot{\underline{V}}_{\rm g})+(-\dot{\underline{V}}_{\rm g})\underline{K}_{\rm g}^{-1}\underline{e}_{V_{\rm g}}). \end{aligned}$$

一般来说, RBF神经网络基函数是有界的, 表明 $\alpha_{\rm f}(*)-\underline{\alpha}_{\rm f}(*)$, $\alpha_{\rm g}(*)-\underline{\alpha}_{\rm g}(*)$的每一个元素都是有界的, 即$\|\alpha_{\rm f}(*)-\underline{\alpha}_{\rm f}(*)\|\leqslant\underline{\alpha}_{\rm fM}$, $\|\alpha_{\rm g}(*)-\underline{\alpha}_{\rm g}(*)\|\leqslant\underline{\alpha}_{\rm gM}$, 则有

$$\begin{aligned} &B(\underline{d}_{{\rm g}x}+\underline{d}_{{\rm f}x}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm g}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm f})\leqslant \\ &\|B\|(\|V_{\rm g}\|\underline{\alpha}_{\rm gM}+\|V_{\rm f}\|\underline{\alpha}_{\rm fM}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm gM}+\Delta\underline{\varepsilon}_{\rm fM})=\underline{\lambda}. \end{aligned}$$

可进一步得到

$$\begin{aligned} &\dot{\underline{V}}\leqslant \\ &\frac{1}{2}\underline{e}^{\rm T}(A_{\rm c}^{\rm T}P+PA_{\rm c}+P^2)\underline{e}+ \\ &\frac{1}{2}(2\underline{\lambda}^2+2\underline{\rho}_{\rm f}\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{V}_{\rm f}+2\underline{\rho}_{\rm g}\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{V}_{\rm g})\leqslant \\ &-\frac{1}{2}\underline{e}^{\rm T}Q\underline{e}+\frac{1}{2}(2\underline{\lambda}^2+2\underline{\rho}_{\rm f}\underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\underline{V}_{\rm f}+2\underline{\rho}_{\rm g}\underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}\underline{V}_{\rm g})\leqslant \\ &-\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\{\|\underline{e}\|^2+\frac{2\underline{\rho}_{\rm f}}{\lambda_{\min}(Q)}(\|\underline{e}_{V_{\rm f}}\|-\|V_{\rm f}\|)^2+ \\ &\frac{2\underline{\rho}_{\rm g}}{\lambda_{\min}(Q)}(\|\underline{e}_{V_{\rm g}}\|-\|V_{\rm g}\|)^2-(\frac{2\underline{\rho}_{\rm f}}{\lambda_{\min}(Q)}\|V_{\rm f}\|^2+ \\ &\frac{2\underline{\rho}_{\rm g}}{\lambda_{\min}(Q)}\|V_{\rm g}\|^2+\frac{2}{\lambda_{\min}(Q)}\underline{\lambda}^2)\}. \end{aligned}$$

当以下条件满足时:

$$\begin{cases} \|\underline{e}\|> \\ \sqrt{\dfrac{\underline{\rho}_{\rm f}\|V_{\rm f}\|^2}{2\lambda_{\min}(Q)}+\dfrac{\underline{\rho}_{\rm g}\|V_{\rm g}\|^2}{2\lambda_{\min}(Q)}+\dfrac{2\underline{\lambda}^2}{\lambda_{\min}(Q)}}=H_{\underline{e}}, \\ \|\underline{e}_{V_{\rm f}}\|> \\ \sqrt{\dfrac{\|V_{\rm f}\|^2}{4}+\dfrac{\|V_{\rm g}\|^2}{4}+\underline{\lambda}^2}+\dfrac{\|V_{\rm f}\|}{2}=H_{\underline{V}_{\rm f}}, \\ \|\underline{e}_{V_{\rm g}}\|> \\ \sqrt{\dfrac{\|V_{\rm f}\|^2}{4}+\dfrac{\|V_{\rm g}\|^2}{4}+\underline{\lambda}^2}+\dfrac{\|V_{\rm g}\|}{2}=H_{\underline{V}_{\rm g}}, \end{cases}$$

有$\dot{\underline{V}}\leqslant 0$.

