

带有观测器的广义多智能体系统二分一致性

韩 涛^{1†}, 关治洪², 詹习生¹, 严怀成³, 陈 洁⁴

(1. 湖北师范大学 电气工程与自动化学院, 湖北 黄石 435002; 2. 华中科技大学 人工智能与自动化学院, 湖北 武汉 430074;
3. 华东理工大学 信息科学与工程学院, 上海 200237; 4. 湖北工业大学 理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 本文研究了带有观测器的广义多智能体系统的二分一致性问题. 根据符号图的特性, 提出了一种基于广义观测器的分布式二分一致性控制协议. 以广义系统稳定性理论和代数图论为主要研究工具, 分析并得到了广义多智能体系统实现二分一致性的充分条件. 利用广义观测器的相对和绝对信息设计了两种新的二分一致性控制协议. 数值仿真验证了理论结果的准确性和有效性.

关键词: 广义多智能体系统; 二分一致性; 分布式观测器

引用格式: 韩涛, 关治洪, 詹习生, 等. 带有观测器的广义多智能体系统二分一致性. 控制理论与应用, 2023, 40(1): 32 – 38

DOI: 10.7641/CTA.2022.11168

Observer-based bipartite consensus of descriptor multi-agent systems

HAN Tao^{1†}, GUAN Zhi-hong², ZHAN Xi-sheng¹, YAN Huai-cheng³, CHEN Jie⁴

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Hubei Normal University, Huangshi Hubei 435002, China;
2. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China;
3. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;
4. School of Science, Hubei University of Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: The paper aims to address the observer-based bipartite consensus problem for a class of descriptor multi-agent systems. Firstly, based on the properties of the signed graph, a new kind of bipartite consensus controller is proposed by constructing a singular observer. Secondly, by utilizing tools from stability theory of descriptor systems and algebraic graph theory, some sufficient criteria are obtained to achieve bipartite consensus of the closed-loop descriptor multi-agent systems. Thirdly, two new kinds of observer-based bipartite consensus controllers are further designed where the control inputs acting on each agent are constructed respectively upon the relative and absolute states of the newly designed observers. Simulations finally verify the validity and effectiveness of theoretical results.

Key words: descriptor multi-agent systems; bipartite consensus; distributed observer

Citation: HAN Tao, GUAN Zhihong, ZHAN Xisheng, et al. Observer-based bipartite consensus of descriptor multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(1): 32 – 38

1 引言

近年来, 多智能体系统的协同控制广泛地应用于移动机器人、无人艇、无人车等领域. 一致性是协同控制的关键问题, 其研究主要集中在积分器型系统^[1-2]、线性系统^[3-4]、分数阶系统^[5-6]、欠驱动系统^[7-8]、欧拉-拉格朗日系统^[9-10]等等.

一致性指的是设计合适的控制器使得所有智能体的状态通过信息交互来最终收敛到共同值. 值得注意的是, 在一致性问题中, 智能体之间的通信权重通常是非负的, 并且仅存在合作关系. 然而, 在实际应用中,

多智能体系统内部不仅存在合作关系, 而且还会出现竞争关系. 因此, 仅含有非负权重的通信拓扑图不再通用, 而同时含有正、负权重的符号图适用于描述智能体之间的合作与竞争关系. 基于此, 文献[11]首先提出了二分一致性的概念, 并分别在线性系统和非线性系统中研究了实现二分一致性的充要条件. 迄今为止, 出现了许多具有代表性的成果. 文献[12]研究了一阶多智能体系统的区间二分一致性问题, 分别给出了连续时间和离散时间域实现区间二分一致性的充分条件. 文献[13]利用自适应控制解决了二阶多智能体系

收稿日期: 2021-11-30; 录用日期: 2022-05-25.

[†]通信作者. E-mail: taohan@hbnu.edu.cn; Tel.: +86 714-6571055.

本文责任编辑: 王东.

国家自然科学基金项目(62071173, 61976099, 62072164)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62071173, 61976099, 62072164).

统的有限时间二分一致性问题, 并且消除了抖振问题的影响. 文献[14]提出了一种不连续的非线性控制策略, 在非匹配不确定性的条件下实现了高阶多智能体系统的二分跟踪一致性. 针对一般线性多智能体系统, 文献[15]提出了一种分布式的非光滑二分跟踪一致性控制策略. 文献[16]考虑了分数阶多智能体系统的固定时间二分跟踪一致性问题. 文献[17]研究了离散通信下欧拉-拉格朗日多智能体系统的二分跟踪问题, 设计了两种分层混杂控制算法. 与此同时, 文献[18]在文献[17]的基础上, 研究了量化通信下机器人系统的二分一致性问题, 并提出了考虑输入干扰和参数不确定性的控制协议.

