切换自治系统的动态输出反馈镇定

孙振东[1†], 王苗苗[2]

(1.山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590;

2. 中国科学院数学与系统科学研究院 系统控制重点实验室, 北京 100190)

摘要: 本文研究离散时间切换线性自治系统的输出反馈镇定问题. 在切换系统可观测的假设下, 设计具有多线性时变增益的动态观测器, 实现有限时间状态估计. 在此基础上, 设计多路径动态输出反馈切换策略, 实现闭环系统指数收敛.

关键词: 切换系统; 反馈镇定; 观测器

引用格式: 孙振东, 王苗苗. 切换自治系统的动态输出镇定. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1363 – 1368

DOI: 10.7641/CTA.2022.11037

Dynamical output feedback stabilization of switched autonomous systems

SUN Zhen-dong[1†], WANG Miao-miao[2]

(1. College of Electrical Engineering & Automation, Shandong University of Science & Technology, Qingdao Shandong 266590, China;

2. Key Laboratory of Systems & Control, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

Abstract: This article addresses the problem of dynamic output feedback stabilization for discrete-time switched autonomous linear systems. Under the assumption that the switched system is observable, a multi-linear dynamic observer is designed for the system to achieve state reconstruction in a finite time. Furthermore, we design a multi-path dynamic output feedback switching strategy that steers the closed-loop switched linear system exponentially convergent.

Key words: switched linear systems; feedback stabilization; observer

Citation: SUN Zhendong, WANG Miaomiao. Dynamical output feedback stabilization of switched autonomous systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1363 – 1368

1 引言

切换系统由若干动态子系统和一个在子系统间进行切换的监控装置组成. 这类系统包含连续的系统动态、离散的逻辑动态及其相互作用, 是一类基本而典型的混合动态系统. 在建模层面上, 切换系统能够较精确地描述许多工程系统, 例如: 具有典型切换特性的电力电子系统[1–2]、逻辑系统[3–4]、机器人系统[5]、病毒传播[6]等. 此外, 切换系统的研究对于深入理解经典控制理论中一些重要的问题, 比如, 自适应控制问题、智能控制问题、鲁棒控制问题等, 具有重要的价值[7–9].

对切换系统的研究自1960年代起就受到一些学者的关注, 并从1990年代起成为国际自动控制界和计算机界一个持续的研究热点和主流方向. 针对切换系统的稳定性、能控能观测性、二次最优设计等核心问题, 发展了共同Lyapunov方法、多Lyapunov方法、平均方法等理论工具, 这些工具不仅推动切换系统研究取得重要进展, 而且有关理论和方法还成功应用于多智能体协同控制、信息物理系统等多个新兴领域[10–14].

切换线性系统镇定问题是寻找适当的反馈控制输入/切换策略使得切换(受控)系统指数稳定. 作为切换动态系统的核心理论难题, 切换镇定问题受到广泛关注[15–20]. 随着研究的深入, 对镇定问题的复杂性有更深入的理解: 1) 可镇定的切换自治系统不一定具有凸(control-)Lyapunov函数[21], 这表明基于凸泛函搜索的算法设计只能提供镇定问题有解的充分条件; 2) 如果

收稿日期: 2021−10−28; 录用日期: 2022−02−24.

†通信作者. E-mail: zhendong.sun@amss.ac.cn.cn; Tel.: +86 13717951125.

本文责任编委: 龙离军.

国家重点研发项目(2018YFA0703800), 国家自然科学基金项目(61733018), 山东省自然科学基金项目(ZR2020ZD26)资助.

Supported by the National Key R&D Program of China (2018YFA0703800), the National Natural Science Foundation of China (61733018) and the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2020ZD26).

每个子系统只配置一个线性反馈增益, 那么能控性不足以保证系统可镇定[11]. 这些内在特征揭示了切换系统镇定问题具有明确的非凸/非线性/时变特性, 表明镇定问题是深具挑战性的问题.