定义向量$\underline{\omega}=[\underline{e}^{\rm T}\ \ \underline{e}_{V_{\rm f}}^{\rm T}\ \ \underline{e}_{V_{\rm g}}^{\rm T}]^{\rm T}$, 其中$\Omega_{\underline{\omega}}=\{\underline{\omega}|x\in\Omega_x,\ \underline{x}\in\Omega_{\underline{x}},\ V_{\rm f}\in\Omega_{V_{\rm f}},\ V_{\rm g}\in\Omega_{V_{\rm g}},\ \underline{V}_{\rm f}\in\Omega_{\underline{V}_{\rm f}},\ \underline{V}_{\rm g}\in\Omega_{\underline{V}_{\rm g}}\}$, 引入$\underline{\omega}$包含于球体集合$\Omega_{\underline{\omega}}$: $\Omega_{\underline{\omega}}=\{\underline{\omega}|\|\underline{\omega}\|\leqslant R\}$.

当在紧集$M_\kappa=\{\underline{\omega}\in M_{\underline{\omega}}|\|\underline{\omega}\|\leqslant\kappa\}$外时, 则$\dot{\underline{V}}<0$, 其中$\kappa=\max(H_{\underline{e}},H_{\underline{V}_{\rm f}},H_{\underline{V}_{\rm g}})$.

定义集合: $\Omega_{\underline{\alpha}}=\{\underline{\omega}|\underline{V}\leqslant\underline{\alpha}\}$, 其中$\underline{\alpha}=\max\limits_{\|\underline{\omega}\|=\kappa}\underline{V}$; $\Omega_{\underline{\beta}}=\{\underline{\omega}|\underline{V}\leqslant\underline{\beta}\}$, 其中$\underline{\beta}=\max\limits_{\|\underline{\omega}\|=R}\underline{V}$. 通过增加$\lambda_{\min}(Q)$或紧集$\Omega_x$, $\Omega_{\underline{x}}$的大小来保证$\underline{\alpha}<\underline{\beta}$. 因此$\Omega_{\underline{\alpha}}\subset\Omega_{\underline{\beta}}$, 那么$\underline{\omega}$最终有界, 即误差动态系统下界$\underline{e}$、神经网络权值误差下界$\underline{e}_{V_{\rm g}}$和$\underline{e}_{V_{\rm f}}$是UUB.

同理, 可以证明误差动态系统上界$\bar{e}$、神经网络权值误差上界$\bar{e}_{V_{\rm g}}$和$\bar{e}_{V_{\rm f}}$也是UUB.

接下来, 由式

$$\begin{cases}\dot{\bar{e}}=A_{\rm c}\bar{e}+\bar{\varGamma},\\ \dot{\underline{e}}=A_{\rm c}\underline{e}+\underline{\varGamma},\end{cases}\tag{12}$$

$$\begin{cases}\bar{\varGamma}=B(\bar{V}_{\rm f}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*)-V_{\rm f}^{\rm T}\alpha_{\rm f}(*))+B(\bar{V}_{\rm g}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)-\\ \quad V_{\rm g}^{\rm T}\alpha_{\rm g}(*))+B(\bar{\varepsilon}_{\rm f}(x)-\varepsilon_{\rm f}(x))+\\ \quad B(\bar{\varepsilon}_{\rm g}(x)-\varepsilon_{\rm g}(x)),\\ \underline{\varGamma}=B(V_{\rm f}^{\rm T}\alpha_{\rm f}(*)-\underline{V}_{\rm f}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*))+B(V_{\rm g}^{\rm T}\alpha_{\rm g}(*)-\\ \quad \underline{V}_{\rm g}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*))+B(\varepsilon_{\rm f}(x)-\underline{\varepsilon}_{\rm f}(x))+\\ \quad B(\varepsilon_{\rm g}(x)-\underline{\varepsilon}_{\rm g}(x))\end{cases}\tag{13}$$

