

## 基于经验迁移的赛车学习预测控制研究

程相超, 黄景涛<sup>†</sup>, 宋书中

(河南科技大学 电气工程学院, 河南 洛阳 471023)

**摘要:** 为提高车辆控制算法对不同道路的适应能力, 在原有学习预测控制算法的基础上, 本文提出一种基于经验迁移的赛车学习预测控制策略. 基于所建立的赛车曲线坐标系模型, 记录小车在历史赛道上的行驶轨迹, 将其作为采样安全集. 采样安全集蕴含了车辆行驶的经验信息. 在新赛道上, 通过与采样安全集内曲率相近的轨迹进行特征匹配, 找出新赛道的虚拟路径跟踪轨迹. 然后, 对虚拟路径跟踪轨迹附近的采样点进行坐标变换, 将历史轨迹转换为新赛道的虚拟采样轨迹, 实现对历史赛道上的行驶经验的迁移. 构造了迁移学习预测控制(TLMPC), 使小车在新的赛道上能够通过学习预测控制器以更快的速度行驶. 本文在4个典型赛道上进行了仿真, 结果表明所设计的控制策略控制效果有明显提升. 与LMPC相比, 10次迭代结果中单圈耗时至少减少了1.2 s.

**关键词:** 学习预测控制; 经验迁移; 特征匹配; 赛车; 曲线坐标系

**引用格式:** 程相超, 黄景涛, 宋书中. 基于经验迁移的赛车学习预测控制研究. 控制理论与应用, 2023, 40(5): 847 – 855

DOI: 10.7641/CTA.2021.10627

## Research on learning predictive control based on experience transfer for racing car

CHENG Xiang-chao, HUANG Jing-tao<sup>†</sup>, SONG Shu-zhong

(College of Electrical Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471023, China)

**Abstract:** To improve the adaptability of the racing car control algorithm to different roads, a learning predictive control strategy based on the experience transfer is proposed. Based on the established racing car model in curve-coordinate, the driving trajectory of the car on the historical track is recorded and used as the sampled safety set. The sampled safety set contains the driving experience information of the racing car. On the new track, the virtual path tracking trajectory can be obtained by feature matching, which is carried out by comparing the current trajectory curvature with that in the sampled safety set. Then, the coordinate transformation is performed on the sampling points near the virtual path tracking trajectory, and the historical trajectory is converted into the virtual sampling trajectory of the new track, so as to realize the transfer of driving experience on the history track. Then the transfer learning model predictive control (TLMPC) is constructed, the car can travel at a faster speed with the learning predictive controller on the new track. Simulations were carried out on four typical tracks, and the results show that the control effect of the designed control strategy is significantly improved. Compared with LMPC, the time per lap in 10 iterations is reduced by 1.2 s at least.

**Key words:** learning predictive control; experience transfer; feature matching; racing car; curve-coordinate

**Citation:** CHENG Xiangchao, HUANG Jingtao, SONG Shuzhong. Research on learning predictive control based on experience transfer for racing car. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(5): 847 – 855

### 1 引言

随着汽车保有量的快速增加, 现有的交通条件已经无法满足快速膨胀的交通需求, 汽车驾驶的自动化目前已经成为人们关注的焦点<sup>[1]</sup>. 智能赛车作为智能车的典型应用, 其关键问题包括自主定位、环境感知、行为决策、运动规划和车辆控制等. 而模型预测控制技术具有处理约束与非线性模型的能力, 能够充

分发挥车辆的机动潜能, 在智能赛车的控制领域受到广泛研究<sup>[2-3]</sup>.

如果控制目标是最小化智能赛车的单圈行驶时间, 控制器必须在足够长的时间间隔内规划轨迹, 以免车辆偏离轨道. 例如, 控制器应该在进入曲线赛道前限制速度并提前转弯, 并且在退出曲线赛道时提前加速<sup>[4]</sup>. 然而, 当使用模型预测控制的方法解决该问题

收稿日期: 2021-07-14; 录用日期: 2021-12-30.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: jthuang\_haust@163.com; Tel.: +86 13613796210.

本文责任编辑: 陈虹.

国家自然科学基金项目(U1504617)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (U1504617).

时,由于预测时域的长度受到计算能力的限制,不能保证得到的闭环轨迹是最优轨迹<sup>[5]</sup>.

近年来,随着机器学习技术的发展,采用基于机器学习的方法来解决智能小车的控制问题成为了一种有效途径.文献[6-7]使用神经网络对驾驶数据进行训练,使车辆从数据中学习自动驾驶策略.文献[8-9]通过神经网络提取前方道路图像的信息,然后利用强化学习进行运动规划.文献[10]利用迁移算法,将实际问题迁移至抽象模型中,根据训练好的深度强化学习模型计算最优轨迹序列.这些算法具有较强的运动规划和道路识别能力,但是往往面临所需数据量大、样本利用率低、奖励函数难以设计的问题<sup>[11]</sup>.

针对小车非线性模型的辨识问题,文献[12-14]采用机器学习的方法,通过高斯过程回归对模型预测控制(model predictive control, MPC)的状态更新方程进行了系统辨识.文献[15-17]采用集元法对系统模型进行了辨识,然后,使用鲁棒模型预测控制策略保证递归约束满足.文献[5]将机器学习与预测控制结合起来,提出了一种学习预测控制(learning model predictive control, LMPC)策略,通过利用历史经验数据,不仅实现了对小车的状态更新方程的在线辨识,而且建立了终端安全集和终端成本函数,保证小车的单圈时间随着迭代次数的增加而逐渐减小,最终使小车轨迹收敛至最优轨迹.文献[18]在理论上,对LMPC算法的控制可行性、稳定性与迭代收敛性进行了分析.文献[19]通过利用局部采样安全集的方式,简化了LMPC控制算法,并提出了一种利用采样安全集进行系统辨识的策略.文献[20]针对自适应巡航控制下的队列式联网自动驾驶车辆(connected autonomous vehicles, CAVS),对LMPC算法进行拓展,提出一种SR-LMPC(short range-learning model predictive control)算法,并通过双环控制减少了LMPC算法的计算量.但是基于LMPC的控制算法往往是针对固定赛道的算法,当赛道变更时,需要重新通过迭代进行训练.

本文将针对学习预测控制算法<sup>[5, 18-20]</sup>对不同道路的适应能力问题,在学习预测控制算法的基础上,提出一种基于经验迁移的赛车学习预测控制策略.通过对小车在历史赛道上的行驶轨迹进行采集,将蕴含了车辆行驶信息的轨迹信息作为采样安全集.在新赛道上,通过与采样安全集内曲率相近的轨迹进行特征匹配,建立小车的虚拟路径跟踪轨迹段并对历史采样安全集进行坐标变换,构造迁移学习预测控制,使小车在新的赛道上能够通过学习预测控制以更快的速度行驶.

## 2 基于学习预测控制的赛车控制

如图1所示,小车在赛道上行驶至第 $j$ 圈时,给定当前时刻的状态变量 $\mathbf{x}_t^j$ 与输入变量 $\mathbf{u}_t^j$ ,则其下一时刻的

状态变量 $\mathbf{x}_{t+1}^j$ 可由小车运动的动力学模型表示,即

$$\mathbf{x}_{t+1}^j = f(\mathbf{x}_t^j, \mathbf{u}_t^j), \quad (1)$$

其中: $f(\mathbf{x}_t^j, \mathbf{u}_t^j)$ 是小车的状态更新方程, $\mathbf{x}_t^j$ 和 $\mathbf{u}_t^j$ 是小车在第 $j$ 圈 $t$ 时刻的状态变量和输入变量,通过曲线坐标系表示;状态变量 $\mathbf{x}_t^j = [v_{x_t}^j \ v_{y_t}^j \ \dot{\varphi}_t^j \ e_{\varphi_t}^j \ e_{y_t}^j \ s_t^j]^T$ 中的 $s_t^j$ 代表沿道路中心线行驶的距离, $e_{y_t}^j$ 和 $e_{\varphi_t}^j$ 代表车辆和路径之间的横向距离误差和偏航角; $v_{x_t}^j$ , $v_{y_t}^j$ 和 $\dot{\varphi}_t^j$ 分别代表车辆的纵向速度、横向速度以及偏航率;输入变量 $\mathbf{u}_t^j = [a_t^j \ \delta_t^j]^T$ 中的 $a_t^j$ 和 $\delta_t^j$ 分别为纵向加速度和转向角.

