

输入时滞非线性系统的新型动态面Funnel控制

王清华¹, 刘 焯^{1†}, 张桂林², 李洪芹¹, 刘海珊¹

(1. 上海工程技术大学 电子电气工程学院, 上海 201620; 2. 山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 本文针对一类带有输入时滞的不确定非线性系统, 提出了新型动态面Funnel控制方案. 首先设计补偿动态变量将输入时滞系统转换成无时滞的系统, 仅需在递归控制的最后一步补偿, 从而优化了控制器设计过程. 其次, 构造Funnel函数, 使系统的瞬态和稳态跟踪误差被限制在给定边界内. 最后, 提出新型非线性动态面控制方法, 不仅避免了自适应反推控制中的“微分爆炸”问题, 而且消除了边界层误差, 使得系统的跟踪误差最终渐近收敛到零. 理论分析表明该闭环系统的所有信号一致最终有界, 仿真结果验证了该控制方案的有效性.

关键词: 自适应控制; 动态面控制; 输入时滞; 神经网络; Funnel

引用格式: 王清华, 刘焯, 张桂林, 等. 输入时滞非线性系统的新型动态面Funnel控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1426 – 1432

DOI: 10.7641/CTA.2022.10924

Novel dynamic surface Funnel control for nonlinear systems with input delay

WANG Qing-hua¹, LIU Ye^{1†}, ZHANG Gui-lin², LI Hong-qin¹, LIU Hai-shan¹

(1. School of Electronic and Electrical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;

2. College of Electrical Engineering and Automation,
Shandong University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266590, China)

Abstract: This paper proposes a novel dynamic surface Funnel control scheme for a class of uncertain nonlinear systems with input delay. Firstly, a compensation dynamic variables is designed to convert the input delay system into a system without delay, and this compensation is required in the last step of recursion control, which optimizes the controller design. Secondly, a Funnel function is constructed such that the transient and steady-state tracking errors are limited within the given boundary. Finally, a novel nonlinear filter dynamic surface control is proposed, which avoids the “explosion of complexity” problem in adaptive backstepping control, eliminates the boundary layer error, and makes the tracking error of the system asymptotically converge to zero. Theoretical analysis shows that all signals of the closed-loop system are uniformly ultimately bounded, and the simulation results verify the effectiveness of the control scheme.

Key words: adaptive control; dynamic surface control; input delay; neural network; Funnel

Citation: WANG Qinghua, LIU Ye, ZHANG Guilin, et al. Novel dynamic surface Funnel control for nonlinear systems with input delay. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1426 – 1432

1 引言

近年来, 输入时滞的控制问题是时滞系统的基本问题之一, 在机器人、电力网络和航空航天等控制系统中普遍存在, 因此如何处理输入时滞项引起了广泛关注. 其中, 一个基本思想是预测反馈^[1–2]. 由于分布特性, 传统的基于预测的方法在实际应用中难以实施. 文献[3–6]则忽略了分布项, 在预测反馈的基础上提出了截断预测反馈控制方案, 并避免反馈律无穷维性问

题. 进一步, 对于输入时滞的研究扩展到了不确定非线性系统里. 文献[7]假设非线性函数满足Lipschitz条件将截断预测反馈控制方案扩展到输入时滞非线性系统中. 文献[8–9]提出了改进的预测方案解决带有扰动的非线性系统的输入时滞问题. 针对一类相似的带有输入时滞非线性系统^[10–13], 为消除输入时滞的影响, 设计了包含过去控制值有限积分的辅助跟踪误差时滞补偿项. 此外, Pade逼近方案^[14–19]被广泛应用于

收稿日期: 2021–09–29; 录用日期: 2022–04–28.

[†]通信作者. E-mail: liuye_buaa@126.com; Tel.: +86 18021071895.

本文责任编辑: 龙离军.

国家自然科学基金项目(61703269), 科技创新2030 – “新一代人工智能”重大项目(2020AAA0109305)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703269) and the Scientific and Technological Innovation 2030 – “New Generation Artificial Intelligence” (2020AAA0109305).

带有输入时滞的严格反馈非线性系统, 因为逼近误差要求趋于零, 所以Pade逼近方案仅能处理较小的时滞系统. 不仅Pade逼近方案要求输入时滞较小, 以上控制方案对输入时滞都要求很小, 对较大的时滞跟踪效果不理想, 甚至失效.

随着工业的迅速发展, 基本的稳定性已经满足不了工业发展的要求, 人们期望设计的控制方案不仅能满足系统的稳态性能, 还能保证瞬态性能. 为此文献[20–21]提出了预设性能方案, 通过引入严格递增的误差转换函数, 将对系统误差的约束转换成无约束的问题, 该方法需要对误差转换函数求逆, 可能存在奇异性问题, 造成系统不稳定^[22]. 于是Ilchmann^[23]等人提出了Funnel控制, 根据高增益的理念, 设计可调节的时变增益控制一类一阶或二阶系统, 保证系统的瞬态和稳态性能. 文献[24]针对相对度为二的单输入单输出最小相位系统, 设计了Funnel预补偿器控制方案, 保证了系统跟踪误差的预定性能. 文献[25]设计了一种无模型Funnel控制方案, 保证了相对阶非线性系统的瞬态和稳态性能. 然而Funnel控制主要适用于阶数为一或二的系统, 限制了Funnel控制在实际控制系统的应用. 此外, 在输入时滞的研究领域, 对于保证系统跟踪误差瞬态性能的研究还不太充分.