可知, 当$B\geqslant 0$, 假设条件$\bar{f}-f\geqslant 0$和$f-\underline{f}\geqslant 0$, 则$\bar{\varGamma}\geqslant 0$, $\underline{\varGamma}\geqslant 0$. 根据引理1的正系统理论和初始条件$\underline{x}(0)\leqslant x(0)\leqslant \bar{x}(0)$, $A_{\rm c}$又是Metzler矩阵, 对于任意$t\geqslant 0$时刻, $\underline{x}(t)\leqslant x(t)\leqslant \bar{x}(t)$.

综上所述, 误差动态系统和权值误差是UUB, 动态系统(5)是非线性系统(1)的稳定神经网络自适应区间观测器. 证毕.

注 2 本文中神经网络自适应区间观测器误差动态系统有界稳定的主要思想是通过选择Lyapunov函数, 采用网络的权值校正和网络误差选择机制使其变成负定, 并通过调节各自非线性函数上界和下界的网络权值和误差, 保证$\bar{\varGamma}$和$\underline{\varGamma}$的非负性.

注 3 证明误差动态系统上界$\bar{e}$、神经网络权值误差上界$\bar{e}_{V_{\rm g}}$和$\bar{e}_{V_{\rm f}}$也是UUB的过程中, 需要引入的参数变量有: $\bar{\lambda}=\|B\|(\|V_{\rm g}\|\bar{\alpha}_{\rm gM}+\|V_{\rm f}\|\bar{\alpha}_{\rm fM}+\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm gM}+\Delta\bar{\varepsilon}_{\rm fM})$, 证明步骤与下界误差动态系统类似.

定理1中要求$A_{\rm c}$是Hurwitz和Metzler矩阵, 对于大多数系统来说, 其保守性较大. 根据引理2, 可通过坐标相似变换来解决问题. 选择一个非奇异矩阵N, 进行状态变换后得到新变量$z=Nx$, 总可以使得$NA_{\rm c}\times N^{-1}$为Hurwitz和Metzler矩阵. 坐标相似变换不影响神经网络的参数线性化权值自适应校正法则, 构造的神经网络自适应区间观测器如下:

$$\begin{cases}\dot{\bar{z}}=NA_{\rm c}N^{-1}\bar{z}+NB\{\bar{V}_{\rm f}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm f}(*)+\\ \quad \bar{V}_{\rm g}^{\rm T}\bar{\alpha}_{\rm g}(*)\}+N\bar{\phi}(N^{-1}\bar{z})+NLy,\\ \dot{\underline{z}}=NA_{\rm c}N^{-1}\underline{z}+NB\{\underline{V}_{\rm f}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm f}(*)+\\ \quad \underline{V}_{\rm g}^{\rm T}\underline{\alpha}_{\rm g}(*)\}+N\underline{\phi}(N^{-1}\underline{z})+NLy,\\ \bar{x}=(N^{-1})^{+}\bar{z}-(N^{-1})^{-}\underline{z},\\ \underline{x}=(N^{-1})^{+}\underline{z}-(N^{-1})^{-}\bar{z},\end{cases}\tag{14}$$

式中: L为观测器增益矩阵, $N^{-1}=(N^{-1})^{+}-(N^{-1})^{-}$, $(N^{-1})^{+}=\max\{N^{-1},0\}$.

取$\bar{z}(0)=(N^{-1})^{+}\bar{x}(0)-(N^{-1})^{-}\underline{x}(0)$, $\underline{z}(0)=(N^{-1})^{+}\underline{x}(0)-(N^{-1})^{-}\bar{x}(0)$, 由引理3得新变量$z$的初始条件满足$\underline{z}(0)\leqslant z(0)\leqslant\bar{z}(0)$.