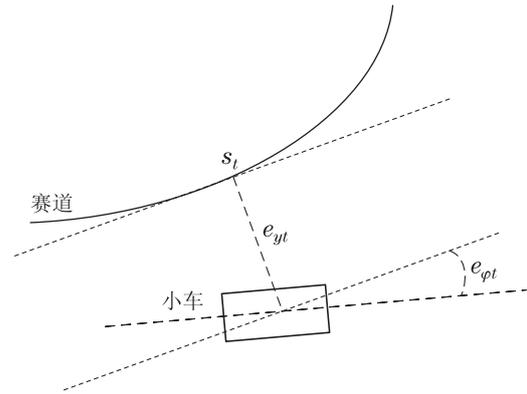


图1 曲线坐标系下的小车模型

Fig. 1 Car's model in the curve-coordinate

定义 $SS_r^j$ 为小车在赛道 $r$ 上行驶第 $j$ 圈时的采样安全集.在本小节中暂不讨论小车在不同赛道上行驶的情况,则小车在第 $j$ 圈行驶时的采样安全集为

$$SS^j = \left\{ \bigcup_{i \in M^j} \bigcup_{t=0}^{\infty} \mathbf{x}_t^i \right\}, \quad (2)$$

其中: $\mathbf{x}_t^i$ 表示小车在第 $i$ 圈的 $t$ 时刻的状态变量; $M^j$ 表示成功迭代的圈数 $k$ 的集合,即

$$M^j = \{k \in [0, j], \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_t^k = \mathcal{L}, k \leq j\},$$

$\mathcal{L} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^6, \mathbf{e}_6^T \mathbf{x} > s_{\text{target}}\}$ 是小车行驶超出终点线 $s_{\text{target}}$ 时的点集, $\mathbf{e}_6$ 为 $\mathbb{R}^6$ 的第6个标准正交基,即 $\mathbf{e}_6 = [000001]^T$ .

定义 $h(\mathbf{x}_k^j, \mathbf{u}_k^j)$ 为第 $j$ 次迭代 $k$ 时刻的代价,即

$$h(\mathbf{x}_k^j, \mathbf{u}_k^j) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x}_k^j \notin \mathcal{L}, \\ 0, & \mathbf{x}_k^j \in \mathcal{L}, \end{cases} \quad (3)$$

则第 $j$ 次迭代时,从 $t$ 时刻到终点的总代价 $J_{t \rightarrow \infty}^j$ 为

$$J_{t \rightarrow \infty}^j(\mathbf{x}_t^j) = \sum_{k=t}^{\infty} h(\mathbf{x}_k^j, \mathbf{u}_k^j). \quad (4)$$

定义 $Q^j(\mathbf{x})$ 表示采样安全集 $SS^j$ 内的任意一点 $\mathbf{x}$ 到赛道终点的最短耗时,即

$$Q^j(\mathbf{x}) = \begin{cases} \min_{(i,t) \in F^{j-1}(\mathbf{x})} J_{t \rightarrow \infty}^j(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in SS^j, \\ +\infty, & \mathbf{x} \notin SS^j, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $F^j(\mathbf{x})$ 表示 $\mathbf{x}$ 处状态变量的索引值的集合

$$F^j(\mathbf{x}) = \{(i, t), i \in [0, j], t \geq 0, \mathbf{x} = \mathbf{x}_t^i, \mathbf{x}_t^i \in SS^j\}.$$

LMPC控制器的目标是使小车行驶一圈的时间最小化, 即

$$J_{t \rightarrow t+N}^{\text{LMPC},j}(\mathbf{x}_t^j) = \min_{\mathbf{u}_{t|t}, \dots, \mathbf{u}_{t+N-1|t}} \left[ \sum_{k=t}^{t+N-1} h(\mathbf{x}_{k|t}, \mathbf{u}_{k|t}) + Q^{j-1}(\mathbf{x}_{t+N|t}) \right], \quad (6a)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}_{k+1|t} = f(\mathbf{x}_{k|t}, \mathbf{u}_{k|t}), \quad (6b)$$

$$\mathbf{x}_{t|t} = \mathbf{x}_t^j, \quad (6c)$$

$$\mathbf{x}_{k|t} \in \mathcal{X}, \mathbf{u}_k \in \mathcal{U}, \forall k \in [t, \dots, t+N-1], \quad (6d)$$

$$\mathbf{x}_{t+N|t} \in SS^{j-1}, \quad (6e)$$

其中: 式(6a)为小车从当前位置到赛道终点的总代价, 包括小车在预测时域内的 $N$ 步代价 $\sum_{k=t}^{t+N-1} h(\mathbf{x}_{k|t}, \mathbf{u}_{k|t})$ 以及小车从 $\mathbf{x}_{t+N|t}$ 处到赛道终点的最短代价 $Q^{j-1}(\mathbf{x}_{t+N|t})$ ; 式(6b)是小车的状态更新方程, 可根据 $SS^{j-1}$ 中的数据进行在线辨识<sup>[19]</sup>; 式(6c)表示预测时域的初始位置为小车的当前位置; 式(6d)为小车的状态约束与输入约束, 如小车距赛道中心线的最大距离与输入变量的最大值, 根据实际情况设置; 式(6e)中的 $SS^{j-1}$ 为第 $j-1$ 次迭代的采样安全集。

上式表明, 在 $t+N$ 时刻, 终端约束式(6e)使得小车重新回到 $SS^{j-1}$ 中的轨迹上。

第 $j$ 次迭代中时刻 $t$ 的最优解如式(7)所示, 即

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{t:t+N-1|t}^{*,j} = [\mathbf{u}_{t|t}^{*,j} \ \mathbf{u}_{t+1|t}^{*,j} \ \dots \ \mathbf{u}_{t+N-1|t}^{*,j}], \\ \mathbf{X}_{t:t+N|t}^{*,j} = [\mathbf{x}_{t|t}^{*,j} \ \mathbf{x}_{t+1|t}^{*,j} \ \dots \ \mathbf{x}_{t+N|t}^{*,j}]. \end{cases} \quad (7)$$

在第 $j$ 次迭代的时刻 $t$ , 式(7)中最优输入序列中的第1个元素 $\mathbf{u}_t^j = \mathbf{u}_{t|t}^{*,j}$ 将作用到系统中. 在 $t+1$ 时刻, 有限时域最优控制问题(6)将在新的状态变量 $\mathbf{x}_{k+1|t+1} = \mathbf{x}_{t+1}^j$ 时重复运行, 进行滚动优化。

### 3 基于经验轨迹迁移的学习预测控制器

现有的LMPC算法是利用采样安全集中的数据在同一赛道上进行迭代优化的, 需要先通过轨迹跟踪建立初始采样安全集, 再在初始采样安全集的基础上进行后续优化. 当赛道变更时, 基于历史赛道的原采样安全集将不再适用于新的赛道. 本文所提的迁移算法可利用历史赛道上的行驶经验, 通过历史轨迹的经验迁移, 建立继承了历史经验的初始采样安全集, 从而使LMPC算法能够在此基础上以更高的速度为起点进行迭代优化. 基于经验迁移的学习预测控制算法如图2所示, 其中 $j$ 为迭代次数。

