第 40 卷第 3 期
2023 年 3 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 40 No. 3
Mar. 2023

四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制

赵振华[1], 李　婷[2†], 姜　斌[1], 曹　东[1]

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 211106; 2. 南京师范大学 数学科学学院, 江苏 南京 210023)

摘要: 本文针对受多源干扰影响的四旋翼无人机姿态系统, 基于复合连续快速非奇异终端滑模算法, 研究了姿态指令变化率未知情况下的连续有限时间姿态跟踪控制问题. 首先, 基于四旋翼无人机姿态回路动力学模型, 通过引入虚拟控制量实现姿态跟踪误差动态的三通道解耦; 其次, 分别针对各通道跟踪误差动态设计高阶滑模观测器, 实现跟踪误差变化率和集总干扰的有限时间估计; 最后, 结合姿态跟踪误差变化率的估计信息, 构建动态快速非奇异终端滑模面, 并在控制设计中用指数幂函数代替符号函数以保证控制量连续. 并且基于Lyapunov分析方法给出了姿态跟踪误差有限时间收敛的严格证明, 仿真结果验证了所提方法的有效性.

关键词: 四旋翼无人机; 姿态跟踪; 终端滑模; 滑模观测器; 有限时间控制

引用格式: 赵振华, 李婷, 姜斌, 等. 四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(3): 459 – 467

DOI: 10.7641/CTA.2022.10986

Composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode control for quadrotor UAV attitude systems

ZHAO Zhen-hua[1], LI Ting[2†], JIANG Bin[1], CAO Dong[1]

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 211106, China;
2. School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210023, China)

Abstract: This article investigates the attitude tracking controller design for a quadrotor UAV with multi-source disturbances based on the composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode (FNTSM) control method. Firstly, based on the attitude loop dynamics of a quadrotor UAV, the attitude tracking error dynamics in three channels are decoupled with each other by introducing virtual control actions. Secondly, the high-order sliding mode observers (HSMOs) are designed based on the decoupled tracking error dynamics to realize the finite-time estimation of attitude angle commands rates and the lumped disturbances. And then, the dynamical FNTSM are constructed based on the estimation information of HSMOs. Finally, the composite continuous FNTSM controllers are designed by utilizing the power function to replace the sign function in the switching terms of the control action. Strict stability analysis is given based on the Lyapunov method and the simulation results also verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: quadrotor UAV; attitude tracking; terminal sliding mode; sliding mode observer; finite-time control

Citation: ZHAO Zhenhua, LI Ting, JIANG Bin, et al. Composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode control for quadrotor UAV attitude systems. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(3): 459 – 467

1　引言

四旋翼无人机不仅具有成本低、质量轻、体积小的特点, 而且相较于常规固定翼无人机还具有独特的悬停和垂直起降能力, 因此特别适合执行诸如城区、建筑物内、隧道等近地面环境下的监视、侦察等任务[1]. 四旋翼无人机通过调整姿态来实现特定轨迹的跟踪进而执行飞行任务, 因此高精度姿态跟踪控制是四旋翼无人机飞行控制系统设计的关键[2]. 然而, 四旋翼无人机姿态系统的不同通道强耦合特性以及本质非线性特性, 给控制系统设计带来了巨大挑战. 此外, 复杂近地面环境带来的阵风干扰以及建模过程中存在的摩擦等未建模动态、气动参数摄动等多源干

收稿日期: 2021−10−17; 录用日期: 2022−04−21.
[†]通信作者. E-mail: dylliting@njnu.edu.cn.
本文责任编委: 武玉强.
国家自然科学基金项目(61903192, 62103194), 国家博士后科学基金项目(2020M681591), 江苏省博士后基金项目(2021K071A), 江苏省自然科学基金项目(BK20190402), 江苏省高校自然科学研究基金项目(21KJB120007), 中央高校基本科研业务费项目(NT2021011)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61903192, 62103194), the China Postdoctoral Science Foundation (2020M681591), the Postdoctoral Science Foundation of Jiangsu Province (2021K071A), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20190402), the Natural Science Funds for Colleges and Universities in Jiangsu Province (21KJB120007) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (NT2021011).

扰严重制约了四旋翼无人机的姿态跟踪精度.

针对四旋翼无人机姿态跟踪控制面临的挑战, 国内外学者进行了大量研究. 对四旋翼无人机姿态不发生剧烈变化的情况, 基于姿态系统的小扰动线性化模型, 文献[3–5]采用线性控制算法保证了姿态指令的渐近跟踪控制: 文献[3]提出了一种PD (proportion and differentiation)控制策略, 实现了姿态角的渐近镇定; 基于PID(proportion, integration and differentiation)算法, 文献[4]实现了时变姿态指令的渐近跟踪; 文献[5]分别采用PID算法和二次型调节算法进行姿态跟踪控制设计, 并对两者的控制效果进行了实验比较. 当旋翼无人机姿态发生剧烈变化时, 线性模型已经无法充分反应姿态系统的动力学特性, 因此需要基于非线性模型进行控制器设计[6–8]: 文献[6]结合姿态系统非线性模型, 将Backstepping控制方法应用到控制器设计中, 有效降低了跟踪误差; 文献[7–8]基于加幂积分技术, 分别针对状态已知和未知的情形设计了有限时间控制方案, 实现了姿态角指令的有限时间跟踪. 上述控制方法[3–8]是基于系统标称模型进行设计的, 当干扰能量较小时, 这些方法依靠自身算法的鲁棒性可以保证对干扰影响的有效抑制.

旋翼无人机的飞行环境日趋复杂,飞行过程中受到的干扰来源更加复杂, 形式更加多样, 这些多源干扰通常无法满足能量较小的条件, 依靠控制算法自身的鲁棒性难以实现对这类干扰的快速抑制. 基于干扰观测器的主动抗干扰控制[9], 通过设计干扰观测器实现对干扰的估计, 而后将干扰估计以前馈的形式引入控制器设计中, 实现对干扰影响的直接补偿, 从而实现对干扰影响的快速抑制. 鉴于主动抗干扰控制的优势, 国内外学者结合不同干扰观测器设计技术, 针对受扰四旋翼无人机姿态系统进行主动抗干扰跟踪控制器设计[10–13]: 文献[10–11]采用非线性干扰观测器[14]实现对干扰的渐近估计, 而后将干扰估计信息分别引入Backstepping和非线性动态逆控制器设计, 构造复合主动抗干扰控制方案, 保证了姿态回路对多源干扰的有效抑制; 文献[12]针对受多源干扰影响的四旋翼无人机系统, 设计了姿态回路的自抗干扰控制器, 实现了轨迹指令的快速高精度跟踪. 结合自抗扰控制技术[15]和内模原理设计思想, 文献[13]针对受扰四旋翼无人机姿态系统设计了复合控制器, 在保证特定控制性能的前提下, 实现了多源干扰的有效抑制. 上述主动抗干扰控制方法[10–13]通过干扰的估计与补偿, 可以保证多源干扰环境下旋翼无人机姿态指令跟踪误差的渐近收敛.

滑模控制因设计简单、鲁棒性强等优势在四旋翼无人机控制系统设计中获得广泛应用[1,16–19]. 文献[16]基于终端滑模算法提出了一种四旋翼无人机姿态跟踪控制方法, 实现了跟踪误差的有限时间收敛, 但是算法存在奇异值现象. 文献[17]提出了一种非奇异终端滑模姿态跟踪控制方案, 在保证跟踪误差有限时间收敛的同时避免了奇异性. 为了保证姿态跟踪误差更快收敛, 文献[18]提出了快速非奇异终端滑模姿态控制方案, 实现了姿态的快速有限时间控制. 为了避免文献[18]算法的奇异性, 同时对多源干扰实现快速抑制, 文献[19]基于扩张状态观测器技术[15], 提出了一种复合快速非奇异终端滑模控制方案.

