第 40 卷第 1 期
2023 年 1 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 40 No. 1
Jan. 2023

网联车辆队列有限时间终端滑模控制

郭 戈[1,2†], 赵梓唯[3]

(1.东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110004;

2. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 3. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 本文研究在模型参数不确定及未知干扰的情况下的车队控制问题, 该方法可保证车队系统在有限时间内稳定. 针对前车–跟随(PF)、双向(BD)的信息拓扑结构, 引入一种新的二次间距策略, 保证车队系统的交通流稳定性. 然后, 提出两种基于非线性终端滑模控制和有限时间理论的分布式协同控制算法, 分别保证了系统的队列稳定性和强队列稳定性, 同时设计自适应律来处理系统中不确定参数和外源性扰动的影响, 通过构造Lyapunov函数分析系统的有限时间稳定性与队列稳定性. 最后通过数值仿真结果, 证明了所提出的控制算法的有效性. 结果表明, 本文所提的方法能保证队列稳定性、交通流稳定性、并保证闭环系统中的所有信号都是有限时间稳定的.

关键词: 拓扑结构; 二次间距策略; 终端滑模; 有限时间

引用格式: 郭戈, 赵梓唯. 网联车辆队列有限时间终端滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(1): 149 – 159

DOI: 10.7641/CTA.2022.11017

Finite-time terminal sliding mode control of connected vehicle platoons

GUO Ge[1,2†], ZHAO Zi-wei[3]

(1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Industrial Process, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao Hebei 066004;
3. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: The paper investigates a vehicular platoon control problem with uncertain parameters and unknown disturbances, this method is able to achieve stability of the platoon control system in a finite time. For the predecessor-following and bidirectional information flow topologies, a new quadratic spacing strategy is introduced to achieve traffic flow stability. And then based on the nonlinear terminal sliding mode control and finite time stability theory, two distributed adaptive terminal sliding mode control schemes are presented to ensure the string stability and strong string stability, and the adaptive control law is designed to deal with the influence of uncertain parameters and exogenous disturbances. Finite time stability and string stability of the system are analyzed by constructing the Lyapunov function. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme is demonstrated by numerical simulations. The results show that the proposed method can guarantee the string stability, traffic flow stability, and ensure all the states stabilized in a finite time.

Key words: topological structure; quadratic spacing strategy; terminal siding mode; finite time

Citation: GUO Ge, ZHAO Ziwei. Finite-time terminal sliding mode control of connected vehicle platoons. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(1): 149 – 159

1 引言

网联车辆协同控制和编队控制是智能交通系统的重要技术之一, 受到越来越多的关注[1]. 同车道的车辆以很小的给定车间距[2]跟随前车行驶, 可大大地降低空气阻力和燃料消耗, 提高道路交通效率和安全性[3]. 车队中的车辆在行驶过程中相互耦合, 任何一辆车的加减速操作都会影响其他车辆, 甚至导致碰撞等交通事故. 因此, 有效控制车队中的每辆车使之保持给定的车间距, 从而保持整个车队系统的稳定性(称为队列稳定性[4])至关重要.

车队控制的关键问题之一是选择合理的车间距策略, 这直接关系到队列稳定性、交通流稳定性和交通效率. 常见的间距策略有固定车间距和可变车间距. 可变间距策略将期望车间距设定为速度的线性函数, 当期望车间距设为速度的二次函数时, 称之为二次间距策略(quadratic spacing policy, QSP)[5]. 车队控制的

收稿日期: 2021−10−24; 录用日期: 2022−02−23.
†通信作者. E-mail: geguo@yeah.net.
本文责任编委: 苏剑波.
国家自然科学基金项目(62173079, U1808205)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173079, U1808205).

另一关键问题是车辆之间的信息流拓扑结构, 这对车队的控制性能和稳定性有重要影响. 常用的信息流拓扑结构[6]有前车–跟随(predecessor-following, PF)、双向(bidirectional, BD)和领队车–双向通信等, 采用PF拓扑结构时, 车辆可以接收到其前车的状态信息, 利用这些信息来设计自身的控制器, 由于单方向获得状态信息, 因此很难满足强队列稳定性. 采用BD拓扑结构时, 车辆可以同时接收到前车和后车的信息, 以提高实际网联系统中车队控制的可行性. 目前的文献大多是基于相邻车辆的状态信息[6], 通过设计反馈控制器来保证系统的强队列稳定性.

车队控制中, 误差的收敛速度是性能评价的重要指标, 目前大部分研究结果只能得到渐进稳定的跟踪性能[7–8], 这是不现实的. 除了保证收敛时间有限外, 有限时间控制比渐近控制有更快的收敛速度和更强的抗干扰性能[9], 但有限时间很少集中在车队问题上[10–11]. 文献[10]将有限时间理论应用到车队控制上, 提出了有限时间滑模控制方法的控制器, 但只能够保证有限时间内到达滑模面, 并不能保证在滑模面上有限时间到达原点, 即系统的间距误差不能在有限时间内收敛到零. 文献[11]提出了一种在有限时间内实现跟踪的分布式控制策略, 但其忽略了系统的队列稳定性. 因此, 开发一种有效的车辆协同控制方法, 使系统在保证队列稳定性的同时, 间距误差能够在有限时间内收敛到零, 是一个具有挑战性的研究课题.

值得一提的是, 文献[10–12]中考虑的车辆模型不包括发动机动力学和刹车系统等因素. 而在实际情况中, 三阶车辆动力学模型更为实用. 利用文献[10, 13]中提出的耦合滑模控制方法, 基于PF, BD信息拓扑结构的分布式自适应滑模控制算法, 本文提出一种有限时间终端滑模控制方法. 本文的主要贡献有如下两个方面:

1) 提出两种基于PF和BD信息拓扑结构的分布式自适应终端滑模控制算法, 引入相应的自适应律来处理系统中的不确定参数和外源性扰动. 既保证了系统的间距误差在有限时间内收敛到零, 又实现了系统的队列稳定性;

2) 在队列稳定性方面, 已有文献[14–15]只能确保每辆车的间距误差收敛到零, 本研究利用传递函数法进一步分析了系统的队列稳定性, 保证了在队列中间距误差逐级递减. 同时引入二次间距策略, 结合车队控制与交通流稳定条件, 保证了系统的交通流畅.

本文的组织结构如下: 第2节给出问题描述; 第3节给出分布式协同控制器的设计; 第4节是数值仿真; 最后在第5节进行总结.

2 问题描述

2.1 车队动力学模型

本文中, 考虑一个由领队车($i=0$)和N个跟随车组成的车队, 如图1所示, 其中$p_i(t), v_i(t), a_i(t)$分别表示第i辆车的位置、速度和加速度信息. 假设车辆能周期性地接收到相邻车的状态, 其中$i\in V_N$, $V_N=\{1,2,\cdots,N\}$, 同时假设通信信道完全可靠.

$$\begin{cases}\dot p_i(t)=v_i(t),\\ \dot v_i(t)=a_i(t)=\\ \dfrac{1}{m_i}[F_{\mathrm{e}i}(t)-F_{\mathrm{a}i}(t)-F_{\mathrm{g}i}(t)-F_{ri}(t)]+y_i(t),\end{cases} \tag{1a}$$

式中: m_i是第i辆车的质量; $F_{\mathrm{e}i}(t)$是由发动机产生的驱动力; $F_{\mathrm{a}i}(t)$是空气动力学阻力, 其中$F_{\mathrm{a}i}=c_iv_i^2$, $c_i=h_{\mathrm{a}i}A_iC_{\mathrm{d}i}/2$, $h_{\mathrm{a}i}$是空气密度, A_i是车辆横截面面积, $C_{\mathrm{d}i}$是空气阻力系数, $F_{ri}=r_im_i\mathrm{g}\cos\theta$是滚动阻力, r_i是滚动阻力系数, θ是道路坡度, $F_{\mathrm{g}i}=m_i\mathrm{g}\sin\theta$是重力, $y_i(t)$是由强风、路面不平等因素引起的未知外部扰动. 假设扰动有界$|y_i|\leqslant\bar y_i$, 因此, $\dot y_i$也是有界的.