注意到上述文献仅讨论了由微分方程描述的系统. 然而, 在实际中, 多智能体系统的合作关系会不可避免地被多种因素所影响, 主要包括通信限制、环境制约等. 这些限制因素可以看作是一种代数约束并且能被描述为代数方程. 因此, 相比于微分系统, 由微分代数方程组成的广义系统更适合于形象地描述实际系统. 到目前为止, 许多研究人员开始关注广义多智能体系统, 并得到了一些重要的结果^[19-23]. 文献[19]实现了广义多智能体系统的容许一致性, 并得到了可一致性的充分条件. 文献[20]考虑了扰动与无向连接图条件下同质广义多智能体系统的容许一致性问题. 文献[21]研究了未知输入条件下切换广义多智能体系统的降阶观测器设计问题. 文献[22]研究了切换拓扑下广义多智能体系统的输出一致性问题, 系统受能量约束和预算限制因素的影响. 在执行器饱和及不确定性的影响下, 文献[23]针对离散广义多智能体系统, 设计了非线性反馈控制算法, 实现了鲁棒输出调节控制. 尽管广义多智能体系统一致性问题得到了广泛的研究, 但针对具有合作-竞争关系的广义多智能体系统的二分一致性问题少有文献提及. 此外, 考虑到技术与经济成本的限制, 在许多实际应用场合中状态信息往往是未知的, 因此需要设计观测器来估计未知状态.

鉴于上述分析, 本文研究了带有观测器的广义多智能体系统二分一致性问题. 主要贡献包括: 1) 与文献[24-25]不同, 本文考虑了更具普适性的广义系统模型, 其不仅在理论上具有重要的研究意义, 而且在实际中也有很高的应用价值; 2) 相比于文献[27-30], 本文在控制器的设计中仅利用了相对信息, 更符合实际应用的需求; 3) 在结构平衡图的条件下, 本文根据广义系统稳定性理论推导出实现含观测器的广义多智能体系统二分一致性的充分条件.

本文其余部分结构为: 第2节介绍了预备知识和问题陈述; 第3节设计了一类基于观测器的二分一致性控制器; 第4节给出了仿真实例来验证控制算法的有效性; 第5节总结了全文的内容.

本文中符号的定义为: $\mathbb{R}^n$ 表示 n 维实向量的集合, I_N 表示 $N \times N$ 单位矩阵, λ_i ($i = 1, \dots, N$)表示拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 的特征值, $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数, $\otimes$ 是Kronecker乘积, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵.

2 预备知识和问题陈述

2.1 预备知识

智能体之间的信息交互通信拓扑可用符号图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$ 来表示, 其中: $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ 表示节点的集合, $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边的集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}]$ 表示邻接矩阵. 边 $\mathcal{E}_{ij} \in \mathcal{E}$ 表示节点 j 可以接收到节点 i 的信息, 其连接权重 a_{ij} 满足: 若 $\mathcal{E}_{ij} \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} \neq 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 定义矩阵 $\mathcal{L}$ 为符号图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵, 满足 $\mathcal{L} = [l_{ij}]_{N \times N}$, $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N |a_{ij}|$ 和 $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$. 此外, 若存在集合 $\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2$ 满足 $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}$ 和 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$, 且 $i, j \in \mathcal{V}_q$ ($q \in \{1, 2\}$)时, $a_{ij} \geq 0$; $i \in \mathcal{V}_q, j \in \mathcal{V}_{3-q}$ 时, $a_{ij} \leq 0$ 成立, 则称符号图 $\mathcal{G}$ 是结构平衡的.

2.2 问题陈述

本文考虑由 N 个智能体组成的广义多智能体系统, 每个智能体的动力学模型为

$$E\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $u_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别表示智能体 i 的状态和控制输入; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是常数矩阵; 矩阵 E 是奇异的, 即满足 $\text{rank}(E) < n$.

假设 1 矩阵对 (E, A) 是正则和无脉冲的, 矩阵对 (E, A, B) 是能稳的.

假设 2 符号图 $\mathcal{G}$ 是结构平衡的.

本文旨在研究带有观测器的广义多智能体系统二分一致性问题, 其具体定义如下:

定义 1 对于系统(1), 如果在任意初始状态 $x_i(0)$ 下满足以下条件:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) - x_j(t)) = 0, \forall i, j \in \mathcal{V}_1 \text{ 或 } \forall i, j \in \mathcal{V}_2, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) + x_j(t)) = 0, \forall i \in \mathcal{V}_1 \text{ 和 } \forall j \in \mathcal{V}_2, \end{cases} \quad (2)$$

则称广义多智能体系统(1)能实现二分一致性.