为了进一步拓展文献[19]中干扰处理的类型, 同时避免控制量抖振的现象, 本文结合高阶滑模干扰观测器技术[20]和连续滑模控制设计思想[21], 提出了一种复合连续快速非奇异终端滑模控制方案: 首先, 针对多源干扰的影响, 设计高阶滑模干扰观测器以实现姿态角速率跟踪误差和集总干扰的估计; 其次, 基于快速非奇异终端滑模算法, 结合姿态角速率跟踪误差估计信息设计动态快速非奇异终端滑模面; 最后, 结合干扰估计信息设计复合连续快速非奇异终端滑模控制器. 本文所提方法的主要创新点总结如下: 1) 实现姿态跟踪误差有限时间收敛的同时, 保证了控制量的连续; 2) 能够抑制的干扰种类更加丰富.

2 问题描述

四旋翼无人机通过调节旋翼转速实现位置和姿态控制, 基于图1旋翼结构示意图定义机体固连系($O_bX_bY_bZ_b$)和惯性系($O_eX_eY_eZ_e$)描述无人机的姿态运动: 1) 姿态角: 滚转角ϕ, 俯仰角θ和偏航角ψ, 由机体轴系与惯性系之间的关系来确定; 2) 姿态角速率: 滚转角速率p, 俯仰角速率q, 偏航角速率r, 分别表示无人机绕机体轴O_bX_b, O_bY_b, O_bZ_b旋转的角速率.

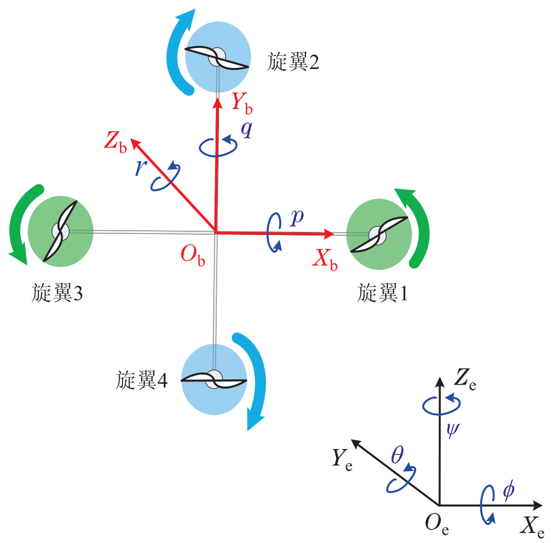


图 1 四旋翼无人机旋翼结构示意图

Fig. 1 Rotor structure of a quadrotor UAV

假设四旋翼无人机为对称刚体, 定义$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$为4个旋翼的转速, U_L为沿O_bZ_b轴的总升力, τ_p,

τ_q和τ_r为绕$O_\mathrm{b}X_\mathrm{b}, O_\mathrm{b}Y_\mathrm{b}, O_\mathrm{b}Z_\mathrm{b}$轴的转动力矩, 则有

$$\begin{cases} U_\mathrm{L}=k_\mathrm{L}(\omega_1^2+\omega_2^2+\omega_3^2+\omega_4^2),\\ \tau_p=lk_\mathrm{L}(\omega_2^2-\omega_4^2),\\ \tau_q=lk_\mathrm{L}(-\omega_1^2+\omega_3^2),\\ \tau_r=b(-\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_3^2+\omega_4^2), \end{cases} \tag{1}$$

其中: k_L为升力系数, b为反扭矩系数, l为旋翼中心到无人机质心的距离. 则无人机姿态动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\varTheta}=W\varOmega,\\ \dot{\varOmega}=-J^{-1}(\varOmega\times(J\varOmega))+J^{-1}\tau+\tau_\mathrm{d}, \end{cases} \tag{2}$$

其中:

$$\varTheta=\begin{bmatrix}\phi\\ \theta\\ \psi\end{bmatrix},\ \varOmega=\begin{bmatrix}p\\ q\\ r\end{bmatrix},\ \tau=\begin{bmatrix}\tau_p\\ \tau_q\\ \tau_r\end{bmatrix},\ J=\begin{bmatrix}J_x&0&0\\ 0&J_y&0\\ 0&0&J_z\end{bmatrix},$$

$$W=\begin{bmatrix}1&\sin\phi\tan\theta&\cot\phi\tan\theta\\ 0&\cot\phi&-\sin\phi\\ 0&\sin\phi/\cos\theta&\cos\phi/\cos\theta\end{bmatrix},\ \tau_\mathrm{d}=\begin{bmatrix}\tau_\mathrm{d}^p\\ \tau_\mathrm{d}^q\\ \tau_\mathrm{d}^r\end{bmatrix},$$

其中: $\dot{\varTheta}$为$\varTheta$的导数, $J_\mathrm{x}, J_\mathrm{y}, J_\mathrm{z}$和$\tau_\mathrm{d}^p, \tau_\mathrm{d}^q, \tau_\mathrm{d}^r$分别为绕机体轴的转动惯量和外部干扰力矩.

本文控制系统设计目标为滚转、俯仰、偏航三通道姿态指令$\phi^\mathrm{d}, \theta^\mathrm{d}$和$\psi^\mathrm{d}$的跟踪. 考虑到四旋翼无人机的真实控制量为4个旋翼的转速$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$, 若仅进行三通道姿态指令跟踪, 则只有3个控制目标, 无法从式(1)得出旋翼转速的惟一解, 为此本文假定总升力U_L取值满足无人机高度方向受力平衡[1]

$$U_\mathrm{L}\cos\phi\cos\theta-m\mathrm{g}=0, \tag{3}$$

其中: m为无人机质量, g为重力加速度. 定义姿态角跟踪误差

$$e_\varTheta=\varTheta-\varTheta^\mathrm{d}=\begin{bmatrix}\phi-\phi^\mathrm{d}\\ \theta-\theta^\mathrm{d}\\ \psi-\psi^\mathrm{d}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e_\phi\\ e_\theta\\ e_\psi\end{bmatrix},$$

则根据方程(2)可得姿态角跟踪误差动态

$$\begin{cases} \dot{e}_\varTheta=W\varOmega-\dot{\varTheta}^\mathrm{d},\\ \ddot{e}_\varTheta=WJ^{-1}(\tau-\varOmega\times(J\varOmega))+\dot{W}\varOmega+D_\mathrm{A}, \end{cases} \tag{4}$$

其中: $\dot{\varTheta}^\mathrm{d}$和$\ddot{\varTheta}^\mathrm{d}$是期望姿态角的一阶和二阶导数, D_A为姿态环集总干扰, 其表达式为

$$D_\mathrm{A}=W\tau_\mathrm{d}-\ddot{\varTheta}^\mathrm{d}.$$

针对姿态环跟踪误差动态(4), 定义如下变量:

$$\begin{bmatrix}f_\mathrm{A1}\\ f_\mathrm{A2}\\ f_\mathrm{A3}\end{bmatrix}=-WJ^{-1}(\varOmega\times(J\varOmega))+\dot{W}\varOmega,$$

$$\begin{bmatrix}D_\mathrm{A1}\\ D_\mathrm{A2}\\ D_\mathrm{A3}\end{bmatrix}=D_\mathrm{A},\ \begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\\ \tau_3\end{bmatrix}=WJ^{-1}\begin{bmatrix}\tau_p\\ \tau_q\\ \tau_r\end{bmatrix}.$$

则姿态跟踪误差系统(4)可三通道解耦为

$$\begin{cases} \ddot{e}_\phi=\tau_1+f_\mathrm{A1}+D_\mathrm{A1},\\ \ddot{e}_\theta=\tau_2+f_\mathrm{A2}+D_\mathrm{A2},\\ \ddot{e}_\psi=\tau_3+f_\mathrm{A3}+D_\mathrm{A3}. \end{cases} \tag{5}$$

通过上述变换, 将四旋翼无人机三通道姿态指令的跟踪问题转化为姿态跟踪误差e_ϕ, e_θ, e_ψ的镇定问题.