为建立继承了历史经验的初始采样安全集, 小车在新赛道上行驶前, 需要将历史采样安全集中轨迹段

与新赛道路径段的曲率信息进行特征匹配, 得到新赛道的虚拟路径跟踪轨迹段, 然后对虚拟路径跟踪轨迹段附近的历史采样点进行坐标变换与筛选, 得到虚拟最优轨迹段, 将虚拟最优轨迹段构成的集合作为虚拟采样安全集, 利用虚拟采样安全集中的数据通过短期学习预测控制, 使小车在新赛道上进行第1圈的行驶, 从而得到继承了历史经验的初始采样安全集, 完成历史轨迹的经验迁移。

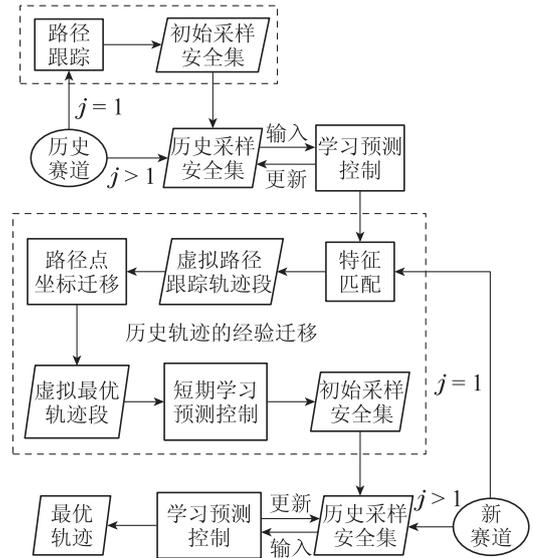


图2 基于经验迁移的学习预测控制算法

Fig. 2 Learning predictive control based on experience transfer

#### 3.1 虚拟路径跟踪轨迹的建立

为便于区分说明, 本文中定义的小车的行驶路程 $r$ 表示小车沿所行轨迹从轨迹起点到小车所在位置行驶的路程, 而小车的行驶距离 $s$ 表示在曲线坐标系下, 沿道路中心线方向从赛道起点到小车所在位置在道路中线上的投影点的距离。

假设赛道1为历史赛道, 赛道2为新赛道. 小车在赛道1通过LMPC控制得到采样安全集 $SS_1$ , 再通过经验迁移将 $SS_1$ 转化为赛道2的虚拟采样安全集 $VSS_2$ , 然后小车利用 $VSS_2$ 中的数据通过短期学习预测控制器在赛道2上进行第1圈的行驶, 得到赛道2的初始采样安全集 $SS_2^0$ , 从而使小车能够根据 $SS_2^0$ 中的数据在赛道2上通过LMPC控制进行迭代行驶。

由于原赛道的采样安全集为离散数据, 而新赛道的路径中心线为连续路径, 因此可按照待匹配的历史轨迹片段中各点的分布情况, 在连续的路径中心线上采样, 得到待匹配路径段。

定义 $C^m(r_i^j)$ 为赛道 $m$ 中的第 $j$ 次迭代 $i$ 时刻的采样点 $\mathbf{x}_i^j$ 处的曲率,  $r_i^j$ 是 $\mathbf{x}_i^j$ 的行驶路程. 假设 $X_i^j$ 是 $SS_1$ 中以第 $j$ 次迭代第 $i$ 个点 $\mathbf{x}_i^j$ 为起始点连续选取的 $n$ 个采样点,  $X_i^j = [\mathbf{x}_i^j \ \mathbf{x}_{i+1}^j \ \dots \ \mathbf{x}_{i+n-1}^j]^T$ . 将 $X_i^j$ 作为待匹

配的采样安全集中的轨迹段, 则  $X_i^j$  中各点的行驶路程为  $\mathbf{r}_i^j = [r_i^j \ r_{i+1}^j \ \cdots \ r_{i+n-1}^j]^T$ , 其曲率组成序列  $C^1(\mathbf{r}_i^j)$ .

为建立赛道2的虚拟路径跟踪轨迹, 模拟小车沿着赛道2的道路中心线行驶一圈, 即小车的行驶距离与行驶路程时刻保持相等. 令  $p_0$  为新赛道2的道路中心线上待匹配路段的起点, 该点距赛道2起点的行驶距离记为  $s_0^2$ . 在道路中心线上, 以  $p_0$  作为起点, 按  $\mathbf{r}_i^j$  中各元素的距离取  $n$  个点组成  $\mathbf{p}_0 = [p_0 \ p_1 \ \cdots \ p_{n-1}]^T$ , 作为待匹配路径段, 其中各点的行驶距离组成序列  $\mathbf{s}_0^2$ , 则

$$\mathbf{s}_0^2 = \begin{bmatrix} s_0^2 \\ s_1^2 \\ \vdots \\ s_{n-1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_i^j \\ r_{i+1}^j \\ \vdots \\ r_{i+n-1}^j \end{bmatrix} + (s_0^2 - r_i^j), \quad (8)$$

其中:  $s_0^2$  为待匹配路径段  $\mathbf{p}_0$  的行驶距离,  $s_0^2$  为其第1个元素;  $r_i^j$  为待匹配轨迹段  $X_i^j$  的行驶路程,  $r_i^j$  为其第1个元素. 则  $\mathbf{p}_0$  中各点的曲率组成序列  $C^2(\mathbf{s}_0^2)$ .

虚拟采样安全集的建立阶段是小车在新赛道行驶之前对采样安全集的预处理, 因此对于小车的计算能力没有实时性要求. 可将  $SS_1$  中所有的  $C^1(\mathbf{r}_i^j)$  与相对应的  $C^2(\mathbf{s}_0^2)$  进行特征匹配, 得到  $SS_1$  中与赛道2的待匹配路径段最相似的采样点, 作为赛道2的虚拟路径跟踪轨迹段  $X_{i^*}^{j^*}$ , 即

$$\begin{cases} i^*, j^* = \arg \min_{i,j} \|C^1(\mathbf{r}_i^j) - C^2(\mathbf{s}_0^2)\|, \\ X_{i^*}^{j^*} = [x_{i^*}^{j^*} \ x_{i^*+1}^{j^*} \ \cdots \ x_{i^*+n-1}^{j^*}]^T. \end{cases} \quad (9)$$

即当系统采样时间间隔为  $dt$  时, 从  $SS_1$  中选取连续行驶的  $n$  个轨迹点, 与新赛道道路中心线进行特征匹配, 得到所需耗时为  $n \times dt$  的虚拟路径跟踪轨迹段. 其中  $n$  为固定值. 若  $n$  值过大, 无法保证  $SS_1$  中存在与新赛道中心线足够相似的轨迹段, 若  $n$  值过小, 在后续第2.3节中无法建立虚拟局部采样安全集. 在仿真实验中所设置的  $n$  值为虚拟局部采样安全集中采样点的个数的1.5倍. 令

$$p_0 = p_{n-k}, \quad (10)$$

重置  $p_0$ , 继续对下一段待匹配轨迹段建立虚拟路径跟踪轨迹, 直至得到足够多的虚拟路径跟踪轨迹段, 完成对赛道2虚拟道路跟踪轨迹的建立.

为保证相邻虚拟最优轨迹段的连续性, 通过式(10)使相邻两条虚拟道路跟踪轨迹段首尾部分重叠. 式(10)中  $k$  代表重叠的采样点个数, 根据经验进行调整.

### 3.2 虚拟最优轨迹段的建立

通过特征匹配得到虚拟路径跟踪轨迹段后, 需要通过坐标变换得到赛道2的虚拟采样轨迹, 再从虚拟

采样轨迹中选择虚拟最优轨迹段. 虚拟最优轨迹段的集合即为虚拟采样安全集VSS.