3 主要结果

对于智能体 i , 本文设计如下二分一致性控制协议:

$$u_i(t) = -c_1 K \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\hat{x}_i(t) - \text{sgn}(a_{ij}) \hat{x}_j(t)), \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} E\dot{\hat{x}}_i(t) &= A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + c_2 F \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \times \\ &\quad ((x_i(t) - \hat{x}_i(t)) - \text{sgn}(a_{ij})(x_j(t) - \hat{x}_j(t))), \end{aligned} \quad (3b)$$

其中: $\hat{x}_i(t)$ 是状态观测器; c_1, c_2, K 和 F 是待设计的参数.

定理1 设假设1和2成立. 如果矩阵参数选择为 $K = B^T P$, $F = Q^{-T}$, 常数增益满足 $c_1 > \frac{k_1 + \lambda_N^2}{2\lambda_2}$, $c_2 > \frac{k_2 + \lambda_{\max}(P^T B B^T P)}{2\lambda_2}$, 则广义多智能体系统(1)在控制协议(3)的作用下能实现二分一致性, 其中: $k_1, k_2 > 0$, 非奇异矩阵 $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足以下不等式:

$$A^T P + P^T A - k_1 P^T B B^T P < 0, \quad (4)$$

$$A^T Q + Q^T A - k_2 I_n < 0, \quad (5)$$

$$E^T P = P^T E \geq 0, \quad (6)$$

$$E^T Q = Q^T E \geq 0. \quad (7)$$

证 根据式(1)和式(3)可得

$$\begin{aligned} (I_N \otimes E) \dot{x}(t) &= (I_N \otimes A) x(t) - \\ & (c_1 \mathcal{L} \otimes BK) \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

和

$$\begin{aligned} (I_N \otimes E) \dot{\hat{x}}(t) &= \\ (I_N \otimes A) \hat{x}(t) &- (c_1 \mathcal{L} \otimes BK) \hat{x}(t) + \\ (c_2 \mathcal{L} \otimes F) (x(t) &- \hat{x}(t)) = \\ (I_N \otimes A - c_1 \mathcal{L} \otimes BK &- c_2 \mathcal{L} \otimes F) \hat{x}(t) + \\ (c_2 \mathcal{L} \otimes F) x(t), \end{aligned}$$

其中: $x(t) = [x_1^T(t) \cdots x_N^T(t)]^T$, $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1^T(t) \cdots \hat{x}_N^T(t)]^T$. 多智能体系统的状态观测器误差定义为 $e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$, 记 $e(t) = [e_1^T(t) \cdots e_N^T(t)]^T$, 则有

$$\begin{aligned} (I_N \otimes E) \dot{e}(t) &= (I_N \otimes E) (\dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)) = \\ & (I_N \otimes A - c_2 \mathcal{L} \otimes F) e(t). \end{aligned} \quad (9)$$

由拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 的特性可知, $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \cdots \leq \lambda_N$, 且存在正交矩阵 $Q = [q_1 \cdots \tilde{Q}]$ 使得 $Q^T \mathcal{L} Q = J = \text{diag}\{0, \tilde{J}\}$ 成立, 其中: $q_1 = \frac{1_N}{\sqrt{N}}$ 是特征值 λ_1 对应的特征向量, $\tilde{Q} = [q_2 \cdots q_N] \in \mathbb{R}^{N \times (N-1)}$, $\tilde{J} = \text{diag}\{\lambda_2, \cdots, \lambda_N\}$. 记 $\bar{x}(t) = (Q^{-1} \otimes I_N) x(t) = [\bar{x}_1^T(t) \cdots \bar{x}_N^T(t)]^T$, $\tilde{x}(t) = [\tilde{x}_2^T(t) \cdots \tilde{x}_N^T(t)]^T$ 和 $\bar{e}(t) = (Q^{-1} \otimes I_N) e(t) = [\bar{e}_1^T(t) \cdots \bar{e}_N^T(t)]^T$, $\tilde{e}(t) = [\tilde{e}_2^T(t) \cdots \tilde{e}_N^T(t)]^T$, 则结合式(8)–(9)得到

$$\begin{cases} (I_N \otimes E) \dot{\bar{x}}(t) = (I_N \otimes A - c_1 J \otimes BK) \bar{x}(t) + \\ \quad (c_1 J \otimes BK) \bar{e}(t), \\ (I_N \otimes E) \dot{\tilde{e}}(t) = (I_N \otimes A - c_2 J \otimes F) \tilde{e}(t), \end{cases} \quad (10)$$