$$\dot F_{\mathrm{e}i}(t)=-\frac{1}{\tau_i}F_{\mathrm{e}i}(t)+\frac{1}{\tau_i}u_i(t), \tag{1b}$$

式中: τ_i是发动机时间常数; $u_i(t)$是控制输入. 为方便计算, 定义: $f_i=r_im_i\mathrm{g}\cos\theta+m_i\mathrm{g}\sin\theta$, $D_i=y_i/\tau_i+\dot y_i$. 因此可得, 第i辆车的动力学模型为

$$\dot a_i(t)=\frac{u_i(t)}{m_i\tau_i}-\frac{1}{\tau_i}a_i(t)+D_i(t)-\frac{1}{m_i\tau_i}[c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+f_i], \tag{2}$$

式中: c_i是空气阻力系数; D_i是由未建模的动力学和外部扰动(路面和强风)引起的集中扰动, 扰动D_i满足$|m_i\tau_iD_i|\leqslant\varepsilon_i$. 三阶车辆模型可表示为

$$\begin{cases}\dot p_i(t)=v_i(t),\\ \dot v_i(t)=a_i(t),\\ \dot a_i(t)=\dfrac{u_i(t)}{m_i\tau_i}-\dfrac{1}{\tau_i}a_i(t)+D_i(t)-\\ \qquad\dfrac{1}{m_i\tau_i}[c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+f_i].\end{cases} \tag{3}$$

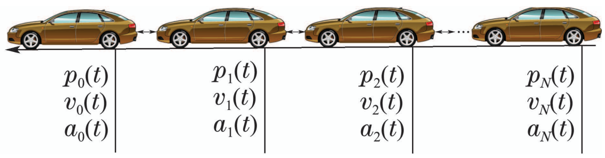


图 1 车队动力学模型

Fig. 1 Platoon dynamics model

2.2 二次间距策略

本文基于车速、安全系数和制动能力, 设计一种二次间距策略. 间距策略表达式如下:

$$e_i(t)=p_{i-1}(t)-p_i(t)-L_i-\varDelta_{i-1,i}-$$

$$hv_i(t)-\frac{\sigma v_i^2(t)}{2A_m}, \tag{4}$$

$$S_{\mathrm{quad},i}(t)=L_i+\varDelta_{i-1,i}+hv_i(t)+\frac{\sigma v_i^2(t)}{2A_m}, \tag{5}$$

式(4)中: $\delta_i(t)=p_{i-1}(t)-p_i(t)$表示任意相邻两辆车之间的距离; $S_{\mathrm{quad},i}(t)$表示相邻车辆之间的期望距离; L_i是第i辆车的长度; $\varDelta_{i-1,i}$是一个给定的安全距离; h是时间间距, 可以补偿刹车或加速时的延迟. σ表示基于道路或环境的安全系数, A_m是最大可能减速度的绝对值.

2.3 控制目标

本文的控制目标是设计一种基于终端滑模控制方法的分布式自适应控制算法, 以实现下列目标:

1) 有限时间稳定性: 保证在有限时间内, 系统的间距误差收敛到零, 同时每辆跟随车的速度能跟踪上领队车的速度.

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to T}\|e_i(t)\|=0,\\ v_i(t)\to v_0(t).\end{cases} \tag{6}$$

2) 队列稳定性: 系统的队列稳定性在以下任何一种意义上都可以保证[7]. 其中: 弱队列稳定性能保证系统的瞬态性能, 强队列稳定性保证系统的稳态性能.

3) 交通流稳定性[13]: 车队稳态时, 交通流量Q关于交通密度p的梯度$\dfrac{\partial Q}{\partial p}$为正, 即$\dfrac{\partial Q}{\partial p}>0$.

定义 1 弱队列稳定性[6]: 车队系统中的间距误差保持一致有界. 满足参数$\rho>0,\exists\upsilon>0$, 同时

$$\begin{aligned}&\sup_i\max\{|e_i(0),\dot e_i(0)|\}<\rho\\ &\Rightarrow\sup_i\sup_{t\geqslant0}\max\{|e_i(0),\dot e_i(0)|\}<\upsilon.\end{aligned} \tag{7}$$

定义 2 强队列稳定性[7]: 当间距误差满足: $|e_N(t)|\leqslant|e_{N-1}|\leqslant\cdots\leqslant|e_1(t)|$, 即误差传递函数$G_i(s)=e_{i+1}(s)/e_i(s)$满足$|G_i(s)|\leqslant1$, 则满足强队列稳定性. 其中$e_i(s)$是$e_i(t)$的拉普拉斯变换.

注 1 关于队列稳定性的定义有很多种, 最常用到的主要有两个, 要求车队中所有车辆的状态具有一致有界性, 称为弱队列稳定性; 另一个要求跟踪误差是逐级递减的, 限制了跟踪误差随着车队规模的变大而变大, 称为强队列稳定性.

2.4 预备知识

引理 1 耦合滑模面和每个滑模面的等价性: 在同一时间内, 当且仅当s_i为零时, S_i也收敛到零.

证 描述S_i和s_i的关系

$$S_i=\begin{cases}qs_i-s_{i+1}, & i=0,1,\cdots,n-1,\\ qs_i, & i=n,\end{cases} \tag{8}$$

式中q是加权系数. 基于以上定义, S_i和s_i的关系描述为$S(t)=Qs(t)$, 具体形式如下:

$$\begin{cases}s=[s_1\ s_2\ \cdots\ s_n]^{\mathrm T},\\ S=[S_1\ S_2\ \cdots\ S_n]^{\mathrm T},\\ Q=\begin{bmatrix}q&-1&\cdots&0&0\\0&q&-1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\ddots&\vdots\\0&0&\cdots&q&-1\\0&0&\cdots&0&q\end{bmatrix}.\end{cases} \tag{9}$$

证毕.

引理 2[16] 考虑如下非线性系统:

$$\dot x(t)=f(x(t)),\ x(0)=x_0,\ t\geqslant0. \tag{10}$$

令$D_0\subset D$为式(10)的不变集, 假设存在一个连续可微的函数$V:D\to R$, 实数$c>0,\alpha\in(0,1)$可得

$$V(x)=0,\ x\in D_0,\ V(x)>0,\ x\in D\backslash D_0, \tag{11}$$

$$\dot V(x)f(x)\leqslant-c(V(x))^\alpha,\qquad x\in D. \tag{12}$$

则D_0是有限时间稳定的, 若存在一个D_0的开放邻域$N\subseteq D$, 且$T:N\to[0,\infty)$为设定时间, 那么收敛时间T满足

$$T\leqslant\frac{1}{c(1-\alpha)}(V(x_0))^\alpha,\ x_0\in N. \tag{13}$$

引理 3 (Barbalat引理[17]) 若$\psi(t)\colon R\to R$, 在$t\geqslant0$时连续可导, 并且极限$\lim\limits_{t\to\infty}\int_0^t\psi(\tau)\mathrm d\tau$存在且有界, 那么$\lim\limits_{t\to\infty}\psi(t)=0$.

引理 4[18] 考虑非线性系统$\dot x=f(x)$, 若存在正定函数$V(x)$和参数$a>0,\ b>0,\ 0<\beta<1$使得

$$\dot V(x)\leqslant-aV^\beta(x)+b,\ t\geqslant0. \tag{14}$$

则该系统$\dot x=f(x)$为半全局实际有限时间稳定, 收敛时间满足

$$\begin{aligned}&T_1\leqslant T_R=\\ &\frac{1}{(1-\beta)}a\rho[V^{1-\beta}(x(0))-(\frac{b}{1-\rho}a)^{\frac{(1-\beta)}{\beta}}],\end{aligned} \tag{15}$$

式中$V(x(0))$为$V(x)$的初始值, 且$0<\rho<1$.

