

## 高阶不确定系统的线性串级自抗扰控制

李向阳<sup>1</sup>, 高志强<sup>2</sup>, 田森平<sup>1</sup>, 袁 薇<sup>1†</sup>

(1. 自主系统与网络控制教育部重点实验室, 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640;

2. 克里夫兰州立大学 电气工程与计算机科学系, 俄亥俄克里夫兰 44115, 美国)

**摘要:** 自抗扰控制是我国著名学者韩京清原创的先进控制技术, 本文针对自抗扰控制(ADRC)在高阶系统应用中控制器设计和参数整定问题, 提出了串级自抗扰控制(CADRC). CADRC把高阶被控对象分解为含确定性部分和含总扰动的低阶部分的串联组合, 采用由内环和外环组成的串级控制系统来完成控制. 该CADRC方案的内环采用内模控制, 外环采用经典ADRC. 外环ADRC的被控对象是一个等效的低阶系统, 可以采用带宽法进行整定, 而内环的内模控制采用高阶低通滤波器进行回路成形设计和参数整定. 仿真研究表明, 所提出的方法是有效的, 具有良好的工程应用前景.

**关键词:** 自抗扰控制; 串级控制; 内模控制; 低通滤波器; 串级自抗扰控制

**引用格式:** 李向阳, 高志强, 田森平, 等. 高阶不确定系统的线性串级自抗扰控制. 控制理论与应用, 2023, 40(5): 856 – 864

DOI: 10.7641/CTA.2022.11180

## Linear cascade disturbance rejection control for higher order system with uncertainties

LI Xiang-yang<sup>1</sup>, GAO Zhi-qiang<sup>2</sup>, TIAN Sen-ping<sup>1</sup>, AI Wei<sup>1†</sup>

(1. Key Laboratory of Autonomous Systems and Network Control, Ministry of Education, School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. Department of Electrical Engineering and Computer Science, Cleveland State University, Cleveland, OH 44115, USA)

**Abstract:** Active disturbance rejection control(ADRC) is an advanced control technology, which is created by Chinese distinguished scholar, Jingqing Han. This paper presents a cascade ADRC (CADRC), one method aiming to simplify the parameter tuning when an ADRC is used in high-order controlled system. The CADRC divides the controlled system into two cascaded parts including a certain part and a low-order part with uncertainties. The certain part is in the inner loop of the cascade control system and the low-order part with uncertainties is in the outer loop. An internal model controller is used in the inner loop and the ADRC is used to control the outer loop with uncertainties. The controlled system in the outer loop by ADRC is an equivalent low-order system which can be tuned by the bandwidth method, and the internal model control (IMC) in the inner loop can be designed and tuned by the loop-shaping method. The simulation shows that the presented method is effective and has good engineering application prospect.

**Key words:** active disturbance rejection control; cascade control; internal model control; low-pass filter; cascade active disturbance rejection control

**Citation:** LI Xiangyang, GAO Zhiqiang, TIAN Senping, et al. Linear cascade disturbance rejection control for higher order system with uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(5): 856 – 864

### 1 引言

闭环反馈控制的目的是当被控系统存在内部建模误差和外部各种扰动情况下, 仍然能够保证被控系统的运动状态和系统输出满足稳定性、快速性、准确性

等指标要求. 尽管现代控制理论自20世纪60年代以来成果丰富, 但是实际工程中比例积分微分(proportional integral derivative, PID)控制仍占90%以上<sup>[1]</sup>. 究其原因, PID控制器采用了基于误差来消除误差的策略,

收稿日期: 2021–12–01; 录用日期: 2022–06–24.

†通信作者. E-mail: aiwei@scut.edu.cn; Tel.: +86 13826100888.

本文责任编辑: 李少远.

国家自然科学基金项目(61773170, 62173151), 广东省自然科学基金项目(2023A1515010949, 2021A1515011850)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61773170, 62173151) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province (2023A1515010949, 2021A1515011850).

对被控过程的模型依赖较少. 我国著名的控制论专家韩京清敏锐看到了PID控制和现代控制理论的特点, 指出控制的本质问题是抗扰问题, 他把PID控制的核心思想与非线性控制理论和状态观测器等方法相结合, 于20世纪90年代创立了自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)理论<sup>[2-9]</sup>, 近年来随着线性ADRC及其带宽参数的提出<sup>[10-11]</sup>, 以及ADRC的理论证明的完成<sup>[10-12]</sup>, ADRC被工业界广泛认可, 特别是ADRC被TI等多家公司固化到其DSP芯片和控制软件中<sup>[13-17]</sup>, ADRC成为继PID之后另一种通用控制策略.

ADRC系统结构如图1所示, ADRC由跟踪微分器(tracking differentiator, TD)、扩张状态观测器(extended state observer, ESO)和状态误差反馈(state error feedback, SEF)3部分组成,  $b_0$ 是被控过程控制增益的一个粗略估计. TD用于获得参考输入的过渡过程信号及其各阶导数, 解决过渡过程快速性和超调的矛盾, ESO根据被控对象的输入和输出数据获得系统的状态估计值 $z = (z_1, \dots, z_n)$ 和总扰动 $z_{n+1}$ , SEF根据系统的状态误差 $e = (e_1, \dots, e_n)$ 计算控制量 $u_0$ .

