非线性系统有限时间自适应动态面容错控制

李应森[1], 陈 明[1], 王焕清[2†], 彭开香[3]

(1. 辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114044;

2. 渤海大学 数学科学学院, 辽宁 锦州 121013; 3. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 针对具有传感器故障的一类严格反馈非线性系统, 提出一种有限时间自适应动态面容错控制策略. 考虑的传感器故障包括: 固定偏差故障、漂移故障、精度下降及失效故障. 以反步法为主要设计依据, 利用模糊逻辑系统处理模型中的未知函数. 该控制策略的显著优势在于结合有限时间理论、容错控制、模糊逻辑控制及动态面控制, 使得系统无论发生故障与否, 均使得系统在原点处是半全局实际有限时间稳定, 同时保证系统的实际输出信号在有限时间内跟踪期望信号, 且跟踪误差收敛于坐标原点的小邻域内. 另外, 通过采用动态面控制技术克服了传统反步法中的计算复杂问题. 最后, 仿真算例证明了该设计方案的有效性.

关键词: 严格反馈非线性系统; 传感器故障; 有限时间控制; 动态面控制; 容错控制

引用格式: 李应森, 陈明, 王焕清, 等. 非线性系统有限时间自适应动态面容错控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1489 – 1496

DOI: 10.7641/CTA.2022.11039

Finite-time adaptive dynamic surface fault-tolerant control for nonlinear systems

LI Ying-sen[1], CHEN Ming[1], WANG Huan-qing[2†], PENG Kai-xiang[3]

(1. School of Electronic and Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan Liaoning 114044, China;

2. College of Mathematical Sciences, Bohai University, Jinzhou Liaoning 121013, China;

3. School of Automation and Electeical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: A finite-time adaptive dynamic surface fault-tolerant control strategy is proposed for a class of strict-feedback nonlinear systems with sensor faults. The sensor faults considered include: fixed deviation fault, drift fault, precision decline and failure fault. Based on the backstepping method, the fuzzy logic systems are used to deal with the unknown functions in the model. The significant advantage of our proposed strategy is to ensure that the system is semi-globally practically finite-time stable at the origin regardless of failures by using finite-time theory, fault-tolerant control, fuzzy logic control and dynamic surface control, and the actual output signal of the system is guaranteed to track a desired signal in finite time, and the tracking error converges to a small neighborhood of the coordinate origin. Moreover, the complex calculation problem, which exists in the traditional backstepping method, is overcome by using the dynamic surface control. Finally, the effectiveness of the proposed scheme is proved by a simulation example.

Key words: strict-feedback nonlinear systems; sensor faults; finite-time control; dynamic surface control; fault-tolerant control

Citation: LI Yingsen, CHEN Ming, WANG Huanqing, et al. Finite-time adaptive dynamic surface fault-tolerant control for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1489 – 1496

1 引言

随着社会经济与科学技术的飞速发展, 控制系统尤其是非线性控制系统的规模及复杂程度日益加大, 其分析与设计也不断面临更高的要求与挑战. 由于非线性系统广泛存在于自然界及人们的生产生活中, 因此有效提高其控制精度、响应速度及可靠性具有十分重要的理论价值及实际意义, 而先进的控制理论与方法便是提高系统控制性能的强有力工具[1–3].

收稿日期: 2021−10−28; 录用日期: 2022−04−14.

†通信作者. E-mail: ndwhq@163.com; Tel.: +86 16604165609.

本文责任编委: 龙离军.

国家自然科学基金项目(61873024, U21A20483), 辽宁省教育厅基金项目(2019LNJC09)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61873024, U21A20483) and the Education Department Project of Liaoning Province (2019LNJC09).

一方面, 控制系统的可靠性和安全性是确保系统能够工作的前提和基础. 系统中的某些元件(如传感器或执行器)一旦发生故障, 轻则使得系统的控制精度下降, 重则引起系统不稳定, 造成重大的经济损失甚至人员伤亡. 容错控制为解决这一问题提供了一条有效途径[4–6]. 传感器作为控制系统中必不可缺的重要组成部分, 对其发生故障后进行容错控制研究一直以来都是众多学者的研究热点, 目前已取得很多有效的容错控制方法. 文献[7]利用反步法, 针对一类多输入多输出非线性系统设计其传感器故障下的容错控制器, 实现故障下系统中所有信号是半全局一致最终有界的. 文献[8]提出了一种容错控制器, 通过观测器模糊自适应技术实现对故障的补偿, 有效地解决了传感器故障问题; 另一方面, 提高系统的快速性也是控制系统设计中另一个重要课题. 有限时间控制的主要优势就是使控制系统在有限时间内收敛到平衡点, 同时具有鲁棒性及抗扰能力强、控制精度高等特点, 该控制方法对提高系统快速性具有重要意义, 已引起众多学者的广泛关注. 文献[9]系统全面地阐述了非线性系统有限时间稳定的定义、判据定理以及研究进展. 文献[10]针对一类受扰的故障非线性系统, 利用有限时间理论提出了一种故障检测与估计策略. 文献[11–12]分别探讨了非线性系统的自适应有限时间容错控制及有限时间分散控制问题. 文献[13]针对航天器姿态模型, 利用滑模控制及齐次系统等理论, 实现航天器姿态有限时间稳定.

近些年来, 反步法已成为非线性系统设计的有力工具. 然而, 在传统的反步法中, 存在计算复杂等问题, 如需要对其虚拟控制律反复求导数. 动态面控制技术可以解决上述问题, 并已取得很多相关成果[14–15].

基于上述研究成果, 本文拟针对具有传感器故障的一类严格反馈非线性系统, 设计一种有限时间自适应动态面容错控制方法. 其主要贡献为: 1) 本文考虑的故障模型, 涵盖了传感器固定偏差故障、漂移故障、精度下降及失效故障4种类型. 传感器是否发生故障或发生何种类型故障, 所设计的控制器均能保证系统在原点处是半全局实际有限时间稳定的, 且跟踪误差收敛于坐标原点的小邻域内. 2) 该方法与文献[7, 16]相比, 兼顾了系统的可靠性、快速性、鲁棒性及抗干扰性, 即结合了有限时间理论、容错控制及模糊逻辑控制等设计控制器. 3) 本设计方法以反步法为主要设计依据, 并利用模糊逻辑系统处理模型中的未知函数. 4) 通过采用动态面控制技术解决了传统反步法中计算复杂问题.

2 问题描述及预备知识

2.1 问题描述

考虑如下一类严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + f_i(\breve{x}_i(t)), \\ \dot{x}_n(t) = u(t) + f_n(\breve{x}_n(t)), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_i(t), i = 1, 2, \cdots, n, u(t) \in \mathbb{R}, y(t) \in \mathbb{R}$分别表示系统的状态变量、输入变量和输出变量; 状态向量$\breve{x}_i(t) = [x_1(t)\ x_2(t)\ \cdots\ x_i(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^i$; $f_i(\cdot)$表示未知的光滑函数.