注 1　由于姿态回路为无人机控制系统的内环, 姿态期望指令$\varTheta^\mathrm{d}$需要通过位置回路控制量求解, 但是其变化率信息$\dot{\varTheta}^\mathrm{d}$和$\ddot{\varTheta}^\mathrm{d}$无法直接获得, 因此姿态角跟踪误差系统(4)中$\dot{e}_\varTheta$不可直接获得, 且$\ddot{\varTheta}^\mathrm{d}$包含在集总干扰$D_\mathrm{A}$中.

3　控制器设计

本部分首先设计了高阶滑模观测器, 以实现集总干扰和姿态角跟踪误差的估计; 其次结合估计信息设计复合连续快速非奇异终端滑模控制器; 最后在高度方向受力平衡的条件下, 解得真实控制量旋翼转速.

3.1　高阶滑模观测器设计

假设 1　姿态系统(2)中外部干扰力矩$\tau_\mathrm{d}^p, \tau_\mathrm{d}^q, \tau_\mathrm{d}^r$是可微的, 并且他们的导数是有界的, 即

$$|\dot{\tau}_\mathrm{d}^p|\leqslant l_{\mathrm{d}p},\ |\dot{\tau}_\mathrm{d}^q|\leqslant l_{\mathrm{d}q},\ |\dot{\tau}_\mathrm{d}^r|\leqslant l_{\mathrm{d}r}, \tag{6}$$

其中$l_{\mathrm{d}p}, l_{\mathrm{d}q}$和$l_{\mathrm{d}r}$是正常数.

对姿态跟踪误差动态(5)分析, 根据假设1可以得到存在正常数$l_\mathrm{Ao1}, l_\mathrm{Ao2}, l_\mathrm{Ao3}$使得下式成立:

$$|\dot{D}_\mathrm{A1}|\leqslant l_\mathrm{Ao1},\ |\dot{D}_\mathrm{A2}|\leqslant l_\mathrm{Ao2},\ |\dot{D}_\mathrm{A3}|\leqslant l_\mathrm{Ao3}. \tag{7}$$

设计高阶滑模观测器

$$\begin{cases} v_{11}=-3l_\mathrm{Ao1}^{1/3}|z_{11}-e_\phi|^{2/3}\mathrm{sgn}(z_{11}-e_\phi)+z_{12},\\ v_{12}=-1.5l_\mathrm{Ao1}^{1/2}|z_{12}-v_{11}|^{1/2}\mathrm{sgn}(z_{12}-v_{11})+z_{13},\\ \dot{z}_{11}=v_{11},\ \dot{z}_{12}=\tau_1+f_\mathrm{A1}+v_{12},\\ \dot{z}_{13}=-1.1l_\mathrm{Ao1}\mathrm{sgn}(z_{13}-v_{12}),\\ \hat{\dot{e}}_\phi=z_{12},\ \hat{D}_\mathrm{A1}=z_{13}, \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} v_{21}=-3l_\mathrm{Ao2}^{1/3}|z_{21}-e_\theta|^{2/3}\mathrm{sgn}(z_{21}-e_\theta)+z_{22},\\ v_{22}=-1.5l_\mathrm{Ao2}^{1/2}|z_{22}-v_{21}|^{1/2}\mathrm{sgn}(z_{22}-v_{21})+z_{23},\\ \dot{z}_{21}=v_{21},\ \dot{z}_{22}=\tau_2+f_\mathrm{A2}+v_{22},\\ \dot{z}_{23}=-1.1l_\mathrm{Ao2}\mathrm{sgn}(z_{23}-v_{22}),\\ \hat{\dot{e}}_\theta=z_{22},\ \hat{D}_\mathrm{A2}=z_{23}, \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} v_{31}=-3l_\mathrm{Ao3}^{1/3}|z_{31}-e_\psi|^{2/3}\mathrm{sgn}(z_{31}-e_\psi)+z_{32},\\ v_{32}=-1.5l_\mathrm{Ao3}^{1/2}|z_{32}-v_{31}|^{1/2}\mathrm{sgn}(z_{32}-v_{31})+z_{33},\\ \dot{z}_{31}=v_{31},\ \dot{z}_{32}=\tau_3+f_\mathrm{A3}+v_{32},\\ \dot{z}_{33}=-1.1l_\mathrm{Ao3}\mathrm{sgn}(z_{33}-v_{32}),\\ \hat{\dot{e}}_\psi=z_{32},\ \hat{D}_\mathrm{A3}=z_{33}, \end{cases} \tag{10}$$

其中: $\hat{\dot{e}}_\phi, \hat{\dot{e}}_\theta, \hat{\dot{e}}_\psi$和$\hat{D}_{\rm A1}, \hat{D}_{\rm A2}, \hat{D}_{\rm A3}$分别为跟踪误差变化率和集总干扰的估计值; $l_{\rm Ao1}, l_{\rm Ao2}, l_{\rm Ao3}$为观测器增益, 且其取值满足方程(7).

定义高阶滑模观测器(8)–(10)的估计误差

$$\begin{cases} e_{\rm A1} = \hat{\dot{e}}_\phi - \dot{e}_\phi,\ e_{\rm d1} = \hat{D}_{\rm A1} - D_{\rm A1}, \\ e_{\rm A2} = \hat{\dot{e}}_\theta - \dot{e}_\theta,\ e_{\rm d2} = \hat{D}_{\rm A2} - D_{\rm A2}, \\ e_{\rm A3} = \hat{\dot{e}}_\psi - \dot{e}_\psi,\ e_{\rm d3} = \hat{D}_{\rm A3} - D_{\rm A3}. \end{cases} \tag{11}$$

由于观测器增益$l_{\rm Ao1}, l_{\rm Ao2}, l_{\rm Ao3}$满足式(7), 根据文献[20]中的定理可知观测器估计误差$e_{\rm A1}, e_{\rm A2}, e_{\rm A3}$和$e_{\rm d1}, e_{\rm d2}, e_{\rm d3}$有限时间收敛.

3.2 复合连续快速非奇异终端滑模控制器设计

针对旋翼无人机姿态跟踪误差解耦系统(5), 结合滑模观测器(8)–(10)估计信息$\hat{\dot{e}}_\phi, \hat{\dot{e}}_\theta, \hat{\dot{e}}_\psi$, 设计滚转、俯仰、偏航三通道快速非奇异终端滑模面

$$\begin{cases} \sigma_\phi = e_\phi + \dfrac{1}{b_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1}{n_1}} + \dfrac{1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1}{j_1}}, \\ \sigma_\theta = e_\theta + \dfrac{1}{b_2}\hat{\dot{e}}_\theta^{\frac{w_2}{n_2}} + \dfrac{1}{c_2}e_\theta^{\frac{k_2}{j_2}}, \\ \sigma_\psi = e_\psi + \dfrac{1}{b_3}\hat{\dot{e}}_\psi^{\frac{w_3}{n_3}} + \dfrac{1}{c_3}e_\psi^{\frac{k_3}{j_3}}, \end{cases} \tag{12}$$

其中: b_i, c_i为正常数, n_i, w_i, j_i, k_i为正奇数, $i = 1, 2, 3$, 且满足$1 < \dfrac{w_i}{n_i} < \dfrac{k_i}{j_i} < 2$.