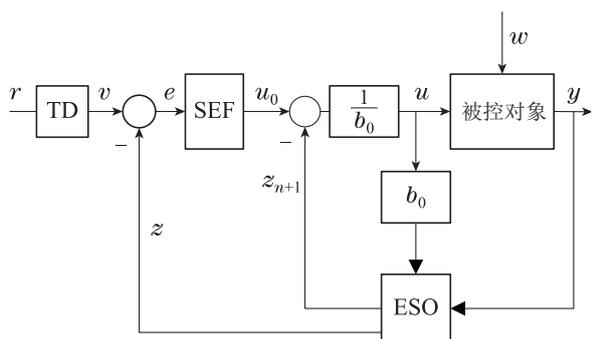


图 1 自抗扰控制原理框图

Fig. 1 Diagram of ADRC principle

ADRC的TD, ESO和SEF可以采用线性或者非线性形式. 目前, 由于方便参数整定, ESO和SEF采用线性的形式居多. 在线性ADRC(linear ADRC, LADRC)中, 带宽参数整定法虽然简单实用, 但是当被控系统的阶次较高时, ESO参数的数值相差很大, 很难均衡各状态估计的时间响应. 另一方面, 是否可以采用低阶ADRC来控制高阶被控系统本身也是一个有趣的问题; 如果可以, 应该如何实现. 文献[17]针对高阶惯性被控对象进行改进经典ADRC方法实现低阶ADRC对高阶系统的控制, 并在流化床的过程控制中得到应用, 取得了较好的结构, 但是其通用性还需进一步研究. 本文围绕高阶被控对象应用ADRC方法进行设计控制器, 设法给出一个通用的解决方案和参数整定方法, 通过引入模型的虚拟分解和串级控制方法, 在内环实现内模控制(internal model control, IMC), 而在外环采用低阶ADRC实现整个系统的扰动补偿控制. 由于

TD不在闭环回路中, 以下不对TD进行专门讨论, 只在ADRC的实现时加上TD用于安排过渡过程.

论文剩余部分安排如下: 第2节陈述了串级自抗扰控制(cascade ADRC, CADRC)的基本原理, 把被控系统虚拟分解为近似确定模型和低阶非确定模型, 从而得到具有内环和外环的串级控制系统结构, 内环采用内模控制, 而外环采用经典低阶ADRC, 在外环实现了ADRC的降阶控制; 第3节对CADRC进行了稳定性分析, 给出了其参数整定方法; 第4节针对一个高阶被控系统进行了仿真研究, 并给出了应用CADRC时的控制系统设计过程; 最后, 第5节给出了论文的结论和下一步的工作.

## 2 串级自抗扰控制

在工程控制中, 为了提高控制性能, 普遍采用串级控制, 比如采用电机实现运动控制中的速度环和电流环, 水箱液位控制中的液位控制环和流量控制环. 图2是一个串级控制系统的原理结构图, 图中 $G_{p2}$ 和 $G_{p1}$ 分别是被控对象的串联模型, 有

$$G_p = G_{p2} \times G_{p1}. \tag{1}$$

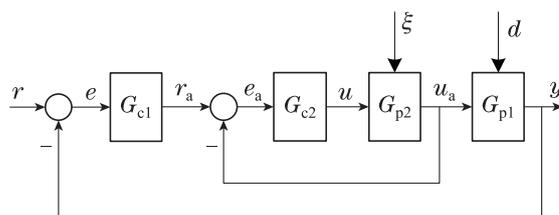


图 2 串级控制原理框图

Fig. 2 Diagram of cascade control principle

$\xi$ 和 $d$ 分别是加到 $G_{p2}$ 和 $G_{p1}$ 上的外部扰动,  $G_{c2}$ 和 $G_{c1}$ 分别是内环控制器和外环控制器. 串级控制系统中, 外环控制器的输出 $r_a$ 是内环控制器的设定值; 内环被控对象 $G_{p2}$ 的输出 $u_a$ 是外环 $G_{p1}$ 的被控变量.

在串级控制的实际应用中 $G_{p2}$ 和 $G_{p1}$ 是真实的两个被控对象传递函数, 它们的输出需要两个传感器来测量. 然而对于一个真实的高阶系统来说, 即使式(1)成立, 也很可能无法通过传感器测量中间信号, 被控对象只能作为一个整体来看待, 这样的被控系统无法用传统的串级控制来提高性能.

人们在长期的工程实践中, 通过对被控系统的工艺过程的机理分析和基于输入输出数据的建模, 可以获得被控系统的近似模型, 近似模型不可避免含有不确定部分, 从ADRC的观点来看, 就是存在内扰, 同时不可避免存在如负载扰动等类型的外扰. 从等效的角度来看, 被控系统的模型同样可以写成式(1)的形式, 并把系统的不确定性部分(含内扰和外扰)全部放在 $G_{p1}$ 中, 而 $G_{p2}$ 是系统的近似确定部分, 据此可以实现高阶被控对象的虚拟分解.

### 2.1 被控系统传递函数的虚拟分解

图3给出了高阶模型 $G_p$ 的虚拟分解方法,  $G_{p2}$ 是实际过程 $G_p$ 中的确定部分, 外部 $\hat{G}_{p2}$ 是实际过程内部 $G_{p2}$ 的镜像, 则 $u$ 经过 $G_{p2}$ 模型变为 $u_a$ 是可以计算得到, 而不需要像图2那样需要传感器测量得到. 因此, 把被控对象虚拟分解后, 则具有图2一样的信息结构和变量 $u_a$ 的实时数据(通过计算信号 $u$ 经过 $G_p$ 的镜像 $\hat{G}_{p2}$ 之后得到), 则同样可以应用串级控制方法.

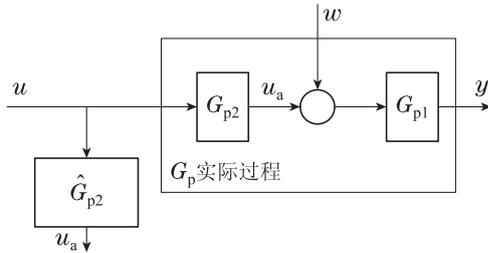


图3 被控系统的虚拟分解

Fig. 3 Virtual decomposition of the controlled system

图2中扰动 $\xi$ 和 $d$ 对输出 $y$ 的影响全部等效为图3中 $w$ 对输出 $y$ 的影响. 当图3的经过虚拟分解之后, 再采用串级控制, 内环采用内模控制, 外环采用ADRC, 则可以得到一种基于虚拟测量(通过模型计算)的CADRC方法.