本文针对没有控制输入的离散时间切换线性自治系统, 寻求适当的切换规则实现切换系统的指数稳定性. 对二阶连续时间切换自治系统, 已有可验证的构造性设计[22–23]. 对一般连续时间/离散时间切换自治系统, 文献[24]提出分路径状态反馈的切换策略, 证明系统可镇定的充要条件是存在此类切换策略实现系统稳定. 本文考虑系统状态不完全可量测的情形, 提出基于观测器反馈的切换策略, 在系统切换可观测的假设下给出切换线性自治系统的构造性设计. 切换系统的观测器构造设计可以视为反馈镇定设计的对偶问题, 其挑战性包括: 1) 对切换系统的反馈镇定问题, 目前的主要成果是针对特定系统类, 比如, 低阶系统, 尚缺乏针对一般系统的反馈镇定设计方法; 2) 对于Luenburger型观测器, 观测器本身就是切换系统, 且其切换信号不独立(与原系统共享切换信号). 当把观测器嵌入切换策略时, 必须同时兼顾原系统和观测器系统, 即需要设计同时镇定原系统和观测器系统的共同切换策略. 本文基于对实现能控/能观测切换信号的新进展[26], 提出一类具有时变增益的Luenburger型观测器, 可在有限时间实现对系统状态的无差估计, 并在此基础上发展分路径观测器反馈的切换策略, 实现对原系统和观测器系统的共同镇定.

2 预备知识

2.1 系统描述

记$\mathbb{R}$是实数集, $\mathbb{R}^p$和$\mathbb{R}^{n\times m}$分别是p维实(列)向量和$n\times m$实矩阵. 记$\mathbb{N}_+$是非负整数集. 设$s_1, s_2\in\mathbb{N}_+$且$s_1<s_2$, 记

$$\lfloor s_1, s_2\rfloor=\{s_1,\cdots,s_2-1\}.$$

记$\|\cdot\|$为任一给定的向量或矩阵范数. 若$\varGamma_1$和$\varGamma_2$是两个集合, 则$\varGamma_1-\varGamma_2=\{\gamma:\gamma\in\varGamma_1,\gamma\notin\varGamma_2\}$.

考虑离散时间切换线性自治系统

$$\begin{cases}x(t+1)=A_{\sigma(t)}x(t),\\ y(t)=C_{\sigma(t)}x(t),\end{cases}\quad t\in\mathbb{N}_+, \tag{1}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$是系统状态, $\sigma(t)\in M\triangleq\{1,\cdots,m\}$是切换信号, $y(t)\in\mathbb{R}^p$是系统输出, $A_i, C_i, i\in M$是分别是第i个子系统的状态和输出矩阵. 为方便计, 把此系统记为$\varSigma(C_i, A_i)_M$, 把系统从$x(t_0)=x_0$初始沿切换信号σ的轨线记为$\phi(\cdot;t_0,x_0,\sigma)$. 令$t_0=0$.

假定系统矩阵已知, 系统状态不完全可量测, 系统输出可量测, 切换信号是可设计变量.

2.2 切换路径

切换路径是定义在有限(离散时间)区间上的时间驱动切换信号: 给定自然数$s_2>s_1$, 称$\theta:\lfloor s_1, s_2\rfloor\to M$为定义在区间$\lfloor s_1, s_2\rfloor$上的切换路径.

设θ_1和θ_2分别是区间$\lfloor s_1, s_2\rfloor$和$\lfloor s_3, s_4\rfloor$上的切换路径, 定义其串接为$\theta_1\sqcup\theta_2$

$$(\theta_1\sqcup\theta_2)(s)=\begin{cases}\theta_1(s), & s\in\lfloor s_1,\ s_2\rfloor,\\ \theta_2(s-s_2+s_3), & s\in\lfloor s_2, s_2+s_4-s_3\rfloor.\end{cases}$$

显见, 两个切换路径的串接仍为切换路径. 多个路径的串接可循结合律定义.

2.3 状态观测器

对切换系统(1), 当系统状态不完全可量测时, 可通过输出量测获得状态的估计. 本文考虑的观测器形式为

$$\hat{x}(t+1)=A_{\sigma(t)}\hat{x}(t)+L^t_{\sigma(t)}(y(t)-C_{\sigma(t)}\hat{x}(t)). \tag{2}$$

观测器与切换系统共享同一切换信号, 因此这里的切换信号不是独立变量. 注意到观测器增益矩阵不仅依赖切换信号, 而且是显示依赖时间的, 这表明要为同一个子系统配置多个线性增益矩阵. 考虑到系统初始状态未知, 本文设置观测器初态为原点, 即$\hat{x}(t_0)=0$. 把观测器(2)从$\hat{x}(t_0)=\hat{x}_0$初始沿切换信号σ的轨线记为$\hat{\phi}(\cdot;t_0,\hat{x}_0,\sigma)$.