定理 1 若受扰四旋翼无人机姿态跟踪误差系统(5)所受干扰满足假设1, 如下复合连续快速非奇异终端滑模控制器:

$$\begin{cases} \tau_1 = -f_{\rm A1} - \hat{D}_{\rm A1} - \eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\phi) - \\ \qquad \dfrac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\dfrac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}), \\ \tau_2 = -f_{\rm A2} - \hat{D}_{\rm A2} - \eta_2|\sigma_\theta|^{\alpha_2}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\theta) - \\ \qquad \dfrac{n_2 b_2}{w_2}\hat{\dot{e}}_\theta^{\frac{2n_2-w_2}{n_2}}\cdot(1+\dfrac{k_2}{c_2 j_2}e_\theta^{\frac{k_2-j_2}{j_2}}), \\ \tau_3 = -f_{\rm A3} - \hat{D}_{\rm A3} - \eta_3|\sigma_\psi|^{\alpha_3}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\psi) \\ \qquad -\dfrac{n_3 b_3}{w_3}\hat{\dot{e}}_\psi^{\frac{2n_3-w_3}{n_3}}\cdot(1+\dfrac{k_3}{c_3 j_3}e_\psi^{\frac{k_3-j_3}{j_3}}) \end{cases} \tag{13}$$

可以保证姿态角跟踪误差e_ϕ, e_θ, e_ψ有限时间收敛到零, 其中: $\alpha_i, \eta_i\ (i = 1, 2, 3)$为正常数且满足$0 < \alpha_i < 1, \eta_i > 0$, $\hat{\dot{e}}_\phi, \hat{\dot{e}}_\theta, \hat{\dot{e}}_\psi$和$\hat{D}_{\rm A1}, \hat{D}_{\rm A2}, \hat{D}_{\rm A3}$由高阶滑模观测器(8)–(10)而获得.

τ_1, τ_2和τ_3为解耦后系统(5)的虚拟控制量, 与其对应的姿态系统控制量为四旋翼无人机绕机体轴的扭矩τ_p, τ_q和τ_r. 三轴扭矩可由虚拟控制量计算获得

$$\begin{bmatrix} \tau_p \\ \tau_q \\ \tau_r \end{bmatrix} = JW^{-1}\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

四旋翼无人机系统的控制执行机构为4个旋翼转子, 因此整个闭环系统的最终控制量为4个旋翼的转速$\omega_1, \omega_2, \omega_3$和$\omega_4$. 四旋翼无人机所需旋翼转速可基于$U_{\rm L}, \tau_p, \tau_q, \tau_r$, 根据式(1)获得

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{U_{\rm L}}{k_{\rm L}} \\ \frac{\tau_p}{lk_{\rm L}} \\ \frac{\tau_q}{lk_{\rm L}} \\ \frac{\tau_r}{b} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

其中: τ_p, τ_q和τ_r由控制器(13)和变换(14)计算得到, $U_{\rm L}$根据无人机高度方向受力平衡方程(3)解得

$$U_{\rm L} = \frac{mg}{\cos\phi\cos\theta}. \tag{16}$$

四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制结构框图如图2所示.

4 稳定性分析

从姿态跟踪误差系统动态(5)、高阶滑模观测器设计(8)–(10)和复合终端滑模控制器设计(13)可以看出滚转、俯仰和偏航三通道动力学模型和控制设计存在明显的对称形式, 因此可以通过某一通道的证明来证明定理1. 不失一般性, 本文以滚转通道为例来证明控制器(13)保证滚转角跟踪误差e_ϕ有限时间收敛到零. 以下分为两个部分进行证明.

1) $\dot{e}_\phi$和$D_{\rm A1}$被精确估计后, 滚转角跟踪误差e_ϕ有限时间收敛.

本部分的证明分为滑模变量σ_ϕ有限时间收敛到零和滚转角跟踪误差e_ϕ有限时间收敛两个步骤, 以下分别对其进行详细证明:

步骤 1 滑模变量有限时间收敛到零.

当$\dot{e}_\phi$和$D_{\rm A1}$被精确估计后, 式(12)中滚转通道快速非奇异终端滑模面退化为

$$\sigma_\phi = e_\phi + \frac{1}{b_1}\dot{e}_\phi^{\frac{w_1}{n_1}} + \frac{1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1}{j_1}}. \tag{17}$$

式(13)中滚转通道控制器退化为

$$\begin{aligned} \tau_1 = {} & -f_{\rm A1} - D_{\rm A1} - \eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\phi) - \\ & \frac{n_1 b_1}{w_1}\dot{e}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}). \end{aligned} \tag{18}$$

将控制器(18)代入式(5)中滚转角跟踪误差动态得

$$\begin{aligned} \ddot{e}_\phi = {} & -\frac{n_1 b_1}{w_1}\dot{e}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}) - \\ & \eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\phi). \end{aligned} \tag{19}$$

基于方程(19)对σ_ϕ求导可得

$$\dot{\sigma}_\phi = -\frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\dot{e}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\phi). \tag{20}$$

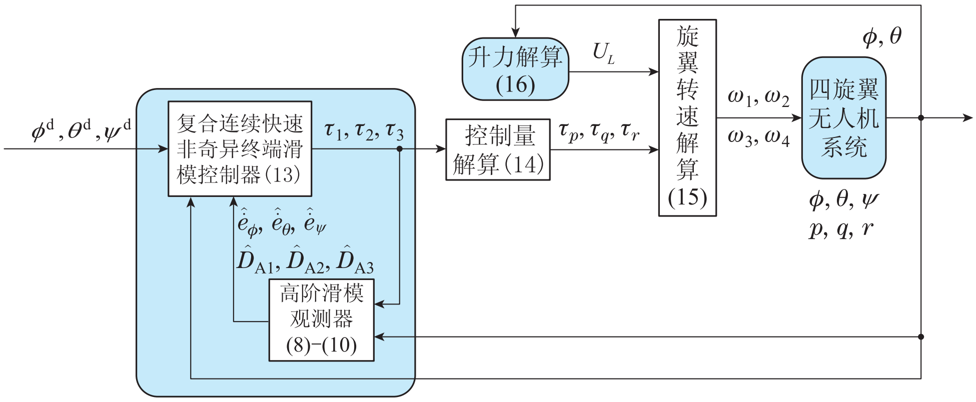


图 2 四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制结构框图

Fig. 2 Control structure of the composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode controller

定义一个关于σ_ϕ的李雅普诺夫函数$V_{\sigma_\phi}=\dfrac{1}{2}\sigma_\phi^2$. 基于方程(20)对$V_{\sigma_\phi}$求导可以得到

$$\begin{aligned}\dot V_{\sigma_\phi}=&-\frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\dot e_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}|\sigma_\phi|^{\alpha_1+1}=\\&-2^{\frac{\alpha_1+1}{2}}\frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\dot e_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}V_{\sigma_\phi}^{\frac{\alpha_1+1}{2}}=\\&-F(\dot e_\phi)V_{\sigma_\phi}^{\frac{\alpha_1+1}{2}},\end{aligned}$$

其中

$$F(\dot e_\phi)=2^{\frac{\alpha_1+1}{2}}\frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\dot e_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}.$$

以下分两种情况进行讨论:

情形 1 $\dot e_\phi\neq 0$.

由于w_1,n_1为正奇数, $\dfrac{w_1}{n_1}>1$且$\dot e_\phi\neq 0$, 故有

$$\dot e_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}=|\dot e_\phi|^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}>0,$$

考虑到$\alpha_1,\eta_1,w_1,b_1,n_1$均为正常数, 有$F(\dot e_\phi)>0$. 对于正函数$F(\dot e_\phi)$存在无穷小正常数$\epsilon$满足

$$F(\dot e_\phi)>\epsilon>0.$$

根据$V_{\sigma\phi}$的定义可知$V_{\sigma\phi}\geqslant 0$, 故有

$$\dot V_{\sigma\phi}=-F(\dot e_\phi)V_{\sigma\phi}^{\frac{\alpha_1+1}{2}}\leqslant-\epsilon V_{\sigma\phi}^{\frac{\alpha_1+1}{2}}. \tag{21}$$

根据式(21)可以得到

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}V_{\sigma_\phi}}{\mathrm{d}t}\leqslant-\epsilon V_{\sigma_\phi}^{\frac{\alpha_1+1}{2}}\Rightarrow\\&V_{\sigma_\phi}^{-\frac{\alpha_1+1}{2}}\mathrm{d}V_{\sigma_\phi}\leqslant-\epsilon\mathrm{d}t\Rightarrow\\&V_{\sigma_\phi}(t)\leqslant V_{\sigma_\phi}(0)-\frac{2\epsilon}{1-\alpha_1}t.\end{aligned}$$

考虑到$0<\alpha_1<1$, 根据上式可以得到$V_{\sigma_\phi}(t)$单调递减, 并且在有限时间内减小至零, 故此种情况下σ_ϕ有限时间内收敛到零.