考虑到传感器发生故障, 其模型可以表示为

$$y^f(t) = \rho(t)x_1(t) + \tau(t), \tag{2}$$

其中$\rho(t), \tau(t)$代表传感器故障参数, 描述如下:

1) $0 < \hat{\rho}_{\min} \leqslant \rho(t) \leqslant 1$,

2) $-\tilde{\tau} \leqslant \tau(t) \leqslant \tilde{\tau}$.

其中$\hat{\rho}_{\min}, -\tilde{\tau}, \tilde{\tau}$分别为传感器最小影响值、$\tau(t)$的上限值与下限值, 且均为未知参数.

注 1 当$\rho(t) = 1, \tau(t)(\dot{\tau}(t) = 0)$是常数时, 表示传感器发生固定偏差故障; 当$\rho(t) = 1, |\tau(t)| = \kappa t, 0 < \kappa << 1$时, 表示传感器发生漂移故障; 当$\rho(t) = 1, |\tau(t)| < \tilde{\tau}, \dot{\tau}(t) \to 0$时, 表示传感器发生精度下降故障; 当$0 < \hat{\rho}_{\min} \leqslant \rho(t) \leqslant 1$, $\tau(t) = 0$, 表示传感器发生失效故障.

本文的控制目标:

1) 该系统是半全局实际有限时间稳定的;

2) 传感器无论发生故障与否, 均能确保系统的输出信号在有限时间内跟踪期望信号$y_r(t)$, 定义跟踪误差$s_1(t) = y^f(t) - y_r(t)$收敛于零的小邻域内;

3) 闭环系统中全部信号是半全局一致有界.

2.2 预备知识

引理 1[9] 考虑形如$\dot{x}(t) = f(x(t))$非线性系统, 其中$x(t)$表示系统状态, $f(\cdot)$表示非线性函数. 若存在一个正定连续函数$V(x(t))$, 其满足如下不等式:

$$\dot{V}(x(t)) \leqslant -mV^{\varrho}(x(t)) + \upsilon, \tag{3}$$

其中: $m > 0, \upsilon > 0, 0 < \varrho < 1$, 那么称该系统是半全局实际有限时间稳定.

引理 2[17–18] 定义紧集$\Omega_\varLambda$中的某一函数$F(\varLambda)$, 对于任意正常数ε, 存在模糊逻辑系统, 满足如下方程:

$$F(\varLambda) = W^{\mathrm{T}}S(\varLambda) + \xi(\varLambda),\ |\xi(\varLambda)| < \varepsilon.$$

这里, $\xi(\varLambda)$代表逼近误差, 期望的权值向量$W = [w_1\ \cdots\ w_m]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^m$, 模糊基函数向量$S(\varLambda) = [s_1(\varLambda)\ \cdots\ s_m(\varLambda)]^{\mathrm{T}}$, $s_j(\varLambda) = \exp[\dfrac{-(\varLambda - z_j)^{\mathrm{T}}(\varLambda - z_j)}{\zeta_j^2}]$, 其中: $m > 1, j = 1, \cdots, m$; $z_j = [z_{j1}\ \cdots\ z_{jq}]^{\mathrm{T}}$, ζ_j分别表示基函数中心和宽度.

引理 3[19] $x_i\in\mathbb{R}, i=1,\cdots,n$, 当$r\in[0,1]$, 有

$$(|x_1|+\cdots+|x_n|)^r\leqslant|x_1|^r+\cdots+|x_n|^r. \tag{4}$$

引理 4[20] $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, 对于任意正常数$p_1,p_2,p_3$, 如下不等式成立:

$$|\alpha|^{p_1}|\beta|^{p_2}\leqslant\frac{p_1p_3}{p_1+p_2}|\alpha|^{p_1+p_2}+\frac{p_2p_3^{-\frac{p_1}{p_2}}}{p_1+p_2}|\beta|^{p_1+p_2}.$$

假设 1 期望输出信号$y_{\rm d}$连续、n阶可导且有界.

为书写方便, 以下所有时间变量t均略掉.

3 所提方法

本文主要基于反步法, 将有限时间控制、模糊逻辑控制、动态面控制及容错控制相结合, 为系统(1)设计一个有限时间自适应动态面容错控制器.

定理 1 针对系统(1), 满足假设条件1, 若发生形如式(2)所示的传感器故障, 设计如下的虚拟控制律α_i、实际控制律u:

$$\alpha_1=-\hat{k}_1s_1-\frac{s_1}{2a_1^2}\hat{\theta}_1S_1^{\rm T}(\varLambda_1)S_1(\varLambda_1), \tag{5}$$

$$\alpha_i=-k_is_i-\frac{1}{2a_i^2}s_i\hat{\theta}_iS_i^{\rm T}(\varLambda_i)S_i(\varLambda_i)-s_i, \tag{6}$$

$$u=-k_ns_n-\frac{1}{2a_n^2}s_n\hat{\theta}_nS_n^{\rm T}(\varLambda_n)S_n(\varLambda_n) \tag{7}$$

和自适应律$\dot{\hat{\theta}}_i$

$$\dot{\hat{\theta}}_1=\frac{r_1}{2a_1^2}s_1^2S_1^{\rm T}(\varLambda_1)S_1(\varLambda_1)-\hat{b}_1\hat{\theta}_1, \tag{8}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i=\frac{r_i}{2a_i^2}s_i^2S_i^{\rm T}(\varLambda_i)S_i(\varLambda_i)-b_i\hat{\theta}_i,\quad i=2,\cdots,n, \tag{9}$$

以及如下低通滤波器:

$$\begin{cases}\tau_i\dot{\omega}_i+\omega_i=\alpha_{i-1},\\ \omega_i(0)=\alpha_{i-1}(0),\end{cases}\quad i=2,\cdots,n. \tag{10}$$

通过选择恰当的正常数$\hat{k}_1,k_i,a_i,r_i,\hat{b}_1,b_i$, 可使系统在原点处是半全局实际有限时间稳定的, 即闭环系统内全部的信号是半全局一致有界, 且无论发生故障与否, 均能保证系统实际输出信号与期望信号的偏差在有限时间内收敛于原点附近的小邻域里. 其中, 未知变量θ_i的估计值是$\hat{\theta}_i$, 其估计误差定义为$\tilde{\theta}_i=\theta_i-\hat{\theta}_i$; ω_i是低通滤波器的输出信号, 该滤波器的输入信号定义为α_{i-1}, $\tau_i>0$是滤波器待设计参数.