定理 2 针对非线性系统(1), 在假设1–2条件下, 若存在$NA_{\rm c}N^{-1}$为Hurwitz和Metzler矩阵, 则系统(14)是非线性系统(1)的神经网络自适应区间观测器, 即$\underline{x}(t)\leqslant x(t)\leqslant\bar{x}(t), \forall t\geqslant 0$, 其中神经网络的参数线性化权值自适应校正法则为式(7)–(8).

证 由于存在非奇异矩阵N, 使得$NA_{\rm c}N^{-1}$既是Hurwitz矩阵又是Metzler矩阵. 同定理1的结果, 可得到坐标变化后的区间状态关系$\underline{z}(t)\leqslant z(t)\leqslant\bar{z}(t)$. 然后, 利用坐标变化后的区间状态$\bar{z}$, $\underline{z}$求解原系统(1)的区间状态$\bar{x}$, $\underline{x}$, 又$(N^{-1})^{+}\underline{z}-(N^{-1})^{-}\bar{z}\leqslant N^{-1}z\leqslant (N^{-1})^{+}\bar{z}-(N^{-1})^{-}\underline{z}$, 则$\underline{x}(t)\leqslant x(t)\leqslant\bar{x}(t)$.

证毕.

注 4 在文献[12]中, 给出了实变换矩阵N的存在性条件和求解方法. 此外, 坐标的时变变换可参考文献[33–34], 如Jordan标准形式.

3.2 基于RBF神经网络区间观测器的状态加权估计

第3.1小节已得到了状态的区间估计, 可利用区间观测器来获得非线性系统的状态加权估计值, 为已有的基于状态反馈的控制方法提供一个较合适的状态估计值. 采用区间观测器的上、下界估计值的凸加权[35], 进行系统状态量的估计为

$$\hat{x}(t)=\alpha\bar{x}(t)+(1-\alpha)\underline{x}(t),\tag{15}$$

式中α为加权系数.

当α=1, $\hat{x}(t)=\bar{x}(t)$, 即状态估计$\hat{x}(t)$等于神经网络自适应区间观测器的上界值. 当α=0, $\hat{x}(t)=\underline{x}(t)$, 即状态估计$\hat{x}(t)$等于神经网络自适应区间观测器的下界值.

注 5 由于$\underline{x}\leqslant x\leqslant\bar{x}$, 所以的状态$x$估计值$\hat{x}$可以用神经网络自适应区间观测器的上、下界估计值求加权平均来近似. 当神经网络自适应区间观测器的上、下界估计值与状态值之间的宽度μ^{+}, μ^{-}足够小, 则$\lim\limits_{\mu^{+}\to 0}x=\bar{x}$, $\lim\limits_{\mu^{-}\to 0}x=\underline{x}$.

4 仿真实例

考虑式(1)所示的非线性系统模型, 其状态方程的参数如下:

$$A=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}^{\rm T},$$

$f(x)$=$-9.8\sin x_1$, $g(x,u)$=$2u$, u=$\sin(2t)$+$\cos(4t)$.

利用LMI工具[36], 得到$L=[400\ \ 800]^{\rm T}$时, $A_{\rm c}=A-LC$是Hurwitz矩阵但不是Metzler矩阵. 因此引入非奇异变换矩阵N, 其计算方法参考文献[12,37], 求得