如图3所示,  $l_1$  为历史赛道1的道路中心线,  $l_2$  和  $l_3$  为赛道1的采样安全集  $SS_1$  中的两条采样轨迹段, 其位置信息以  $l_1$  为参考系的曲线坐标值表示. 小车曾沿着  $l_2$  和  $l_3$  所在的两条轨迹自左向右在赛道1上行驶了两圈. 当小车的目标赛道由赛道1变为赛道2时, 假设  $l_2$  通过式(9)被选为赛道2的虚拟路径跟踪轨迹段, 该轨迹段的左右端点为  $\mathbf{x}_{i_a}^{j_2}$  和  $\mathbf{x}_{i_b}^{j_2}$ .  $l_3$  为待坐标变换的轨迹段.

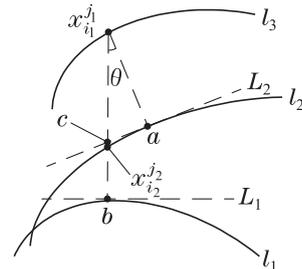


图3 轨迹点的坐标变换

Fig. 3 Coordinate transformation of the track points

为了得到赛道2的虚拟采样轨迹段, 需要将  $l_3$  中的采样点由以  $l_1$  为参考的曲线坐标值转化为以  $l_2$  为参考的曲线坐标值. 假设  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1} = [v_{x_{i_1}^{j_1}} \ v_{y_{i_1}^{j_1}} \ \dot{\varphi}_{i_1}^{j_1} \ e_{\varphi_{i_1}^{j_1}} \ e_{y_{i_1}^{j_1}} \ s_{i_1}^{j_1}]^T$  为  $l_3$  上的任意一个采样点, 在图3中的几何位置为  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$ . 且该采样点的行驶距离在轨迹段  $l_2$  的行驶范围内, 即  $\mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{i_a}^{j_2} \leq \mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{i_1}^{j_1} \leq \mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{i_b}^{j_2}$ . 则坐标变换的目标是将采样点  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  变换为以  $l_2$  为参考的曲线坐标点  $\mathbf{z}_{i_1}^{j_1} = [v_{x_{i_1}^{j_1}} \ v_{y_{i_1}^{j_1}} \ \dot{\varphi}_{i_1}^{j_1} \ e_{\varphi_{i_1}^{j_1}} \ e_{y_{i_1}^{j_1}} \ s_{i_1}^{j_1}]^T$ . 其中  $e_{\varphi_{i_1}^{j_1}}^{j_1}$  为  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  处小车相对于  $l_2$  的偏航角,  $e_{y_{i_1}^{j_1}}^{j_1}$  为  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  距  $l_2$  的距离,  $s_{i_1}^{j_1}$  为  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  处小车沿着  $l_2$  的行驶距离.

若  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  到曲线  $l_2$  的最短距离为  $|x_{i_1}^{j_1} a|$ , 垂足为  $a$ ,  $a$  处切线为  $L_2$ .  $|x_{i_1}^{j_1} b|$  到曲线  $l_1$  的最短距离为  $|x_{i_1}^{j_1} b|$ , 垂足为  $b$ ,  $b$  处切线为  $L_1$ .  $|x_{i_1}^{j_1} b|$  所在直线与  $L_2$  相交于点  $c$ . 假设  $l_2$  中存在采样点  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$ , 其几何位置  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  在  $|x_{i_1}^{j_1} b|$  在  $|x_{i_1}^{j_1} b|$  所在的直线上, 即

$$\mathbf{x}_{i_2}^{j_2} = [v_{x_{i_2}^{j_2}} \ v_{y_{i_2}^{j_2}} \ \dot{\varphi}_{i_2}^{j_2} \ e_{\varphi_{i_2}^{j_2}} \ e_{y_{i_2}^{j_2}} \ s_{i_2}^{j_2}]^T.$$

$r_{i_2}^{j_2}$  为小车在  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  处的行驶路程. 此处假设  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  与  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  的行驶距离相等, 即  $\mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{i_1}^{j_1} = \mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$ . 在实际情况下, 由于  $l_2$  与  $l_3$  皆为离散点集,  $l_2$  中不一定存在与  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$  具有相同行驶距离的采样点, 可利用  $l_2$  中的采样点通过样条插值的方法求得  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  的曲线坐标值.

根据曲线坐标系的定义及几何关系, 可知

$$\begin{cases} \theta = e_{\varphi_{i_2}^{j_2}} = \mathbf{e}_4^T \mathbf{x}_{i_2}^{j_2}, \\ |x_{i_1}^{j_1} b| = |e_{y_{i_1}^{j_1}}| = |\mathbf{e}_5^T \mathbf{x}_{i_1}^{j_1}|, \\ |x_{y_{i_2}^{j_2}} b| = |e_{y_{i_2}^{j_2}}| = |\mathbf{e}_5^T \mathbf{x}_{i_2}^{j_2}|. \end{cases} \quad (11)$$

在现实的路径条件下,  $l_2$  上的  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  与  $a$  点的距离有

限, 可将  $\mathbf{x}_{i_2}^{j_2}$  处局部线性化, 使得弧  $\widehat{\mathbf{x}_{i_2}^{j_2} a}$  近似为线段  $|ca|$ .

因此可通过式(11)及几何关系求得虚拟采样点  $\mathbf{z}_{i_1}^{j_1}$  的位置信息  $e_{\varphi_{i_1}^{j_1}}^*$ ,  $e_{y_{i_1}^{j_1}}^*$  和  $s_{i_1}^{j_1}$ , 即

$$\begin{cases} |x_{i_1}^{j_1} c| = |x_{i_1}^{j_1} x_{i_2}^{j_2}| = |e_{y_{i_1}^{j_1}}^{j_1} - e_{y_{i_2}^{j_2}}^{j_2}|, \\ e_{y_{i_1}^{j_1}}^* = |x_{i_1}^{j_1} c| \times \cos \theta, \\ s_{i_1}^{j_1} = r_{i_2}^{j_2} + |x_{i_1}^{j_1} c| \times \sin \theta, \\ e_{\varphi_{i_1}^{j_1}}^* = e_{\varphi_{i_1}^{j_1}}^{j_1} - e_{\varphi_{i_2}^{j_2}}^{j_2}. \end{cases} \quad (12)$$

若赛道2的路宽为  $2 \times d$ , 虚拟采样轨迹点需满足赛道2的路宽约束. 即若待坐标变换轨迹段  $l_3$  中的任一点  $\mathbf{x}_{i_1}^{j_1}$ , 其坐标变换后的虚拟采样点  $\mathbf{z}_{i_1}^{j_1}$  满足

$$e_{y_{i_1}^{j_1}}^* \leq d, \quad (13)$$

则该待坐标变换的轨迹段通过式(12)变换后, 可作为小车在赛道2上关于虚拟路径跟踪轨迹  $l_2$  的虚拟采样轨迹段.

若  $X_i^j$  是小车在赛道2上通过式(9)选择的虚拟路径跟踪轨迹段.  $L_k^{i,j}$  是通过式(12)求得的, 关于  $X_i^j$  的  $k$  条虚拟采样轨迹段. 令  $n_l^{L_k^{i,j}}$  为  $L_k^{i,j}$  中的第  $l$  条虚拟采样轨迹段中采样点的个数,  $z_{l,m}^{L_k^{i,j}}$  为该虚拟采样轨迹段的第  $m$  个虚拟采样点.  $n_l^{L_k^{i,j}}$  值越小, 说明小车沿着该虚拟采样轨迹段跑完当前虚拟路径跟踪轨迹段所需时间越小.