最近, 对于输入时滞系统的研究主要集中于以下几个方面: 1) 满足大时滞要求. 在位置误差中设计输入时滞积分辅助项^[26–27], 通过对输入时滞的积分消除时滞的影响, 但是无法将该方法扩展到时变时滞系统. 文献[28–29]设计了输入时滞补偿系统, 但在反推设计中每步都要补偿, 为保证系统稳定, 还需要证补偿系统有界; 2) 采用动态面方法^[8, 18, 26]解决反推中因重复微分引起的“微分爆炸”问题. 该方法虽然能有效简化控制器设计过程, 减轻计算负担, 但是一阶低通滤波器存在的边界层误差无法消除, 使得跟踪误差不能渐近收敛到零; 3) 提高系统的瞬态跟踪性能. 由于既要处理输入时滞, 又要保证系统瞬态性能, 给控制设计带来了极大挑战, 所以目前对该问题的研究不是太充分. 文献[30]应用预设性能技术研究了带有输入迟滞的大范围非线性系统, 提高系统瞬态和稳态跟踪性能, 但预设性能需要对性能函数求逆, 存在奇异性问题.

综上所述, 尽管已经取得了关于输入时滞非线性系统研究的丰硕成果, 但是如何设计出使得输入时滞非线性系统跟踪误差渐近收敛到零且满足大时滞需求的控制器是极具挑战的. 其难点在于输入时滞补偿的设计需要满足大时滞的要求, 以及神经网络逼近误差、模糊逼近误差和动态面边界层误差等的处理.

本文研究了输入时滞非线性系统的新型动态面Funnel控制. 其研究动机是对于机器人、电力网络和航空航天等控制系统, 其大多数情况信号传输都存在

时滞, 在这种情况下仍然保持较高的跟踪性能. 本文通过设计输入时滞补偿动态变量, 构造Funnel函数结合非线性滤波器设计了带有输入补偿动态变量的新型动态面Funnel控制方案. 该方案主要贡献有: 1) 设计了输入时滞的补偿动态变量, 仅需在最后一步补偿, 从而优化了控制器设计过程, 且满足大时滞要求; 2) 基于正时变积分函数设计的非线性新型滤波器, 不仅避免了反推控制“微分爆炸”问题, 而且消除了边界层误差, 并保证了系统的跟踪误差渐近收敛到零; 3) 通过Funnel控制不仅避免了预设性能控制中的奇异性问题, 而且保证了跟踪误差的瞬态和稳态性能.

2 问题描述及假设

考虑到如下输入时滞不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i), & i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = u(t - \tau(t)) + f_n(\bar{x}_n), \\ y = x_1(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1 \cdots x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n$ 为系统的状态向量, $u(t - \tau(t))$ 和 y 分别是带有时滞的输入与输出, $\tau(t)$ 是已知时变时滞, $f_i(\cdot) : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ 是一个未知光滑连续非线性的函数, 其可以包含未知参数和内外部扰动, 因此该系统更具有鲁棒性.

本文的控制目标是使闭环系统所有信号一致有界, 并且使跟踪误差 $e_1 = y - y_r$ 最终渐近收敛到零. 为了实现控制目标, 需要一些假设和引理.

假设 1 系统(1)在 $0 \leq t \leq \tau_0$ 不会趋于无穷, 且 $\tau_0 \geq \tau(t)$.

假设 2 跟踪期望轨迹 y_r 和其一阶导数 $\dot{y}_r$ 与二阶导数 $\ddot{y}_r$ 是已知有界的.

引理 1^[31] 对于任何 $\sigma > 0$ 和 $\mu \in \mathbb{R}$ 有不等式

$$0 \leq |\mu| - \mu^2 / \sqrt{\mu^2 + \sigma^2} < \sigma. \quad (2)$$

引理 2^[28] 定义紧集 $\Omega_x \subset \mathbb{R}^q$, 对于任何未知连续的函数 $f(\cdot)$ 存在神经网络 $W^T \Phi(x)$ 如下:

$$f(x) = W^T \Phi(x) + \varepsilon(x), \quad \forall x \in \Omega_x, \quad (3)$$

其中: $\Phi(x) = [\phi_1(x) \cdots \phi_l(x)]^T \in \mathbb{R}^l$ 是基函数向量, $\varepsilon(x)$ 为逼近误差, $l > 1$ 是神经元的个数, 基函数选择高斯径向基函数

$$\phi_i(x) = \exp\left[\frac{-(x_i - u_i)^T(x_i - u_i)}{2\eta^2}\right], \quad i = 1, \dots, l, \quad (4)$$

其中: $u_i = [u_{i1} \cdots u_{iq}]^T$ 为高斯径向基函数的中心点坐标矢量, η 为高斯径向基函数的宽度, $W = [w_1 \cdots w_l]^T$ 是神经网络的权值, 被定义为

$$W := \arg \min_{w \in \mathbb{R}^l} \left[\sup_{x \in \Omega_x} |W^T \Phi(x) - f(x)| \right]. \quad (5)$$