给定切换信号σ, 称观测器(2)对系统(1)的观测是σ–渐近的, 如果有

$$\lim_{t\to+\infty}\|\hat{\phi}(t;t_0,\hat{x}_0,\sigma)-\phi(t;t_0,x_0,\sigma)\|=0,\\ \forall x_0\in\mathbb{R}^n.$$

进一步, 如果存在$T>t_0$满足

$$\hat{\phi}(t;t_0,\hat{x}_0,\sigma)=\phi(t;t_0,x_0,\sigma),\ \forall t\geqslant T,\ x_0\in\mathbb{R}^n,$$

则称此观测器是σ–有限时间观测器.

定义 1[11] 称切换系统(1)是可观测的, 如果存在$t_1>t_0$, 使得初态$x(t_0)$可由输出$y(t), t\in[t_0,t_1)$唯一决定.

2.4 反馈镇定问题

定义 2[24] 称切换系统(1)是可(状态反馈指数)镇定的, 如果存在正实数$\alpha<1, \beta\geqslant 1$使得对所有初态$x_0\in\mathbb{R}^n$都存在切换信号$\sigma(t)$满足

$$\|\phi(t;0,x_0,\sigma)\|\leqslant\beta\alpha^t\|x_0\|,\ \forall t\geqslant 0.$$

引理 1[24] 切换系统(1)是可镇定的充要条件是对任意$\gamma>0$, 存在有限个切换路径$\theta_i:\lfloor s^1_i, s^2_i\rfloor\to M$, $i=1,\cdots,l$, 满足

$$\min_{i=1}^{l}\|\phi(s_i^2;s_i^1,x_0,\theta_i)\|\leqslant\gamma\|x_0\|,\ \forall x_0\in\mathbb{R}^n.\quad(3)$$

定义 3　称切换系统(1)是可动态输出反馈镇定的, 如果存在正实数$\alpha<1$, $\beta\geqslant 1$及状态观测器(2)使得对所有初态$x_0\in\mathbb{R}^n$都存在观测器驱动切换信号$\sigma(t)$满足

$$\|\phi(t;0,x_0,\sigma)\|\leqslant\beta\alpha^t\|x_0\|,\ \forall t\geqslant 0.$$

本文探讨的反馈镇定问题是寻求适当的基于观测器的切换策略使得增广系统(1)–(2)是指数稳定的.

3　主要结果

假设 1　切换系统(1)是可镇定的.

假设 2　切换系统(1)是可观测的.

由切换系统可观测性质[11], 存在$j_1\in M$, p维行向量H_{j_1}, 及矩阵集$G_i\in\mathbb{R}^{n\times p}$, $i\in M$使得切换系统

$$\begin{cases}\bar{x}(t+1)=\bar{A}_{\sigma(t)}\bar{x}(t),\\ \bar{y}(t)=\bar{C}_{\sigma(t)}\bar{x}(t)\end{cases}\quad(4)$$

是可观测的, 其中$\bar{A}_i=A_i+G_iC_i$, $i\in M$, $\bar{C}_{j_1}=H_{j_1}C_{j_1}$, $\bar{C}_i=0$, $i\in M-\{j_1\}$.

由切换系统(4)的可观测性, 应用可控性与可观测性的对偶原理, 利用文献[17,25]的结果, 可构造实现系统可观测性的切换路径. 具体的, 存在$s\leqslant\dfrac{n(n+1)}{2}-1$, 及切换路径$\theta:\lfloor 0,s\rfloor\to M$, 使得观测矩阵

$$\begin{bmatrix}\bar{C}_{\theta(0)}\\ \bar{C}_{\theta(1)}\varPsi(\theta,1)\\ \vdots\\ \bar{C}_{\theta(s)}\varPsi(\theta,s)\end{bmatrix}$$

列满秩, 其中:

$$\varPsi(\theta,k)=\bar{A}_{\theta(k-1)}\cdots\bar{A}_{\theta(0)},\ k=1,\cdots,s.$$

由此可知, 存在自然数列$\eta_1<\cdots<\eta_n\leqslant s$满足$\theta(\eta_i)=j_1, i=1,\cdots,n$, 且矩阵

$$W=\begin{bmatrix}\bar{C}_{j_1}\varPsi(\theta,\eta_1)\\ \vdots\\ \bar{C}_{j_1}\varPsi(\theta,\eta_n)\end{bmatrix}$$

是非奇异方阵.