注 2 车队控制中的车辆模型一般可分为动力学模型[3,10]和运动学模型[4,16], 本研究基于车辆动力学模型设计控制器. 不同于文献[3]不考虑外部扰动对系统的影响, 本文考虑车辆的不确定参数和外源性扰动的影响. 同时结合二次间距策略, 将有限时间理论[9]引入车队控制中.

3 协同控制器的设计与分析

3.1 终端滑模面设计

设计如下形式的终端滑模面:

$$S_i(t)=\dot e_i(t)+c_i\,\mathrm{sgn}(e_i(t))|e_i(t)|^{\frac12}, \tag{16}$$

式中: c_i是正常数; $\mathrm{sgn}(\cdot)$是符号函数, 因此有

$$\dot S_i(t)=\ddot e_i(t)+\frac{c_i}{2}|e_i(t)|^{-\frac12}\dot e_i(t)=$$
$$a_{i-1}-a_i-\frac{\sigma a_i^2}{A_m}+\frac{c_i}{2}|e_i(t)|^{-\frac12}\dot e_i(t)-(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})\times$$
$$\{\frac{u_i(t)}{m_i\tau_i}+D_i(t)-\frac{1}{m_i\tau_i}[c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+f_i]-$$
$$\frac{1}{\tau_i}a_i(t)\}. \tag{17}$$

3.2 车队协同控制器设计

3.2.1 前车–跟随通信拓扑

采用PF拓扑结构时, 车辆可以接收到其前车的状态信息, 利用这些信息来设计自身的控制器, 从而完成车辆跟踪目标. 基于非线性终端滑模控制方法及有限时间理论, 设计分布式自适应滑模控制器, 为方便计算, 定义$A_i(t)$, 表达形式如下:

$$A_i(t)=a_{i-1}-a_i-\frac{\sigma a_i^2}{A_m}+\frac{(h+\frac{\sigma vi}{A_m})}{\tau_i}a_i(t)-$$
$$\ddot\Gamma_i+\frac{c_i}{2}|e_i(t)|^{-\frac12}\dot e_i(t). \tag{18}$$

将式(18)代入式(17)中得到

$$\dot S_i(t)=\frac{-(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}{m_i\tau_i}[u_i(t)-c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)-$$
$$f_i+m_i\tau_iD_i]+A_i(t). \tag{19}$$

设计控制器如下:

$$u_i=\hat c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+\hat f_i+\hat\varepsilon_i(t)\,\mathrm{sgn}(S_i)+$$
$$\frac{\hat m_i\tau_i}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}A_i+\frac{k}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}S_i+$$
$$\frac{\bar k}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}\mathrm{sgn}(S_i), \tag{20}$$

式中参数$\bar k$和k是正常数. 设计自适应律如下:

$$\begin{cases}\dot{\hat c}_i=\gamma_i^c(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i),\\ \dot{\hat f}_i=\gamma_i^f(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i,\\ \dot{\hat\varepsilon}_i=\gamma_i^\varepsilon(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})|S_i|,\\ \dot{\hat m}_i=\gamma_i^MA_i\tau_iS_i,\end{cases} \tag{21}$$

式中参数$\gamma_i^c,\gamma_i^f,\gamma_i^\varepsilon,\gamma_i^M$是正数.

定理 1 考虑车辆动力学模型(3), 对于车辆$i=1,\cdots,n$, 结合自适应律(22), 设计基于终端滑模(17)的分布式控制器(21), 可实现车队系统的跟踪控制, 且能保证闭环系统中的所有信号都是有限时间稳定的, 即滑模面$S_i(t)$和间距误差$e_i(t)$能够在有限时间内收敛到零且能实现车队系统的弱队列稳定性.

证 为了验证整个车队系统的稳定性, 选取如下李雅普诺夫函数:

$$V=\sum_{i=1}^nV_i, \tag{22}$$

$$V_i=\frac{m_i\tau_i}{2}S_i^2+\frac{\tilde c_i^2}{2\gamma_i^c}+\frac{\tilde f_i^2}{2\gamma_i^f}+\frac{\tilde\varepsilon_i^2}{2\gamma_i^\varepsilon}+\frac{\tilde m_i^2}{2\gamma_i^m}, \tag{23}$$

式中: 参数估计误差$\tilde c_i,\tilde f_i,\tilde m_i,\tilde\varepsilon_i$定义为: $\tilde c_i=c_i-\hat c_i$, $\tilde f_i=f_i-\hat f_i$, $\tilde m_i=m_i-\hat m_i$, $\tilde\varepsilon_i=\varepsilon_i-\hat\varepsilon_i$. 根据式(22)–(23), 对$V_i$求导得

$$\dot V_i=m_i\tau_iS_i\dot S_i+\frac{\tilde c_i\dot{\tilde c}_i}{\gamma_i^c}+\frac{\tilde f_i\dot{\tilde f}_i}{\gamma_i^f}+\frac{\tilde\varepsilon_i\dot{\tilde\varepsilon}_i}{\gamma_i^\varepsilon}+\frac{\tilde m_i\dot{\tilde m}_i}{\gamma_i^m}. \tag{24}$$

根据式(17)(24), 可得

$$m_i\tau_iS_i\dot S_i=$$
$$-(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i[\hat c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+$$
$$\frac{\hat m_i\tau_i}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}A_i+\hat f_i+\hat\varepsilon_i(t)\,\mathrm{sgn}(S_i)+$$
$$\frac{k}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}S_i+\frac{\bar k}{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}\mathrm{sgn}(S_i)]-$$
$$(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i[-c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)-$$
$$f_i+m_i\tau_iD_i]+m_i\tau_iA_i(t)\leqslant$$
$$(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)-kS_i^2+$$
$$(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde f_i+\tilde m_i\tau_iA_i(t)S_i-\bar k|S_i|-$$
$$(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})|S_i|\hat\varepsilon_i-m_i\tau_iD_i(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i. \tag{25}$$

将式(25)代入式(23)中, 可得

$$\dot V_i\leqslant(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+$$
$$(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde f_i-kS_i^2-\bar k|S_i|+$$
$$\tilde m_i\tau_iA_i(t)S_i+(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})|S_i|\tilde\varepsilon_i-$$
$$\frac{\tilde c_i\dot{\hat c}_i}{\gamma_i^c}-\frac{\tilde f_i\dot{\hat f}_i}{\gamma_i^f}-\frac{\tilde\varepsilon_i\dot{\hat\varepsilon}_i}{\gamma_i^\varepsilon}-\frac{\tilde m_i\dot{\hat m}_i}{\gamma_i^m}\leqslant$$
$$-kS_i^2-\bar k|S_i|. \tag{26}$$

结合式(22), 可得

$$\dot V=\sum_{i=1}^n\dot V_i\leqslant\sum_{i=1}^n\{-kS_i^2-\bar k|S_i|\}\leqslant0. \tag{27}$$

对不等式(24)两边分别进行积分可得

$$V(0)-V(t)\geqslant\int_0^t\psi(\tau)\mathrm d\tau. \tag{28}$$

由式(27)可得$\dot V(t)\leqslant0$, $V(0)-V(t)\geqslant0$有界. 因

此, $\lim\limits_{t\to\infty}\int_0^t \psi(\tau)\mathrm{d}\tau$存在且有界, 根据引理3得

$$\lim_{t\to\infty}\psi(t)=\lim_{t\to\infty}\sum_{i=1}^{n}[\bar{k}|S_i|+kS_i^2]=0, \tag{29}$$

式中: 参数k和$\bar{k}$都是正数, 且$\tilde{c}_i,\tilde{f}_i,\tilde{m}_i,\tilde{\varepsilon}_i\in L_\infty$, 因此$\hat{c}_i,\hat{f}_i,\hat{m}_i,\hat{\varepsilon}_i\in L_\infty$, 表明$\lim\limits_{t\to\infty}S_i(t)=0$, $e_i(t)$也收敛到零. 选择下列形式的李雅普诺夫函数:

$$\bar{V}_i=V_i-\frac{\tilde{c}_i^2}{2\gamma_i^c}-\frac{\tilde{f}_i^2}{2\gamma_i^f}-\frac{\tilde{\varepsilon}_i^2}{2\gamma_i^\varepsilon}-\frac{\tilde{m}_i^2}{2\gamma_i^m}=\frac{m_i\tau_i}{2}S_i^2. \tag{30}$$