$$N=\begin{bmatrix}-597.9796&3.0204\\1.000&1.000\end{bmatrix}.$$

状态初始值$x(0) = [0\ \ 0.1]^{\mathrm{T}}$, $\bar{x}(0) = [0.2\ \ 0.4]^{\mathrm{T}}$, $\underline{x}(0) = [-0.1\ \ -0.1]^{\mathrm{T}}$. 权值自调整参数矩阵$\bar{K}_{\mathrm{f}} = \underline{K}_{\mathrm{f}} = \mathrm{diag}\{5\times10^5\}$, $\bar{K}_{\mathrm{g}} = \underline{K}_{\mathrm{g}} = \mathrm{diag}\{5\times10^4\}$. 衰减系数$\bar{\rho}_{\mathrm{f}} = \underline{\rho}_{\mathrm{f}} = 0.001$, $\bar{\rho}_{\mathrm{g}} = \underline{\rho}_{\mathrm{g}} = 0.001$. 所设计的神经网络自适应区间观测器的网络权值$\bar{V}_{\mathrm{f}}$和$\underline{V}_{\mathrm{f}}$, $\bar{V}_{\mathrm{g}}$和$\underline{V}_{\mathrm{g}}$初始值为零. 系统状态$x$实际值与神经网络自适应区间观测器的仿真输出如图1所示. 仿真结果表明, 系统实际状态x位于神经网络自适应区间观测器输出的上界$\bar{x}$和下界$\underline{x}$之间.

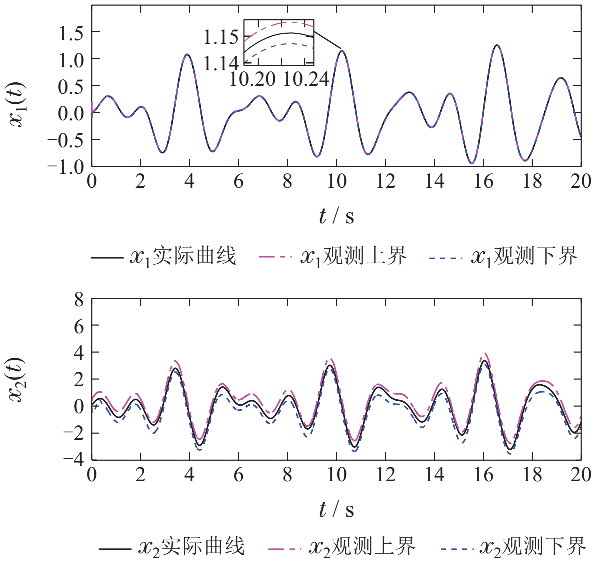

图 1　状态x的区间观测曲线

Fig. 1　Interval observation curve of state x

为了验证所提方法的区间性能, 本节给出仿真例子的非线性函数边界是可限定的. 将本文提出的方法与文献[38]中提出的方法分别进行状态上下界估计, 得到两种区间观测器方法的估计结果如图2所示.

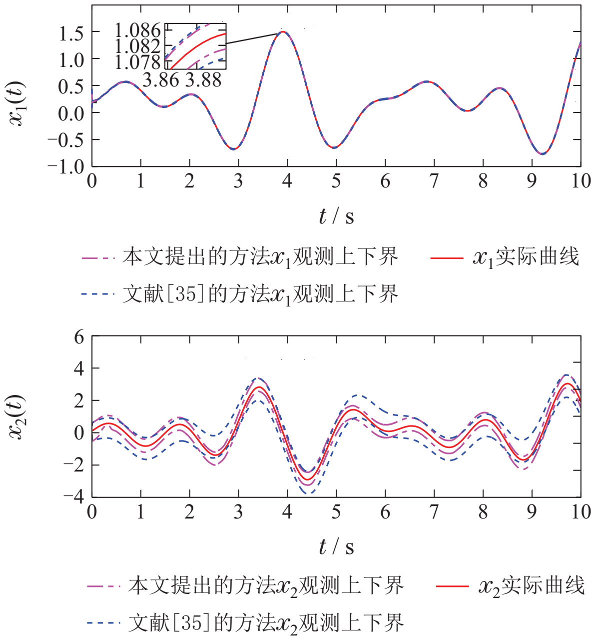

图 2　两种区间观测器方法的估计结果

Fig. 2　The estimated results of two interval observers

从图2中可以看出, 本文提出的方法所得到的区间上下界比文献[38]的方法更窄, 这表明神经网络自适应区间观测器的估计更准确, 其原因是文献[38]中的方法对非线性函数项有界性的上下界进行了较为宽松的假设.