情形 2 $\dot e_\phi=0$.

将$\dot e_\phi=0$代入方程(19)得到

$$\ddot e_\phi=-\eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot\mathrm{sgn}(\sigma_\phi).$$

由于$\dot e_\phi=0$, 故$\ddot e_\phi=0$. 根据上式可以得到$\sigma_\phi=0$, 故此种情况下也能保证σ_ϕ有限时间内收敛到零.

综上可得, 在$\dot e_\phi$和D_{A1}被精确估计后, σ_ϕ有限时间内收敛到零.

步骤 2 滚转角跟踪误差e_ϕ有限时间收敛到零.

由于σ_ϕ有限时间内收敛到零, 故存在t_1, 满足当$t\geqslant t_1$时$\sigma_\phi=0$, 这种情况下方程(17)转化为

$$e_\phi+\frac{1}{b_1}\dot e_\phi^{\frac{w_1}{n_1}}+\frac{1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1}{j_1}}=0. \tag{22}$$

由方程(22)可以得到

$$\begin{aligned}&\dot e_\phi=(-b_1e_\phi-\frac{b_1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1}{j_1}})^{\frac{n_1}{w_1}}\Rightarrow\\&\frac{\mathrm{d}e_\phi}{\mathrm{d}t}=-b_1^{\frac{n_1}{w_1}}e_\phi^{\frac{n_1}{w_1}}(1+\frac{1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})^{\frac{n_1}{w_1}}\Rightarrow\\&e_\phi^{-\frac{n_1}{w_1}}\mathrm{d}e_\phi=-b_1^{\frac{n_1}{w_1}}(1+\frac{1}{c_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})^{\frac{n_1}{w_1}}\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

由于j_1,k_1均为正奇数, 并且$j_1<k_1$, 故有$e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}\geqslant 0$, 故由上式可得

$$e_\phi^{-\frac{n_1}{w_1}}\mathrm{d}e_\phi\leqslant-b_1^{\frac{n_1}{w_1}}\mathrm{d}t. \tag{23}$$

对方程(23)两边同时积分可得

$$e_\phi(t)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}\leqslant e_\phi(t_1)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}-\frac{w_1-n_1}{w_1}b_1^{\frac{n_1}{w_1}}(t-t_1). \tag{24}$$

从方程(24)可以看出$e_\phi(t)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}$单调递减, 考虑到$n_1$, w_1均为正奇数且$w_1>n_1$, 故有$e_\phi(t)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}\geqslant 0$. 因此有$e_\phi(t)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}$单调递减直至$e_\phi(t)^{\frac{w_1-n_1}{w_1}}=0$, 即当$t\geqslant t_1$时, $e_\phi(t)$有限时间收敛到零.

综合上述证明步骤1和步骤2可得: $\dot e_\phi$和D_{A1}被精确估计后, 滚转角跟踪误差e_ϕ有限时间收敛.

2) $\dot e_\phi$和D_{A1}被精确估计前, 系统状态有限时间内不逃逸.

考虑到定义(11), 将控制器(13)代入三通道解耦动态(5)中得

$$\ddot{e}_\phi = -\eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot\mathrm{sgn}(\sigma_\phi) - e_{\mathrm{d}1} - \frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}). \tag{25}$$

考虑到定义(11), 基于式(25)对σ_ϕ求导可得

$$\dot{\sigma}_\phi = -\frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot\mathrm{sgn}(\sigma_\phi) - e_{\mathrm{A}1}(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}) - \frac{w_1}{b_1 n_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}(e_{\mathrm{d}1}+(\dot{\hat{\dot{e}}}_\phi-\ddot{e}_\phi)). \tag{26}$$

构造系统李雅普诺夫函数

$$V=\frac{1}{2}(e_\phi^2+\dot{e}_\phi^2+\sigma_\phi^2). \tag{27}$$

考虑到式(11)中的定义, 并引入定义$e_{\ddot{e}_\phi}=\dot{\hat{\dot{e}}}_\phi-\ddot{e}_\phi$, 对$V$基于方程(25)–(26)求导得

$$\begin{aligned}\dot{V} = {} & e_\phi\dot{e}_\phi-\dot{e}_\phi e_{\mathrm{d}1}-\eta_1\dot{e}_\phi|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot\mathrm{sgn}(\sigma_\phi)-\\ & \frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\dot{e}_\phi\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})-\\ & \frac{\eta_1 w_1}{b_1 n_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}|\sigma_\phi|^{1+\alpha_1}-\\ & e_{\mathrm{A}1}\sigma_\phi(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})-\\ & \frac{w_1}{b_1 n_1}\sigma_\phi\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}(e_{\mathrm{d}1}+e_{\ddot{e}_\phi}).\end{aligned} \tag{28}$$

若α满足$0<\alpha<1$, 对任意x有以下不等式:

$$|x|^\alpha \leqslant 1+\alpha|x| \leqslant 1+|x|. \tag{29}$$

考虑到n_1, w_1, j_1, k_1是正奇数, 且$1<\dfrac{w_i}{n_i}<\dfrac{k_i}{j_i}<2$, 可得

$$\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1-n_1}{n_1}}>0,\ \hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{3n_1-w_1}{n_1}}>0,\ e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}>0,\\ \hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}<1+|\hat{\dot{e}}_\phi|,\ e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}}<1+|e_\phi|. \tag{30}$$

根据式(29)–(30)可以得到

$$\begin{aligned}& -\frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\dot{e}_\phi\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})=\\ & -\frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}(\hat{\dot{e}}_\phi-e_{\mathrm{A}1})\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})=\\ & -\frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{3n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})+\\ & e_{\mathrm{A}1}\frac{n_1 b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}}\cdot(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}e_\phi^{\frac{k_1-j_1}{j_1}})\leqslant\\ & \frac{n_1 b_1}{w_1}|e_{\mathrm{A}1}|(1+|\dot{e}_\phi|+|e_{\mathrm{A}1}|)(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}(1+|e_\phi|)).\end{aligned} \tag{31}$$

考虑到$1<\dfrac{w_i}{n_i}<\dfrac{k_i}{j_i}<2$, 将式(31)代入式(28)得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant {} & |e_\phi\dot{e}_\phi|+|\dot{e}_\phi e_{\mathrm{d}1}|+\eta_1|\dot{e}_\phi|(1+|\sigma_\phi|)+\\ & b_1|e_{\mathrm{A}1}|(1+|\dot{e}_\phi|+|e_{\mathrm{A}1}|)(1+\frac{2}{c_1}(1+|e_\phi|))+\\ & |e_{\mathrm{A}1}\sigma_\phi|(1+\frac{k_1}{c_1 j_1}(1+|e_\phi|))+\\ & \frac{w_1}{b_1 n_1}|\sigma_\phi|(1+|\dot{e}_\phi|+|e_{\mathrm{A}1}|)(|e_{\mathrm{d}1}|+|e_{\ddot{e}_\phi}|).\end{aligned} \tag{32}$$