对其求导得

$$\begin{aligned}\dot{\bar{V}}_i=&m_i\tau_iS_i\dot{S}_i\leqslant-\bar{k}|S_i|+(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})|S_i|\tilde{\varepsilon}_i-\\&kS_i^2+(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde{c}_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+\\&(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})S_i\tilde{f}_i+\tilde{m}_i\tau_iA_i(t)S_i.\end{aligned} \tag{31}$$

因为$\tilde{c}_i,\tilde{f}_i,\tilde{m}_i,\tilde{\varepsilon}_i\in L_\infty$, 设$|\tilde{c}_i|\leqslant\bar{C}_i$, $|\tilde{f}_i|\leqslant\bar{F}_i$, $|\tilde{m}_i|\leqslant\bar{M}_i$, $|\tilde{\varepsilon}_i|\leqslant\bar{\varepsilon}_i$, 设$\bar{k}$满足

$$\begin{aligned}\bar{k}\geqslant&(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})\bar{C}_i|v_i^2+2\tau_iv_ia_i|+(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})\bar{F}_i+\\&\bar{M}_i\tau_i|A_i(t)|+(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})\bar{\varepsilon}_i+\bar{\xi}_i.\end{aligned} \tag{32}$$

将式(32)代入式(31)中可得到

$$\dot{\bar{V}}_i\leqslant-kS_i^2-\bar{\xi}_i|S_i|\leqslant-\bar{\xi}_i\sqrt{\frac{2}{m_i\tau_i}}\sqrt{\bar{V}_i}. \tag{33}$$

令$\sqrt{\dfrac{2}{m_i\tau_i}}=k>0$, 于是式(33)可化简成

$$\dot{\bar{V}}_i\leqslant-k\bar{\xi}_i\sqrt{\bar{V}_i}. \tag{34}$$

因此, 整个系统的李雅普诺夫函数可表示为

$$\dot{\bar{V}}\leqslant\sum_{i=1}^{n}(-k\bar{\xi}_i\sqrt{\bar{V}_i})\leqslant-k_i\sum_{i=1}^{n}(\sqrt{\bar{V}_i})\leqslant-k_i\sqrt{\bar{V}}, \tag{35}$$

式中定义$\underline{\xi}_i:=\min\limits_i\bar{\xi}_i$, 且满足: $0<\underline{\xi}_i\leqslant\bar{\xi}_i$. 可得到如下结论: $V(t)$在任意时刻都是有界的, 同时在有限时间内收敛到零. 相应地, $S_i(t)$和$e_i(t)$也在有限时间内收敛到零, 因此整个系统满足弱队列稳定性. 由引理2可知, 收敛时间为T_1, 满足

$$T_1\leqslant\frac{2}{k\underline{\xi}_i}(V(0))^{\frac{1}{2}}. \tag{36}$$

证毕.

注 3　上述分析能保证系统在有限时间内达到滑模面, 下面证明系统在滑模面上运动时, 能在有限时间内收敛到原点, 即系统状态$e_i(t),\dot{e}_i(t)$在有限时间收敛到零.

证　定义一个新的李雅普诺夫函数

$$V_i^*(t)=|e_i(t)|. \tag{37}$$

系统在有限时间内, $s_i(t)=\Theta$, Θ为原点附近的小邻域, 有界且满足$|\Theta|\leqslant\bar{\Theta}$, $\bar{\Theta}$为正常数, 因此

$$\dot{e}_i(t)=-c_i\operatorname{sgn}(e_i(t))|e_i(t)|^{\frac{1}{2}}-\Theta. \tag{38}$$

对式(37)求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i^*(t)=&\operatorname{sgn}(e_i(t))\dot{e}_i(t)=\\&-\operatorname{sgn}(e_i(t))c_i\operatorname{sgn}(e_i(t))|e_i(t)|^{\frac{1}{2}}-\\&\operatorname{sgn}(e_i(t))\Theta\leqslant-c_i|e_i(t)|^{\frac{1}{2}}+\bar{\Theta}\leqslant\\&-c_iV_i^{*\frac{1}{2}}+\bar{\Theta}.\end{aligned} \tag{39}$$

根据引理4, $e_i(t),\dot{e}_i(t)$将在有限时间内收敛到原点的小邻域内, 且收敛时间为T_2, 满足

$$\begin{aligned}&T_2\leqslant\\&(1/(1-\beta)c_i\rho)[V^{1-\beta}(0)-((\bar{\Theta}/(1-\rho)c_i))^{[(1-\beta)/\beta]}],\end{aligned} \tag{40}$$

其中: $\beta=\dfrac{1}{2}$, $0<\rho<1$.　证毕.

3.2.2　双向通信拓扑结构

由于式(16)中定义的滑模面不能保证系统的强队列稳定性, 本节引入耦合滑模面, 形式如下:

$$\varPi_i(t)=\begin{cases}qS_i-S_{i+1}, & i=0,1,\cdots,n-1,\\ qS_i & i=n,\end{cases} \tag{41}$$

式(41)中, $i\in\nu_N$, $q>0$, $\varPi_i(t)$与$S_i(t)$之间的关系为

$$\varPi(t)=QS(t). \tag{42}$$

设计如下形式的控制器和自适应律:

$$\begin{aligned}\dot{\varPi}_i(t)=&q\dot{S}_i(t)-\dot{S}_{i+1}=\\&q\{a_{i-1}-a_i-\frac{\sigma a_i^2}{A_m}-(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})\{\frac{u_i(t)}{m_i\tau_i}-\\&\frac{1}{\tau_i}a_i(t)-\frac{1}{m_i\tau_i}[c_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+f_i]+\\&D_i(t)\}+\frac{c_i}{2}|e_i(t)|^{-\frac{1}{2}}\dot{e}_i(t)\}-\dot{S}_{i+1}.\end{aligned} \tag{43}$$

为简化式(43), 定义$P_i(t)$, 形式如下:

$$\begin{aligned}P_i(t)=&q[a_{i-1}-a_i-\frac{\sigma a_i^2}{A_m}+\frac{(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}{\tau_i}a_i(t)-\\&\ddot{\varGamma}_i+\frac{c_i}{2}|e_i(t)|^{-\frac{1}{2}}\dot{e}_i(t)]-\dot{S}_{i+1}(t).\end{aligned} \tag{44}$$

设计控制器如下:

$$\begin{aligned}&u_i=\\&\hat{c}_i(v_i^2+2\tau_iv_ia_i)+\hat{f}_i+\frac{\bar{k}}{q(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}\operatorname{sgn}(\varPi_i)+\\&\frac{k}{q(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}\varPi_i+\frac{\hat{m}_i\tau_i}{q(h+\frac{\sigma v_i}{A_m})}P_i+\hat{\varepsilon}_i(t)\operatorname{sgn}(\varPi_i).\end{aligned} \tag{45}$$

设计自适应律如下:

$$\begin{cases}\dot{\hat{c}}_i=\gamma_i^c q(h+\dfrac{\sigma v_i}{A_m})\Pi_i(v_i^2+2\tau_i v_i a_i),\\ \dot{\hat{f}}_i=\gamma_i^f q(h+\dfrac{\sigma v_i}{A_m})\Pi_i,\\ \dot{\hat{\varepsilon}}_i=\gamma_i^\varepsilon q(h+\dfrac{\sigma v_i}{A_m})|\Pi_i|,\\ \dot{\hat{m}}_i=\gamma_i^M P_i\tau_i\Pi_i.\end{cases} \tag{46}$$

定理 2 考虑车辆动力学(3), 对于车辆$i=1,2,\cdots,n$, 结合自适应律(46), 设计基于终端滑模(41)的分布式控制器(45), 可实现车队系统的跟踪控制, 且保证闭环系统中所有信号都是有限时间稳定, 即$\Pi_i(t)$和$S_i(t)$可以同时在有限时间内收敛到零, 间距误差e_i也在有限时间内收敛到零. 且当$0<|q|\leqslant 1$时, 能保证整个系统的强队列稳定性.