### 2.2 高阶系统的串级自抗扰控制

图4给出一种CADRC的结构,  $\hat{G}_{p2}$ 是 $G_{p2}$ 的镜像, 是一个确定模型, 为了表达简洁, 在不引起误解情况

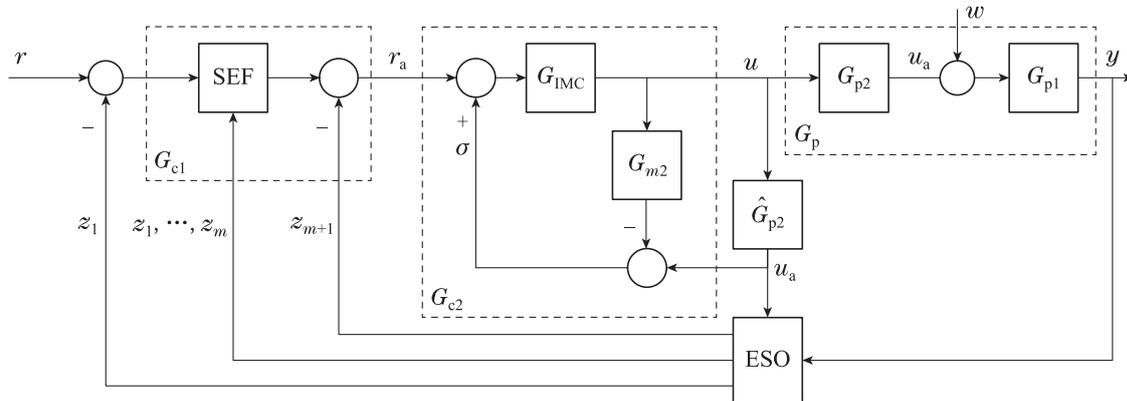


图4 串级自抗扰控制系统结构

Fig. 4 Structure of cascade active disturbance rejection control system

当式(3)成立时, 图4中的内环误差 $\sigma$ 为零, 内环变成开环控制, 此时反馈校正变成了串联校正, 由式(4)可以看出,  $G_{IMC}$ 为滞后-超前校正. 同时也说明, 在具有精确模型和无外扰条件下, 对开环稳定的被控对象, 只需要前馈开环控制即可达到要求, 反馈控制的目的是克服系统的不确定性, 因此外环必须为反馈控制. 为了使得图4同样适合有阀门定位器或者有中间变量测量的被控系统等情况, 此时式(3)不一定成立, 图4的内环仍然采用内模控制结构. 系统的不确定性主要由外环ADRC进行反馈补偿控制.

下, 后续直接 $G_{p2}$ 代替 $\hat{G}_{p2}$ . CADRC的内环可以采用IMC<sup>[18-19]</sup>. 为了实现对总扰动(包括外扰 $w$ 和 $G_{p1}$ 中的内扰)的抗扰, 外环采用ADRC. 在系统分解时, 使得 $G_{p1}$ 为低阶系统, 则外环可以采用低阶ADRC, 方便参数整定和工程实施.

在图4的内环的内模控制中, 对模型 $G_{p2}$ 进行进一步分解, 即

$$G_{p2} = G_{p2-} \times G_{p2+}, \quad (2)$$

其中:  $G_{p2+}$ 包括 $G_{p2}$ 中右半平面的零点和纯滞后环节, 且 $G_{p2+}$ 的静态增益为1,  $G_{p2-}$ 为 $G_{p2}$ 中除 $G_{p2+}$ 之外剩余的最小相位部分, 根据内模控制, 取

$$G_{m2} = G_{p2}, \quad (3)$$

$$G_{IMC} = G_{p2-}^{-1} \times F(s), \quad (4)$$

其中:  $F(s)$ 为滤波器, 选择滤波器的形式要保证 $G_{IMC}$ 为真分式, 在物理上可以实现; IMC滤波器的带宽可以按照串级控制系统的工程经验配置为

$$\omega_{inner} = (3 \sim 10)\omega_{outer}, \quad (5)$$

其中:  $\omega_{inner}$ 和 $\omega_{outer}$ 分别为内环IMC和外环ADRC的带宽. 由于内环控制器全部在计算机内部计算完成, 为了实现内环和外环在频率域近似解耦, 需要保证 $\omega_{inner}$ 是 $\omega_{outer}$ 的3倍以上, 但是上限可以适当放宽, 当 $G_{IMC}$ 中没有纯微分环节时可以取10~20倍, 从而减少内环参数调整对外环参数整定的影响.

当式(3)-(4)成立时, 图4变成图5的形式. 根据图5的CADRC的结构, 取不同的 $G_{p2+}$ 和 $F(s)$ 可以得到CADRC的各种特殊结构.

不考虑TD的影响, 当式(6)成立时, 图5就变成了如图1所示的经典ADRC结构, 经典ADRC是一种特殊的CADRC.

$$\begin{cases} G_{p2-} = b_0, \\ G_{p2+} = 1, \\ F = 1. \end{cases} \quad (6)$$

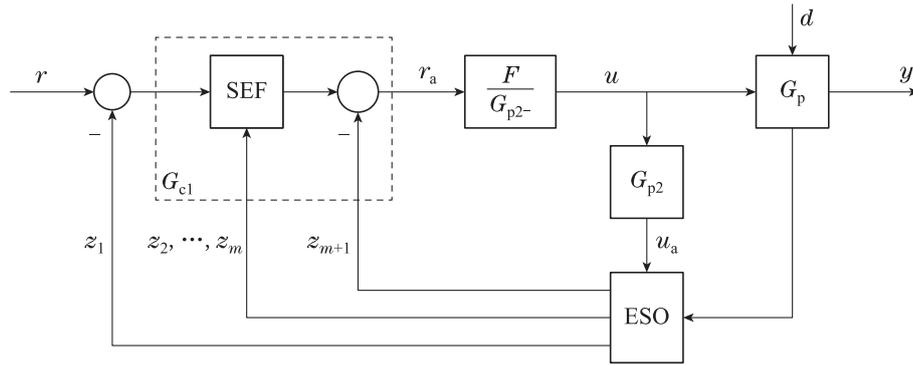


图 5 串级自抗扰控制系统的实现结构

Fig. 5 Implementation structure of cascade control system

当式(7)成立时, 图5就变成了如图6所示的滞后系统的ADRC方法。

$$\begin{cases} G_{p2-} = b_0, \\ G_{p2+} = e^{-\tau s}, \\ F = 1. \end{cases} \quad (7)$$