为保证虚拟最优轨迹段的连续性, 虚拟最优轨迹段除了要满足行驶时间短, 还应保证当前虚拟最优轨迹段的首端与上一条虚拟最优轨迹段的末端相近. 因此, 若上一条虚拟最优轨迹段的末端为  $z_0$ , 关于  $X_i^j$  的虚拟最优采样轨迹段  $Z_i^j$  为

$$\begin{cases} Z_i^j = [z_{l^*,0}^{L_k^{i,j}} \quad z_{l^*,1}^{L_k^{i,j}} \quad \cdots \quad z_{l^*,n_{l^*}^{L_k^{i,j}}-1}^{L_k^{i,j}}]^T, \\ l^* = \arg \min_l (n_l^{L_k^{i,j}} + \zeta \|z_{l,0}^{L_k^{i,j}} - z_0\|), \quad n_l^{L_k^{i,j}} \leq n, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\zeta$  为权重系数, 根据经验选取.  $n_l^{L_k^{i,j}} \leq n$  表示最优虚拟采样轨迹段所需耗时  $n_l^{L_k^{i,j}} \times dt$  应不大于虚拟路径跟踪轨迹段的所需耗时  $n \times dt$ .

针对下一段虚拟路径跟踪轨迹段, 通过式(12)和式(14)重新计算虚拟最优采样轨迹段, 直至得到足够的虚拟采样点, 将虚拟最优轨迹段的集合作为虚拟采样安全集 VSS.

### 3.3 基于经验迁移的短期学习预测控制器

传统的 LMPC 控制算法对小车行驶经验的学习是基于整个赛道的, 而通过对小车轨迹的经验迁移得到的虚拟行驶轨迹是由片段拼接而成的, 其行驶经验的学习是基于局部赛道的, 其所参考的虚拟最优轨迹段所需耗时不大于  $n \times dt$ . 因此设计了一种短期学习预

测控制算法, 根据虚拟采样安全集中的短期轨迹对小车进行学习预测控制.

假定采样时刻  $t-1$ , 短期学习预测控制器所求得的最优解序列为

$$\begin{aligned} X_{t-1:t-1+N|t-1}^* &= \\ [\mathbf{x}_{t-1|t-1}^* \quad \mathbf{x}_{t|t-1}^* \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*]^T, \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $N$  为短期学习预测控制的预测时域. 此时预测时域的第  $N+1$  步为  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$ .

在采样时刻  $t$ , 从虚拟采样安全集 VSS 中找出与  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$  近似的点  $\mathbf{z}_{t^*}$ , 在  $\mathbf{z}_{t^*}$  所在的最优虚拟轨迹段上选取虚拟局部采样安全集  $D_t$ , 即

$$\begin{aligned} D_t(\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*) &= \\ [\mathbf{z}_{t^*-m_r} \quad \cdots \quad \mathbf{z}_{t^*} \quad \cdots \quad \mathbf{z}_{t^*+m_f}]^T, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{t^*} = \arg \min_{\mathbf{z} \in \text{VSS}} \|\mathbf{z} - \mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*\|, \\ \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t^*} \leq \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t^*-m_r} < \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t^*} < \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t^*+m_f} \leq \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t^*}, \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $\mathbf{z}_{t^*} \mathbf{e}_6^T$  表示  $\mathbf{z}_{t^*}$  点的行驶距离,  $\mathbf{z}_{t^*-m_r}$  和  $\mathbf{z}_{t^*+m_f}$  分别为  $\mathbf{z}_{t^*}$  所在最优虚拟轨迹段的左右端点.  $m_r + m_f + 1$  为  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$  的局部采样集中虚拟采样点的总个数,  $m_r$  与  $m_f$  根据经验选取. 即首先要满足  $\mathbf{z}_{t^*}$  能在其所在的虚拟采样轨迹段上连续选取  $m_r + m_f + 1$  个轨迹点用于构建  $D_t$ , 其次要满足  $\mathbf{z}_{t^*}$  近似于  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$ .

在采样时刻  $t$ , 短期学习预测控制器待求解序列为  $X_{t:t+N|t}$ , 其预测时域的第  $N$  步为  $\mathbf{x}_{t+N-1|t}$ . 在无模型失配的理想情况下,  $\mathbf{x}_{t+N-1|t} = \mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$  且  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^* \approx \mathbf{z}_{t^*}$ , 此时存在控制量  $\mathbf{u}_{t+N-1|t}$ , 使得  $\mathbf{x}_{t+N|t} = \mathbf{z}_{t^*+1}$ . 在模型精度有限的现实条件下,  $\mathbf{x}_{t+N-1|t}$  在  $\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*$  的邻域内. 此时存在一组向量

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_t &= [\lambda_{t-m_r} \quad \cdots \quad \lambda_t \quad \cdots \quad \lambda_{t+m_f}]^T, \\ \lambda_t &\geq 0, \quad \Sigma \lambda_t = 1, \end{aligned}$$

使得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{t+N|t} &= \boldsymbol{\lambda}_t^T D_t(\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*) = \\ \lambda_{t-m_r} \mathbf{z}_{t^*-m_r} &+ \cdots + \lambda_t \mathbf{z}_{t^*} + \cdots + \lambda_{t+m_f} \mathbf{z}_{t^*+m_f}. \end{aligned}$$

原 LMPC 算法的采样安全集中的轨迹是连续的, 因此能够在控制算法(6a)中, 通过 Q 函数保证小车行驶一周的时间不随着迭代次数的增加而增加, 使小车的单圈耗时随着迭代次数增加而减少. 在新赛道上, 小车行驶第 1 圈时, 其虚拟采样安全集中的轨迹是片段轨迹, 无法使用 Q 函数表示预测终点到赛道终点的总代价. 为代替 Q 函数, 定义 P 函数, 表示当前时刻终端状态的行驶距离落后于上一时刻终端状态的行驶距离的程度, 即

$$P(\mathbf{x}_{t+N|t}) = \mathbf{e}_6^T [\mathbf{x}_{t+N-1|t-1}^* - \mathbf{x}_{t+N|t}]. \quad (18)$$

在代价函数中,  $P$ 函数使得小车终端状态的行驶距离随着时间而增加。

短期LMPC算法的目标函数及其约束为

$$\begin{cases} J_{t \rightarrow t+N}^{\text{TLMPC}}(\mathbf{x}_t) = \\ \min_{\mathbf{u}_{t|t}, \dots, \mathbf{u}_{t+N-1|t}} \left( \sum_{k=t}^{t+N-1} h(\mathbf{x}_{k|t}, \mathbf{u}_{k|t}) + \right. \\ \left. P(\lambda_t^T \mathbf{D}_t(\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*)) \right), \\ \text{s.t. } \mathbf{x}_{t|t} = \mathbf{x}_t, \\ \mathbf{x}_{k+1|t} = f(\mathbf{x}_{k|t}, \mathbf{u}_{k|t}), \\ \mathbf{x}_{t+N|t} = \lambda_t^T \mathbf{D}_t(\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*), \lambda_t \geq 0, \\ \Sigma \lambda_t = 1, \\ \mathbf{x}_{k|t} \in \mathcal{X}, \mathbf{u}_k \in \mathcal{U}, \forall k \in [t, \dots, t+N-1], \end{cases} \quad (19)$$