整个设计过程分为n步, 均利用如下坐标变换:

$$s_i=x_i-\omega_i, i=2,\cdots,n. \tag{11}$$

并定义滤波器的输出误差e_i为

$$e_i=\omega_i-\alpha_{i-1}. \tag{12}$$

步骤 1 首先, 由式(11)−(12), 得到

$$\dot{s}_1=\rho(s_2+e_2+\alpha_1+f_1)+\dot{\rho}x_1+\dot{\tau}-\dot{y}_r. \tag{13}$$

在第1步设计中, 首先选择的李雅普诺夫函数为

$$V_{s1}=\frac{1}{2}s_1^2+\frac{\hat{\rho}_{\min}}{2r_1}\tilde{\theta}_1^2. \tag{14}$$

求V_{s1}的一阶导数, 得

$$\dot{V}_{s1}=s_1(\rho s_2+\rho e_2+\rho\alpha_1+F_1(\varLambda_1))-\frac{3}{2}s_1^2-\mu_1s_1^{2\gamma}-\frac{\hat{\rho}_{\min}}{r_1}\tilde{\theta}_1\dot{\hat{\theta}}_1, \tag{15}$$

其中: $F_1(\varLambda_1)=\rho f_1-\dot{y}_r+\dot{\rho}x_1+\mu_1s_1^{2\gamma-1}+\frac{3}{2}s_1+\dot{\tau}$, $\varLambda_1=(x_1,y_r,\dot{y}_r)$, $\mu_1>0,\ 0.5<\gamma<1$.

因为$0<\hat{\rho}_{\min}\leqslant\rho\leqslant1$, 利用Young不等式, 如下不等式成立:

$$\rho s_1s_2\leqslant\frac{1}{2}\rho^2s_1^2+\frac{1}{2}s_2^2\leqslant\frac{s_1^2}{2}+\frac{s_2^2}{2}. \tag{16}$$

在式(15)中, $F_1(\varLambda_1)$是未知的非线性函数, 本文通过模糊逻辑控制对其进行逼近, 如式(17)所示:

$$F_1(\varLambda_1)=W_1^{\rm T}S_1(\varLambda_1)+\delta_1(\varLambda_1). \tag{17}$$

根据杨不等式, 有

$$s_1F_1(\varLambda_1)\leqslant\frac{\hat{\rho}_{\min}s_1^2}{2a_1^2}\theta_1S_1^{\rm T}(\varLambda_1)S_1(\varLambda_1)+\frac{a_1^2}{2}+\frac{s_1^2}{2}+\frac{\varepsilon_1^2}{2}, \tag{18}$$

其中定义未知变量$\theta_1=\dfrac{\|W_1\|^2}{\hat{\rho}_{\min}}$. 为书写方便, 以下均将$F_i(\cdot),S_i(\cdot)$简写为$F_i,S_i$.

将式(16)(18)代入式(15), 得到

$$\dot{V}_{s1}\leqslant\rho s_1(e_2+\alpha_1)-\mu_1s_1^{2\gamma}-\frac{\hat{\rho}_{\min}}{r_1}\tilde{\theta}_1\dot{\hat{\theta}}_1-\frac{s_1^2}{2}+\frac{\hat{\rho}_{\min}s_1^2}{2a_1^2}\theta_1S_1^{\rm T}S_1+\varXi_1+\frac{s_2^2}{2}, \tag{19}$$

其中$\varXi_1=\dfrac{a_1^2}{2}+\dfrac{\varepsilon_1^2}{2}$.

利用式(5), 可求

$$\rho s_1\alpha_1=-\rho s_1(\hat{k}_1s_1+\frac{s_1\hat{\theta}_1}{2a_1^2}S_1^{\rm T}S_1)\leqslant-\hat{\rho}_{\min}\hat{k}_1s_1^2-\frac{\hat{\rho}_{\min}}{2a_1^2}s_1^2\hat{\theta}_1S_1^{\rm T}S_1. \tag{20}$$

把式(20)代入式(19), 整理得

$$\dot{V}_{s1}\leqslant-\hat{\rho}_{\min}\hat{k}_1s_1^2-\mu_1s_1^{2\gamma}+\frac{\hat{\rho}_{\min}s_1^2}{2a_1^2}\tilde{\theta}_1S_1^{\rm T}S_1+\rho s_1e_2-\frac{\hat{\rho}_{\min}}{r_1}\tilde{\theta}_1\dot{\hat{\theta}}_1+\varXi_1+\frac{s_2^2}{2}-\frac{s_1^2}{2}. \tag{21}$$

将$\dot{\hat{\theta}}_1$的表达式代入到式(21)中, 得

$$\dot{V}_{s1} \leqslant -\hat{\rho}_{\min}\hat{k}_1 s_1^2 - \mu_1 s_1^{2\gamma} + \frac{\hat{\rho}_{\min}\hat{b}_1}{r_1}\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1 + \rho s_1 e_2 + \varXi_1 - \frac{s_1^2}{2} + \frac{s_2^2}{2}. \tag{22}$$

根据动态面控制策略, 对虚拟控制信号α_1进行滤波, 由式(10)和式(12), 可推导出

$$e_2 = \omega_2 - \alpha_1 \Rightarrow \dot{e}_2 = -e_2 - \dot{\alpha}_1 \Rightarrow |-\dot{\alpha}_1| = |\dot{e}_2 + \frac{e_2}{\tau_2}|. \tag{23}$$

注 2 采用动态面策略的目的之一是为了避免对虚拟控制律求偏导数的麻烦. 文中假设$|-\dot{\alpha}_1| \leqslant \bar{\varsigma}_1(x_1, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r)$, 其中$\bar{\varsigma}_1(x_1, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r)$为连续函数, 为方便书写, 把$\bar{\varsigma}_1(x_1, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r)$简记为$\bar{\varsigma}_1$, 以下同.