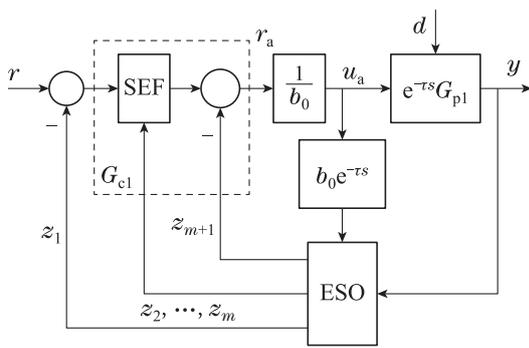


图 6 纯滞后系统的CADRC简化结构

Fig. 6 Simplified structure of cascade control system for controlled system with lag

图6是ADRC应用在纯滞后系统中的一种典型解决方案<sup>[20]</sup>。当式(8)–(11)成立时, 图5就变成了如图7所示的高阶被控系统的降阶ADRC方法, 图中是  $m=2$  时的情形。

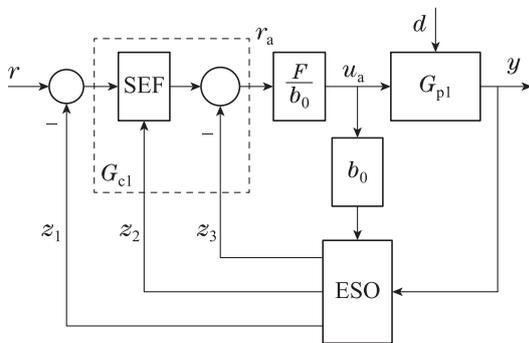


图 7 高阶系统的降阶ADRC的等效结构

Fig. 7 Equivalent structure of reduced order ADRC for high order controller system

式(8)–(11)中,  $b$ 是在一定范围变化的控制增益,  $b_0$ 是  $b$ 的粗略估计;  $T_1$ 是在一定范围变化的未知惯性时

间常数,  $T_2$ 是已知的惯性时间常数;  $T_f$ 是可设计的IMC滤波器的时间常数;  $n$ 是系统的阶数。

根据被控对象的特点,  $G_{p2+}$ ,  $G_{p2-}$ 和  $F$ 还可以取其它不同形式, 从而得到更多的CADRC的应用形式。可以看出, CADRC是经典ADRC的推广。在CADRC中,  $b_0$ 既然可以像经典ADRC那样是一个常数, 还可以是一个用传递函数表示的动态系统, 从而增加了ADRC方法应用的灵活性, 也为用低阶ADRC去控制高阶系统提供了理论依据和具体实施方法。

$$G_{p1} = \frac{b/b_0}{(T_1 s + 1)^m}, \quad (8)$$

$$G_{p2} = G_{p2-} = \frac{b_0}{(T_2 s + 1)^{n-m}}, \quad (9)$$

$$\hat{G}_{p2+} = 1, \quad (10)$$

$$F = \frac{1}{(T_f s + 1)^{n-m}}. \quad (11)$$

在实际应用中, 工业过程的传递函数中的每个因子或者高阶因子可能都含有一定的不确定性。由于内环为内模控制结构, 具有一定处理不确定性的能力, 如果被控对象中有一部分因子的参数变化较小, 则可以直接把这部分放入内环的  $G_p$  模型中; 但是如果高阶部分的参数有较大变化, 则需要引入相对阶(或叫相对度)概念来先对被控对象进行变换, 在此基础上进行虚拟分解, 把不确定部分尽量移到外环中, 在外环中用ADRC来实现抗扰控制。

假设被控对象具有如下的形式:

$$G_p = \frac{b}{(T_3 s + 1)^{n_3} ((T_4 + \Delta T_4) s + 1)^{n_4}}, \quad (12)$$

其中:  $T_3$ 和  $T_4$ 已知,  $\Delta T_4$ 和  $b$ 具有不确定性, 且在一定范围内变化,  $b_0$ 是  $b$ 的估计值。先对式(12)进行如下变换:

$$G_p = G_{p2} G_{p1}, \quad (13)$$

$$G_{p1} = \frac{b(T_4 s + 1)^{n_4 - m}}{b_0((T_4 + \Delta T_4) s + 1)^{n_4}}, \quad (14)$$

$$G_{p2} = \frac{b_0}{(T_3s + 1)^{n_3}(T_4s + 1)^{n_4 - m}}. \quad (15)$$

式(14)的相对度为 $m$ , ADRC的积分串联模型的阶是按照相对价来确定的,因此可以用 $m$ 阶ADRC实现外环控制器. 式(13)–(15)的物理意义是把虚拟分解点放在被控对象的 $n_4$ 阶不确定部分之前,在分解点的前后分别增加稳定的 $(n_4 - m)$ 个极点和相同的 $(n_4 - m)$ 个零点的方法使得 $G_{p1}$ 的相对阶为 $m$ .  $G_{p1}$ 的相对阶 $m$ 表示从分解点的信号 $u_a$ 到输出 $y$ 的最小积分器的个数为 $m$ ,外环ADRC的积分串联模型的阶数为 $m$ . 经典ADRC是把总扰动等效到被控对象的输入端,而CADRC把被控系统的总扰动等效到被控对象内部的虚拟分解点,达到外环系统降价的目的, CADRC补偿的总扰动经过一个低通滤波器才加到被控对象,该低通滤波器对不要求频繁动作的阀门是有利的,可以减少阀门的动作次数.

### 3 稳定性分析

图7情形的CADRC表明只要在经典ADRC的控制量之后增加了一个滤波器,就可以把被控对象中的一部分确定性模型省略掉,之后只要按照省略后的被控对象模型进行ESO, SEF和滤波器设计和参数整定,就可以实现了降价的目的. 为了简化稳定性分析,在CADRC的稳定性分析中,从已有的线性ADRC稳定性结论出发,把滤波器的引入看成是原有控制器的非结构化参数摄动,从系统鲁棒稳定性的角度来简化CADRC的稳定性证明,还可以得到ADRC鲁棒稳定性相关结论.