即等价于

$$\begin{cases} E \dot{\bar{x}}_1(t) = A \bar{x}_1(t), \\ E \dot{\tilde{e}}_1(t) = A \tilde{e}_1(t) \end{cases} \quad (11)$$

和

$$\begin{cases} (I_{N-1} \otimes E) \dot{\tilde{x}}(t) = (I_{N-1} \otimes A - c_1 \tilde{J} \otimes BK) \tilde{x}(t) + \\ \quad (c_1 \tilde{J} \otimes BK) \tilde{e}(t), \\ (I_{N-1} \otimes E) \dot{\tilde{e}}(t) = (I_{N-1} \otimes A - c_2 \tilde{J} \otimes F) \tilde{e}(t), \end{cases} \quad (12)$$

很显然, 根据假设1可得系统(10)等价于系统(11)–(12), 也就是说, 广义多智能体系统(1)的二分一致性问题可以转换为系统(12)的稳定性问题. 接下来, 本文将证明广义系统(12)的稳定性.

考虑如下Lyapunov函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), \quad (13)$$

其中: $V_1(t) = \tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes P^T E) \tilde{x}(t)$, $V_2(t) = \tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes Q^T E) \tilde{e}(t)$. 根据式(13), 能推出

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes P^T E) \dot{\tilde{x}}(t) = \\ & \tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A) - \\ & c_1 \tilde{J} \otimes (P^T BK + K^T B^T P)) \tilde{x}(t) + \\ & c_1 \tilde{x}^T(t) ((\tilde{J} \otimes (P^T BK + K^T B^T P)) \tilde{e}(t) \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= 2\tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes Q^T E) \dot{\tilde{e}}(t) = \\ & \tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A) - \\ & c_2 \tilde{J} \otimes (Q^T F + F^T Q)) \tilde{e}(t). \end{aligned}$$

一方面, 可以根据 $K = B^T P$ 和 $F = Q^{-T}$ 进一步得出

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A) - \\ & 2c_1 \tilde{J} \otimes P^T B B^T P) \tilde{x}(t) + \\ & 2c_1 \tilde{x}^T(t) (\tilde{J} \otimes P^T B B^T P) \tilde{e}(t) \leq \\ & \tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A - \\ & 2c_1 \lambda_2 P^T B B^T P)) \tilde{x}(t) + \\ & 2c_1 \tilde{x}^T(t) (\tilde{J} \otimes P^T B B^T P) \tilde{e}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

和

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A) - \\ & 2c_2 \tilde{J} \otimes I_n) \tilde{e}(t) \leq \\ & \tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A - \\ & 2c_2 \lambda_2 I_n)) \tilde{e}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

另一方面, 根据文献[31]中的杨氏不等式可得

$$\begin{aligned} & 2\tilde{x}^T(t) (\tilde{J} \otimes P^T B B^T P) \tilde{e}(t) \leq \\ & \tilde{x}^T(t) (\tilde{J} \tilde{J}^T \otimes P^T B B^T P) \tilde{x}(t) + \\ & \tilde{e}^T(t) (I_{N-1} \otimes P^T B B^T P) \tilde{e}(t) \leq \\ & \lambda_N^2 \tilde{x}^T(t) (I_{N-1} \otimes P^T B B^T P) \tilde{x}(t) + \\ & \lambda_{\max}(P^T B B^T P) \tilde{e}^T(t) \tilde{e}(t). \end{aligned} \quad (16)$$

结合式(14)–(16)得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \tilde{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A - \\ &2c_1 \lambda_2 P^T B B^T P)) \tilde{x}(t) + \\ &\tilde{e}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A - 2c_2 \lambda_2 I_n)) \tilde{e}(t) + \\ &\lambda_N^2 \tilde{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes P^T B B^T P) \tilde{x}(t) + \\ &\lambda_{\max}(P^T B B^T P) \tilde{e}^T(t) \tilde{e}(t) = \\ &\tilde{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A - (2c_1 \lambda_2 - \lambda_N^2) \times \\ &P^T B B^T P)) \tilde{x}(t) + \tilde{e}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A - \\ &(2c_2 \lambda_2 - \lambda_{\max}(P^T B B^T P)) I_n)) \tilde{e}(t) \leq \\ &\tilde{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T P + P^T A - k_1 P^T B B^T P)) \tilde{x}(t) + \\ &\tilde{e}^T(t)(I_{N-1} \otimes (A^T Q + Q^T A - k_2 I_n)) \tilde{e}(t) \leq 0, \end{aligned}$$

其中: 以上不等式的推导利用了式(4)–(7)及条件 $c_1 > \frac{k_1 + \lambda_N^2}{2\lambda_2}$, $c_2 > \frac{k_2 + \lambda_{\max}(P^T B B^T P)}{2\lambda_2}$. 显然

地, $V(t)$ 是正定的且随着 $t \rightarrow \infty$ 有 $\dot{V}(t) \leq 0$. 因此, 得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = 0$, 即 $x(t) \rightarrow 0$ 和 $e(t) \rightarrow 0$ 成立. 由此可见, 广义多智能体系统(1)在控制协议(3)的作用下实现了二分一致性. 证毕.