进一步, 令第1个子系统总的李雅普诺夫函数为

$$V_1 = V_{s1} + \frac{1}{2}e_2^2. \tag{24}$$

利用式(23), 可得

$$e_2\dot{e}_2 = -\frac{e_2^2}{\tau_2} - e_2\dot{\alpha}_1 \leqslant -\frac{e_2^2}{\tau_2} + e_2^2 + \frac{\bar{\varsigma}_1^2}{4}. \tag{25}$$

对V_1求导, 并结合式(25), 有

$$\dot{V}_1 \leqslant -\hat{\rho}_{\min}\hat{k}_1 s_1^2 + \rho s_1 e_2 - \mu_1 s_1^{2\gamma} + \frac{\hat{\rho}_{\min}\hat{b}_1}{r_1}\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1 - \frac{e_2^2}{\tau_2} + e_2^2 + \varXi_1 - \frac{s_1^2}{2} + \frac{s_2^2}{2} + \frac{\bar{\varsigma}_1^2}{4}. \tag{26}$$

与式(21)的推导过程类似, 可得

$$\rho s_1 e_2 \leqslant \frac{1}{2}\rho^2 s_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \leqslant \frac{s_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2}. \tag{27}$$

将式(27)代入到式(26)为

$$\dot{V}_1 \leqslant -k_1 s_1^2 - \xi_2 e_2^2 - \mu_1 s_1^{2\gamma} + \frac{s_2^2}{2} + \frac{b_1}{r_1}\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1 + \breve{\varXi}_1, \tag{28}$$

其中: $k_1 = \hat{\rho}_{\min}\hat{k}_1, b_1 = \hat{\rho}_{\min}\hat{b}_1, \xi_2 = \frac{1}{\tau_2} - \frac{3}{2}, \breve{\varXi}_1 = \varXi_1 + \frac{\bar{\varsigma}_2^2}{4}$.

步骤i 先选取如下李雅普诺夫函数:

$$V_{si} = \frac{1}{2}s_i^2 + \frac{1}{2r_i}\tilde{\theta}_i^2. \tag{29}$$

对V_{si}求导数, 其结果为

$$\dot{V}_{si} = s_i\left[s_{i+1} + e_{i+1} + \alpha_i + F_i\right] - \mu_i s_i^{2\gamma} - s_i - \frac{1}{r_i}\tilde{\theta}_i\dot{\hat{\theta}}_i, \tag{30}$$

其中: $F_i = f_i - \dot{\omega}_i + \mu_i s_i^{2\gamma-1} + s_i, \varGamma_i = (x_1, y_r, \cdots, y_r^{(i)})$. 与步骤1相类似, 在公式(30)中, 未知非线性函数$F_i(\varGamma_i)$通过使用模糊逻辑控制对其进行逼近, 表示为

$$F_i = W_i^{\mathrm{T}} S_i + \delta_i. \tag{31}$$

与式(18)类似, 可得

$$s_i F_i \leqslant \frac{1}{2a_i^2}s_i^2\theta_i S_i^{\mathrm{T}} S_i + \varXi_i + \frac{s_i^2}{2}, \tag{32}$$

其中: $\theta_i = \|W_i\|^2, \varXi_i = \frac{a_i^2}{2} + \frac{\varepsilon_i^2}{2}$. 将式(32)代入式(30), 得到

$$\dot{V}_{si} \leqslant s_i(s_{i+1} + e_{i+1}) + s_i\alpha_i - \mu_i s_i^{2\gamma} - \frac{1}{r_i}\tilde{\theta}_i\dot{\hat{\theta}}_i + \frac{1}{2a_i^2}s_i^2\theta_i S_i^{\mathrm{T}} S_i + \varXi_i - \frac{s_i^2}{2}. \tag{33}$$

根据式(6)(9), 把$s_i\alpha_i$计算结果及$\dot{\hat{\theta}}_i$代入到式(33), 可得

$$\dot{V}_{si} \leqslant s_i(s_{i+1} + e_{i+1}) - k_i s_i^2 - \mu_i s_i^{2\gamma} + \frac{b_i}{r_i}\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i + \varXi_i - \frac{3s_i^2}{2}. \tag{34}$$

利用完全平方公式, 如下不等式成立:

$$s_i s_{i+1} \leqslant \frac{s_i^2}{2} + \frac{s_{i+1}^2}{2}, \tag{35}$$

$$s_i e_{i+1} \leqslant \frac{s_i^2}{2} + \frac{e_{i+1}^2}{2}. \tag{36}$$

根据式(35)–(36), 可将式(34)重新写成

$$\dot{V}_{s_i} \leqslant \frac{s_{i+1}^2}{2} + \frac{e_{i+1}^2}{2} - k_i s_i^2 - \mu_i s_i^{2\gamma} + \frac{b_i}{r_i}\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i + \varXi_i - \frac{s_i^2}{2}. \tag{37}$$

类似地, 根据动态面控制策略, 对虚拟控制信号α_i进行滤波, 有

$$\dot{e}_{i+1} = -\frac{e_{i+1}}{\tau_{i+1}} - \dot{\alpha}_i \Rightarrow |-\dot{\alpha}_i| = |\dot{e}_{i+1} + \frac{e_{i+1}}{\tau_{i+1}}|. \tag{38}$$

仍假设$|-\dot{\alpha}_i| \leqslant \bar{\varsigma}_i(x_1, y_r, \dot{y}_r, \cdots, y_r^{(i+1)})$, 其中$\bar{\varsigma}_i(x_1, y_r, \cdots, y_r^{(i+1)})$为连续的函数, 并将其简记为$\bar{\varsigma}_i$. 进一步得到如下不等式成立:

$$e_{i+1}\dot{e}_{i+1} \leqslant -\frac{e_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + e_{i+1}^2 + \frac{\bar{\varsigma}_i^2}{4}. \tag{39}$$

然后, 选取第i个子系统总的李亚普诺夫函数

$$V_i = V_{i-1} + V_{si} + \frac{1}{2}e_{i+1}^2. \tag{40}$$

对其求一阶导数, 可推导出

$$\dot{V}_i \leqslant -\sum_{j=1}^{i} k_j s_j^2 + \frac{s_{i+1}^2}{2} - \sum_{j=1}^{i}\mu_j s_j^{2\gamma} - \sum_{j=2}^{i+1}\xi_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{i}\breve{\varXi}_j + \sum_{j=1}^{i}\frac{b_j}{r_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j, \tag{41}$$

其中: $\breve{\varXi}_i = \varXi_i + \frac{\bar{\varsigma}_i^2}{4}, \xi_{j+1} = \frac{1}{\tau_{j+1}} - \frac{3}{2}$.