式(11)的频率特性为

$$F(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T_f)^{n-m}} = A(\omega)e^{j\phi_f(\omega)}. \quad (16)$$

幅频特性和相频特性分别为

$$A(\omega) = (1 + \omega^2 T_f^2)^{-\frac{n-m}{2}} < 1, \quad (17)$$

$$\phi(\omega) = -(n - m)\arctg(\omega T_f). \quad (18)$$

由于 $F(s)$ 串联在图7闭环回路中,由式(16)–(18)可知, $F(s)$ 的存在增加了 $(n - m)$ 价系统的ADRC的幅值裕度,减少相角裕度. 由于 $F(s)$ 滤波器的时间常数可以调节,通过选择较小的 $T_f$ 或者调整SEF可以保证增加滤波器后的闭环系统具有 $(n - m)$ 价系统的ADRC闭环控制相近的稳定裕度. 另一方面,增加 $F(s)$ 滤波器还有减少控制系统中阀门等执行器的频繁动作、提高阀门的使用寿命的作用. 通过整定SEF增益可以保证闭环系统的稳定,有如下定理:

**定理 1** 设 $M(s)$ 为从 $u_a$ 到 $r_a$ 闭环回路的传递函数 $M(s) \in \text{RH}_\infty$ ,且有

$$\|M(s)\|_\infty \leq |b_0|, \quad (19)$$

则图7的闭环系统是鲁棒稳定的.

**证** 由式(16)可知, $F(s) \in \text{RH}_\infty$ ,图7可以变成图8的标准鲁棒稳定性分析的系统结构, $F(s)$ 处于通常鲁棒控制中表示不确定性的位置,由定理1假设式(19)和式(17)有

$$\|M(s) \times \frac{F(s)}{|b_0|}\| \leq \|M(s)\| \times \left\| \frac{1}{|b_0|} \right\| \leq 1, \quad (20)$$

则根据小增益定理,定理1成立. 证毕.

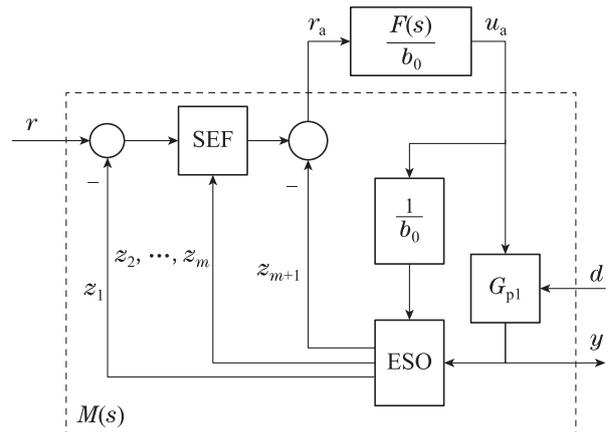


图8 串级自抗扰控制系统的不确定性结构

Fig. 8 Uncertainty structure of cascade control system

定理1给出了SEF和ESO的参数调节使得式(19)成立,则可以保证闭环系统的鲁棒稳定性,可以看出当 $b_0$ 取较大数值时,方便SEF和ESO的参数调节和有利于系统稳定. 根据式(5)和LADRC的参数整定方法,在满足式(19)条件下,图7中各环节参数整定时参考的带宽关系为

$$\omega_o = (3 \sim 10)\omega_f, \quad (21)$$

式中: $\omega_o$ 为ESO的带宽, $\omega_f = 2\pi/T_f$ 为内环IMC的带宽. 从经典ADRC设计的闭环系统来看,在系统控制输入前再增加了一个低通滤波器,相当于减少了闭环系统的高频增益,增强了抗噪声能力,当满足条件(19)时,可以使闭环系统达到鲁棒稳定的目的.

## 4 仿真研究

下面通过仿真验证CADRC方法的有效性.

### 4.1 高阶系统的串级自抗扰控制

考虑如下具有不确定性的高阶系统(情况1):

$$G_p(s) = \frac{400(s+1)k}{(s+6)^2((T_p + \Delta T_p)s+1)^3}, \quad (22)$$

式(22)的 $(T_p + \Delta T_p)$ 和 $k$ 具有不确定性,且不确定性部分的因子是三阶的,为了能够采用应用低阶ADRC方法,把式(22)进行如下分解:

$$G_p(s) = \frac{400(s+1)k_0}{(s+6)^2(T_p s+1)} \times \frac{(T_p s+1)k/k_0}{((T_p + \Delta T_p)s+1)^3}. \quad (23)$$

为了检验内环的参数有少许波动也能保证系统稳定, 把式(23)改为如下参数摄动形式:

$$G_p(s) = \frac{400(s+1)k_0}{(s+6)^2((T_p+\Delta T_{p2})s+1)} \times \frac{(T_p s+1)k/k_0}{((T_p+\Delta T_p)s+1)^3}, \quad (24)$$

则式(24)中虚拟分解点前后的被控对象的传递函数  $G_{p2}$  和  $G_{p1}$  分别为

$$G_{p2}(s) = G_{p2-}G_{p2+} = \frac{400(s+1)k_0}{(s+6)^2((T_p+\Delta T_{p2})s+1)} \times 1, \quad (25)$$

$$G_{p1}(s) = \frac{(T_p s+1)k/k_0}{((T_p+\Delta T_p)s+1)^3}, \quad (26)$$

其中:  $G_{p2}$  中包含右半平面的零点和纯滞后环节的  $G_{p2+}$  和最小相位部分的  $G_{p2-}$  分别为

$$G_{p2+}(s) = 1, \quad (27)$$

$$G_{p2-}(s) = \frac{400(s+1)k_0}{(s+6)^2((T_p+\Delta T_{p2})s+1)}. \quad (28)$$

假设被控对象中不确定参数的粗略估计分别为  $k_0 = 1$  和  $T_p = 2$ , 仿真时取  $k = 1.5$ ,  $\Delta T_{p2} = -0.4$ ,  $\Delta T_p = 0.5$ . 按照频域的方法进行上述虚拟分解, 但是实现需要按照时域的方式来进行实现<sup>[21]</sup>, 把  $G_{p1}$  写成时域形式的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = f(t) + b_0 u(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (29)$$

其中:

$$f(t) = -\frac{x_1}{3(T_p + \Delta T_p)^2} - \frac{x_2}{T_p + \Delta T_p} - \frac{(T_p + \Delta T_p)}{3} y^{(3)} + w(t) + \frac{T_p k u^{(1)}}{3(T_p + \Delta T_p)^2} + (b - b_0)u, \quad (30)$$

$$b_0 = \frac{k_0}{3T_p^2}, \quad (31)$$

$$w(t) = 0.2\sin(0.1t), \quad (32)$$

其中  $w(t)$  是加入系统的外扰, 如负载扰动等.