引理3^[22] Funnel控制是利用时变的控制增益 $\varpi(\cdot)$ 来控制相对阶为一或者二的已知高增益系统 S 的一种控制方法. 控制增益 $\varpi(\cdot)$ 设计如下:

$$\varpi(F_\varphi(t), \psi(t), \|e(t)\|) = \psi(t)/(F_\varphi - \|e(t)\|), \quad (6)$$

式中 $F_\varphi(t)$ 为Funnel的边界函数, 满足 $F_\varphi: t \rightarrow \{e \in \mathbb{R}^m | \varphi(t) \times \|e(t)\| < 1\}$. 其中: $F_\varphi(t) = 1/\varphi(t)$, $\varphi(t)$ 为正连续有界函数, $\psi(t)$ 是变换因子, $\|e(t)\|$ 表示误差的Euclidian距离.

本文Funnel的边界函数选择为

$$F_\varphi(t) = \rho_0 e^{-at} + \rho_\infty, \quad (7)$$

其中: $\rho_0 > \rho_\infty > 0$, $\rho_0 + \rho_\infty$ 为 $F_\varphi(t)$ 的初始值, $\rho_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} F_\varphi(t)$, 且 $|e(0)| < F_\varphi(0) = \rho_0 + \rho_\infty$, 参数 a 为指数函数的收敛率, ρ_0, ρ_∞, a 为正的设计参数.

但是, 以上的Funnel控制方法被限制在相对阶数为一阶或者二阶的系统, 因此本文采用改进的误差转换函数 $\zeta(t) = e(t)/(F_\varphi - \|e(t)\|)$ 新的变量 $\zeta(t)$ 不受系统阶数的影响, 并结合新型动态面控制技术, 保证了系统的瞬态性能且稳态误差最终收敛到零.

注1 假设1为了保证系统的可控性, 为输入时滞系统中的常用假设^[28], 实际中许多工业系统可以满足. 假设2为自适应动态面控制方案基本条件要求, 存在大量文献中^[18, 10-13, 15-18, 27-30].

3 控制器设计

设计如下输入时滞补偿动态变量:

$$\dot{h} = -\lambda h + u(t - \tau(t)) - u(t), \quad (8)$$

其中: λ 为正的设计参数, 补偿动态变量的初始值 $h(0) = 0$.

各位置误差设计参考如下:

$$\begin{cases} e_1 = y - y_r, \\ e_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 2, \dots, n-1, \\ e_n = x_n - \alpha_{n-1} - h, \end{cases} \quad (9)$$

其中 α_i 为第 i 步设计的虚拟控制律.

注2 如果系统无时滞, 即 $\tau(t) = 0$, 则补偿动态变量 $h = 0$, 且补偿动态变量(8)的设计比文献[28-29]更具有普遍性和应用性, 因为补偿动态变量仅在最后一步中应用, 无需在递归设计的每步都补偿, 所以减轻了计算负担, 优化了控制器的设计过程.

步骤1 根据引理3, 跟踪误差 e_1 的Funnel误差变量为 $s = e_1/(F_\varphi - |e_1|)$, 由引理2和式(9)得

$$\dot{s} = \beta(x_2 + W_1^T \Phi_1 + \varepsilon_1 - \dot{y}_r - s(\dot{F}_\varphi - |\dot{e}_1|)), \quad (10)$$

其中 $\beta = 1/(F_\varphi - |e_1|)$.

设计第1个虚拟控制律和神经网络权值与神经网络

误差的自适应律为

$$\dot{\bar{\alpha}}_1 = -\frac{c_1}{\beta} s - \hat{W}_1^T \phi_1 - \hat{\varepsilon}_1 + s(\dot{F}_\varphi - |\dot{e}_1|) + \dot{y}_r, \quad (11)$$

$$\dot{\hat{W}}_1 = \gamma_{W1} s \beta \phi_1, \quad (12)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_1 = \gamma_{\varepsilon 1} s \beta, \quad (13)$$

其中: c_1, γ_{W1} 和 $\gamma_{\varepsilon 1}$ 是正的设计参数, $\hat{W}_1, \hat{\varepsilon}_1$ 为 W_1, ε_1 的估计值, 且 $\tilde{W}_1 = W_1 - \hat{W}_1, \tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 - \hat{\varepsilon}_1$.

为避免反推控制固有的“微分爆炸”, 使 $\bar{\alpha}_1$ 通过非线性滤波器得到 α_1 . 该滤波器设计如下:

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{\alpha}_1 = -z_1 - \frac{\tau_1 \hat{M}_1^2 z_1}{\sqrt{\hat{M}_1^2 z_1^2 + \sigma^2(t)}} - \tau_1 s \beta, \\ \alpha_1(0) = \bar{\alpha}_1(0), \end{cases} \quad (14)$$

其中: $z_1 := \alpha_1 - \bar{\alpha}_1$ 为边界层误差, $\hat{M}_1$ 为 M_1 的估计值, M_1 将在后面详细介绍, τ_1 是滤波器的时间常数, $\sigma(t)$ 是一个正的已知连续的有界函数, 满足

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \sigma(\tau) d\tau \leq \sigma_1 < +\infty, \\ |\dot{\sigma}(t)| \leq \sigma_2 < +\infty, \end{cases} \quad (15)$$

其中 σ_1 和 σ_2 是正的常数.