其中小车的状态更新方程可根据VSS中的数据进行在线辨识<sup>[19]</sup>。

上式表明, 在采样时刻 $t$ , 终端状态将回到虚拟采样安全集中 $D_t(\mathbf{x}_{t-1+N|t-1}^*)$ 所在的轨迹段上。

令式(20)为时刻 $t$ 的最优解序列, 即

$$\begin{cases} U_{t:t+N|t}^* = [\mathbf{u}_{t|t}^* \ \mathbf{u}_{t+1|t}^* \ \dots \ \mathbf{u}_{t+N-1|t}^*]^T, \\ X_{t:t+N|t}^* = [\mathbf{x}_{t|t}^* \ \mathbf{x}_{t+1|t}^* \ \dots \ \mathbf{x}_{t+N|t}^*]^T, \\ \mathbf{x}_{t+N|t}^* = \lambda_{t-m_r}^* \mathbf{z}_{t-m_r}^* + \dots + \\ \lambda_{t+m_f}^* \mathbf{z}_{t+m_f}^*. \end{cases} \quad (20)$$

在第 $j$ 次迭代的时刻 $t$ , 式(20)中最优输入序列 $U_{t:t+N|t}^*$ 中的第1个元素 $\mathbf{u}_{t|t}^*$ 将作用到系统中. 在 $t+1$ 时刻, 有限时域最优控制问题(19)将在新的状态变量 $\mathbf{x}_{k+1|t+1} = \mathbf{x}_{t+1}$ 时重复运行, 进行滚动优化。

虚拟最优轨迹段是历史行驶轨迹通过坐标变换而得到的轨迹, 在全局坐标系下, 虚拟最优轨迹等同于小车在历史赛道上的行驶轨迹. 因此, 当小车位于虚拟最优轨迹段中的一点时, 存在一组控制序列, 使得小车能够在满足约束的条件下, 能达到该段虚拟最优轨迹段的终点。

由式(18)–(19)可知, 在每个采样时刻, 终端状态的行驶距离均会大于上一时刻终端状态的行驶距离, 且系统总会根据上一时刻的终端状态, 从VSS中选择满足式(17)的虚拟采样点建立局部虚拟采样集. 因此, 当采样时刻 $t > t-1$ 时,

$$\mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{t+N|t}^* > \mathbf{e}_6^T \mathbf{x}_{t+N-1|t-1}^*,$$

局部虚拟采样安全集中各点的行驶距离, 满足一下关系:

$$\mathbf{e}_6^T D_t(\mathbf{x}_{t+N|t}^*) > \mathbf{e}_6^T D_t(\mathbf{x}_{t+N-1|t-1}^*),$$

局部虚拟采样集所在虚拟轨迹段的终点, 满足一下关系:

$$\mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t_f}^* \geq \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{(t-1)_f}^*,$$

其中当

$$\mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t_f}^* = \mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{(t-1)_f}^*,$$

$D_t(\mathbf{x}_{t+N|t}^*)$ 和 $D_t(\mathbf{x}_{t+N-1|t-1}^*)$ 在同一虚拟轨迹段中选取。

随着虚拟轨迹段的行驶距离不断增加, 当 $\mathbf{e}_6^T \mathbf{z}_{t_f}^* > s_{\text{target}}$ 时, 存在一组控制序列, 使得小车能够在满足约束的条件下, 到达赛道终点。

当使用短期学习预测控制器在新的赛道上行驶完第1圈后, 将第1圈行驶的状态变量作为初始采样安全集, 通过式(6)进行后续圈数的控制. 根据文献[18]中对LMPC算法迭代收敛性的理论证明, 在后续圈数中小车的单圈耗时会随着迭代的增加而缩短。

#### 4 仿真与结果分析

使用伯克利智能赛车平台<sup>[21]</sup>的仿真系统对学习预测控制的迁移策略进行了仿真实验, 仿真系统通过Python语言搭建. 车辆模型由单轨模型表示, 小车质量为1.98 kg, 质心距前后轴的距离为0.125 m, 车辆绕 $z$ 轴的转动惯量为0.024 kg·m<sup>2</sup>. 轮胎特性由魔术公式表示, 其形状因子为1.25, 刚度因子为1.0, 峰值因子为7.770. 设计4个不同形状的典型赛道, 赛道1是包含直线、直角弯与“s”弯等典型要素的赛道, 赛道2是圆形赛道, 赛道3是“8”字形赛道, 赛道4是半圆弧与直线组成的类椭圆形赛道. 其中赛道1作为初始赛道, 小车通过LMPC控制在赛道1上建立历史采样安全集SS<sub>1</sub>, 赛道2–4作为新赛道, 小车通过带迁移策略的TLMPC控制算法对SS<sub>1</sub>进行经验迁移, 在新的赛道上对所提控制算法进行了仿真验证, 并与不含迁移策略的LMPC控制算法进行对比分析。

在所搭建的仿真平台上, 通过学习预测控制在赛道1上对小车进行控制, 得到小车在历史赛道1上的历史采样安全集SS<sub>1</sub>. 如图4所示, 随着迭代次数的增加, 小车的行驶轨迹由路径中心线的跟踪轨迹迭代为单圈耗时最短的最优轨迹。

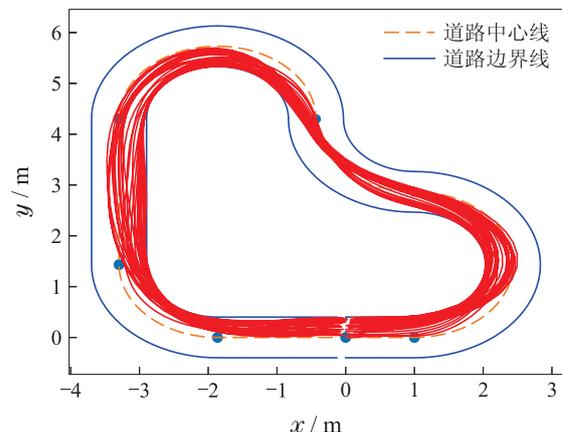


图4 历史采样安全集

Fig. 4 Historical sampled-safe-set (SS)

在新的赛道上, 通过对 $SS_1$ 进行经验迁移, 得到赛道2、赛道3和赛道4的虚拟采样安全集 $VSS_2$ ,  $VSS_3$ 和 $VSS_4$ , 分别如图5-7所示. 可以看出, 针对未曾行驶过的新赛道, 通过对历史采样安全集的经验迁移, 生成了大量长短不一的虚拟路径片段, 模拟小车在新赛道上的行驶轨迹. 由于虚拟采样安全集模仿的是小车在新赛道上行驶时间最短的最优轨迹, 并非小车针对新赛道路径中心线的跟踪轨迹, 虚拟最优轨迹段是由新赛道的道路中心线、原采样安全集中的数据以及上一段虚拟最优轨迹段的末端状态共同决定的. 因此如图6所示, 即使该赛道左右对称, 其最优轨迹段并没有完全左右对称, 部分虚拟最优轨迹段与赛道中心线完全重合, 使得图中该处仅显示一条轨迹段, 部分虚拟最优轨迹段分布分散, 使得图中对应位置显示有多条轨迹段.