控制的目标是使系统的输出  $y$  跟踪阶跃参考轨迹  $r$ . 为了减少设定值冲击, 采用线性 TD 安排过渡过程, 系统需要跟踪的参考轨迹为

$$\begin{cases} \dot{v}_1(t) = v_2(t), \\ \dot{v}_2(t) = v_3(t), \\ \dot{v}_3(t) = -\frac{3}{T_r}v_3 - \frac{3}{T_r}v_2 - \frac{1}{T_r^3}(v_1 - r). \end{cases} \quad (33)$$

选择线性 ESO

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1(z_1 - y), \\ \dot{z}_2 = z_2 - \beta_2(z_1 - y) + b_0 u(t), \\ \dot{z}_3 = -\beta_3(z_1 - y). \end{cases} \quad (34)$$

SEF 和补偿后的控制设计为

$$u_0 = -\gamma_1(z_1 - v_1) - \gamma_2(z_2 - v_2), \quad (35)$$

$$u = \frac{u_0 - z_3}{b_0}. \quad (36)$$

按照带宽法来整定控制系统参数, 选择 TD, ESO, SEF 和内环滤波器的参数分别为  $T_r = 0.5$ ,  $\beta_1 = 150$ ,  $\beta_2 = 7500$ ,  $\beta_3 = 125000$ ,  $\gamma_1 = 20$ ,  $\gamma_2 = 40$ ,  $T_f = 0.05$ , CADRC 的控制效果如图 9-10 所示.

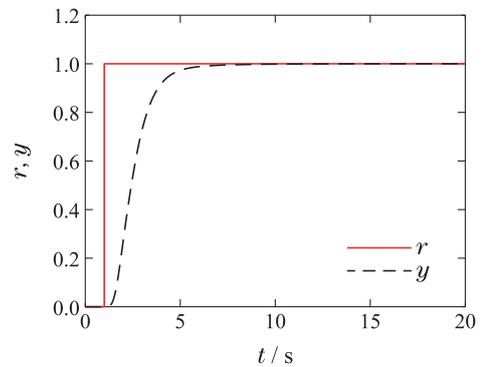


图 9 情况 1 输入和系统输出

Fig. 9 Reference and system output in Case 1

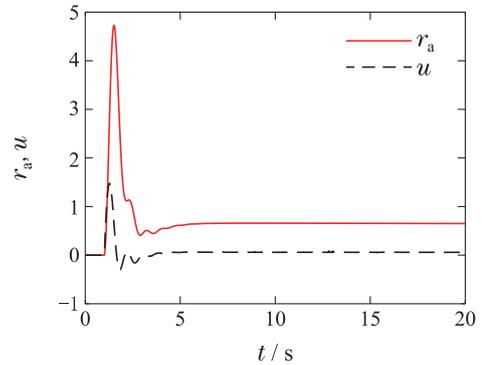


图 10 情况 1 外环控制输出和内环控制输出

Fig. 10 Out-loop controller output and inner-loop controller output in Case 1

从图 9 可以看出, 所设计的 CADRC 算法具有很好的控制效果, 对于被控对象传递函数中带有不确定性的高阶因子, 采用近似稳定零点和极点相消的原理把极点放在内环, 而把零点放在外环, 从而降低外环的相对阶, 达到外环可以用低阶 ADRC 控制的目的. 从图 10 可以看出, CADRC 跟经典 ADRC 相比, 外环控制输出  $r_a$  和内环控制输出  $u$  的曲线形状发生很大变化, 这就是从经典 ADRC 方法控制低阶被控对象到 CADRC 方法控制高阶被控对象所需要不同的控制量.

## 4.2 具有纯滞后环节的高阶系统串级自抗扰控制

考虑如下具有不确定性且有纯滞后的高阶系统(情况2):

$$G_p(s) = G_{p2}(s)G_{p1}(s) = e^{-\tau_{p2}s} \frac{400(s+1)k}{(s+6)^3(T_p s+1)} e^{-\tau_{p1}s}, \quad (37)$$

其中: 被控对象中的确定部分 $G_{p2}(s)$ 和不确定部分 $G_{p1}(s)$ 分别为

$$G_{p2}(s) = G_{p2-}(s)G_{p2+}(s) = \frac{400(s+1)}{(s+6)^3} e^{-\tau_{p2}s}, \quad (38)$$

$$G_{p1}(s) = \frac{k}{T_p s+1} e^{-\tau_{p1}s} \approx \frac{k}{(T_p s+1)(\tau_{p1}s+1)}. \quad (39)$$

$G_{p2}$ 由包含右半平面的零点和纯滞后环节的 $G_{p2+}$ 和最小相位部分的 $G_{p2-}$ 组成, 分别为

$$G_{p2+}(s) = e^{-\tau_{p2}s}, \quad (40)$$

$$G_{p2-}(s) = \frac{400(s+1)}{(s+6)^3}. \quad (41)$$

$G_{p1}$ 中的 $k$ ,  $T_p$ 和 $\tau_{p1}$ 具有不确定性, 略估计分别为 $k=1$ ,  $T_p=2$ 和 $\tau_{p1}=0.5$ , 仿真时取 $k=1.5$ ,  $T_p=2.5$ ,  $\tau_{p1}=1$ . 被控对象的纯滞后部分是一个在 $\tau_{p2}$ 和 $\tau_{p2}+\tau_{p1}$ 之间动态变化的时间, 符合实际工业应用场景, 把确定延时部分放在内环中, 而不确定部分放在外环中. 由于不确定延时一般比较小, 可以通过式(39)等效为惯性环节, 采用ADRC方法进行统一处理.