步骤i 根据式(9)和引理2, 第 i 个位置跟踪误差 $e_i, i = 2, \dots, n-1$ 的导数为

$$\dot{e}_i = \begin{cases} x_3 + W_2^T \phi_2 + \varepsilon_2 + \frac{z_1}{\tau_1} + \frac{\hat{M}_1^2 z_1}{\sqrt{\hat{M}_1^2 z_1^2 + \sigma^2(t)}} + s \beta, & i = 2, \\ x_{i+1} + W_i^T \phi_i + \varepsilon_i + \frac{z_{i-1}}{\tau_{i-1}} + \frac{\hat{M}_{i-1}^2 z_{i-1}}{\sqrt{\hat{M}_{i-1}^2 z_{i-1}^2 + \sigma^2(t)}} + e_{i-1}, & i = 3, \dots, n-1, \end{cases} \quad (16)$$

设计第 i 个虚拟控制律和神经网络权值和神经网络误差自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\bar{\alpha}}_i = \begin{cases} -c_2 e_2 - \hat{W}_2^T \phi_2 - \hat{\varepsilon}_2 - \frac{z_1}{\tau_1} - \frac{\hat{M}_1^2 z_1}{\sqrt{\hat{M}_1^2 z_1^2 + \sigma^2(t)}} - 2s\beta, & i = 2, \\ -c_i e_i - \hat{W}_i^T \phi_i - \hat{\varepsilon}_i - \frac{z_{i-1}}{\tau_{i-1}} - \frac{\hat{M}_{i-1}^2 z_{i-1}}{\sqrt{\hat{M}_{i-1}^2 z_{i-1}^2 + \sigma^2(t)}} - 2e_{i-1}, & i = 3, \dots, n-1, \end{cases} \\ \dot{\hat{W}}_i = \gamma_{Wi} e_i \phi_i, i = 2, \dots, n-1, \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_i = \gamma_{\varepsilon i} e_i, i = 2, \dots, n-1, \end{cases} \quad (17)$$

$$\dot{\hat{W}}_i = \gamma_{Wi} e_i \phi_i, i = 2, \dots, n-1, \quad (18)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_i = \gamma_{\varepsilon i} e_i, i = 2, \dots, n-1, \quad (19)$$

其中: c_i, γ_{Wi} 和 $\gamma_{\varepsilon i}$ 是正的设计参数, $\hat{W}_i, \hat{\varepsilon}_i$ 为 W_i, ε_i 的

估计值, 且 $\tilde{W}_i = W_i - \hat{W}_i$, $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i - \hat{\varepsilon}_i$. 使 $\bar{\alpha}_i$ 通过非线性滤波器得到 α_i . 第 i 个滤波器设计如下:

$$\begin{cases} \tau_i \dot{\alpha}_i = -z_i - \frac{\tau_i \hat{M}_i^2 z_i}{\sqrt{\hat{M}_i^2 z_i^2 + \sigma^2(t)}} - \tau_i e_i, \\ \alpha_i(0) = \bar{\alpha}_i(0), i = 2, \dots, n-1, \end{cases} \quad (20)$$

其中: $z_i := \alpha_i - \bar{\alpha}_i$ 为边界层误差, $\hat{M}_i$ 为 M_i 的估计值, M_i 将在后面详细介绍, τ_i 是滤波器的时间常数.

步骤 n 根据式(8)–(9)和引理2, 第 n 个位置跟踪误差 $e_n = x_n - \alpha_{n-1} - h$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} + \lambda h - u(t - \tau(t)) + u(t) = \\ &= u(t) + W_n^T \phi_n + \varepsilon_n + \frac{z_{n-1}}{\tau_{n-1}} + \\ &\quad \frac{\hat{M}_{n-1}^2 z_{n-1}}{\sqrt{\hat{M}_{n-1}^2 z_{n-1}^2 + \sigma^2(t)}} + e_{n-1} + \lambda h. \end{aligned} \quad (21)$$

设计实际控制律 $u(t)$ 和神经网络权值和神经网络误差自适应律为

$$\begin{aligned} u(t) &= -c_n e_n - \hat{W}_n^T \phi_n - \hat{\varepsilon}_n - \frac{z_{n-1}}{\tau_{n-1}} - \\ &\quad \frac{\hat{M}_{n-1}^2 z_{n-1}}{\sqrt{\hat{M}_{n-1}^2 z_{n-1}^2 + \sigma^2(t)}} - 2e_{n-1} - \lambda h, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\dot{\hat{W}}_n = \gamma_{Wn} e_n \phi_n, \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_n = \gamma_{\varepsilon n} e_n, \quad (24)$$

其中: c_n, γ_{Wn} 和 $\gamma_{\varepsilon n}$ 是正设计参数, $\hat{W}_n, \hat{\varepsilon}_n$ 为 W_n, ε_n 的估计值, 且 $\tilde{W}_n = W_n - \hat{W}_n$, $\tilde{\varepsilon}_n = \varepsilon_n - \hat{\varepsilon}_n$.