接下来, 通过设计与式(3)不同的二分一致性控制协议来给出两个推论.

推论 1 考虑如下控制协议:

$$u_i(t) = -c_1 K \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\hat{x}_i(t) - \text{sgn}(a_{ij}) \hat{x}_j(t)), \quad (17a)$$

$$E \dot{\hat{x}}_i(t) = A \hat{x}_i(t) + B u_i(t) + B K (x_i(t) - \hat{x}_i(t)). \quad (17b)$$

若假设1和2成立, 且控制协议参数满足 $K = B^T P$, $c_1 > \frac{k_1}{2\lambda_2}$, 则控制协议(17)能使广义多智能体系统(1)实现二分一致性, 其中, $k_1 > 0$ 和 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足定理1中的条件(4)和条件(6).

注 1 与控制器(3)不同的是, 控制器(17)中参数的保守性下降, 更具一般性.

推论 2 考虑如下控制协议:

$$u_i(t) = -c_1 K \hat{x}_i(t), \quad (18a)$$

$$E \dot{\hat{x}}_i(t) = A \hat{x}_i(t) + B u_i(t) + c_2 F \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \times ((x_i(t) - \hat{x}_i(t)) - \text{sgn}(a_{ij})(x_j(t) - \hat{x}_j(t))). \quad (18b)$$

若假设1和2成立, 控制协议参数满足 $c_1 > \frac{k_1 + 1}{2}$, $c_2 > \frac{k_2 + \lambda_{\max}(P^T B B^T P)}{2\lambda_2}$, 且增益矩阵 K, F 的设计与定理1一致, 则在控制协议(18)的作用下, 广义多智能体系统(1)能实现二分一致性, 其中: $k_1, k_2 > 0$ 和 $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足定理1中的条件(4)–(7).

注 2 值得注意的是, 推论1和推论2的证明步骤与定理1类似, 为了避免重复而省略.

注 3 由定理1、推论1和推论2可以看出, 控制协议的复杂性影响着控制参数的设计. 也就是说, 控制协议越复杂, 控制参数的保守性越差.

4 仿真结果

本文考虑由6个智能体组成的广义系统, 其通信拓扑如图1和图2所示. 显然地, 符号图1是结构平衡的, 而符号图2是结构不平衡的. 注意到图1可以分为两个集合 $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{V}_2 = \{4, 5, 6\}$.

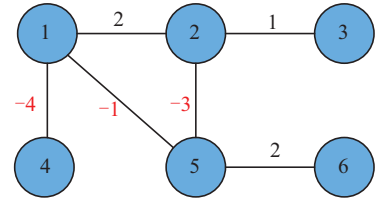


图1 结构平衡图

Fig. 1 Structurally balanced graph

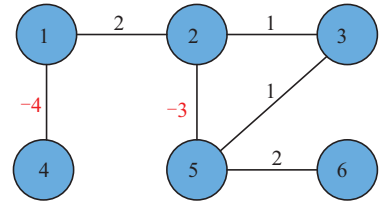


图2 结构不平衡图

Fig. 2 Structurally unbalanced graph

图1对应的拉普拉斯矩阵为

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ -2 & 6 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

此外, 设置式(1)的系统矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1.5 & -1 & 0 & 0.6 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

令 $k_1 = 0.5$, $k_2 = 2.1$, 根据定理1可以计算得到

$$K = \begin{bmatrix} 0.0025 & 2.0515 & 0 & -0.4202 \\ 0.6823 & 0.7121 & 0.3987 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 3.2102 & 0.1966 & -0.7100 & 0.9961 \\ 0.1966 & 0.7625 & -1.6176 & -3.4446 \\ 0 & 0 & -2.4143 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.4143 \end{bmatrix},$$

$c_1 = 3.1524$ 和 $c_2 = 4.2695$. 此外, 设置初始状态 $x_i(0)$ 和 $\hat{x}_i(0)$ 为任意值. 结构平衡图下的仿真结果如图3–6所示. 图3和图4给出了智能体状态分量 $x_{i\ell}(t)$ ($\ell = 1, 2, 3, 4$)的轨迹, 可以看出智能体1, 2和3的状态渐近收敛到一个常数值, 而智能体4, 5和6的状态最终趋于大小相同符号相反的数值. 图5和图6为观测器误差 $e_{i\ell}(t)$ ($\ell = 1, 2, 3, 4$)的时间轨迹图, 可以看出所有智能体的观测器误差随着时间收敛到0. 由此可见, 在控制协议(3)的作用下, 广义多智能体系统(1)实现了二分一致性. 此外, 图7和图8给出了结构不平衡图下的仿真结果, 可以看到所有智能体的状态分量都趋于0.