把 $G_{p1}$ 写成时域的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = f(t)+bu(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \quad (42)$$

其中:

$$b = \frac{k}{T_p \tau_{p1}}, \quad (43)$$

$$f(t) = -\frac{T_p + \tau_{p1}}{T_p \tau_{p1}} x_2 - \frac{1}{T_p \tau_{p1}} x_1 + w(t). \quad (44)$$

控制的目标是使系统的输出 $Y$ 跟踪阶跃参考轨迹 $R$ , 采用与式(33)相同的TD安排过渡过程、与式(34)相同的ESO来估计系统状态和总扰动、与式(35)和式(36)相同的SEF空置率和补偿控制.

由于存在纯延时环节, 为了保证稳定性需要降低闭环系统的带宽, 则TD的带宽也要相应地降低, 选择TD的 $T_r = 10$ ; 而ESO需要处理的部分与上节基本相同, 因此可以相同的 $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ); 但是由于被控

对象具有纯滞后环节, SEF的带宽要缩小,  $\gamma_1 = 0.2$ ,  $\gamma_2 = 0.4$ .

当无系统外部扰动, 即

$$w(t) = 0. \quad (45)$$

仿真如图11-13所示.

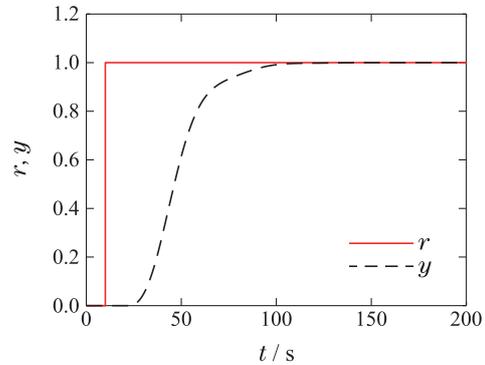


图 11 无外扰时输入和系统输出

Fig. 11 Reference and system output in Case 1 without outer disturbance

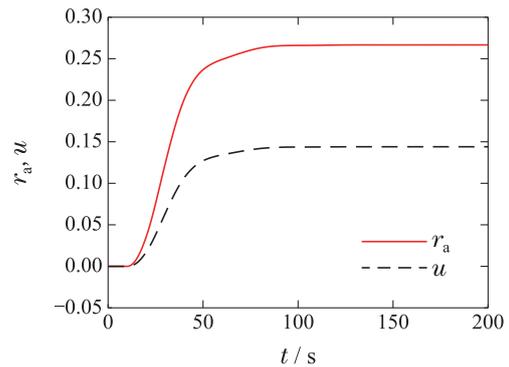


图 12 情况2无外扰外环控制输出和内环控制输出

Fig. 12 Out-loop controller output and inner-loop controller output in Case 2 without outer disturbance

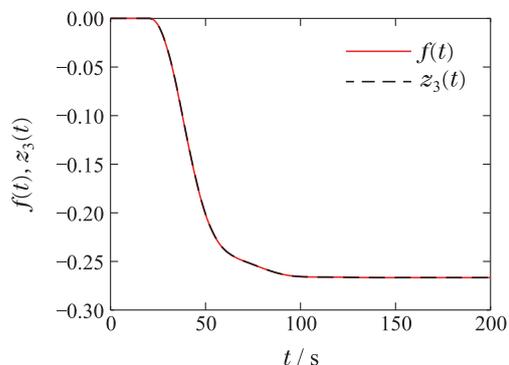


图 13 情况2无外扰总扰动及其估计

Fig. 13 Total disturbance and its estimator in Case 2 without outer disturbance

从图11可以看出, 所设计的CADRC算法控制效果良好, 从图12可以看出, CADRC跟经典ADRC相比, 外环控制输出 $r_a$ 、内环控制输出 $u$ 和虚拟的中间控制量 $u_a$ 的曲线形状发生很大变化, 从 $r_a$ 到 $u_a$ 信号变化有

一个纯延时过程, 到平衡点之后才能赶上. 图13说明 ESO能够较好地估计出总扰动.

当存在系统外部扰动为

$$w(t) = 0.2\sin(0.01t), \quad (46)$$

$w(t)$ 是一个与状态无关的慢变过程, 能够充分体现大滞后系统外扰的补偿过程, 仿真如图14–16所示.

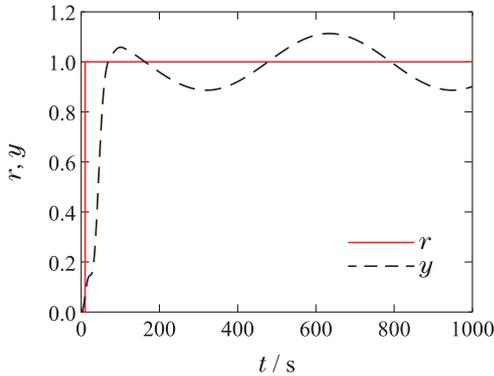


图 14 情况2有外扰时输入和系统输出

Fig. 14 Reference and system output in Case 2 with outer disturbance

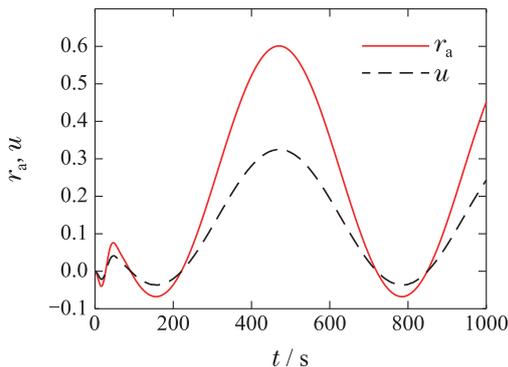


图 15 情况2有外扰时外环控制输出和内环控制输出

Fig. 15 Out-loop controller output and inner-loop controller output in Case 2 with outer disturbance

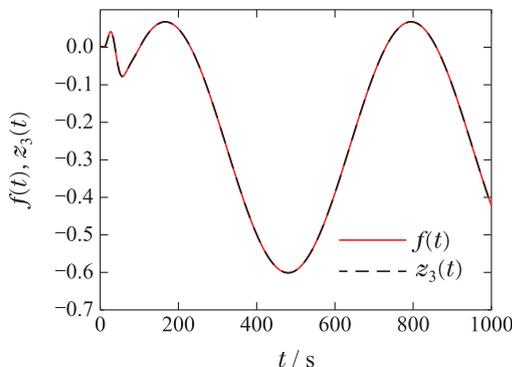


图 16 情况2有外扰时总扰动及其估计

Fig. 16 Total disturbance and its estimator in Case 2 with outer disturbance

从图14–16可以看出, 大滞后系统有周期外部扰动时, 尽管ESO能很好的估计出总扰动, 但是由于有纯

滞后的存在, ADRC并不能在及时补偿外部扰动, 而且由于闭环稳定裕度的问题, SEF的带宽(或者增益)也不能太大, 线性ADRC对外部扰动引起的输出波动有衰减, 从图14可知, 从式(38)的外扰幅值0.2变成了图14的约0.1的幅值, 但是衰减量比较有限, 还需要根据外部扰动的特点进行进一步的研究.