注 3 通过Funnel边界函数, 将系统的跟踪误差限制在给定的范围内, 保证了系统的瞬态性能, 即能够设定系统的收敛速度及最大超调量. 同时避免了传统预设性能方法中出现的奇异值现象.

4 稳定性分析

对边界层误差 $z_i (1 \leq i \leq n-1)$ 求导如下:

$$\dot{z}_1 = -\frac{z_1}{\tau_1} - \frac{\hat{M}_1^2 z_1}{\sqrt{\hat{M}_1^2 z_1^2 + \sigma^2(t)}} - \beta s + B_1(\cdot), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= -\frac{z_i}{\tau_i} - \frac{\hat{M}_i^2 z_i}{\sqrt{\hat{M}_i^2 z_i^2 + \sigma^2(t)}} - e_i + B_i(\cdot), \\ i &= 2, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $B_i(\cdot)$ 由虚拟控制律求导组成的已知连续函数.

选择Lyapunov函数 L 如下:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^n e_j^2 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\gamma_{Wj}} \tilde{W}_j^T \tilde{W}_j + \\ &\quad \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\gamma_{\varepsilon j}} \tilde{\varepsilon}_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2} z_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2\gamma_{Mj}} \tilde{M}_j^2, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\gamma_{Mj}, j = 1, \dots, n-1$ 为正的设计参数.

定理 1 对由式(1)组成的系统, 利用新型非线性滤波器(14)和(20), 神经网络权值自适应律(12), (18)和(23)及神经网络误差自适应律(13), (19)和(24), 结合控制律(22), 根据假设1–2, 当 $L(0) \leq L_0$ 时, L_0 为一个正的常数, 存在 $c_i, \gamma_{W_i}, \gamma_{\varepsilon_i}, i = 1, \dots, n$ 和 $\tau_j, \gamma_{M_j}, j = 1, \dots, n-1$, 使得闭环系统所有信号半全局一致有界, 并且跟踪误差 $e_1 = y - y_r$ 渐近收敛到零.

证 定义紧集 Ω_1 和 Ω_2

$$\begin{cases} \Omega_1 = \{[y_r \ \dot{y}_r \ \ddot{y}_r]^T : y_r^2 + \dot{y}_r^2 + \ddot{y}_r^2 \leq B_0\}, \\ \Omega_2 = \{L(t) \leq L_0\}, \end{cases} \quad (28)$$

其中 B_0 为已知正的常数. $\sigma(t)$ 和 $\dot{\sigma}(t)$ 是有界函数, $\Omega_1 \times \Omega_2$ 也是一个紧集, 所以在 $\Omega_1 \times \Omega_2$ 中存在一个正的 M_i 满足 $|B_i(\cdot)| \leq M_i$. 用 $\hat{M}_i$ 估计未知的 M_i , 且 $\tilde{M}_i = M_i - \hat{M}_i$.

根据引理1

$$\begin{aligned} M_j |z_j| &= \hat{M}_j |z_j| + \tilde{M}_j |z_j| \leq \\ &\quad \frac{\hat{M}_j^2 z_j^2}{\sqrt{\hat{M}_j^2 z_j^2 + \sigma^2(t)}} + \sigma(t) + \tilde{M}_j |z_j|, \end{aligned} \quad (29)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{L} &\leq -c_1 s^2 - \sum_{j=2}^n c_j e_j^2 - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{z_j^2}{\tau_j} + (n-1)\sigma(t) - \\ &\quad \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_{Mj}} \tilde{M}_j (\dot{\hat{M}}_j - \gamma_{Mj} |z_j|). \end{aligned} \quad (30)$$

取自适应律 $\dot{\hat{M}}_j$ 如下:

$$\dot{\hat{M}}_j = \gamma_{Mj} |z_j|, j = 1, \dots, n-1. \quad (31)$$

根据式(31)得

$$\begin{aligned} \dot{L} &\leq -c_1 s^2 - \sum_{j=2}^n c_j e_j^2 - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{z_j^2}{\tau_j} + (n-1)\sigma(t). \end{aligned} \quad (32)$$

对式(32)在时间 $[0, t]$ 内积分得

$$\begin{aligned} L(t) &\leq -\int_0^t [\sum_{j=2}^n c_j e_j^2(\omega) + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{z_j^2(\omega)}{\tau_j}] d\omega - \\ &\quad \int_0^t c_1 s^2(\omega) d\omega + L(0) + \\ &\quad (n-1) \int_0^t \sigma(\omega) d\omega \leq \\ &\quad L(0) + (n-1)\sigma_1. \end{aligned} \quad (33)$$

由式(33)知 $s, e_i, \hat{W}_i (i = 1, \dots, n)$ 和 $z_i, \hat{M}_i (i = 1, \dots, n-1)$ 是有界的, 因此 $\alpha_i, \bar{\alpha}_i, i = 1, \dots, n$ 和控制信号 u 是有界的, 所以输入时滞补偿动态变量有界. 根据式(33)有

$$\begin{aligned} \int_0^t (c_1 s^2(\omega) + \sum_{j=2}^n c_j e_j^2(\omega)) d\omega &\leq \\ L(0) + (n-1)\sigma_1. \end{aligned} \quad (34)$$

根据Barbalat引理^[32], $s: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ 一致连续且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t s(\omega) d\omega < +\infty$, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0, \quad (35)$$

即误差 s 渐近收敛到零, 所以系统跟踪误差 e_1 也渐近收敛到零.