证 通过定理1的证明可知, 在有限时间内车队中所有信号都是有限时间稳定的. 因为$\Pi_i(t)=qS_i(t)-S_{i+1}$在有限时间内收敛到零, 根据强队列稳定性定义, 令$\Pi_i(t)=0$可得下式:

$$q[\dot{e}_i(t)+c_i\,\mathrm{sgn}(e_i(t))|e_i(t)|^{\frac12}]=\\ \dot{e}_{i+1}(t)+c_{i+1}\,\mathrm{sgn}(e_{i+1}(t))|e_{i+1}(t)|^{\frac12}. \tag{47}$$

对式(47)进行拉普拉斯变换得

$$q[sE_i(s)+c_iE_i(s)^{\frac12}]=sE_{i+1}(s)+c_iE_{i+1}(s)^{\frac12}. \tag{48}$$

假设c_i为恒常数, 有$c_i=c_{i+1}$, 可得

$$\frac{E_{i+1}(s)}{E_i(s)}=\frac{q(s+c_iE_i(s)^{-\frac12})}{s+c_{i+1}E_{i+1}(s)^{-\frac12}}. \tag{49}$$

取方程两侧的极限, 可推导出如下方程:

$$\lim_{s\to0}G_i(s)=\lim_{s\to0}\frac{q(s+c_iE_i(s)^{-\frac12})}{s+c_{i+1}E_{i+1}(s)^{-\frac12}}=q^2. \tag{50}$$

当$0<|q|\leqslant1, \|G_i(s)\|\leqslant1$时, 能保证系统的强队列稳定性. 证毕.

注 4 为了避免符号函数引起的抖振问题, 使用饱和函数$\mathrm{sat}(a)$来代替符号函数使用在控制输入中. 当$|a|\geqslant1$时, 定义为$\mathrm{sat}(a)=\mathrm{sgn}(a)$; 当$|a|<1$时, $\mathrm{sat}(a)=a$, 这样容易保证系统的间距误差在有限时间内收敛到零.

定理 3 考虑车辆动力学模型(3), 结合二次间距策略(4), 能保证整个车队系统的交通流稳定性.

证 进行合理假设, 在车队系统达到稳态时, 车辆的安全距离和速度都相同, 可得$S_{\mathrm{quad},i}(t)=S_{\mathrm{quad}}(t)$, $v_i(t)=v(t)$, 定义$S_{\mathrm{quad}}(t)$:

$$S_{\mathrm{quad}}(t)=L+\Delta+hv(t)+\frac{\sigma v^2(t)}{2A_m}. \tag{51}$$

交通密度为

$$\rho=\frac{1}{L+\Delta+hv(t)+\dfrac{\sigma v^2(t)}{2A_m}}. \tag{52}$$

因为流速$Q(\rho)=\rho v$, 有

$$Q(\rho)=\rho(\sqrt{(\frac{hA_m}{\sigma})^2-\frac{2A_m}{\sigma}(L+\Delta-\frac{1}{\rho})}-\frac{hA_m}{\sigma}). \tag{53}$$

求导可得

$$\frac{\partial Q}{\partial\rho}=(\sqrt{(\frac{hA_m}{\sigma})^2-\frac{2A_m}{\sigma}(L+\Delta-\frac1\rho)}-\frac{hA_m}{\sigma})-\\ \frac{A_m}{\sigma\rho\sqrt{(\dfrac{hA_m)}{\sigma})^2-\dfrac{2A_m}{\sigma}(L+\Delta-\dfrac1\rho)}}. \tag{54}$$

令$\dfrac{\partial Q}{\partial\rho}=0$可获得临界密度$\rho_{cr}$, 如下所示:

$$p_{cr}=\frac{1}{2(L+\Delta)+h\sqrt{\dfrac{2(L+\Delta)A_m}{\sigma}}}. \tag{55}$$

证毕.

4 仿真结果分析

为了验证所提出控制算法的有效性, 在MATLAB环境中进行仿真, 通过仿真验证本文所提出的车队控制算法的有效性, 本文给出了两个仿真研究: 1) PF拓扑结构下的车队跟踪控制; 2) BD拓扑结构下的车队跟踪控制. 在仿真中, 智能网联车辆队列由1辆领导车和4辆跟随车组成, 考虑包括领导车在内的5辆车在直线车道上行驶, 设领队车初始状态$p_0(0)=0$, $v_0(0)=0$, 在保证无碰撞风险的情况下, 跟随车的初始状态$p_i(0)=[-24,-48,-72,-96]$, $v_i(0)=0$, 仿真实验设定时间为60 s, 且稳定速度保持在16 m/s. 相关系数参考文献[11,17], 假设每辆车的参数相同, 具体系数如表1所示. 其中: 车辆质量$m_i=1607$ kg, 空气阻力系数$c_i=0.414$, 道路坡度函数$f_i=236.2$, 发动机时间常数$\tau_i=0.25$, 每辆车的车长设为$l_i=4$ m, 理想的安全距离$\Delta_{i-1,i}=7$ m, 安全系数$\sigma=0.2$, 延迟时间为$h=0.12$, 空气密度$h_{ai}=1.198$ kg/m^3, 横截面面积$A_i=2.25$ m^2, 空气阻力系数$C_{\mathrm{d}i}=0.3$, 滚动阻力系数$r_i=0.015$, 重力加速度$\mathrm{g}=9.81$ m/s^2.

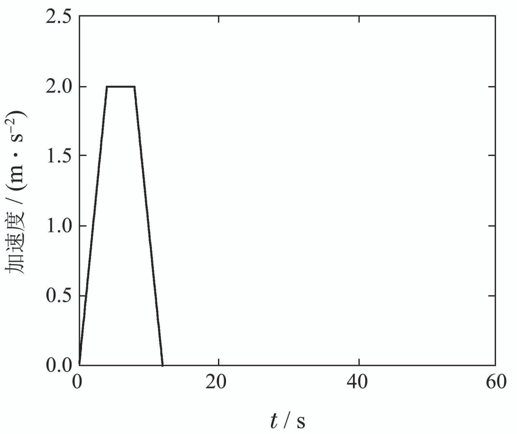
表 1 车辆的控制参数

Table 1 Control parameters of vehicles

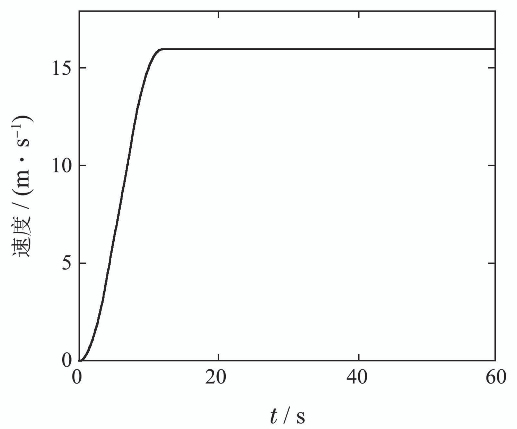
m_i	c_i	f_i	τ_i	$\Delta_{i-1,i}$	h	A_m
1607	0.414	236.2	0.25	7	0.12	7
A_i	$h_{\mathrm{a}i}$	r_i	g	$C_{\mathrm{d}i}$	σ	l_i
2.25	1.198	0.015	9.81	0.3	0.2	4

集中扰动$D_i(t) = 0.1\sin t$, 领队车的加速度给定如下, 其轨迹如图2所示.

$$a_0(t) = \begin{cases} 0.5t \text{ m/s}^2, & 1 \text{ s} \leqslant t \leqslant 4 \text{ s}, \\ 2 \text{ m/s}^2, & 4 \text{ s} \leqslant t \leqslant 8 \text{ s}, \\ -0.5t + 6 \text{ m/s}^2, & 8 \text{ s} \leqslant t \leqslant 12 \text{ s}, \\ 0 \text{ m/s}^2, & t > 12 \text{ s}. \end{cases}$$