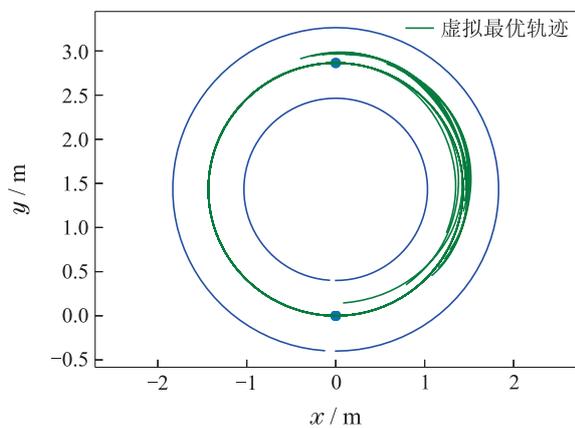


图 5 虚拟采样安全集(赛道2)

Fig. 5 Virtual sampled safe set (Track 2)

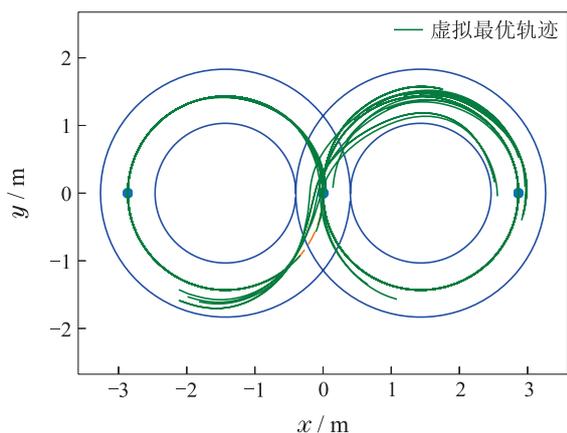


图 6 虚拟采样安全集(赛道3)

Fig. 6 Virtual sampled safe set (Track 3)

然后利用虚拟采样安全集, 分别在赛道2、赛道3和赛道4上通过短期学习预测控制使小车行驶第1圈, 作为赛道变更后的初始采样安全集 $SS_2^0$ ,  $SS_3^0$ 和 $SS_4^0$ . 可知继承了赛道1行驶经验的小车在新赛道上第1次行驶时, 为了缩短单圈时间, 在赛道2-4上并没有严格

的沿着道路中心线行驶. 如图8所示, 小车在赛道3上进行第1圈的行驶时, 小车通过提前向赛道内侧方向靠拢的方式, 减少转弯的角度, 以更短的时间驶过“s”弯.

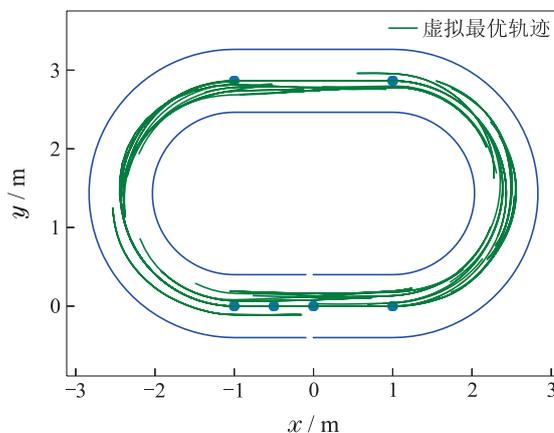


图 7 虚拟采样安全集(赛道4)

Fig. 7 Virtual sampled safe set (Track 4)

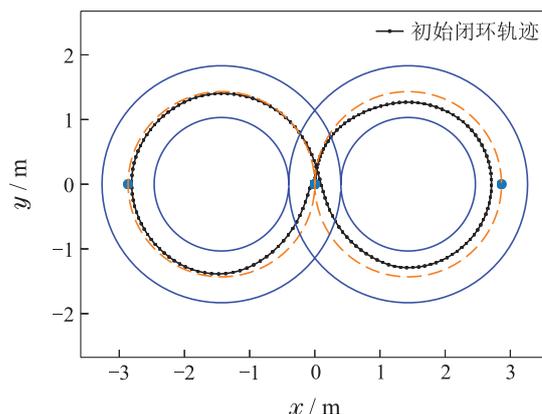


图 8 初始采样安全集(赛道3)

Fig. 8 Initial sampled safe set (Track 3)

在通过短期学习预测控制得到初始采样安全集的基础上, 继续通过LMPC控制在新赛道上进行10圈的迭代, 统计每圈耗时, 作为实验组TLMPC. 即总圈数为11圈, 第1圈为通过短期学习预测控制建立的初始采样安全集, 后10圈为在第1圈的基础上通过LMPC控制进行的10圈优化迭代.

为设置对照组, 按照文献[5, 18-19]中LMPC算法建立初始采样安全集的方式, 首先, 通过PID控制在新赛道上行驶数圈, 然后, 利用PID控制得到的行驶数据对小车进行模型辨识, 得到小车的线性时不变(linear time invariant, LTI)模型与线性时变(linear time varying, LTV)模型, 分别通过LTI模型与LTV模型对小车进行MPC控制. 最后, 将小车通过PID控制、LTI-MPC控制与LTV-MPC控制得到的运动轨迹作为初始采样安全集, 通过LMPC控制进行10圈的迭代, 作为对照组LMPC. 实验组TLMPC的初始采样安全集中小车仅行驶了一圈, 对照组初始采样安全集中小车的行驶圈

数大于1圈,以初始采样安全集中的最短短圈耗时作为对照组的首圈单圈耗时,对应实验组TLMPC的首圈单圈耗时。

在3个新赛道上,迭代次数均为10次时,以赛道2和赛道4为例,实验组TLMPC与对照组LMPC的单圈耗时变化趋势如图9-10所示,可知在相同的迭代次数下,TLMPC单圈耗时始终小于LMPC.实验组TLMPC与对照组LMPC的单圈耗时数据如表1所示.可知TLMPC能以更短的时间完成第1圈的行驶,在3种赛道中单圈耗时至少缩短了8.8 s.在迭代10圈的情况下,3种赛道中小车的单圈耗时至少减少了1.2 s.

表1 TLMPC控制与LMPC控制的单圈耗时情况对比  
Table 1 Comparison of single lap time cost between TLMPC and LMPC

单圈耗时	赛道2		赛道3		赛道4	
	LMPC	TLMPC	LMPC	TLMPC	LMPC	TLMPC
首圈耗时/s	16.2	7.4	26.9	17.8	20.5	10.9
末圈耗时/s	4.4	3.2	9.7	8.4	7.3	5.5

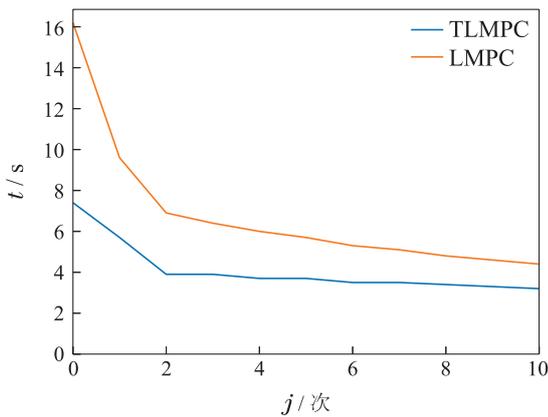


图9 控制算法的性能对比(赛道2)

Fig. 9 Performance comparison with TLMPC and LMPC (Track 2)

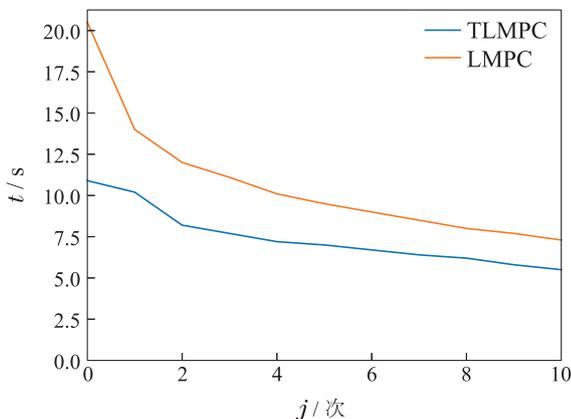


图10 控制算法的性能对比(赛道4)

Fig. 10 Performance comparison with TLMPC and LMPC (Track 4)

当迭代次数继续增加时,TLMPC和LMPC的单圈耗时将趋向相同.以赛道3为例,如图11所示,随着迭代次数的增加,TLMPC组和LMPC组的单圈耗时均在6.4 s时达到最短短圈耗时.其中LMPC组的单圈耗时在第23圈时达到6.4 s.而TLMPC组的单圈耗时在第19圈时达到6.4 s.即随着迭代次数的增加,TLMPC组和LMPC组的单圈耗时将趋向相同,但TLMPC组能够以更少的迭代次数提前达到最短短圈耗时。