步骤n 首先求得

$$\dot{s}_n = \dot{x}_n - \dot{\omega}_n = u + f_n - \dot{\omega}_n \tag{42}$$

为第n个子系统选择其李雅普诺夫函数

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}s_n^2 + \frac{1}{2r_n}\tilde{\theta}_n^2. \tag{43}$$

对V_n求导得

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n-1} k_j s_j^2 - \sum_{j=1}^{n}\mu_j s_j^{2\gamma} - \sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1}\breve{\Xi}_j + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{b_j}{r_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j + \frac{s_n^2}{2} + s_n(u+F_n) - s_n^2 - \frac{1}{r_n}\tilde{\theta}_n\dot{\hat{\theta}}_n, \tag{44}$$

其中$F_n = f_n - \dot{\omega}_n + \mu_n s_n^{2\gamma-1} + s_n$. 与前述设计步骤类似, F_n可以表示为

$$s_nF_n \leqslant \frac{1}{2a_n^2}s_n^2\theta_n S_n^{\mathrm{T}}S_n + \Xi_n + \frac{s_n^2}{2}, \tag{45}$$

其中$\breve{\Xi}_n = \dfrac{a_n^2}{2} + \dfrac{\varepsilon_n^2}{2}$. 把式(45)代入到式(44), 得到

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n-1} k_j s_j^2 - \sum_{j=1}^{n}\mu_j s_j^{2\gamma} - \sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{n}\breve{\Xi}_j + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{b_j}{r_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j + s_3u + \frac{1}{2a_n^2}s_n^2\theta_n S_n^{\mathrm{T}}S_n - \frac{1}{r_n}\tilde{\theta}_n\dot{\hat{\theta}}_n. \tag{46}$$

在本步设计中, 涉及到实际控制律u设计及自适应律$\dot{\hat{\theta}}_n$的设计, 将式(7)(9)代入到式(46), 得到

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n} k_j s_j^2 - \sum_{j=1}^{n}\mu_j s_j^{2\gamma} - \sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{n}\breve{\Xi}_j + \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j}{r_j}\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j. \tag{47}$$

因为$\tilde{\theta}_j\hat{\theta}_j \leqslant -\dfrac{\tilde{\theta}_j^2}{2} + \dfrac{\theta_j^2}{2}$成立, 可将式(47)重新表示为

$$\dot{V}_n \leqslant \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\theta_j^2}{2r_j} - \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j} + (\sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma - (\sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma + (\sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2)^\gamma - \sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2 - (\sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2)^\gamma - \sum_{j=1}^{n}\mu_j s_j^{2\gamma} + \sum_{j=1}^{n}\breve{\Xi}_j. \tag{48}$$

根据引理4, 令$p_1 = 1-\gamma, p_2 = \gamma, p_3 = \gamma^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$, $\alpha = 1, \beta = \sum_{j=1}^{3}\dfrac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j}$, 得到

$$(\sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma \leqslant \tilde{\chi} + \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j}, \tag{49}$$

类似地, 有

$$(\sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2)^\gamma \leqslant \tilde{\chi} + \sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2, \tag{50}$$

其中$\tilde{\chi} = (1-\gamma)\gamma^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$. 将式(49)–(50)代入到式(48), 可得

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{j=1}^{n}\mu_j s_j^{2\gamma} - (\sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma + \sum_{j=1}^{n}\breve{\Xi}_j + \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\theta_j^2}{2r_j} - (\sum_{j=2}^{n}\xi_j e_j^2)^\gamma + 2\tilde{\chi}. \tag{51}$$

令

$$\Omega = 2\tilde{\chi} + \sum_{j=1}^{n}\frac{b_j\theta_j^2}{2r_j} + \sum_{j=1}^{n}\breve{\Xi}_j,$$
$$\Upsilon_1 = 2^\gamma\min\{\mu_j\},$$
$$\Upsilon_2 = \min\{b_j^\gamma\},$$
$$\Upsilon_3 = 2^\gamma\min\{\xi_j\}.$$

进一步, 可将式(51)重新表示为

$$\dot{V}_n \leqslant -\Upsilon_{\min}[\sum_{j=1}^{n}(\frac{s_j^2}{2})^\gamma + (\sum_{j=1}^{n}\frac{\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma + (\sum_{j=2}^{n}\frac{e_j^2}{2})^\gamma] + \Omega, \tag{52}$$

其中$\Upsilon_{\min} = \min\{\Upsilon_1, \Upsilon_2, \Upsilon_3\}$.

根据每步中选择的李雅普诺夫函数, 可以得到

$$V_n = \sum_{j=1}^{n}\frac{s_j^2}{2} + \frac{\hat{\rho}_{\min}}{2r_1}\tilde{\theta}_1^2 + \sum_{j=2}^{n}\frac{\tilde{\theta}_j^2}{2r_j} + \sum_{j=2}^{n}\frac{e_j^2}{2} \leqslant \tilde{V}_n, \tag{53}$$

其中$\tilde{V}_n = \sum_{j=1}^{n}\dfrac{s_j^2}{2} + \sum_{j=1}^{n}\dfrac{\tilde{\theta}_j^2}{2r_j} + \sum_{j=2}^{n}\dfrac{e_j^2}{2}$.

利用引理3, 容易得到

$$\tilde{V}_n^\gamma \leqslant (\sum_{j=1}^{n}\frac{s_j^2}{2})^\gamma + (\sum_{j=1}^{n}\frac{\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma + (\sum_{j=2}^{n}\frac{e_j^2}{2})^\gamma. \tag{54}$$

因为$V_n \leqslant \tilde{V}_n$, 可得$V_n^\gamma \leqslant \tilde{V}_n^\gamma$, 进一步得

$$-\Upsilon_{\min}V_n^\gamma \geqslant -\Upsilon_{\min}\tilde{V}_n^\gamma. \tag{55}$$

根据式(54)–(55), 有

$$-\Upsilon_{\min}[\sum_{j=1}^{n}(\frac{s_j^2}{2})^\gamma + (\sum_{j=1}^{n}\frac{\tilde{\theta}_j^2}{2r_j})^\gamma + (\sum_{j=2}^{n}\frac{e_j^2}{2})^\gamma] \leqslant -\Upsilon_{\min}\tilde{V}_n^\gamma \leqslant -\Upsilon_{\min}V_n^\gamma. \tag{56}$$

最后, 综合式(52)(56), 得到

$$\dot{V}_n \leqslant -\Upsilon_{\min}V_n^\gamma + \Omega. \tag{57}$$

根据引理1, 利用所设计的上述控制器, 使系统(1)满足式(57)所描述的条件, 则该系统在原点处是半全局实际有限时间稳定.

定理 2 系统(1)在原点处是半全局实际有限时间稳定, 其跟踪误差能在有限时间内收敛到原点附件的小邻域里, 且收敛时间t_s的上限值为

$$t_s = \frac{1}{\hat{\Upsilon}_1}[V_n^{1-\gamma}\Theta_0 - (\frac{\Omega}{\hat{\Upsilon}_2})^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}], \tag{58}$$

其中:

$$\hat{\Upsilon}_1=\Upsilon_{\min}(1-\gamma)\varpi,$$
$$\hat{\Upsilon}_2=\Upsilon_{\min}(1-\varpi),$$
$$\Theta_0=[\check{s}(0)\ \check{e}(0)\ \check{\theta}(0)\ \Gamma(\mathrm{o})]^{\mathrm{T}},$$
$$\check{s}(0)=[s_1(0)\ \ \cdots\ \ s_n(0)]^{\mathrm{T}},$$
$$\check{e}(0)=[e_1(0)\ \ \cdots\ \ e_n(0)]^{\mathrm{T}},$$
$$\check{\theta}(0)=[\hat{\theta}_1(0)\ \ \cdots\ \ \hat{\theta}_n(0)]^{\mathrm{T}}.$$

注 3 定理2的结论主要依据引理1及其所引文献[21–22]所得, 具体证明过程可参看相应文献, 此处不再赘述.