注4 本文利用基于正时变积分函数设计的新型非线性动态面, 与传统的动态面相比, 根据虚拟控制律求导组成函数 $B_j(\cdot)$ 的一上界 M 构造 $\frac{\hat{M}_j^2 z_j}{\sqrt{\hat{M}_j^2 z_j^2 + \sigma^2(t)}}$, 设计自适应调参律, 避免虚拟控制律反复求导, 解决“微分爆”的问题. $\tau_i e_i$ 消除了传统动态面的边界层误差, 保证了跟踪误差渐近收敛到零. 而现有的多数输入时滞文献^[8-9, 13, 15-19, 28-29] 仅能收敛到零的小邻域内.

5 仿真分析

考虑单力臂机械手控制系统^[26]

$$\begin{cases} N\ddot{Q} + 2\dot{Q} + mgl \sin Q = \iota, \\ y = Q, \end{cases} \quad (36)$$

其中: N 表示转动惯量, m 为连杆的质量, g 是重力加速度, l 表示连杆的长度, Q 表示连杆的角位置, $\dot{Q}$ 表示连杆的角速度, $\ddot{Q}$ 表示连杆的角加速度, ι 是控制量. 在单力臂机械系统中, 输入时滞可能是系统设计结构固有的, 也可能是传输延时, 通信延时和传感器响应延时等. 定义 $x_1 = Q$, $x_2 = \dot{Q}$, $\iota = u(t - \tau(t))$. 则式(36)可以表示成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{N} u(t - \tau(t)) - f_2(x), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (37)$$

其中: $f_2(x) = 1/N(2x_2 + mgl \sin x_1)$, 取输入时滞 $\tau = 0.01 |\sin t|$, 期望跟踪信号为 $y_r = \sin t$.

基于本文的控制方案, Funnell的边界函数取为 $F_\varphi(t) = e^{-0.05t} + 0.002$, 输入时滞的补偿动态变量设计为 $\dot{h} = -u + u(t - 0.01 |\sin(t)|) - 2h$, 系统参数为 $m = 1.0 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $l = 0.75 \text{ m}$, $N = 4/3 \text{ ml}^2 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$. 系统的初始状态为 $(x_1(0), x_2(0)) = (0, 0)$, 其他自适应参数的初始值都为0. 选取设计参数为 $c_1 = 25$, $c_2 = 15$, $\gamma_{e1} = 12$, $\gamma_{e2} = 15$, $\gamma_{W1k} = 0.02$, $\gamma_{W2k} = 0.03 (k = 1, \dots, l)$, 非线性滤波器设计参数为 $\tau = 0.01$, $\gamma_M = 2$, $\sigma(t) = 0.01e^{-0.01t}$.

仿真结果如图1-4所示. 由图1可知本文的控制方案具有良好的跟踪性能. 图2中曲线表明跟踪误差一直在Funnell边界内, 保证了跟踪误差的瞬态与稳态性能, 并且最终跟踪误差收敛到零. 而文献[29-30]中所设计的控制方案都只能使跟踪误差收敛到一个小邻域内, 不能保证渐近收敛到零. 图3验证了神经网络误差和 $\hat{M}$ 的自适应律都是有界. 图4曲线表明了控制信

号 u 有界. 对于状态预测控制^[8]与Pade逼近控制^[16], 在相同的环境下, 无法控制系统(36). 仿真结果表明本文的控制方案不仅能消除大时滞的影响, 还能保证系统的跟踪误差渐近收敛到零.