定义关于观测器估计误差$e_{\mathrm{A}1}, e_{\mathrm{d}1}, e_{\ddot{e}_\phi}$的函数$K_{V1}(t)$和$K_{V2}(t)$

$$\begin{cases}K_{V1}(t)=\dfrac{2(1+b_1)}{c_1}|e_{\mathrm{A}1}|+1+\\ \qquad \eta_1+\dfrac{2}{b_1}(|e_{\mathrm{d}1}|+|e_{\ddot{e}_\phi}|),\\ K_{V2}(t)=(b_1+\dfrac{2(1+b_1)}{c_1})|e_{\mathrm{A}1}|+\\ \qquad \eta_1+|e_{\mathrm{d}1}|+b_1 e_{\mathrm{A}1}^2+\\ \qquad \dfrac{2}{b_1}(1+|e_{\mathrm{A}1}|)(|e_{\mathrm{d}1}|+|e_{\ddot{e}_\phi}|).\end{cases} \tag{33}$$

从方程(33)中可以看出$K_{V1}(t)>0$和$K_{V2}(t)>0$. 根据式(27)(32)(33)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant {} & K_{V2}(t)(|e_\phi|+|\dot{e}_\phi|+|\sigma_\phi|)+\\ & K_{V1}(t)(|e_\phi\sigma_\phi|+|\dot{e}_\phi\sigma_\phi|+|e_\phi\dot{e}_\phi|)\leqslant\\ & K_{V2}(t)(\frac{3}{2}+V)+2K_{V1}(t)V=\\ & K_V V+L_V(t),\end{aligned} \tag{34}$$

其中: $K_V=K_{V2}(t)+2K_{V1}(t)$, $L_V=\dfrac{3}{2}K_{V2}(t)$.

由于高阶滑模观测器(8)保证$e_{\mathrm{A}1}$和$e_{\mathrm{d}1}$有限时间收敛, 所以$e_{\mathrm{A}1}$, $e_{\mathrm{d}1}$和$e_{\ddot{e}_\phi}$有界, 故K_V和L_V有界. 根据文献[22]可知, 李雅普诺夫函数V在有限时间内不会发散, 即系统状态e_ϕ, $\dot{e}_\phi$在有限时间内不会逃逸. 由于$\dot{e}_\phi$和$D_{\mathrm{A}1}$在有限时间内会被精确估计, 故在其被精确估计前, 系统状态e_ϕ和$\dot{e}_\phi$不逃逸.

5 仿真研究

5.1 仿真设定

为了验证所提算法的有效性, 本部分针对四旋翼无人机姿态系统模型, 分别基于所提出的复合连续快速非奇异终端滑模 (composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode, CCFNTSM)控制方法和文献[21]中的连续终端滑模控制方法(continuous fast nonsingular terminal sliding mode, CNTSM), 以及不含干扰补偿的连续快速快速非奇异终端滑模(continuous fast nonsingular terminal sliding mode, CFNTSM)控制方法进行控制系统设计和仿真验证. 四旋翼无人机姿态系统模型参数设置为$m=0.8$ kg, $J_{\mathrm{x}}=J_{\mathrm{y}}=5.445\times10^{-3}$ kg·m^2, $J_{\mathrm{z}}=1.089\times10^{-2}$ kg·m^2, $l=0.165$ m, $b=2\times10^{-6}$, $k_{\mathrm{L}}=2.98\times10^{-5}$. 四旋翼无人机姿态系统的初始状态设定为$\theta(0)=0$, $\phi(0)=0$,

$\psi(0)=0, p(0)=0, q(0)=0, r(0)=0$. 三通道姿态角指令设定为时变形式: $\phi^r=-5°+15°\cos(\frac{\pi}{2}t)$, $\theta^r=-10°\cos(\frac{\pi}{2}t)$, $\psi^r=0$. 系统动态受到的外界干扰设定为表1.

表 1 外界干扰设定

Table 1 Setting of external disturbances

时间	$t\leqslant 2$	$2<t\leqslant 6$	$6<t\leqslant 12$
$\tau_{\rm d}^p$	0	-8	$\tau_{\rm d}^p=-8-2.4\sin(0.25\pi t)$
$\tau_{\rm d}^q$	0	6	$\tau_{\rm d}^q=6+2.4\sin(0.25\pi t)$
$\tau_{\rm d}^r$	0	-6	$\tau_{\rm d}^r=-6-2.4\sin(0.25\pi t)$

本文所提出的CCFNTSM控制方法的具体表达形式为(12)–(14), 其中观测器设计形式为式(8)–(10). 控制器参数和观测器增益分别设计为

$$
\begin{aligned}
&b_1=b_2=b_3=5,\ c_1=c_2=c_3=0.5,\\
&n_1=n_2=n_3=3,\ w_1=w_2=w_3=5,\\
&j_1=j_2=j_3=5,\ k_1=k_2=k_3=9,\\
&\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0.25,\ \eta_1=\eta_2=\eta_3=8. \qquad (35)\\
&l_{\rm Ao1}=200,\ l_{\rm Ao2}=200,\ l_{\rm Ao3}=90. \qquad (36)
\end{aligned}
$$

作为对比的CNTSM控制方法, 滑模面设计形式为

$$
\begin{aligned}
\sigma_\phi&=e_\phi+\frac{1}{b_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{w_1}{n_1}},\\
\sigma_\theta&=e_\theta+\frac{1}{b_2}\hat{\dot{e}}_\theta^{\frac{w_2}{n_2}},\\
\sigma_\psi&=e_\psi+\frac{1}{b_3}\hat{\dot{e}}_\psi^{\frac{w_3}{n_3}}.
\end{aligned}
$$

控制器设计形式为

$$
\begin{aligned}
\tau_1=&-f_{\rm A1}-\hat{D}_{\rm A1}-\eta_1|\sigma_\phi|^{\alpha_1}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\phi)-\\
&\frac{n_1b_1}{w_1}\hat{\dot{e}}_\phi^{\frac{2n_1-w_1}{n_1}},\\
\tau_2=&-f_{\rm A2}-\hat{D}_{\rm A2}-\eta_2|\sigma_\theta|^{\alpha_2}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\theta)-\\
&\frac{n_2b_2}{w_2}\hat{\dot{e}}_\theta^{\frac{2n_2-w_2}{n_2}},\\
\tau_3=&-f_{\rm A3}-\hat{D}_{\rm A3}-\eta_3|\sigma_\psi|^{\alpha_3}\cdot{\rm sgn}(\sigma_\psi)-\\
&\frac{n_3b_3}{w_3}\hat{\dot{e}}_\psi^{\frac{2n_3-w_3}{n_3}},
\end{aligned}
$$

其中: 控制器参数b_i, n_i, w_i, α_i, η_i按式(35)来选取, $\hat{\dot{e}}_\phi$, $\hat{\dot{e}}_\theta$和$\hat{\dot{e}}_\psi$由观测器(8)–(10)得到. CFNTSM控制器设计为式(12)–(14)的形式, 但是除去式(13)中的干扰补偿项$\hat{D}_{\rm A1}$, $\hat{D}_{\rm A2}$和$\hat{D}_{\rm A3}$, 控制器参数按照式(35)来选取.

5.2 仿真结果分析

图3–7给出了不同控制方法下旋翼无人机姿态系统仿真结果. 图3给出了姿态角跟踪响应曲线, 从图中可以看出本文提出的CCFNTSM和CNTSM方法均实现了干扰环境下姿态指令的高精度跟踪, CFNTSM只能保证无干扰情况下姿态指令的高精度跟踪, 当系统存在干扰时, 姿态角跟踪精度显著降低.