4 仿真验证

为了进一步验证所提出设计方案的有效性, 下面通过一个数值仿真示例加以验证, 以如下二阶非线性系统为研究对象:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2+0.01\sin x_1\cos x_1+0.05\sin x_1,\\ \dot{x}_2=u+x_1\cos x_2,\end{cases}$$

其中: $f_1=0.01\sin x_1\cos x_1+0.05\sin x_1$, $f_2=x_1\cos x_2$. 系统的初始状态为$x(0)=[x_1(0)\ x_2(0)]^{\mathrm{T}}=[0.5\ 0.5]^{\mathrm{T}}$. 控制目标是在有限时间内, 无论发生故障与否, 均使得系统实际输出与期望输出信号的偏差收敛于原点附近的小邻域内. 设理想跟踪信号为$y_r=\sin t$, 满足假设条件1. 具体故障情况考虑如下:

1) 传感器发生固定偏差故障

$$\begin{cases}t<9\ \mathrm{s},\ y=x_1,\\ t\geqslant 9\ \mathrm{s},\ y^f=x_1+0.5.\end{cases}\tag{59}$$

2) 传感器发生失效故障

$$\begin{cases}t<9\ \mathrm{s},\ y=x_1,\\ t\geqslant 9\ \mathrm{s},\ y^f=(0.05\mathrm{e}^{4-t}+0.95)x_1.\end{cases}\tag{60}$$

利用定理1, 分别设计被控对象在两种故障情况下的有限时间自适应容错控制, 设计参数是: $\hat{k}_1=k_2=20, a_1=a_2=200, r_1=r_2=1, \hat{b}_1=b_2=10$, 滤波器输出信号初始值$\omega_1(0)=0.1$, 设计参数$\tau_1=0.2$. 初始权值$\hat{\theta}_1(0)=0.2, \hat{\theta}_2(0)=0.1$.

传感器发生固定偏差故障时其仿真结果如图1–图4所示. 从图1可知, 从$t=9$ s开始, 状态x_1发生固定偏差故障. 图2给出了在本文控制器作用下实际输出与期望输出的跟踪效果图, 相应的跟踪误差曲线如图3所示, 图4表示其控制输入随时间变化的曲线. 在控制器及其设计参数不变的情况下, 传感器发生失效故障, 如图5所示. 图6–图8分别表示在该控制器作用下系统的跟踪曲线、误差曲线和控制输入u的轨迹图, 自适应参数$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$的时间变化曲线如图9所示. 从以上仿真曲线可以看出, 无论传感器发生故障与否, 发生何种故障类型, 本文提出的设计策略均能保证系统在坐标原点处是半全局实际有限时间稳定的, 且使得系统的跟踪误差收敛于原点附近的邻域, 从而获得较好的控制效果.

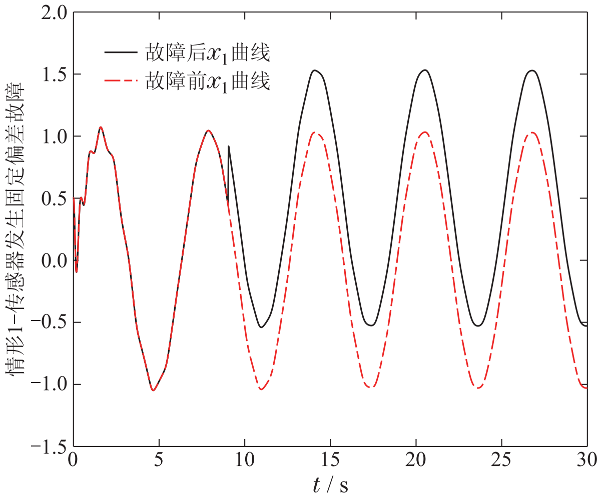

图 1 情形1–传感器(状态x_1)发生固定偏差故障

Fig. 1 Bias fault of sensor (x_1)

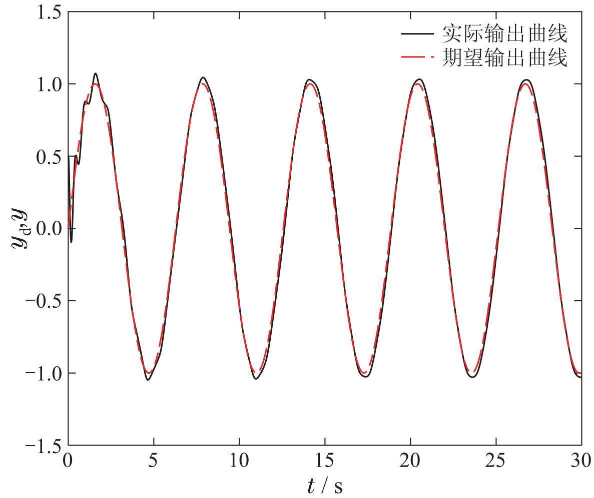

图 2 实际输出y和期望输出y_d的响应曲线(情形1)

Fig. 2 Response curves of practical output y and desired output y_d (Case 1)

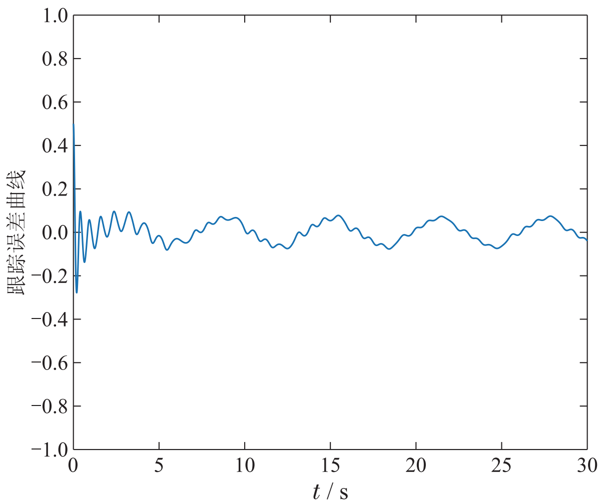

图 3 跟踪误差响应曲线(情形1)

Fig. 3 Response curve of tracking error (Case 1)