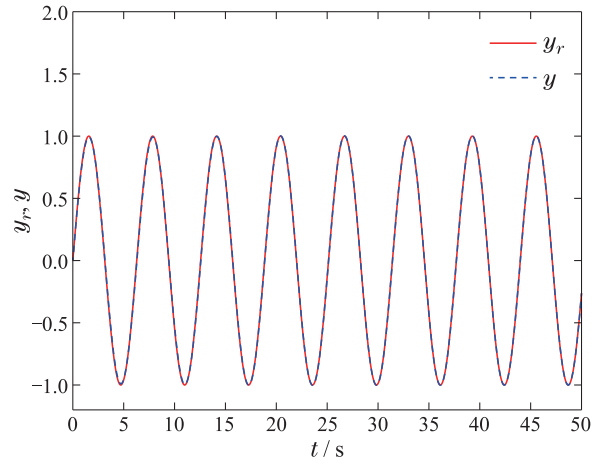


图1 系统输出 y 和期望轨迹 y_r

Fig. 1 System output y and expected trajectory y_r

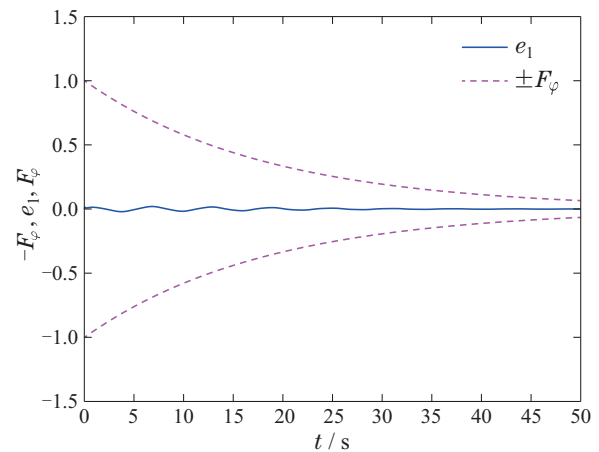


图2 跟踪误差 e_1 与Funnell边界函数

Fig. 2 Tracking error e_1 and Funnell boundary function

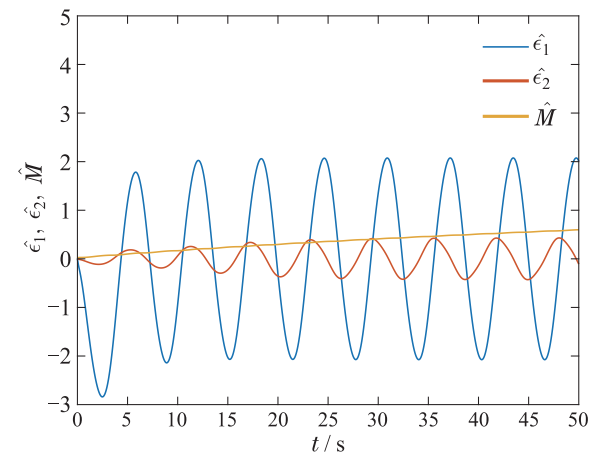
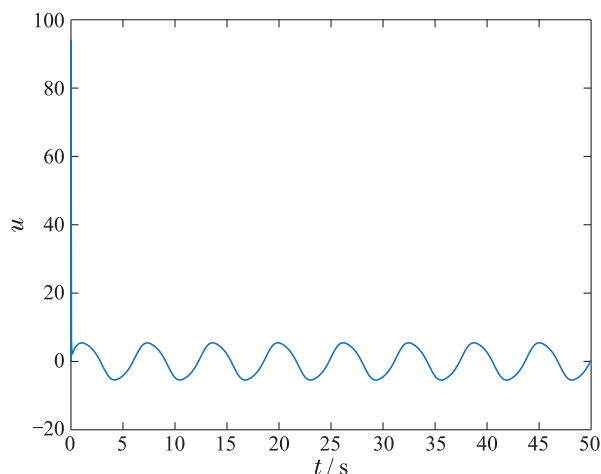


图3 神经网络误差和 $\hat{M}$ 自适应律

Fig. 3 Neural network error and $\hat{M}$ adaptive law

图 4 控制信号 u Fig. 4 Control signal u

6 结论

本文对带有输入时滞的不确定非线性系统提出了新型非线性动态面Funnel控制方案. 首先, 设计了输入时滞补偿动态变量将含有输入时滞的系统转换为无时滞系统, 无需在递归控制的每步都补偿, 优化了控制器设计过程, 而且满足大时滞的要求. 然后, 利用Funnel函数, 保证了系统的稳态和瞬态性能, 且避免了预设性能给定边界函数的奇异性问题. 最后, 设计了基于正时变积分函数的非线性新型滤波器, 既避免“微分爆炸”, 又有效地消除了边界层误差, 使得系统的跟踪误差渐近收敛到零.

参考文献:

- [1] KRSTIC M. Lyapunov stability of linear predictor feedback for time-varying input delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 554 – 559.
- [2] KARAFYLLIS I, KRSTIC M. Delay-robustness of linear predictor feedback without restriction on delay rate. *Automatica*, 2013, 49(6): 1761 – 1767.
- [3] ZHOU B, LIN Z, DUAN G R. Truncated predictor feedback for linear systems with long time-varying input delays. *Automatica*, 2012, 48(10): 2387 – 2399.
- [4] ZHOU B, LI Z Y, LIN Z. Observer based output feedback control of linear systems with input and output delays. *Automatica*, 2013, 49(7): 2039 – 2052.
- [5] LI Z Y, ZHOU B, LIN Z. On robustness of predictor feedback control of linear systems with input delays. *Automatica*, 2014, 50(5): 1497 – 1506.
- [6] YOON S Y, LIN Z. Truncated predictor feedback control for exponentially unstable linear systems with time-varying input delay. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(10): 837 – 844.
- [7] ZUO Z, LIN Z, DING Z. Truncated predictor control of lipschitz nonlinear systems with time-varying input delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(10): 5324 – 5330.
- [8] ZHU B, CHEN M, LI T. State prediction based control schemes for nonlinear systems with input delay and external disturbance. *IET Control Theory & Applications*, 2021, 15(13): 1697 – 1707.
- [9] LIAN Z, HE Y, ZHANG C K, et al. Robust H_∞ control for TS fuzzy systems with state and input time-varying delays via delay-product-type functional method. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 27(10): 1917 – 1930.
- [10] SHARMA N, BHASIN S, WANG Q, et al. Predictor-based control for an uncertain Euler-lagrange system with input delay. *Automatica*, 2011, 47(11): 2332 – 2342.
- [11] KAMALAPURKAR R, FISCHER N, OBUZ S, et al. Time-varying input and state delay compensation for uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(3): 834 – 839.
- [12] OBUZ S, KLOTZ J R, KAMALAPURKAR R, et al. Unknown time-varying input delay compensation for uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2017, 76(1): 222 – 229.
- [13] DENG W, YAO J, MA D. Time-varying input delay compensation for nonlinear systems with additive disturbance: An output feedback approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(1): 31 – 52.
- [14] KHANESAR M A, KAYNAK O, YIN S, et al. Adaptive indirect fuzzy sliding mode controller for networked control systems subject to time-varying network-induced time delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(1): 205 – 214.
- [15] LI H, WANG L, DU H, et al. Adaptive fuzzy backstepping tracking control for strict-feedback systems with input delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(3): 642 – 652.
- [16] LI D P, LIU Y J, TONG S, et al. Neural networks-based adaptive control for nonlinear state constrained systems with input delay. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1249 – 1258.
- [17] JIN Xuan, LIU Wenhui. Finite-time control of parameterized nonlinear systems with full-state constraints and input delay. *Journal of Nanjing Normal University (Engineering)*, 2021, 21(2): 40 – 46. (金璇, 刘文慧. 时滞非线性参数系统有限时间状态约束控制. 南京师范大学学报(工程技术版), 2021, 21(2): 40 – 46.)
- [18] DENG X, CUI Y. Adaptive fuzzy containment control for nonlinear multi-agent systems with input delay. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(8): 1633 – 1645.
- [19] ZHAO J, TONG S, LI Y. Observer-based fuzzy adaptive control for MIMO nonlinear systems with non-constant control gain and input delay. *IET Control Theory & Applications*, 2021, 15(11): 1488 – 1505.
- [20] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.
- [21] SHI Luhuan, ZHANG Tianping, XIA Xiaonan. Adaptive output feedback dynamic surface control for switched systems with prescribed performance. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 818 – 828. (师路欢, 张天平, 夏晓南. 具有预设性能的切换系统输出反馈自适应动态面控制. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 818 – 828.)
- [22] HAN S I, LEE J M. Fuzzy echo state neural networks and funnel dynamic surface control for prescribed performance of a nonlinear dynamic system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2): 1099 – 1112.
- [23] ILCHMANN A, SCHUSTER H. PI-Funnel control for two mass systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4): 918 – 923.
- [24] BERGER T, REIS T. Funnel control via funnel pre-compensator for minimum phase systems with relative degree two. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(7): 2264 – 2271.
- [25] BERGER T, LÊ H H, REIS T. Funnel control for nonlinear systems with known strict relative degree. *Automatica*, 2018, 87: 345 – 357.
- [26] ZHOU Q, WU C, JING X, et al. Adaptive fuzzy backstepping dynamic surface control for nonlinear input-delay systems. *Neurocomputing*, 2016, 199(4): 58 – 65.

- [27] WU Jian, SUN Yongbo, ZHAO Qianjin. Neural-networks-based adaptive asymptotic tracking control for nonlinear systems with periodic disturbances. *Control and Decision*, 2022, 37(4): 922 – 932. (吴健, 孙永波, 赵前进. 基于神经网络的周期扰动非线性系统自适应渐近跟踪控制. 控制与决策, 2022, 37(4): 922 – 932.)
- [28] MA J, XU S, ZHUANG G, et al. Adaptive neural network tracking control for uncertain nonlinear systems with input delay and saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(7): 2593 – 2610.
- [29] WANG H, LIU S, YANG X. Adaptive neural control for non-strict-feedback nonlinear systems with input delay. *Information Sciences*, 2020, 514(4): 605 – 616.
- [30] HAN Y Q. Design of decentralized adaptive control approach for large-scale nonlinear systems subjected to input delays under prescribed performance. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 106(1): 565 – 582.
- [31] LIU Y H. Adaptive dynamic surface asymptotic tracking for a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(4): 1233 – 1245.

- [32] KRSTIC M, KOKOTOVIC P V, KANELAKOPOULOS I. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York : John Wiley & Sons, Inc. 1995.

作者简介:

王清华 硕士研究生, 目前研究方向为自适应控制和非线性系统,

E-mail: wangtsinghua52@163.com;

刘 焯 博士, 讲师, 目前研究方向为鲁棒控制、自适应控制和非线性系统, E-mail: liuye_buaa@126.com;

张桂林 博士, 讲师, 目前研究方向为滞环非线性系统、分布式协同控制和负荷预测等, E-mail: zhangguilin@sdust.edu.cn;

李洪芹 博士, 副教授, 目前研究方向为电子系统控制和电路设计, E-mail: lhqin71@163.com;

刘海珊 博士研究生, 讲师, 目前研究方向为电力电子及电力传动, E-mail: hithsh@163.com.