基于扰动观测器补偿的机械臂非奇异快速终端滑模控制

孙国法,赵尔全[†],张国巨,黄鸣宇

(青岛理工大学信息与控制工程学院,山东青岛266525)

摘要:针对机械臂系统在实际应用中存在的建模误差及未知扰动问题,设计了一种基于扰动观测器的改进型非 奇异快速终端滑模控制策略.通过扰动观测器准确估计系统存在的总扰动,并设计恰当的非线性增益函数使扰动观 测误差指数收敛,实现了对控制器的前馈补偿.考虑到终端滑模存在的奇异性问题,结合扰动观测器设计了非奇异 快速终端滑模控制器,在保证跟踪误差有限时间收敛的同时抑制了滑模控制固有的抖振现象.同时在控制器设计过 程中,用fal函数代替sig函数有利于削弱滑模控制抖振,提高系统稳定性及跟踪精度.最后,利用MATLAB软件进行 实验仿真,验证了所设计控制器的有效性.

关键词: 机械臂控制; 非奇异快速终端滑模控制器; fal函数; 扰动观测器; 滑模控制; 有限时间收敛

引用格式: 孙国法, 赵尔全, 张国巨, 等. 基于扰动观测器补偿的机械臂非奇异快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1506 – 1515

DOI: 10.7641/CTA.2022.11191

Non-singular fast terminal sliding mode control of manipulator based on disturbance observe compensation

SUN Guo-fa, ZHAO Er-quan[†], ZHANG Guo-ju, HUANG Ming-yu

(School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong 266525, China)

Abstract: In order to solve the associated modeling error problems and the unknown disturbances in the robotic manipulator system, based on a disturbance observer, an improved non-singular fast terminal sliding mode control strategy is designed. By using the disturbance observer, the total disturbance of the system is accurately estimated, then appropriate gain functions are designed to enhance the exponential convergence of the disturbance observation error and achieve feedforward compensation for the controller. Considering the singularity problem in the terminal sliding mode, a non-singular fast terminal sliding mode controller is expressed based on the disturbance observer, which can guarantee the finite-time convergence of tracking errors and alleviate the effect of chattering of the controller output. Besides, in the process of controller design, this work uses fal function instead of sig function to reduce the chattering influence and improves the stability of the system and the tracking performance. Finally, by utilizing MATLAB software to conduct experimental simulation, the effectiveness of the proposed controller is further verified.

Key words: manipulator control; non-singular fast terminal sliding mode controller; fal function; disturbance observer; sliding mode control; finite-time convergence

Citation: SUN Guofa, ZHAO Erquan, ZHANG Guoju, et al. Non-singular fast terminal sliding mode control of manipulator based on disturbance observe compensation. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1506 – 1515

1 引言

工业现代化的快速发展得益于工业机器人技术的 出现与应用,机械臂作为工业机器人的一个分支已大 规模应用于工业、军事、医疗、航天等领域中.因此, 对于机械臂控制系统的研究越来越受到学者们的重 视^[1].由于机械臂系统是一类多变量、非线性、强耦合 现象严重的复杂动态系统^[2-3],在实际机械臂控制过 程中会受到未知扰动、内部摩擦、建模误差等不确定 因素的影响,导致难以建立精确的机械臂动力学模型, 增加了机械臂轨迹跟踪控制的难度^[4-5].因此,为得到 具有高精度、强稳定性和快速收敛的轨迹跟踪效果, 引入控制算法设计具有一定鲁棒性的控制器对机械

收稿日期: 2021-12-07; 录用日期: 2022-04-13.

[†]通信作者. E-mail: zhaoerquan1213@163.com; Tel.: +86 17860716598.

本文责任编委: 龙离军.

国家自然科学基金项目(61703224, 61640302)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703224, 61640302).

臂控制系统的研究具有重要的理论和实际意义.

针对机械臂系统存在的复杂控制问题,为能够实 现高精度的跟踪性能,目前,学者们已经提出了许多 的控制方法用于机械臂系统的控制中. 文献[6]针对滑 模PID控制(proportional integral derivative sliding mode control, SMCPID). 设计了一种新的趋近律与等速 趋近律和指数趋近律在轨迹跟踪、干扰抑制和质量不 确定性3个方面进行了研究比较,实验结果表明新提 出的趋近律性能明显优于其他趋近律.针对比例-积 分-微(proportion-integral-differential, PID)控制器在 机械臂控制系统中存在轨迹跟踪速度缓慢、位姿误差 大的问题,设计了一种自适应鲁棒控制方法,与传统 控制器相比,具有很好的可行性和可移植性[7-8].为解 决机械臂系统轨迹跟踪初始误差大、到达稳态时间长 的问题提出一种基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络控制方法[9]. 袁凯等[10]针对水下机 械臂系统存在的非线性和复杂性问题,设计了模糊 RBF神经网络控制器,为提高系统控制精度,减小稳 态误差提供了一种有效控制方法. 在机械臂控制系统 研究中存在模型不确定性和外部干扰的影响,学者们 给出了一种基于RBF神经网络的终端滑模鲁棒控制 策略,利用RBF神经网络较强的逼近能力来准确估计 外部干扰,设计新的终端滑模鲁棒控制器来抑制抖振 现象[11-12]. 由于传统滑模控制只能保证状态变量达 到渐近稳定, 而终端滑模控制 (terminal sliding mode control, TSMC)可以使状态变量在有限时间内收敛 到平衡点,具有更快的响应速度、高精度和强鲁棒 性[13-14]. 为解决终端滑模控制与快速终端滑模控制 (fast terminal sliding mode control, FTSMC)存在的奇 异性问题,提出了非奇异终端滑模控制(nonsingular terminal sliding mode control, NTSMC) 策略^[15-17]. 考 虑到非奇异终端滑模控制存在系统状态在远离平衡 点时收敛速度慢的问题,学者们提出了将快速终端滑 模控制和非奇异终端滑模控制相结合的控制策略,设 计了一种非奇异快速终端滑模控制 (nonsingular fast terminal sliding mode control, NFTSMC访法^[18-22], 解 决了非奇异终端滑模收敛速度慢与快速终端滑模控 制存在的奇异问题.由于在实际机械臂控制系统中, 存在许多物理参数不确定信息,仅使用非奇异快速终 端滑模控制器控制机械臂系统得到的轨迹跟踪效果 有限.