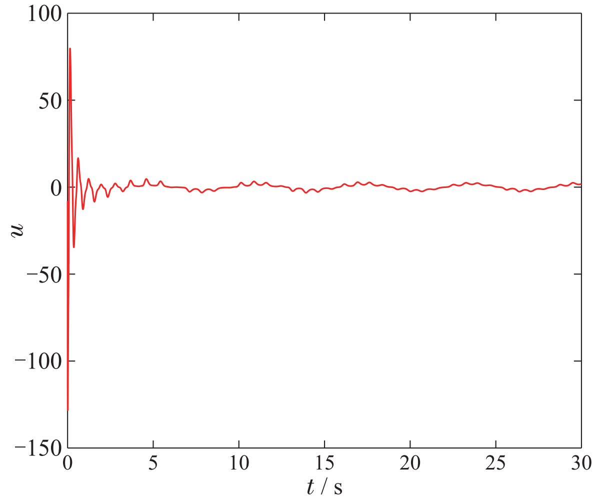

图 4　控制输入u响应曲线(情形1)

Fig. 4　Response of control input u (Case 1)

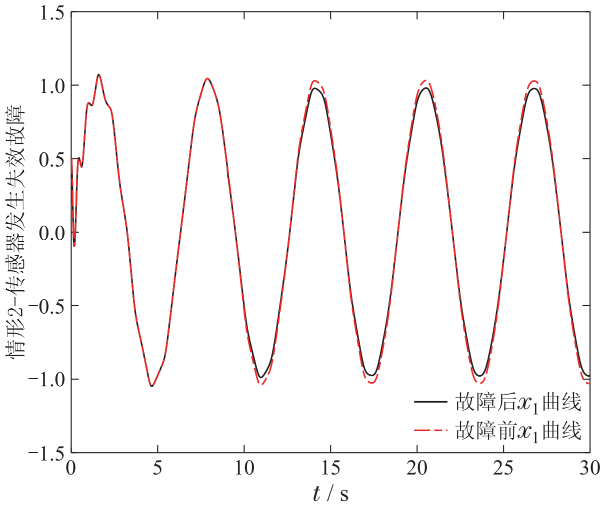

图 5　情形2–传感器(状态x_1)发生失效故障

Fig. 5　Loss of effectiveness fault of sensor (x_1)

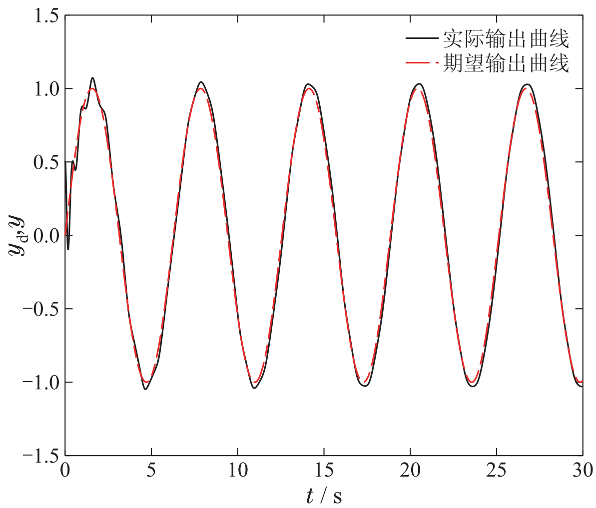

图 6　实际输出y和期望输出y_{d}的响应曲线(情形2)

Fig. 6　Response curves of practical output y and desired output y_{d} (Case 2)

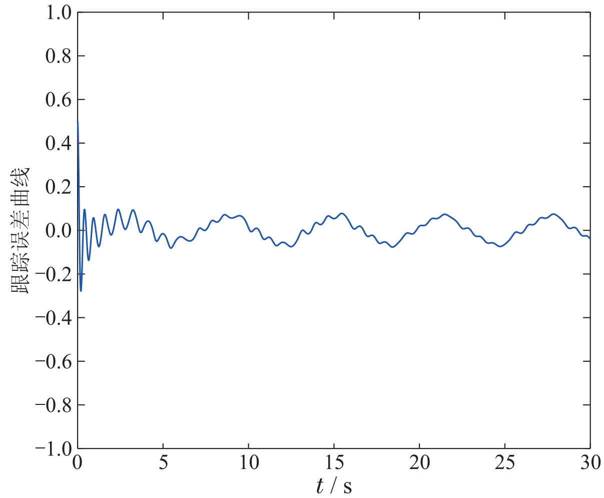

图 7　跟踪误差响应曲线(情形2)

Fig. 7　Response curve of tracking error (Case 2)

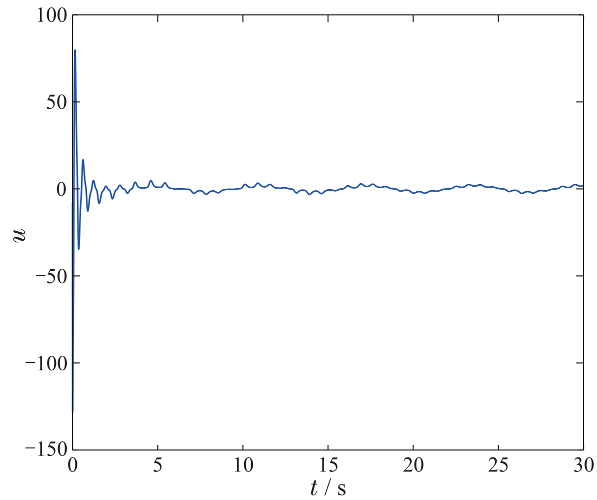

图 8　控制输入u响应曲线(情形2)

Fig. 8　Response of control input u (Case 2)

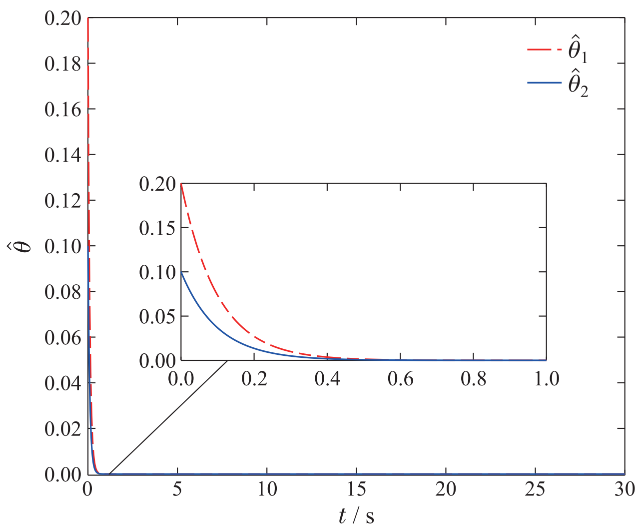

图 9　自适应参数$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$时间变化曲线(情形2)

Fig. 9　Time curves of adaptive parameters $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ (Case 2)

5 结论

本文针对具有传感器故障的一类严格反馈非线性系统, 利用反步法设计一种有限时间自适应动态面容错控制算法. 通过模糊逻辑系统逼近系统中的未知函数, 并基于自适应技术对系统中可能出现的多种传感器故障进行估计, 补偿故障对系统造成的影响. 为了解决传统反步法中的积分爆炸等复杂问题, 引入动态面控制方法, 并结合有限时间理论及容错控制等, 兼顾系统的快速性、鲁棒性及抗干扰性. 所设计的控制器在系统传感器有无故障的情况下, 均使得其跟踪误差在有限时间内收敛于原点的小邻域. 然而, 文中给出的收敛时间上限表达式不仅与系统初始状态有关, 还因其包含未知项导致无法计算. 该问题是目前经典自适应控制、有限时间理论与模糊控制、神经网络控制相结合相关成果中存在的一个专业性、公开性问题. 在今后研究中, 拟将对此问题做深入探索.