令$P=\bar{A}_{j_1}$, 及

$$Q_k=\bar{A}_{\theta(\eta_{k+1}-1)}\cdots\bar{A}_{\theta(\eta_k)},\ k=1,\cdots,n-1,$$

则有

$$W=\begin{bmatrix}\bar{C}_{j_1}\\ \bar{C}_{j_1}Q_1P\\ \vdots\\ \bar{C}_{j_1}Q_{n-1}P\cdots Q_1P\end{bmatrix}\varPsi(\theta,\eta_1).$$

记$[\xi_1\ \ \cdots\ \ \xi_n]=(W\varPsi(\theta,\eta_1))^{-1}$, 即$\xi_k$是逆矩阵$(W\varPsi(\theta,\eta_1))^{-1}$的第$k$列. 定义行向量

$$\begin{cases}\upsilon_1=-P\xi_1,\\ \upsilon_2=-PQ_1P\xi_2,\\ \quad\vdots\\ \upsilon_n=-PQ_1\cdots PQ_{n-1}P\xi_n.\end{cases}\quad(5)$$

定义$\eta_k'=\eta_k-\eta_1$, $k=1,\cdots,n$, 及切换路径

$$\theta_0(t)=\theta(t+\eta_1),\ t\in\lfloor 0,\eta_n'\rfloor.\quad(6)$$

进一步, 定义观测器(2)的时变增益矩阵

$$L_k^t=\begin{cases}-G_{j_1}+\upsilon_{n+1-k}H_{j_1},\ t=\eta_k',k=1,\cdots,n,\\ -G_{\theta_0(t)},\quad\text{其他}.\end{cases}\quad(7)$$

定理 1　考虑增广系统(1)–(2). 在假设2下, 设计切换律(6)和增益矩阵(7), 则有$\hat{x}(\eta_n')=x(\eta_n')$.

证　定义估计误差$\tilde{x}=\hat{x}-x$. 显见

$$\begin{aligned}&\tilde{x}(t+1)=(A_{\sigma(t)}-L_{\sigma(t)}^tC_{\sigma(t)})\tilde{x}(t)=\\&(\bar{A}_{\sigma(t)}-\bar{L}_{\sigma(t)}^t\bar{C}_{\sigma(t)})\tilde{x}(t),\ t\in\mathbb{N}_+,\end{aligned}\quad(8)$$

其中

$$\bar{L}_k^t=\begin{cases}\upsilon_{n+1-k},\ t=\eta_k',k=1,\cdots,n,\\ 0,\quad\text{其他}.\end{cases}$$

于是

$$\begin{aligned}\tilde{x}(\eta_n')=&(P-\bar{L}_n^{\eta_n'}\bar{C}_{j_1})Q_{n-1}(P-\bar{L}_{n-1}^{\eta_{n-1}'}\bar{C}_{j_1})Q_{n-2}\times\\&(P-\bar{L}_2^{\eta_2'}\bar{C}_{j_1})\cdots Q_1(P+\bar{L}_1^{\eta_1'}\bar{C}_{j_1})\tilde{x}(0)=\\&(P-\upsilon_n\bar{C}_{j_1})Q_{n-1}\cdots Q_1(P-\upsilon_1\bar{C}_{j_1})\tilde{x}(0).\end{aligned}$$

结合式(5)(7), 参考文献[26, Thm. 1]的推导, 可以得到

$$(P-\upsilon_n\bar{C}_{j_1})Q_{n-1}\cdots Q_1(P-\upsilon_1\bar{C}_{j_1})=0.\quad(9)$$

证毕.

注 1　由估计误差动态(8)可知, 当估计误差在某一时刻为零, 则误差在其后的所有时刻都为零. 这表明观测器(2)是θ_0–有限时间观测器.

定理 2　在假设1–2下, 切换系统(1)是可动态输出反馈镇定的.