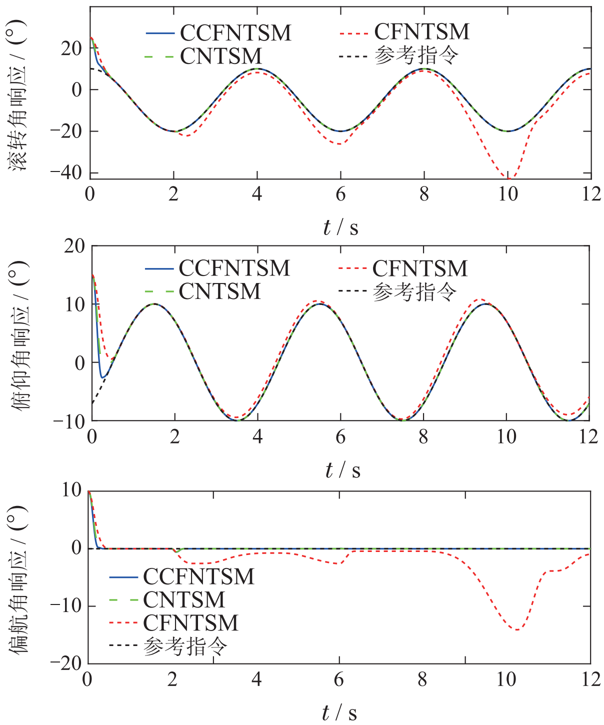
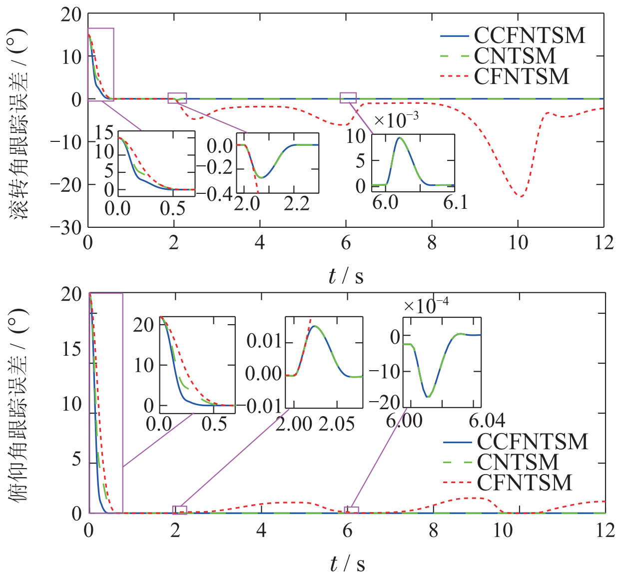


图 3 姿态角跟踪响应曲线

Fig. 3 Tracking response of attitude angles

图4给出了姿态角跟踪误差响应曲线, 其中放大图分别给出了不加干扰、常值干扰以及时变干扰作用下的响应曲线, 以下分别从收敛速度和抗干扰性能两个方面比较3种方法: 1) 从0~0.5 s的放大图可以看出CCFNTSM相较于CNTSM具有更快的收敛速度; 2) 干扰作用在系统中时(2~12 s), 由于缺少干扰估计的补偿, CFNTSM方法下的跟踪误差显著增大; 3) 从2~2.4 s和6~6.1 s的放大图可以看出在受到常值或时变干扰影响时, CCFNTSM 和CNTSM恢复到稳态的速度相近; 综上可以得出: CCFNTSM方法相较于CNTSM方法具有更快的收敛速度, 但是二者对干扰的抑制能力相近; CFNTSM由于缺少干扰补偿项, 抗干扰能力最差.



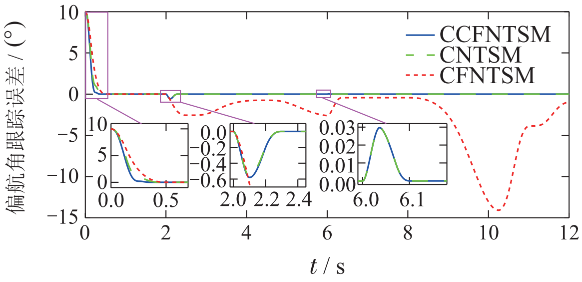


图 4 姿态角跟踪误差响应曲线

Fig. 4 Tracking error response of attitude angles

图5给出了三通道虚拟控制量的响应曲线, 从图中可以看出3种算法控制量在相同量级, 即实现控制目标所需的控制能量为相同量级. 从图5中的放大图可以看出, 由于在滑模控制算法切换项中引入了指数幂函数, 3种算法均能保证控制量的连续性.

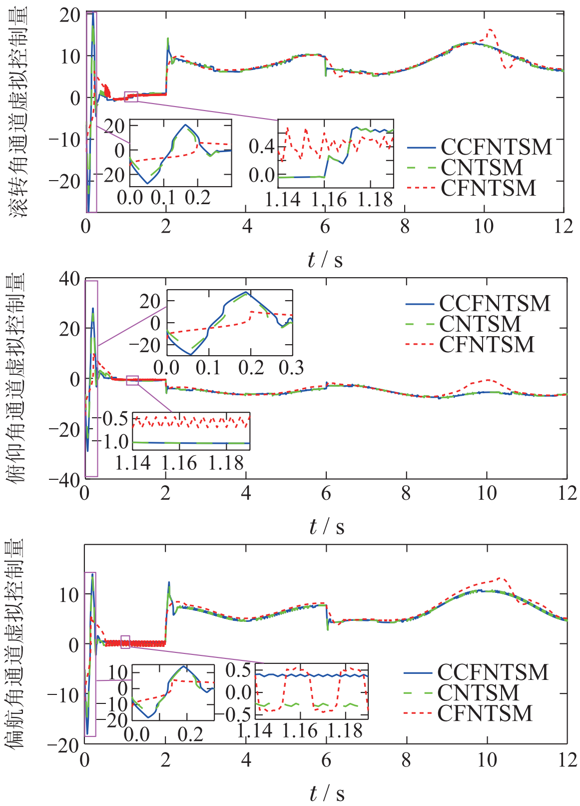


图 5 虚拟控制量响应曲线

Fig. 5 Response curves of virtual control action

图6给出了升力抵消重力情况下无人机旋翼转速转速响应曲线. 从图6中可以观察得到: 1) 3种方案下旋翼转速的响应曲线相似, 转速的幅值和变化率在同一量级, 说明3种控制方案所需要的能量相当; 2) 转速的最大值小于3000 r/min, 放大图展示了旋翼转速是连续变化的, 且最大变化率仅出现在启动的瞬间.

图7给出了高阶滑模观测器作用下三通道姿态角变化率的估计效果曲线. 从0～0.5 s时间段的局部放大图可以看出: 高阶滑模观测器在0.3 s内实现三通道姿态角速率的快速精确估计. 从1.95～2.4 s时间段的局部放大图可以看出, 当干扰突然作用在系统时($t >$ 2 s), 三通道姿态角速率发生突变, 但是高阶滑模观测器仍可在0.3 s内实现姿态角速率的快速精确估计.