(a) 领队车加速度



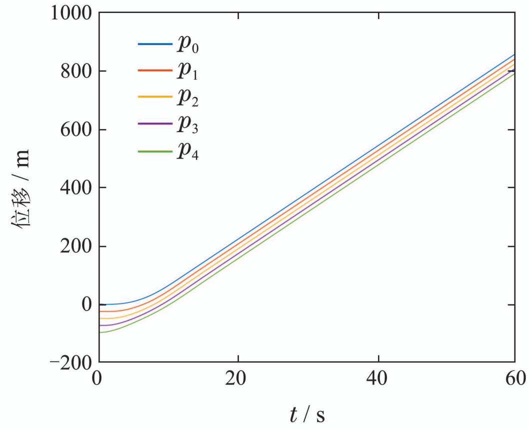
(b) 领队车速度

图 2 领队车状态

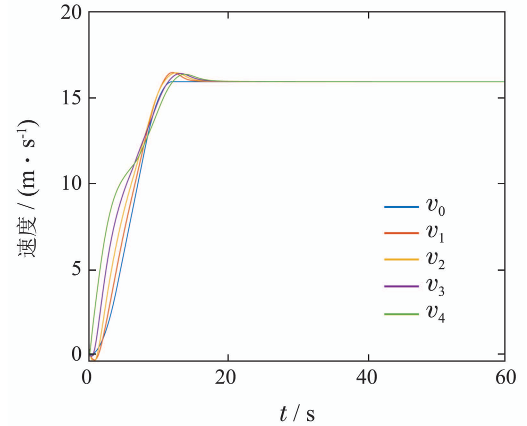
Fig. 2 State of the leader vehicle

4.1 PF拓扑结构

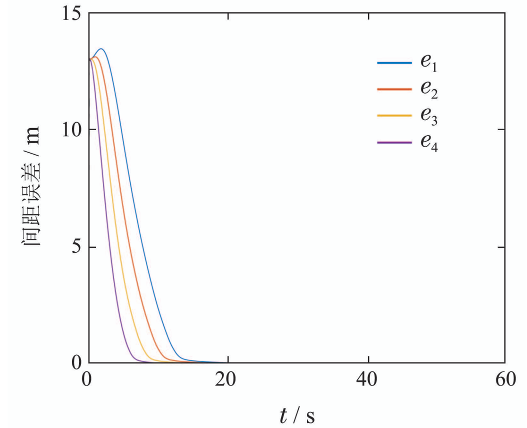
这一部分主要验证定理1中所设计的控制算法, 其中滑模面参数c=1, 控制器参数$k = 500$, $\bar{k} = 40$, 仿真结果如图3所示. 图3(a)–(b)分别是车辆位移关系($p_0 - p_4$)和速度关系($v_0 - v_4$), 分析可得系统在稳定后, 能实现位移跟踪且速度稳定保持在16 m/s, 图3(c)–(d)反映了系统的间距误差($e_0 - e_4$)和滑模面($S_0 - S_4$)的关系. 分析可得, 车队系统在PF拓扑结构下, 大约在25 s时, 间距误差能够收敛到0, 从而实现整个车队系统的位移和速度跟踪. 此控制算法能够实现车队系统的间距误差在有限时间内收敛到0和系统的弱队列稳定性.



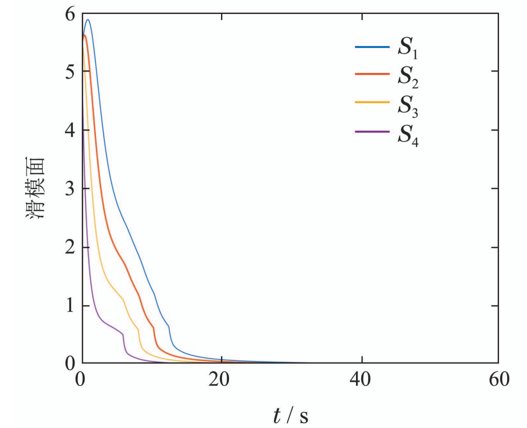
(a) 位移



(b) 速度



(c) 间距误差



(d) 滑模面

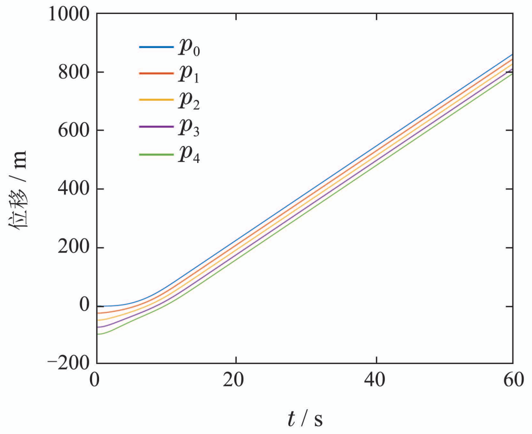
图 3 PF拓扑结构仿真结果

Fig. 3 PF topology simulation results

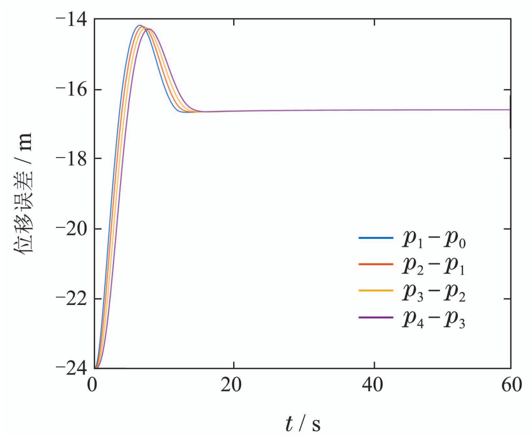
4.2 BD拓扑结构

本部分主要验证定理2中所设计的控制算法, 设定系数$q = 0.9$, 滑模面参数$c = 3$, $k = 300$, $\bar{k} = 40$, 仿真结果如图4所示.

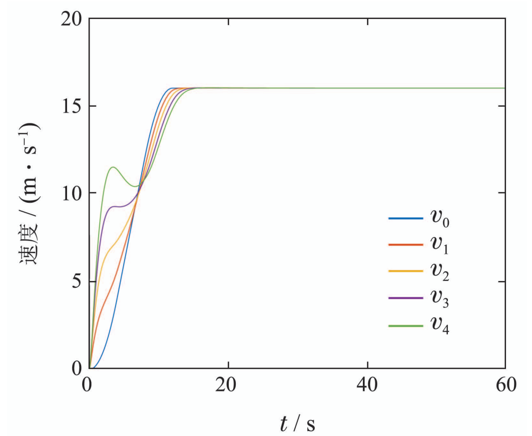
图4(a)–(b)分别表示车队系统的位移跟踪和位移跟踪误差的关系, 表明相邻车辆间的纵向间距都能稳定地收敛到17 m; 图4(c)–(d)分别表示车队系统的速度跟踪和速度跟踪误差关系, 表明每辆跟随车在稳定时, 都能以16 m/s的速度跟踪上领队车; 图4(e)表示车队系统的加速度跟踪关系; 图4(f)–(h)分别表示系统间距误差、滑模面和耦合滑模面($\mathit{\Pi}_0 \sim \mathit{\Pi}_4$)间的关系.