证　记$\varPhi$为切换系统(1)沿切换律(6)的状态转移矩阵, 即

$$\phi(t;0,x_0,\sigma)=\varPhi(t;0,\sigma)x_0,\ \forall t=0,\cdots,\eta_n',x_0.$$

令$\lambda=\|\varPhi(\eta_n';0,\theta_0)\|$. 由假设1, 根据引理1, 存在自然数$l$, 及切换路径$\bar{\theta}_i:\lfloor 0,\mu_i\rfloor\to M$, $i=1,\cdots,l$, 满足

$$\min_{i=1}^{l}\|\phi(\mu_i;0,x_0,\bar{\theta}^i)\|\leqslant\frac{1}{\lambda+\epsilon}\|x_0\|,\ \forall x_0,$$

其中ϵ是任意给定的正实数.

定义切换路径

$$\tilde{\theta}_i = \theta_0 \sqcup \bar{\theta}_i,\ i = 1, \cdots, l.$$

显见$\tilde{\theta}_i$是定义在$\lfloor 0, \mu_i' \rfloor$上的, 这里$\mu_i' = \mu_i + \eta_n'$, $i = 1, \cdots, l$. 由

$$\Phi(\mu_i'; 0, \tilde{\theta}_i) = \Phi(\mu_i; 0, \bar{\theta}_i)\Phi(\eta_n'; 0, \theta_0),\ i = 1, \cdots, l,$$

可知

$$\|\Phi(\mu_i'; 0, \tilde{\theta}_i)\| \leqslant \lambda \|\Phi(\mu_i; 0, \bar{\theta}_i)\|,\ i = 1, \cdots, l,$$

及

$$\min_{i=1}^{l} \|\Phi(\mu_i'; 0, \tilde{\theta}_i)\| \leqslant \frac{\lambda}{\lambda + \epsilon} < 1.$$

这表明切换路径集$\{\tilde{\theta}_1, \cdots, \tilde{\theta}_l\}$是系统(1)的压缩路径集[24].

迭代定义分路径观测器反馈的切换信号及对应的观测器增益

$$\begin{cases} i_{k+1} = \arg\min_{j=1}^{l}\{\|\phi(\mu_j'; 0, \bar{x}_k, \tilde{\theta}_j)\| \leqslant \dfrac{\lambda\|\bar{x}_k\|}{\lambda + \epsilon}\}, \\ t_{k+1} = t_k + \mu_{i_{k+1}}', \\ \theta(t) = \tilde{\theta}_{i_{k+1}}(t - t_k), \qquad t \in \lfloor t_k, t_{k+1} \rfloor, \\ L_\iota^t = \begin{cases} -G_{\theta_0(t)}, & t \notin \{t_k + \eta_\tau', \\ & \quad \tau = 1, \cdots, n\}, \\ -G_{j_1} + \upsilon_{n+1-\iota} H_{j_1}, & t = t_k + \eta_\iota', \end{cases} \\ x_{k+1} = \phi(t_{k+1}; t_k, \theta, x_k), \\ \hat{x}_{k+1} = \hat{\phi}(t_{k+1}; t_k, \theta, \bar{x}_k). \end{cases} \tag{10}$$

由定理1可以得到

$$\phi(t_0 + \eta_n'; t_0, \theta, x_0) = \hat{\phi}(t_0 + \eta_n'; t_0, \theta, \bar{x}_0).$$

进一步, 由式(8)可知

$$\phi(t; t_0, \theta, x_0) = \hat{\phi}(t; t_0, \theta, \bar{x}_0),\ \forall t \geqslant \eta_n'. \tag{11}$$

故而

$$\|x_{k+1}\| \leqslant \frac{\lambda\|\bar{x}_k\|}{\lambda + \epsilon},\ k = 1, 2, \cdots.$$

这表明状态序列$x_1, x_2, \cdots$是指数收敛的. 考虑到

$$t_{k+1} - t_k \leqslant \max_{i=1}^{l} \mu_i',\ \forall k \in \mathbb{N}_+,$$

容易证明系统轨线$x(t), t \in \mathbb{N}_+$是指数收敛的. 再由式(11)易知观测器状态轨线$\hat{x}(t), t \in \mathbb{N}_+$也是指数收敛的. 证毕.