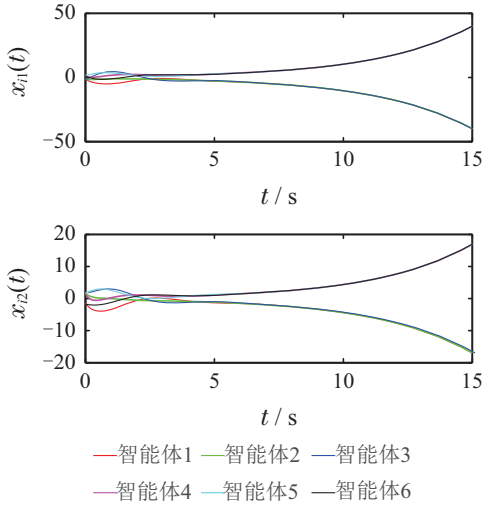


图3 结构平衡图下系统(1)的第一和第二状态分量轨迹图
Fig. 3 Evolutions of first state $x_{i1}(t)$ and second state $x_{i2}(t)$ for system (1) with structurally balanced graph

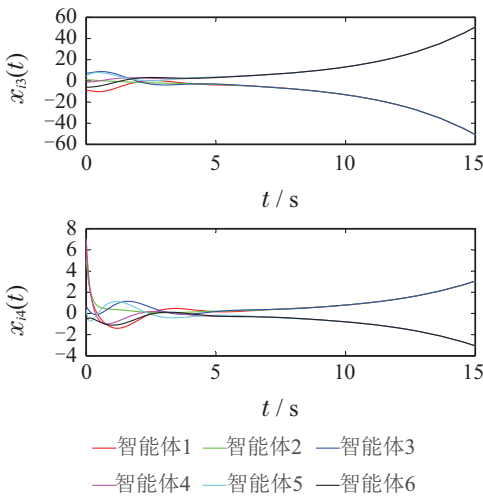


图4 结构平衡图下系统(1)的第三和第四状态分量轨迹图
Fig. 4 Evolutions of third state $x_{i3}(t)$ and fourth state $x_{i4}(t)$ for system (1) with structurally balanced graph

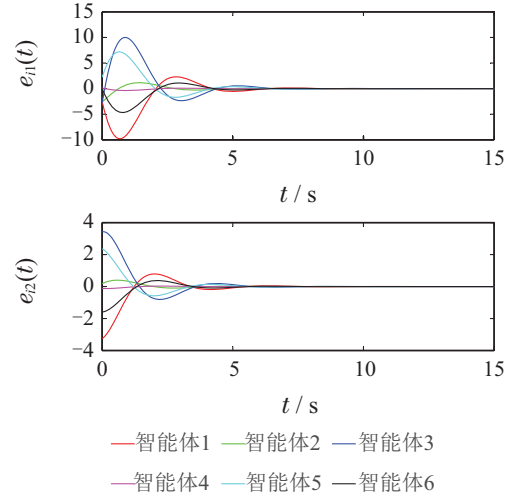


图5 结构平衡图下第一和第二状态分量观测器误差轨迹图
Fig. 5 Evolutions of observation errors first state $e_{i1}(t)$ and second state $e_{i2}(t)$ with structurally balanced graph

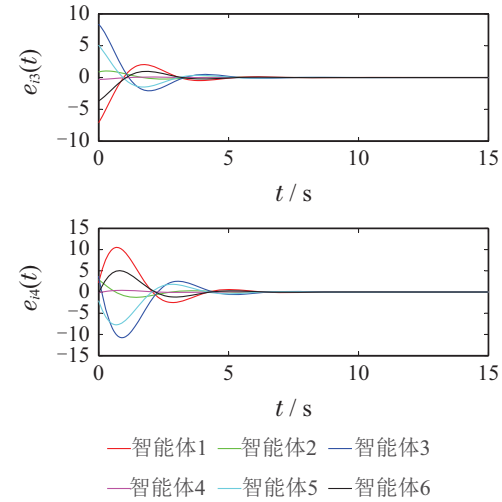


图6 结构平衡图下第三和第四状态分量观测器误差轨迹图
Fig. 6 Evolutions of observation errors third state $e_{i3}(t)$ and fourth state $e_{i4}(t)$ with structurally balanced graph