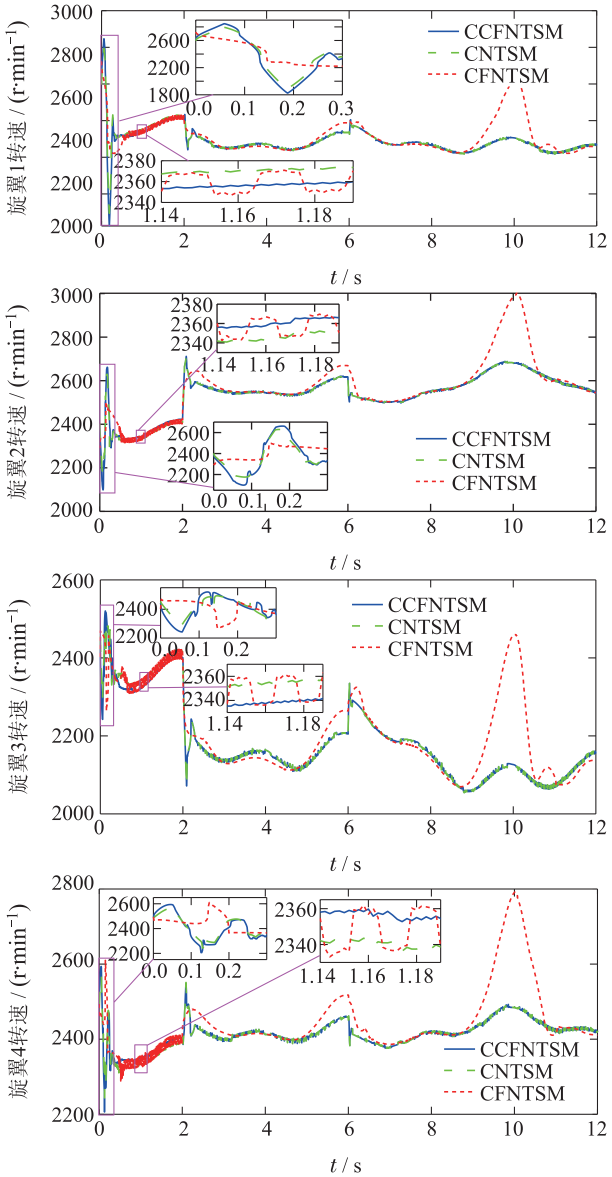
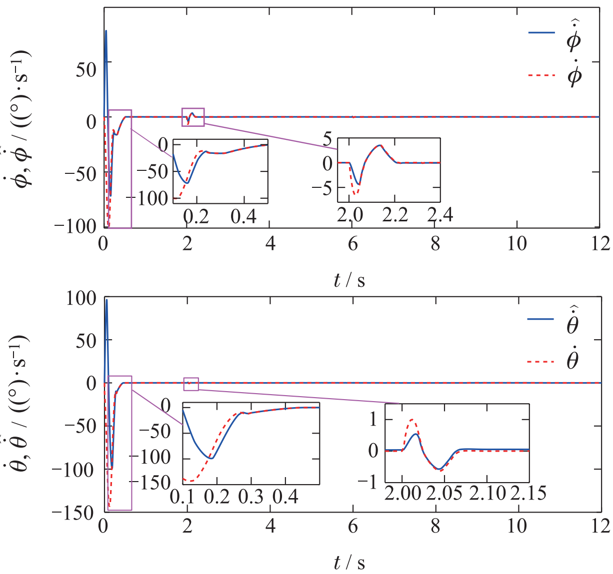


图 6 旋翼转速响应曲线

Fig. 6 Response curves of rotor speed



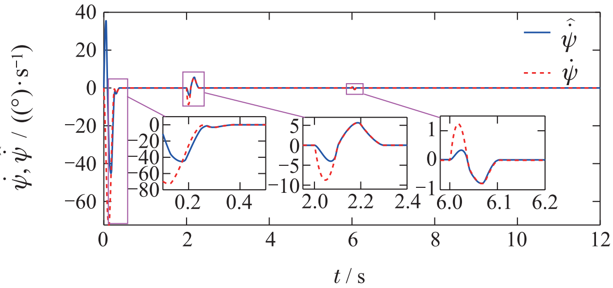


图 7 姿态角速率与其估计值响应曲线

Fig. 7 Response curves of the attitude angle rates and their estimations

6 结论

本文针对受多源干扰影响的四旋翼无人机系统,研究了指令变化率未知情况下的姿态指令有限时间跟踪控制问题,提出了复合连续快速非奇异终端滑模姿态跟踪控制方法. 仿真结果表明,所提方法在保证控制量连续的情况下实现了姿态指令的高精度跟踪,并且通过滑模观测器的引入实现了姿态角变化率的快速高精度估计.

考虑到故障广泛存在于实际飞行器系统[23],且针对非线性系统的故障处理方法已经较为完善[24],在未来的研究工作中,笔者将针对受故障影响的四旋翼无人机系统的故障监测与容错控制方法进行研究.

参考文献:

[1] RIOS H, FALCON R, GONZALEZ O A, et al. Continuous sliding-modes control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(2): 1264 – 1272.

[2] CAO N, LYNCH A F. Inner-outer loop control for quadrotor UAVs with input and state constraints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 24(5): 1797 – 1804.

[3] TAYEBI A, MCGILVRAY S. Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(3), 562 – 571.

[4] BOLANDI H, REZAEI M, MOHSENIPOUR R, et al. Attitude control of a quadrotor with optimized PID controller. *Intelligent Control and Automation*, 2013, 4(3): 335 – 342.

[5] RINALDI F, GARGIOLI A, QUAGLTOTTI F. PID and LQ regulation of a multirotor attitude: Mathematical modelling, simulations and experimental results. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 73(1): 33 – 50.

[6] CHEN Zhiming, NIU Kang, LI Lei, et al. Trajectory tracking method for quadrotor UAV based on BSP-ANN. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(6): 177 – 184.
(陈志明, 牛康, 李磊, 等. 基于BSP-ANN的四旋翼无人机轨迹跟踪方法. 航空学报, 2018, 39(6): 177 – 184.)

[7] TIAN B L, LIU L H, LU H C. Multivariable finite time attitude control for quadrotor UAV: Theory and experimentation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 63(3): 2567 – 2577.

[8] TIAN B L, LU H C, ZUO Z Y. Multivariable finite-time output feedback trajectory tracking control of quadrotor helicopters. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(1): 281 – 295.

[9] CHEN W H, YANG J, GUO L, et al. Disturbance-observer-based control and related methods-An overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 63(2): 1083 – 1095.

[10] WEI Qingtong, CHEN Mou, WU Qingxian. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints. *Controy Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361 – 1369.
(魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361 – 1369.)

[11] WANG H, CHEN M. Trajectory tracking control for an indoor quadrotor UAV based on the disturbance observer. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2016, 38(6): 675 – 692.

[12] ZHANG Y, CHEN Z, ZHANG X, et al. A novel control scheme for quadrotor UAV based upon active disturbance rejection control. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 79: 601 – 609.

[13] LOTUFO M A, COLANGELO L, PEREZ-MONTENEGRO C, et al. UAV quadrotor attitude control: An ADRC-EMC combined approach. *Control Engineering Practice*, 2019, 84: 13 – 22.

[14] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 – 938.

[15] HAH J. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.

[16] ZHOU W, ZHU P, WANG C, et al. Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV based on terminal sliding mode control. *The 34th Chinese Control Conference*, Hangzhou, China: IEEE, 2015: 3398 – 3404.

[17] ZHAO Z, CAO D, YANG J, et al. High-order sliding mode observer-based trajectory tracking control for a quadrotor UAV with uncertain dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 102(4): 2583 – 2596.

[18] LIAO Weizhong, ZONG Qun, MA Yali. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints. *Controy Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1343 – 1350.
(廖卫中, 宗群, 马亚丽. 小型四旋翼无人机建模与有限时间控制. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1343 – 1350.)

[19] CHANG C H, KAI W, JIAN N C, et al. Tracking differentiator and extended state observer-based nonsingular fast terminal sliding mode attitude control for a quadrotor. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(1): 343 – 354.

[20] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 924 – 941.

[21] YANG J, LI S, SU J, et al. Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances. *Automatica*, 2013, 49(7): 2287 – 2291.

[22] LI S, TIAN Y P. Finite-time stability of cascaded time-varying systems. *International Journal of Control*, 2007, 80(4): 646 – 657.

[23] JIANG B, GAO Z, SHI P, et al. Adaptive fault-tolerant tracking control of near-space vehicle using Takagi-Sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, 18(5): 1000 – 1007.

[24] JIANG B, STAROSWIECKI M, COCQUEMPOT V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1578 – 1583.

作者简介:

赵振华 副研究员, 博士, 从事无人系统自主控制技术、多源干扰估计与抑制理论、无人机控制系统设计等研究, E-mail: zzh@nuaa.edu.cn;

李 婷 讲师, 博士, 从事主动抗干扰控制、非线性系统控制、自适应控制以及事件触发控制等研究, E-mail: dylliting@njnu.edu.cn;

姜 斌 教授, 博士生导师, 从事智能故障诊断与容错控制、故障预测与健康管理、飞机、卫星、高速列车的安全性分析与设计研究, E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn;

曹 东 副研究员, 从事无人飞行器飞行控制技术的研究, E-mail: cdman@nuaa.edu.cn.