参考文献:

[1] LIU Fucai, LÜ Jinfeng, REN Yaxue. Fuzzy identification of nonlinear system considering the selection of important input variables. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1381 – 1392.
(刘福才, 吕金凤, 任亚雪. 考虑重要输入变量选择的非线性系统模糊辨识. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1381 – 1392.)

[2] ZHU Xuefeng, WANG Jianhui. Double iterative optimal learning control of nonlinear repetitive motion system. *Control Theory & Applications*. 2021, 38(8): 1266 – 1274.
(朱雪枫, 王建辉. 非线性重复运动系统的双迭代优化学习控制. 控制理论与应用. 2021, 38(8): 1266 – 1274.)

[3] WANG Y C, ZHU B P, ZHANG H G, et al. Functional observer-based finite-time adaptive ISMC for continuous systems with unknown nonlinear function. *Automatica*, 2021, DOI: 125:109468.10.1016/j. automatica.2020.109468.

[4] SHEN Q, JIANG B, OCQUEMPOT V. Adaptive fuzzy observer-based active fault-tolerant dynamic surface control for a class of nonlinear systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(2): 338 – 349.

[5] LUO X Y, WU X J, GUAN X. Adaptive backstepping fault-tolerant control for unmatched nonlinear systems against actuator dead-zone. *IET Control Theory Application*, 2010, 4(5): 879 – 888.

[6] GAO H, HE W, ZHANG Y, et al. Adaptive finite-time fault-tolerant control for uncertain flexible flapping wings based on rigid finite element metho. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(9): 9036 – 9047.

[7] ZHOU Qi, LIN Guohuai, MA Hui, et al. Adaptive neural network fault-tolerant control for MIMO systems with dead zone inputs. *Scientia Sinica Informationis*, 2021, 51(4): 618 – 632.
(周琪, 林国怀, 马慧, 等. 输入死区下的多输入多输出系统自适应神经网络容错控制. 中国科学: 信息科学, 2021, 51(4): 618 – 632.)

[8] ZHANG L L,YANG G H. Observer-based fuzzy adaptiv esensor fault compensation for uncertain nonlinear strict-feedback systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(4): 2301 – 2310.

[9] LIU Yang, JIN Yuanwei, LIU Xiaoping, et al. Survey on finite-time control for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 1 – 12.
(刘洋, 井元伟, 刘晓平, 等. 非线性系统有限时间控制研究综述. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 1 – 12.)

[10] LIU Renhe, LIU Le, FANG Yiming, et al. Fault detection and estimation for a class of disturbed nonlinear systems based on finite-time unknown input observers. *Control and Decision*, 2021, DOI:10.13195/j.kzyjc.2021.0538,2021.
(刘仁和, 刘乐, 方一鸣, 等. 基于有限时间未知输入观测器的一类受扰非线性系统故障检测与估计. 控制与决策, 2021, DOI:10.13195/j.kzyjc.2021.0538.)

[11] LIU L, LIU Y J, TONG S C. Neural networks-based adaptive finite time fault-tolerant control for a class of strict-feedback switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(7): 2536 – 2545.

[12] SUI S, TONG S C, CHEN C L P. Finite-time filter decentralized control for nonstrict-feedback nonlinear large-scale systems. *IEEE Transactionson Fuzzy Systems*, 2018, 26(6): 3289 – 3300.

[13] MA G F, YU Y B, HU Q L. Integral-type sliding mode finite-time fault tolerant control for spacecraft attitude control. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(8): 1028 – 1034.

[14] CHEN M, WANG H Q, LIU X P, et al. Adaptive finite-time dynamic surface tracking control of nonaffine nonlinear systems with dead zone. *Neurocomputing*, 2019, 366: 66 – 73.

[15] ZHANG S, WANG Q, DONG C Y. A novel adaptive dynamic surface control scheme of hypersonic flight vehicles with thrust and actuator constraints. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2018, 40(4): 1362 – 1374.

[16] YU X H, WANG T, GAO H J. Adaptive neural fault-tolerant control for a class of strict-feedback nonlinear systems with acuator and sensor faults. *Neurocomputing*, 2020, 380: 87 – 94. 053.

[17] CHEN B, LIU X P, GE S S, et al. Adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems by fuzzy approximation approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20(6): 1012 – 1021.

[18] WANG H Q, LIU P X P, ZHAO X D, et al. Adaptive fuzzy finite-time controlof nonlinear systems with actuator faults. *IEEE Transacitons on Cybernectic*, 2020, 50(5): 1786 – 1797.

[19] YU Y, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time concotrol for robotic manipulator with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

[20] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning. *IEEE Transacitons on Neural Network*, 1992, 3(5): 807 – 814.

[21] WANG F, ZHANG X Y. Adaptive finite time control of nonlinear systems under time-varying actuator failures. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics: System*, 2019, 49(9): 1845 – 1852.

[22] WANG H H, CHEN B, LIN C, et al. Adaptive finite-time control for a class of uncertain high-order non-linear systems based on fuzzy approximation. *IET Control Therory Applications*, 2017, 11(5): 677 – 684.

作者简介:

李应森 讲师, 博士研究生, 目前研究方向为非线性系统控制理论与方法研究, E-mail: 1413388251@qq.com;

陈 明 博士, 教授, 目前研究方向为非线性系统容错控制、鲁棒控制及自适应控制等, E-mail: cm8061@sina.com;

王焕清 博士, 教授, 目前研究方向为非线性系统的自适应模糊控制, 自适应神经网络控制等, E-mail: ndwhq@163.com;

彭开香 博士, 教授, 目前研究方向为复杂工程系统故障诊断与容错控制、工业大数据分析与过程优化等, E-mail: kaixiang@ustb.edu.cn.