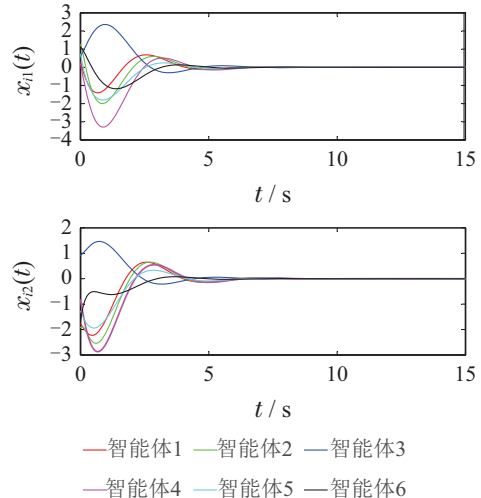


图7 结构不平衡图下系统(1)的第一和第二状态分量轨迹图
Fig. 7 Evolutions of first state $x_{i1}(t)$ and second state $x_{i2}(t)$ for system (1) with structurally unbalanced graph

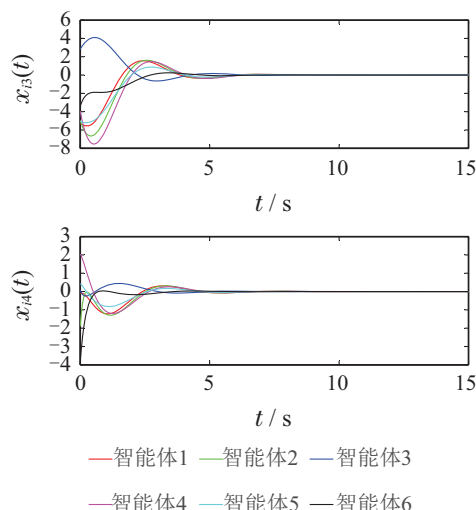


图 8 结构不平衡图下系统(1)的第三和第四状态分量轨迹图

Fig. 8 Evolutions of third state $x_{i3}(t)$ and fourth state $x_{i4}(t)$ for system (1) with structurally unbalanced graph

5 结论

本文研究了符号图下广义多智能体系统的二分一致性问题. 首先设计了基于奇异观测器的二分一致性控制协议, 并根据广义系统稳定性理论和代数图论给出了实现二分一致性的充分条件. 其次, 根据广义观测器的相对和绝对信息提出了另外两种新的二分一致性控制协议. 最后, 通过数值仿真验证了所得结论的正确性.

参考文献:

- [1] TAN Fuxiao, GUAN Xinping, LIU Derong. Consensus protocol in networked multi-agent systems with non-balanced topology. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1087 – 1092. (谭拂晓, 关新平, 刘德荣. 非平衡拓扑结构的多智能体网络系统一致性协议. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1087 – 1092.)
- [2] PAN Huan, NIAN Xiaohong, GUO Ling. Consensus control of higher-order multi-agent systems with delays. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(7): 229 – 232. (潘欢, 年晓红, 郭凌. 高阶时滞多智能体系统一致性控制. 控制理论与应用, 2013, 30(7): 229 – 232.)
- [3] ZHANG W, TANG Y, HUANG T, et al. Sampled-data consensus of linear multi-agent systems with packet losses. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 28(11): 2516 – 2527.
- [4] LUO S, YE D. Cluster consensus control of linear multiagents systems under directed topology with general partition. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(4): 1929 – 1936.
- [5] YE Y, LU Y, WU Y, et al. Positive consensus in fractional-order interval networked systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(7): 2538 – 2542.
- [6] YE Y, SU H. Consensus of delayed fractional-order multiagent systems with intermittent sampled data. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 16(6): 3828 – 3837.
- [7] YAO X Y, PARK J H, DING H F, et al. Event-triggered consensus control for networked underactuated robotic systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(5): 2896 – 2906.
- [8] JIANG Yutao, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang. Distributed finite-time consensus algorithm for multiple nonholonomic mobile robots with disturbances. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 737 – 745. (姜玉涛, 刘忠信, 陈增强. 带扰动的多非完整移动机器人分布式有限时间一致性控制. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 737 – 745.)
- [9] LU M, LIU L. Leader-following consensus of multiple uncertain Euler-Lagrange systems with unknown dynamic leader. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(10): 4167 – 4173.
- [10] CAO Ran, MEI Jie. Group consensus for networked Euler-Lagrangian systems under a directed graph without relative velocity information. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(1): 44 – 51. (曹然, 梅杰. 有向图中网络Euler-Lagrange系统无需相对速度信息的群一致性. 自动化学报, 2018, 44(1): 44 – 51.)
- [11] ALTAFINI C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 58(4): 935 – 946.
- [12] MENG D, DU M, JIA Y. Interval bipartite consensus of networked agents associated with signed digraphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(12): 3755 – 3770.
- [13] ZHAO L, JIA Y, YU J. Adaptive finite-time bipartite consensus for second-order multi-agent systems with antagonistic interactions. *Systems & Control Letters*, 2017, 102: 22 – 31.
- [14] LIU M, WANG X, LI Z. Robust bipartite consensus and tracking control of high-order multiagent systems with matching uncertainties and antagonistic interactions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(7): 2541 – 2550.
- [15] WEN G, WANG H, YU X, et al. Bipartite tracking consensus of linear multi-agent systems with a dynamic leader. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 65(9): 1204 – 1208.
- [16] GONG P, HAN Q L. Fixed-time bipartite consensus tracking of fractional-order multi-agent systems with a dynamic leader. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, 67(10): 2054 – 2058.
- [17] DING T F, GE M F, LIU Z W, et al. Discrete-communication-based bipartite tracking of networked robotic systems via hierarchical hybrid control. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2020, 67(4): 1402 – 1412.
- [18] DING T F, GE M F, XIONG C H, et al. Bipartite consensus for networked robotic systems with quantized-data interactions. *Information Sciences*, 2020, 511: 229 – 242.
- [19] YANG X R, LIU G P. Necessary and sufficient consensus conditions of descriptor multi-agent systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2012, 59(11): 2669 – 2677.
- [20] LIU X, XIE Y, LI F, et al. Admissible consensus for homogenous descriptor multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(2): 965 – 974.
- [21] ZHANG J, ZHAO X, ZHU F, et al. Reduced-order observer design for switched descriptor systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 65(1): 287 – 294.
- [22] XI J, WANG C, YANG X, et al. Limited-budget output consensus for descriptor multiagent systems with energy constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(11): 4585 – 4598.
- [23] JAFARI E, BINAZADEH T. Robust output regulation in discrete-time singular systems with actuator saturation and uncertainties. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, 67(2): 340 – 344.
- [24] HAN T, ZHENG W X. Bipartite output consensus for heterogeneous multi-agent systems via output regulation approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 68(1): 281 – 285.
- [25] HU H X, WEN G, ZHENG W X. Collective behavior of heterogeneous agents in uncertain cooperation-competition networks: A nussbaum-type function based approach. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2019, 7(2): 783 – 796.

- [26] ZHU Z H, HU B, GUAN Z H, et al. Collective behaviors of discrete-time multi-agent systems over signed digraphs. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2021, 8(4): 3099 – 3112.
- [27] DONG X, XI J, LU G, et al. Containment analysis and design for high-order linear time-invariant singular swarm systems with time delays. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(7): 1189 – 1204.
- [28] HAN T, GUAN Z H, XIAO B, et al. Bipartite average tracking for multi-agent systems with disturbances: Finite-time and fixed-time convergence. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(10): 4393 – 4402.
- [29] GUAN Z H, LIU Y Q, WEN X C. Decentralized stabilization of singular and time-delay large-scale control systems with impulsive solutions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(8): 1437 – 1441.
- [30] ZHU Z H, HU B, GUAN Z H, et al. Observer-based bipartite containment control for singular multi-agent systems over signed digraphs. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(1): 444 – 457.
- [31] BERNSTEIN D S. *Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas*. Princeton: Princeton University Press, 2009.

作者简介:

- 韩涛** 博士, 教授, 目前研究方向为多智能体系统、复杂网络理论, E-mail: taohan@hbnu.edu.cn;
- 关治洪** 博士, 教授, 目前研究方向为混杂智能系统、非线性系统与复杂网络、人工智能等, E-mail: zhguan@mail.hust.edu.cn;
- 詹习生** 博士, 教授, 目前研究方向为网络化控制系统、多智能体系统, E-mail: xisheng519@126.com;
- 严怀成** 博士, 教授, 目前研究方向为网络化控制、机器人/无人机/航天器协同控制与优化, E-mail: hcyan@ecust.edu.cn;
- 陈洁** 博士, 副教授, 目前研究方向为多智能体系统的协调控制, E-mail: didachenjie@163.com.