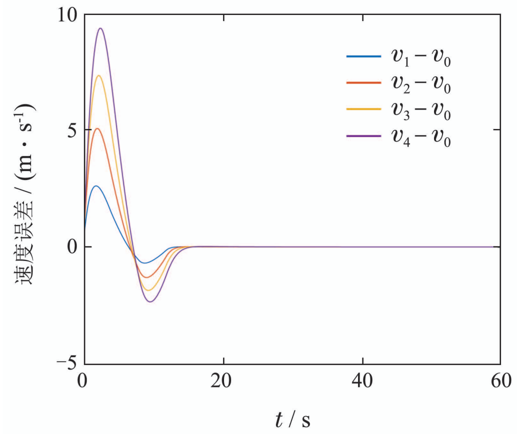
(a) 位移



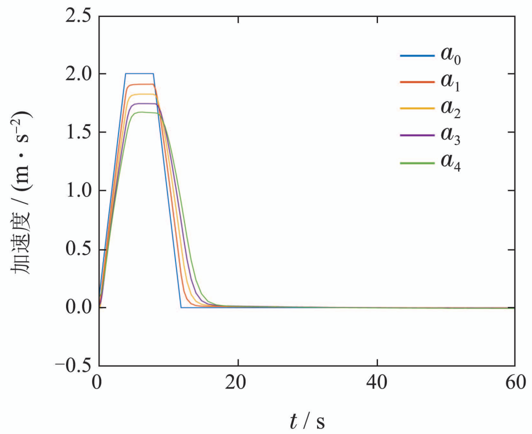
(b) 位移误差



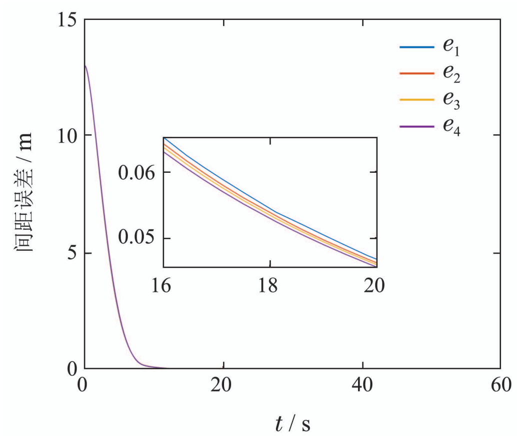
(c) 速度



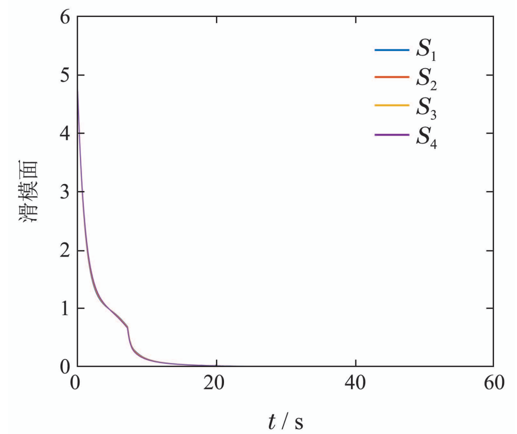
(d) 速度误差



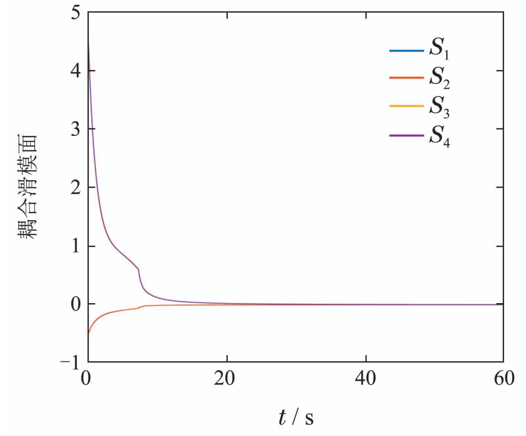
(e) 加速度



(f) 间距误差



(g) 滑模面



(h) 耦合滑模面

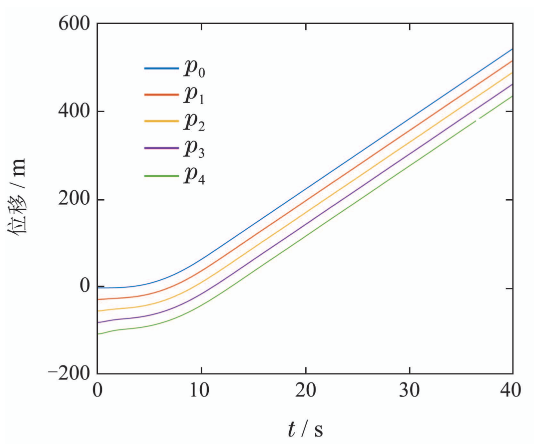
图 4 BD拓扑结果仿真结果

Fig. 4 BD topology simulation results

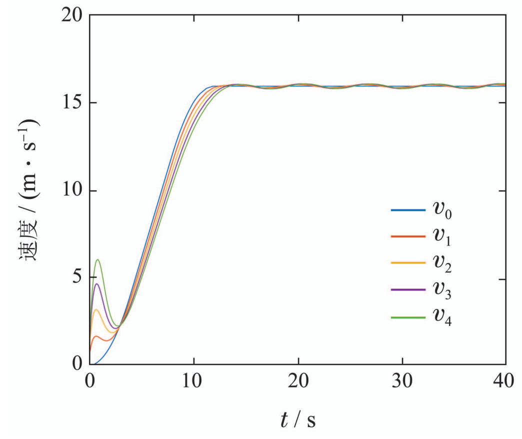
分析图4可得, 系统在BD拓扑结构下, 大约在15 s时, 间距误差能够收敛到0, 从而实现整个车队系统的位移、速度和加速度跟踪. 与PF拓扑结构相比, 收敛速度快了约10 s, 且同样能保证在有限时间内达到稳定. 与图3相比, 由队列稳定性定义可得, 系统的暂态性能明显提高, 且满足$|e_5| \leqslant |e_4| \leqslant \cdots \leqslant |e_1|$. 此控制算法能够实现系统的间距误差在有限时间收敛到0和强队列稳定性, 并且有较好的暂态性能和稳态性能. 同时没有负速度出现的现象, 使车辆运动规律符合交通流理论.

4.3 对比实验(1)

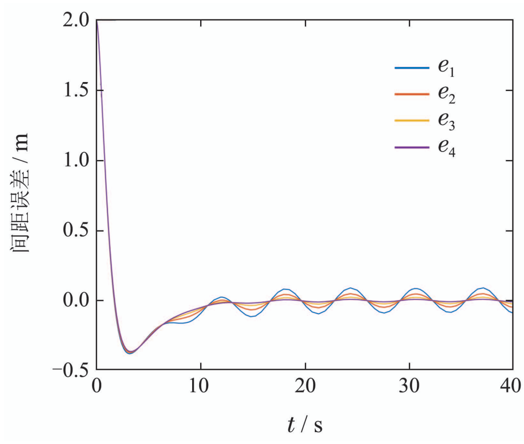
为进一步说明本文所设计的控制器的性能, 与传统的线性滑模控制器进行比较, 采用文献[17]中的PID滑模面 $s_i(t) = \dot{e}_i(t) + \alpha_1 e_i(t) + \alpha_2 \int_0^t e_i(\tau)\mathrm{d}\tau$, 采用双向拓扑结构, 选择合适的参数$\alpha_1 = 0.8$, $\alpha_2 = 0.6$, 初始条件与本文一致. 设计线性滑模面以及相应的控制器, 仿真结果如图5所示, 分别说明了车队系统的位移、速度、间距误差、滑模面的状态, 对比第4.2节的仿真图, 可得本文提出的算法的收敛速度比传统的滑模控制要快大约10 s, 并能在有限时间内实现车辆之间的跟踪, 且抖振现象明显改善.