## 5 结论

随着ADRC的广泛应用, 作为一种通用的控制器和设计方法, ADRC面临的被控对象种类繁多, 本文应用低价ADRC来解决高阶系统的控制问题, 提出了CADRC的控制方法, 避免了应用高阶ADRC时参数不容易整定的问题, 该方法原理清晰, 参数整定的物理意义明确, 容易被工程师理解. 该方法虽然属于串级控制范畴, 但是并不需要增加传感器, 全部算法在计算机内部用软件实现, 不增加硬件成本, 用通用的PLC和工业组态软件即可实现, 方便推广应用.

ADRC是一个开放的体系, CADRC把经典ADRC中的 $b_0$ 系数扩展为一个已知的动态系统 $b_0(s)$ , 从而得到了双环控制系统结构, 外环实现了低价ADRC方法, 而内环的滤波器的选择和参数整定可以采用内模控制来实现. 内模控制依赖精确的系统模型, 在实践很难单独使用, ADRC处理系统不确定性的能力使得内模控制只需针对近似确定系统进行控制和整定参数, 当内模控制器的滤波器的带宽大于外环ADRC的带宽3倍以上时, 可以实现内外环在频率域上的解耦, 方便工程师现场调试控制回路. 对于大滞后被控过程, ESO虽然能够很好估计总扰动, 但是由于纯滞后的存在和闭环增益较小, 很难实现时间精准补偿, 采用非线性ADRC可能是一种可以尝试的方法, 此外还可以针对过程本身的特点采用有针对性的控制方法, 若已知或者在线辨识出了外部扰动的周期, 则可以结合重复学习控制来提高性能, 这是下一步的研究工作, ADRC与不同领域中具有不同特点的控制方法的结合也应该是ADRC发展的方向之一.

## 参考文献:

- [1] ASTROM K J, HAGGLUND T. The future of PID control. *Control Engineering Practice*, 2001, 9(11): 1163 – 1175.
- [2] HAN Jingqing, WANG Wei. Nonlinear tracking-differentiator. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1994, 14(2): 177 – 183.  
(韩京清, 王伟. 非线性跟踪—微分器. *系统科学与数学*, 1994, 14(2): 177 – 183.)
- [3] HAN Jingqing. Nonlinear state error feedback control law—NLSEF. *Control and Decision*, 1995, 10(3): 221 – 225.  
(韩京清. 非线性状态误差反馈控制律—NLSEF. *控制与决策*, 1995, 10(3): 221 – 225.)
- [4] HAN Jingqing. Structure of linear control systems and the feedback system computation. *Proceedings of National Control Theory and Applications*. Beijing: Science Press, 1981: 43 – 55.

- (韩京清. 线性控制系统的结构与反馈系统计算. 全国控制理论及其应用论文集. 北京: 科学出版社, 1981: 43 – 55.)
- [5] HAN Jingqing. The “extended state observer” of a class of uncertain systems. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85 – 88.  
(韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器. 控制与决策, 1995, 10(1): 85 – 88.)
- [6] HAN Jingqing. Auto-disturbances-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23.  
(韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [7] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [8] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498 – 1510.  
(高志强. 自抗扰控制思想探究. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 – 1510.)
- [9] GAO Zhiqiang. On the problem of information in engineering cybernetics. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2016, 36(7): 908 – 923.  
(高志强. 浅谈工程控制的信息问题. 系统科学与数学, 2016, 36(7): 908 – 923.)
- [10] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller-tuning. *Proceedings of the American Control Conference*. Denver: IEEE, 2003, 6: 4989 – 4996.
- [11] HUANG Y, XUE W, GAO Z, et al. Active disturbance rejection control: Methodology, practice and analysis. *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2014: 1 – 5.
- [12] GUO B Z, ZHAO Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty. *Systems and Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.
- [13] GUO B Z, ZHAO Z L. A nonlinear extended state observer based on fractional power functions. *Automatica*, 81: 286 – 296.
- [14] CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574 – 580.  
(陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.)
- [15] HUANG Y, XUE W C. Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963 – 976.
- [16] GAO Z Q. On the centrality of disturbance rejection in automatic control. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 850 – 857.
- [17] GAO Z Q. Engineering cybernetics: 60 years in the making. *Control Theory and Technology*, 2014, 12(2): 97 – 109.
- [18] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: From an enduring idea to an emerging technology. *Proceedings of the 10th International Workshop on Robot Motion and Control*. Poznan, Poland: IEEE, 2015: 269 – 282.
- [19] WU Z L, LI D H, XUE Y L, et al. Modified active disturbance rejection control for fluidized bed combustor. *ISA Transactions*, 102: 135 – 153.
- [20] GARCIA C E, MORARI M. Internal model control—1: A unifying review and some new results. *Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1982, 21(2): 308 – 323.
- [21] ZHAO S, GAO Z Q. Modified active disturbance rejection control for time-delay systems. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 882 – 888.

#### 作者简介:

**李向阳** 副教授, 目前研究方向为数据驱动控制、自抗扰控制、迭代学习控制和嵌入式系统, E-mail: xyangli@scut.edu.cn;

**高志强** 教授, 目前研究方向控制论和自抗扰控制方面的研究, E-mail: z.gao@ieee.org;

**田森平** 教授, 目前研究方向为迭代学习控制和数据驱动控制, E-mail: ausptian@scut.edu.cn;

**袁薇** 副教授, 目前研究方向为数据驱动控制和自抗扰控制方面的研究, E-mail: aiwei@scut.edu.cn.