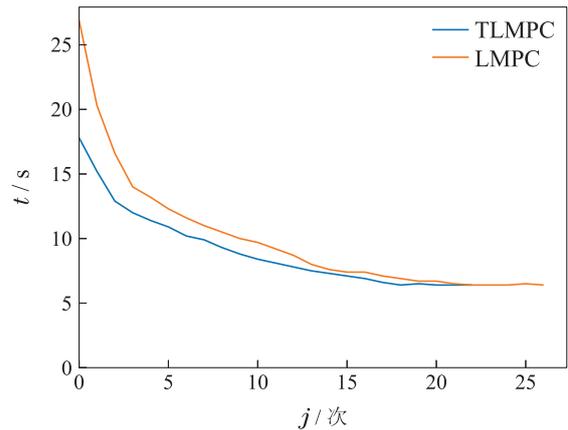


图11 控制算法的收敛趋势对比(赛道3)

Fig. 11 Convergence trend comparison with TLMPC and LMPC (Track 3)

由此可知,使用迁移策略的LMPC控制,能够通过继承SS<sub>1</sub>中的经验,建立单圈时间更短的初始采样安全集,在相同的迭代圈数下,与未使用经验迁移策略的LMPC控制相比,小车能够在更短的时间内到达终点.即小车能够通过学习预测控制的迁移策略继承小车在历史赛道的行驶经验,在新的赛道上以更短的时间完成行驶任务。

## 5 结论

针对基于LMPC算法的智能小车对不同赛道的适应能力问题,通过对小车在历史赛道上的行驶经验进行迁移,提出一种基于经验迁移的学习预测控制(TLMPC)算法,并通过仿真实验对算法有效性进行了验证.仿真实验结果表明,TLMPC算法通过继承历史采样安全集中的行驶经验,能够以更短的时间完成初始采样安全集的建立,在相同的迭代次数下,能够以更短的时间完成控制目标.但是TLMPC算法需要对历史采样安全集与新赛道进行特征匹配并进行坐标变换,一定程度上增加了算法的计算复杂度,是否满足实际工程对计算效率的要求,还要有待实践检验.下一步,主要研究应集中在实际小车系统下的算法应用系统开发,并且建立算法扩展平台,为下一步深入研究奠定基础。

## 参考文献:

- [1] CHEN Hong, GUO Lulu, GONG Xun, et al. Automotive control in intelligent era. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(7): 1313 – 1332. (陈虹, 郭露露, 宫洵, 等. 智能时代的汽车控制. *自动化学报*, 2020, 46(7): 1313 – 1332.)
- [2] XI Yugeng, LI Dewei, LIN Shu. Model predictive control—status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3): 222 – 236. (席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制—现状与挑战. *自动化学报*, 2013, 39(3): 222 – 236.)
- [3] BAI Guoxing, MENG Yu, LIU Li, et al. Current status of path tracking control of unmanned driving vehicles. *Chinese Journal of Engineering*, 2021, 43(4): 475 – 485. (白国星, 孟宇, 刘立, 等. 无人驾驶车辆路径跟踪控制研究现状. *工程科学学报*, 2021, 43(4): 475 – 485.)
- [4] THEODOSIS P, GERDES J. Nonlinear optimization of a racing line for an autonomous racecar using professional driving techniques. *ASME Dynamic Systems & Control Conference Joint with the JSME Motion & Vibration Conference*. Fort Lauderdale, Florida: ASME, 2012: 235 – 241.
- [5] ROSOLIA U, CARVALHO A, BORRELLI F. Autonomous racing using learning model predictive control. *American Control Conference*. Seattle, WA, USA: IEEE, 2017: 5115 – 5120.
- [6] CHEN C, SEFF A, KORNHAUSER A, et al. Deepdriving: Learning affordance for direct perception in autonomous driving. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision*. Piscataway: IEEE, 2015: 2722 – 2730.
- [7] MOHSENI F, VORONOV S, FRISK E. Deep learning model predictive control for autonomous driving in unknown environments. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, 51(22): 447 – 452.
- [8] HU Xuemin, CHENG Yu, CHEN Guowen, et al. Motion planning for autonomous driving with directional navigation based on deep spatio-temporal Q-network. *Journal of Computer Applications*, 2020, 40(7): 1919 – 1925. (胡学敏, 成煜, 陈国文, 等. 基于深度时空Q网络的定向导航自动驾驶运动规划. *计算机应用*, 2020, 40(7): 1919 – 1925.)
- [9] WANG Bingchen, SI Huaiwei, TAN Guozhen. Research on self-driving car control algorithm based on deep-enhanced learning. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2020, 41(4): 41 – 45, 80. (王丙琛, 司怀伟, 谭国真. 基于深度强化学习的自动驾驶车控制算法研究. *郑州大学学报(工学版)*, 2020, 41(4): 41 – 45, 80.)
- [10] YU Lingli, SHAO Xuanya, LONG Ziwei, et al. Intelligent land vehicle model transfer trajectory planning method of deep reinforcement learning. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(9): 43 – 56. (余伶俐, 邵玄雅, 龙子威, 等. 智能车辆深度强化学习的模型迁移轨迹规划方法. *控制理论与应用*, 2019, 36(9): 43 – 56.)
- [11] SUN Huihui, HU Chunhe, ZHANG Junguo. Deep reinforcement learning for motion planning of mobile robots. *Control and Decision*, 2021, 36(6): 1281 – 1292. (孙辉辉, 胡春鹤, 张军国. 移动机器人运动规划中的深度强化学习方法. *控制与决策*, 2021, 36(6): 1281 – 1292.)
- [12] HEWING L, KABZAN J, ZEILINGER M N. Cautious model predictive control using gaussian process regression. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(6): 2736 – 2743.
- [13] KOLLER T, BERKENKAMP F, TURCHETTA M, et al. Learning-based model predictive control for safe exploration. *IEEE Conference on Decision and Control*. Miami, FL, USA: IEEE, 2018: 6059 – 6066.
- [14] KABZAN J, HEWING L, LINIGER A, et al. Learning-based model predictive control for autonomous racing. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(4): 3363 – 3370.
- [15] LORENZEN M, CANNON M, ALLGÖWER F. Robust MPC with recursive model update. *Automatica*, 2019, 103: 461 – 471.
- [16] LU X, CANNON M. Robust adaptive tube model predictive control. *American Control Conference*. Philadelphia, PA, USA: IEEE, 2019: 3695 – 3701.
- [17] LORENZEN M, ALLGÖWER F, CANNON M. Adaptive model predictive control with robust constraint satisfaction. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 3313 – 3318.
- [18] ROSOLIA U, BORRELLI F. Learning model predictive control for iterative tasks: A data-driven control framework. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(7): 1883 – 1896.
- [19] ROSOLIA U, BORRELLI F. Learning how to autonomously race a car: A predictive control approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(6): 2713 – 2719.
- [20] JAFARZADEH H, FLEMING C. Learning model predictive control for connected autonomous vehicles. *The 58th Conference on Decision and Control*. Nice, France: IEEE, 2019: 2336 – 2343.
- [21] GONZALES J, ZHANG F, LI K, et al. Autonomous drifting with onboard sensors. *Advanced Vehicle Control AVEC'16*. Boca, Raton, USA: CRC Press, 2016.

## 作者简介:

程相超 硕士研究生, 目前研究方向为机器学习与预测控制, E-mail: 1264847576@qq.com;

黄景涛 博士, 副教授, 目前研究方向为智能控制及应用, E-mail: jthuang\_haust@163.com;

宋书中 博士, 教授, 目前研究方向为控制理论与先进控制, E-mail: sszhong@mail.haust.edu.cn.