注 2 定理2给出的观测器和切换策略设计是交互式递推定义. 首先, 解决基于分路径状态反馈的镇定问题, 获得一组满足状态模压缩的切换路径; 再寻求实现可观测性的切换路径. 将这两组路径进行适当组合, 获得一组既满足模压缩又实现可观测性的(共同)路径集. 实现动态观测器反馈的切换策略是对共同路径集通过特定时刻$(t_0, t_1, \cdots)$观测器状态进行反馈, 从公共路径集中选择对观测器状态模压缩的路径, 由此迭代获得定义在时间空间$(\mathbb{N}_+)$上的切换策略. 观测器增益矩阵是准周期选定的: 在$\lfloor t_k, t_{k+1} \rfloor$的子区间$\lfloor t_k, t_k + \eta_n' \rfloor$依次选定$n$个时刻施予不同增益, 其余时间的增益均为零.

4 示例

考虑包含两个子系统的二阶切换系统(1), 其中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ C_1 = [1\ \ 0],$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1.2\cos(\frac{5}{8}\pi) & -1.2\sin(\frac{5}{8}\pi) \\ 1.2\sin(\frac{5}{8}\pi) & 1.2\cos(\frac{5}{8}\pi) \end{bmatrix},\ C_2 = [0\ \ 0].$$

容易验证此系统可观测, 可镇定, 但不存在凸(control-)Lyapunov函数[21].

经计算可知

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} C_1 \\ C_1 A_2 \end{bmatrix} = 2,$$

由此可获得可观测切换路径

$$\theta_0 = (1, 2, 1)$$

及

$$\upsilon_1 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.6213 \end{bmatrix},\ \upsilon_2 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.0414 \end{bmatrix}.$$

另一方面, 可以求得具有状态模压缩性质的切换路径

$$\bar{\theta}_1 = (1, 2, 1),$$
$$\bar{\theta}_2 = (2, 2, 1),$$
$$\bar{\theta}_3 = (2, 1, 2, 1).$$

基于上述推导, 可以通过式(10)迭代给出观测器和切换策略设计.

给定初态$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. 图1给出了系统轨线、观测器轨线及对应的切换信号. 可以看出, 系统轨线指数收敛, 观测器轨线和系统轨线在第4 s及以后重合.

为展示本文设计方案的鲁棒性能, 假设系统受到(时变/状态依赖)混合干扰

$$x(t+1) = A_{\sigma(t)}x(t) + \begin{bmatrix} \dfrac{\cos x_2(t)}{1+t} \\ \mathrm{e}^{-t}x_1(t) \end{bmatrix}.$$

图2给出了对应的系统轨线、观测器轨线及对应的切换信号. 尽管系统出现更大的超调, 系统轨线仍指数收敛.

5 结语

针对离散时间切换线性自治系统, 在系统可观测的假设下, 设计了一类具有时变增益的切换观测器,

证明观测器可在有限时间内获得系统状态的精确估计. 进一步, 在系统可镇定的假设下, 设计了基于分路径观测器驱动的切换策略, 证明系统轨线指数收敛. 所给出的观测器设计和切换信号设计是构造性的. 仿真示例表明本文提出的设计方案是可行性, 同时具有一定的鲁棒性.