如果系统(1)中的非线性项是未知的, 那么文献[38]中的方法就无法更精确限定未知非线性项的界限, 从而得到的状态估计区间宽度更大.

5　结论

本文针对单输出的非线性系统提出了一种新的区间观测器设计方法, 基于正系统的稳定性条件和神经网络逼近特性, 将区间观测器设计的未知非线性部分转化为一个可以用神经网络拟合非线性函数问题. 本文所提出的方法是利用神经网络的逼近特性, 构造的神经网络自适应区间观测器对该类非线性系统状态上下界有较好的估计, 为非线性系统区间观测器设计提供了一种新的研究思路. 本文重点考虑了神经网络自适应区间观测器有界收敛问题, 下一步的研究工作将考虑把本文方法扩展到多输入多输出非线性系统.

参考文献:

[1] SORENSON H W. *Kalman Filtering: Theory and Application*. New York: IEEE, 1985.

[2] BASTIN G, GEVERS M R. Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(7): 650 – 657.

[3] RAISSI T, VIDEAU G, ZOLGHADRI A. Interval observer design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems. *Automatica*, 2010, 46(3): 518 – 527.

[4] ABDOLLAHI F, TALEBI H A, PATEL R V. A stable neural network-based observer with application to flexible-joint manipulators. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(1): 118 – 129.

[5] GOUZE J, RAPAPORT A, HADJ-SADOK M. Interval observers for uncertain biological systems. *Ecological Modelling*, 2000, 133(1): 45 – 56.

[6] MAZENC F, BERNARD O. Asymptotically stable interval observers for planar systems with complex poles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 523 – 527.

[7] EFIMOV D, RAISSI T, CHEBOTAREV S, et al. Interval state observer for nonlinear time varying systems. *Automatica*, 2013, 49(1): 200 – 205.

[8] EFIMOV D, RAISSI T, ZOLGHADRI A. Control of nonlinear and LPV systems: Interval observer-based framework. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(3): 773 – 782.

[9] ZHANG G, EFIMOV D, BEJARANO F J. Interval observer for a class of uncertain nonlinear singular systems. *Automatica*, 2016, 71: 159 – 168.

[10] HE Zhongwei, XIE Wei. L_2-gain performance synthesis for a class of nonlinear systems based on interval observer. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(12): 1641 – 1646.
(何忠伟, 谢巍. 一类非线性对象基于区间观测器的L_2增益性能综合. 控制理论与应用, 2015, 32(12): 1641 – 1646.)

[11] WANG Zhenhua, SHEN Yi, GUO Shenghui. Interval observer design for linear descriptor systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(7): 956 – 962.

(王振华, 沈毅, 郭胜辉. 线性广义系统的区间观测器设计. 控制理论与应用, 2018, 35(7): 956 – 962.)

[12] RAISSI T, EFIMOV D, ZOLGHADRI A. Interval state estimation for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 260 – 265.

[13] ZHENG G, EFIMOV D, PERRUQUETTI W. Design of interval observer for a class of uncertain unobservable nonlinear systems. *Automatica*, 2016, 63: 167 – 174.

[14] CAI X, LV G, ZHANG W. Stabilisation for a class of non-linear uncertain systems based on interval observers. *IET Control Theory & Applications*, 2012, 6(13): 2057 – 2062.

[15] HE Z, XIE W. Control of non-linear switched systems with average dwell time: Interval observer-based framework. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(1): 10 – 16.

[16] HE Z, XIE W. Control of non-linear systems based on interval observer design. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(4): 543 – 548.

[17] MENASRIA Y, BOURAS H, DEBBACHE N. An interval observer design for uncertain nonlinear systems based on the T–S fuzzy model. *Archives of Control Sciences*, 2017, 27(1): 397 – 407.

[18] AVILES J D, MORENO J A. Interval observer design for nonlinear systems: Stability radii approach. *IEEE Access*, 2018, 6: 52801 – 52813.