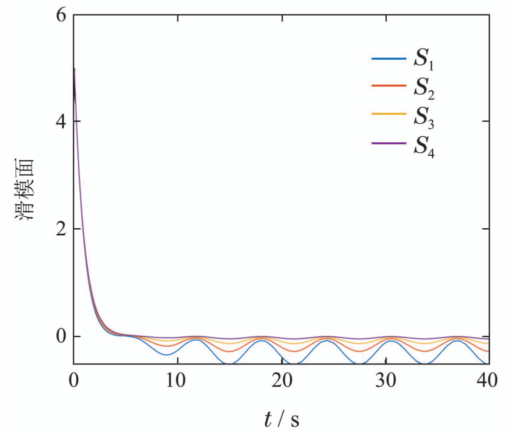
(a) 位移



(b) 速度



(c) 间距误差



(d) 滑模面

图 5 对比实验1仿真结果

Fig. 5 Comparison experiment 1 simulation results

4.4 对比实验(2)

文献[16]中采用的方法没有考虑系统的队列稳定性, 采用文献[16]中的分布式控制器

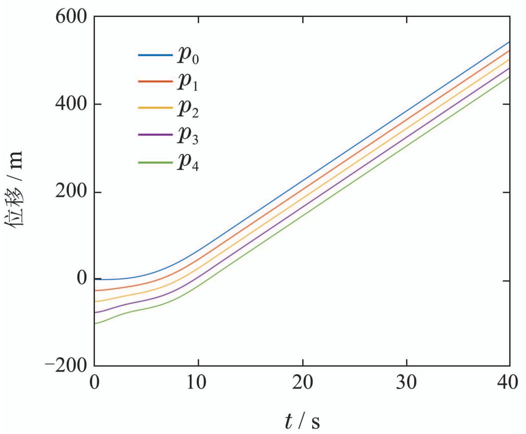
$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} [k_s(s_i - s_j - d_{i,j}) + k_v(v_i - v_j) + k_a(a_i - a_j)],$$

控制器参数取值, $k_s = 50$, $k_v = 60$, $k_a = 70$, 采用双向拓扑结构, 初始条件与本文一致, 仿真结果如图6所示, 对比第4.2节设计的BD拓扑结构下的仿真图, 可得

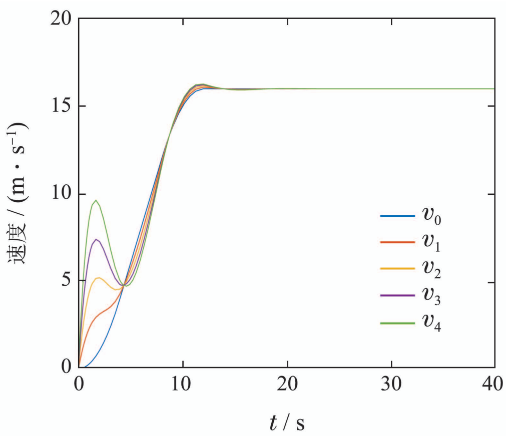
本文提出的算法能满足$|e_5| \leqslant |e_4| \leqslant \cdots \leqslant |e_1|$, 而文献[16]中不满足, 这对车队的协同控制非常重要. 综上所述, 本文所提出的方法的有效性得到了很好的验证, 即可以实现系统的强队列稳定性.

5 结论

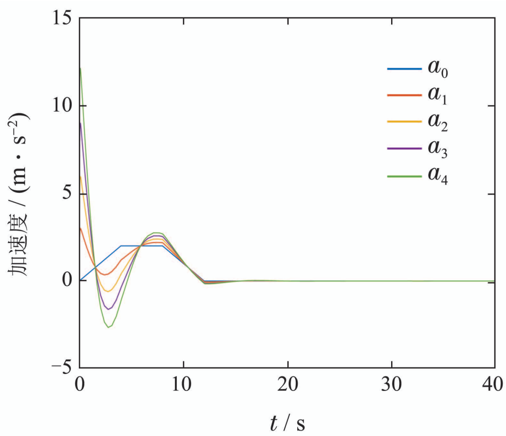
本文研究了存在模型参数不确定及外部干扰的车队跟踪控制问题. 结合有限时间理论, 提出了基于PF, BD的信息拓扑结构的分布式自适应滑模控制算法. 在这两种方法下, 车辆间保持理想的间距实现跟踪控制, 保证了闭环系统中的所有信号都是有限时间稳定的, 并实现了队列稳定性和交通流稳定性.



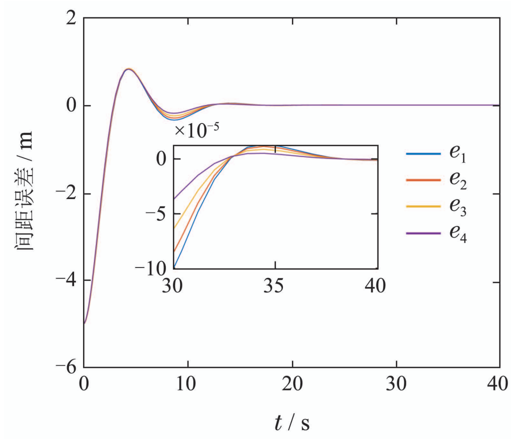
(a) 位移



(b) 速度



(c) 加速度



(d) 间距误差

图 6 对比实验2仿真结果

Fig. 6 Comparison experiment 2 simulation results

对于网联车辆系统, 所提出的方法涉及到部分固定参数和已知车辆动力学. 然而, 很难准确地建模一个真实的车辆, 因此, 无模型的车辆协同控制方法值得研究.

参考文献:

[1] CHU S, MAJUMDAR A. Opportunities and challenges for a sustainable energy future. *International Weekly Journal of Science, Nature*, 2012, 488(7411): 294 – 303.

[2] SHENG B, LI E, QING X H, et al. Robustness analysis and controller synthesis of homogeneous vehicular platoons with bounded parameter uncertainty. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(2): 1014 – 1025.

[3] GUO G, LI D D. PMP-based set-point optimization and sliding-mode control of vehicular platoons. *IEEE Transactions on Computational Social Systems*, 2018, 5(2): 553 – 562.

[4] PLOEG J, SHUKLA D P, NATHAN V, et al. Controller synthesis for string stability of vehicle platoons. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014, 15(2): 854 – 865.

[5] GUO G, LI P, HAO L Y. A new quadratic spacing policy and adaptive fault-tolerant platooning with actuator saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(2): 1200 – 1212.

[6] ZHENG Y, LI S E, WANG J, et al. Stability and scalability of homogeneous vehicular platoon: Study on the influence of information flow topologies. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(1): 14 – 26.

[7] GUO G, LI D D. Adaptive sliding mode control of vehicular platoons with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(8): 7511 – 7520.

[8] LI Y, TANG C, PEETA S, et al. Integral-sliding-mode braking control for a connected vehicle platoon: Theory and application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(6): 4618 – 4628.

[9] CAO Y C, REN W. Finite-time consensus for multi-agent networks with unknown inherent nonlinear dynamics. *Automatica*, 2014, 50(10): 2648 – 2656.

[10] KWON J, CHWA D. Adaptive bidirectional platoon control using a coupled sliding mode control method. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014, 15(5): 2040 – 2048.

[11] COPPOLA A, LUI D G, PETRIOOL A, et al. Distributed fixed-time leader-tracking control for heterogeneous uncertain autonomous connected vehicles platoons. *Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. Puglia, Italy: IEEE, 2021: 554 – 559.

[12] VERGINIS C K, BECHLIOULIS C P, DIMAROGONAS D V, et al. Robust distributed control protocols for large vehicular platoons with prescribed transient and steady state performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(1): 299 – 304.

[13] GUO G, LI P, HAO L Y. Adaptive fault-tolerant control of platoons with guaranteed traffic flow stability. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(7): 6916 – 6927.

[14] YANG Z, LI S E, LI K, et al. Stability margin improvement of vehicular platoon considering undirected topology and asymmetric control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(4): 1253 – 1265.

[15] LIU Y, XU B, DING Y. Convergence analysis of cooperative braking control for interconnected vehicle systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2017, 18(7): 1894 – 1906.

[16] LI T, ZHAO R, CHEN C, et al. Finite-time formation control of under-actuated ships using nonlinear sliding mode control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(11): 3243 – 3253.

[17] GUO X, WANG J, LIAO F, et al. Distributed adaptive sliding mode control strategy for vehicle-following systems with nonlinear acceleration uncertainties. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(2): 981 – 991.

[18] SUN Y, CHEN B, LIN C, et al. Finite-time adaptive control for a class of nonlinear systems with nonstrict feedback structure. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(10): 2774 – 2782.

作者简介:

郭 戈 教授, 博士生导师, 从事网络控制、智能交通控制、智能载体控制研究, E-mail: geguo@yeah.netn;

赵梓唯 硕士研究生, 从事智能交通控制研究, E-mail: 787916828@qq.com.