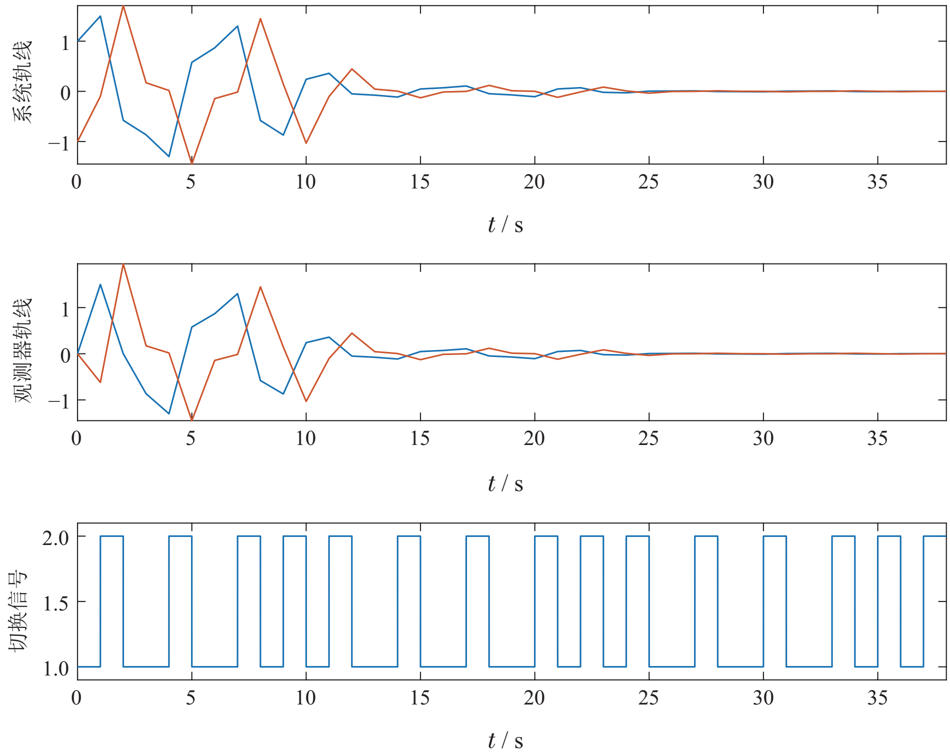

图 1　系统轨线、观测器轨线及切换信号

Fig. 1　State, observer, and switching signal

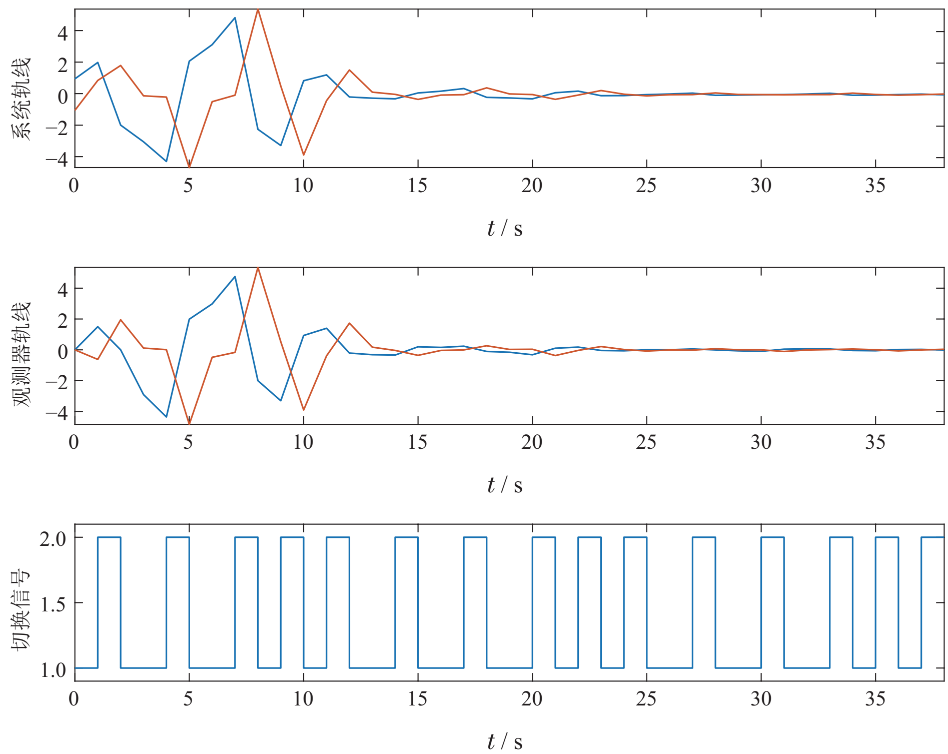

图 2　受扰的系统动态

Fig. 2　Disturbed dynamics

参考文献:

[1] VASCA F, IANNELLI L (eds). *Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters.* London: Springer, 2012.

[2] YANG Y, KARIMI H R, XIANG Z. Robust switching rule design for boost converters with uncertain parameters and disturbances. *Abstract and Applied Analysis*, 2013, DOI: 10.1155/2013/120543.

[3] CHENG D, QI H, LI Z. *Analysis and Control of Boolean Networks: A Semi-tensor Product Approach.* London: Springer, 2010.