[19] MEYER L, ICHALAL D, VIGNERON V. Interval observer for nonlinear Lipschitz systems with unknown inputs. *Annual American Control Conference*. Milwaukee, WI, USA: IEEE, 2018, 6: 5962 – 5967.

[20] YONG K, CHEN M, WU Q. Anti-disturbance control for nonlinear systems based on interval observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(2): 1261 – 1269.

[21] PARK J H, HUH S H, KIM S H, et al. Direct adaptive controller for nonaffine nonlinear systems using self-structuring neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(2): 414 – 422.

[22] ROVITHAKIS G A. Robust redesign of a neural network controller in the presence of unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(6): 1482 – 1490.

[23] KIM Y H, LEWIS F L, ABDULLAH C T. A dynamic recurrent neural-network-based adaptive observer for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 1997, 33(8): 1539 – 1543.

[24] HOVAKIMYAN N, CALISE A J, MADYASTHA V K. An adaptive observer design methodology for bounded nonlinear processes. *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. LAS VEGAS, NV, USA: IEEE, 2002, 12: 4700 – 4705.

[25] ALESSANDRI A, CERVELLERA C, GRASSIA A F, et al. Design of observers for continuous-time nonlinear systems using neural networks. *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. Boston, MA, USA: IEEE, 2004, 6/7: 2433 – 2438.

[26] HUANG S N, TAN K K, LEE T H. Further result on a dynamic recurrent neural-network-based adaptive observer for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 2005, 41(12): 2161 – 2162.

[27] LAKHAL A N, TLILI A S, BRAIEK N B. Neural network observer for nonlinear systems application to induction motors. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, 3(1): 1 – 16.

[28] WEN Xin, ZHANG Xingwang, ZHANG Wei. Adaptive observer based on HBF neural networks. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(7): 1315 – 1319.
(闻新, 张兴旺, 张威. 基于HBF神经网络的自适应观测器. 电子学报, 2015, 43(7): 1315 – 1319.)

[29] SCHWENKER F, KESTLER H A, PALM G. Three learning phases for radial-basis-function networks. *Neural Networks*, 2001, 14(4/5): 439 – 458.

[30] ADHYARU D M. State observer design for nonlinear systems using neural network. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(8): 2530 – 2537.

[31] KIM Y H, LEWIS F L. Neural network output feedback control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999, 15(2): 301 – 309.

[32] SMITH H L. *Monotone Dynamical Systems: An Introduction to the Theory of Competitive and Cooperative Systems*. Providence, RI: American Mathematical Society, 1995

[33] MAZENC F, BERNARD O. Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances. *Automatica*, 2011 47(1): 140 – 147.

[34] COMBASTEL C, ZOLGHADRI A. Stable interval observers in C for linear systems with time-varying input bounds. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(2): 481 – 487.

[35] OUBABAS H, DJENNOUNE S, BETTAYEB M. Interval sliding mode observer design for linear and nonlinear systems. *Journal of Process Control*, 2018, 61: 12 – 22.

[36] NI M L, ER M J. Stability of linear systems with delayed perturbations: An LMI approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(1): 108 – 112.

[37] NARENDA K S, ANNASWANY A M. *Stable Adaptive Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.

[38] DINH T N, MAZENC F, NICULESCU S. Interval observer composed of observers for nonlinear systems. *European Control Conference*. Strasbourg, France: IEEE, 2014, 6: 660 – 665.

作者简介:

易泽仁 博士研究生, 目前研究方向为观测器设计、移动机器人系统, E-mail: yizeren_123@163.com;

谢 巍 教授, 博士生导师, 目前研究方向为机器视觉、图像处理、鲁棒控制、机器人控制等, E-mail: weixie@scut.edu.cn;

刘龙文 博士研究生, 目前研究方向为观测器设计、正系统的应用和参数化方法, E-mail: mulanerbao@163.com;

胥布工 教授, 博士生导师, 目前研究方向为网络控制系统、时延系统、鲁棒控制和传感器网络等, E-mail: aubgxu@scut.edu.cn.