[4] LI H, DING X. A control Lyapunov function approach to feedback stabilization of logical control networks. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2019, 57(2): 810 – 831.

[5] BABIARZ A, CZORNIK A, NIEZABITOWSKI M, et al. Mathematical model of a human leg: The switched linear system approach. *In: International Conference on Pervasive and Embedded Computing and Communication Systems (PECCS)*. Angers, France: SCITEPRESS, 2015: 1 – 8.

[6] ANDERSON A, GONZALEZ A H, FERRAMOSCA A, et al. Discrete-time switching MPC with applications to mitigate resistance in viral infections. *IFAC-PapersOnLine*, 2020, 53(2): 16043 – 16048.

[7] HESPANHA J P, LIBERZON D, MORSE A S. Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching. *Systems & Control Letters*, 2003, 49(1): 49 – 65.

[8] YANG H, DIMIROVSKI G M, ZHAO J. Switched fuzzy systems: Representation modelling, stability analysis, and control design. *In: Intelligent Techniques and Tools for Novel System Architectures*. Berlin: Springer, 2008: 155 – 168.

[9] MANCILLA-AGUILAR J L, GARCÍA R A. Robustness properties of an algorithm for the stabilisation of switched systems with unbounded perturbations. *International Journal of Control*, 2017, 90(5): 961 – 973.

[10] LIBERZON D. *Switching in Systems and Control.* Boston: Birkhauser, 2003.

[11] SUN Z, GE S S. *Switched Linear Systems: Control and Design.* London: Springer, 2005.

[12] ZHANG W, ABATE A, HU J H, et al. Exponential stabilization of discrete-time switched linear systems. *Automatica*, 2009, 45(11): 2526 – 2536.

[13] XUE M, TANG Y, REN W, et al. Stability of multi-dimensional switched systems with an application to open multi-agent systems. *arXiv Preprint*. ArXiv: 2001.00435, 2020.

[14] ZHAI L, VAMVOUDAKIS K G. Data-based and secure switched cyber-physical systems. *Systems & Control Letters*, 2021, 148: 104826.

[15] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475 – 482.

[16] BACCIOTTI A. Stabilization by means of state space depending switching rules. *Systems & Control Letters*, 2004, 53(3/4): 195 – 201.

[17] XIE G, WANG L. Periodic stabilizability of switched linear control systems. *Automatica*, 2009, 45(9): 2141 – 2148.

[18] LIN H, ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(2): 308 – 322.

[19] SUN Z, GE S S. *Stability Theory of Switched Dynamical Systems.* London: Springer, 2011.

[20] FIACCHINI M, JUNGERS M, GIRARD A. Stabilization and control Lyapunov functions for language constrained discrete-time switched linear systems. *Automatica*, 2018, 93(1): 64 – 74.

[21] BLANCHINI F, SAVORGNAN C. Stabilizability of switched linear systems does not imply the existence of convex Lyapunov functions. *Automatica*, 2008, 44(4): 1166 – 1170.

[22] XU X, ANTSAKLIS P J. Stabilization of second-order LTI switched systems. *International Journal of Control*, 2000, 73(14): 1261 – 1279.

[23] YANG Y, XIANG C, LEE T H. Necessary and sufficient conditions for regional stabilisability of second-order switched linear systems with a finite number of subsystems. *Automatica*, 2014, 50(3): 931 – 939.

[24] SUN Z. Stabilizing switching design for switched linear systems: A state-feedback path-wise switching approach. *Automatica*, 2009, 45(7): 1708 – 1714.

[25] JI Z, FENG G, GUO X. A constructive approach to reachability realization of discret-time switched linear systems. *Systems & Control Letters*, 2007, 56(11/12): 669 – 677.

[26] ZHU Y, SUN Z. Stabilizing design for discrete-time reversible switched linear control systems: A deadbeat control approach. *Automatica*, 2021, 129: 109617.

作者简介:

孙振东 教授, 目前研究方向为混合动态系统的控制综合, E-mail: zhendong.sun@amss.ac.cn;

王苗苗 从事中国科学院数学与系统科学研究院系统控制重点实验室博士后工作, 目前研究方向为混合动态系统的控制与优化, E-mail: mmwang@amss.ac.cn.