针对机械臂控制系统采用传统终端滑模控制方法 出现的奇异性现象与状态跟踪误差收敛速度慢的问 题,以及非奇异快速终端滑模控制器设计中带来的 "抖振"问题,本文研究了一种基于扰动观测器补偿的 非奇异快速终端滑模控制方法.

主要贡献性工作为:1)将机械臂系统中存在的总 未知干扰,利用扰动观测器进行精确地估计,并将估 计值作为反馈信号为控制器提供补偿,能够有效抑制 扰动产生的轨迹跟踪误差,使跟踪误差在有限时间内 收敛到零,提高系统的跟踪性能,增强系统的抗扰动 能力;2)构造非奇异快速终端滑模面,使用符号函数 与绝对值幂次乘积的形式来替代单一的幂次函数形 式,避免系统出现奇异性问题,相比于文献[21,23],解 决了控制器奇异性问题的同时可以得到有限时间稳 定的结果,保证系统控制的收敛速度和瞬态响应性能, 具有较强的鲁棒性;3)结合扰动观测器与非奇异快速 终端滑模控制方法,构建基于扰动观测器补偿的非奇 异快速终端滑模控制器,通过引入非线性函数fal(·) 函数来代替sig(·)函数,进一步削弱抖振问题的同时 实现了各关节对期望跟踪轨迹的快速高精度跟踪,相 比较于文献[24]中的控制器,提高了跟踪误差在有限 时间收敛到零的速度.

2 机械臂动力学模型

利用Lagrange动力学等式(1)建立机械臂系统的动力学方程^[25],即

$$\begin{cases} L(q, \dot{q}) = K - P, \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \ i = 1, 2 \cdots n, \end{cases}$$
(1)

式中: L为拉格朗日函数, K, P为系统总动能与总势能; q_i 为关节角位置, \dot{q}_i 为关节角速度, τ_i 为作用在第i个关节上的力矩.

考虑到机械臂系统中存在的建模误差和未知干扰, 将上式进行分解简化,机械臂系统动力学方程可以写 成如下形式:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + \xi,$$
 (2)

式中: $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为机械臂系统的对称正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示机械臂系统的向心力和哥氏力矩阵; $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为机械臂系统的重力矩阵; $\xi = \tau_d - E_M - E_C - E_G$ 为机械臂系统总未知干扰; E_M , E_C , E_G 为机械臂系统建模误差; τ_d 为机械臂未知时变干扰; $q = [q_1 \ q_2]^T \in \mathbb{R}^n$, $\dot{q} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T \in \mathbb{R}^n$ 分别为机械臂系统关节角位置、角速度和角加速度向量; $\tau \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为控制输入转矩.

为实现后续控制策略的设计提出如下假设:

假设1 机械臂系统期望关节角位置、角速度是已知的,系统实际位置、速度轨迹及一阶导数是可测的,且连续有界.

假设2 总未知干扰满足连续可微且有界,即 $\|\dot{\xi}\| \leq \dot{Z}_{\xi}, 其中\dot{Z}_{\xi} = [\dot{Z}_{\xi 1} \ \dot{Z}_{\xi 2}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n}$ 为一阶导数上界.

注1 总未知干扰 ξ由外部扰动跟建模误差组成,建 模误差主要由机械臂自身和载荷的变化产生,由于惯性矩 *M*(*q*)、向心力和哥氏力矩阵*C*(*q*,*q*)、重力矩阵*G*(*q*)、及机械 臂运行轨迹q均有界可导,且一阶导有界(满足假设1),模型外部扰动主要由机械臂与外界之间的交互力产生,在系统运行初始时刻或运行阶段的一个极小时刻内,交互力的微分可能不存在或数值极大,但由于其作用时间极短,所以仅对作用时间内的总未知干扰估计值或跟踪误差产生影响,不会影响系统总体收敛性.

令 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}, 则式(2)$ 可通过以下状态空间 形式描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1) \left(\tau - C(x_1, x_2) x_2 - G(x_1) \right) + \\ M^{-1}(x_1) \xi, \\ y = x_1. \end{cases}$$
(3)

3 扰动观测器设计

由于机械臂实际控制系统中存在外部扰动和不确 定性,会降低机械臂系统的控制精度.为减弱外部扰 动对机械臂系统的影响,将机械臂动力学模型与扰动 观测器相结合,利用扰动观测器逼近系统扰动,并与 实际扰动做差,通过修正扰动估计值来达到扰动误差 趋近于零的目的.因此为了估计扰动,机械臂扰动观 测器设计为

$$\hat{\xi} = l(x)(M(x_1)\dot{x}_2 + C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) - \tau - \hat{\xi}), \qquad (4)$$

式中: $l(x) = \text{diag}\{l_{11}, l_{12}, \cdots, l_{1n}\} > 0$ 为非线性增益矩阵, $\hat{\xi}$ 为 ξ 的观测估计值. 由于需要状态的角加速度信号,上述干扰观测器无法实现,而利用速度信号求微分来获取加速度信号会引入噪声造成系统的不稳定,为此:

步骤1 构造辅助函数^[26], 定义观测器内部状态 变量为

$$\zeta = \hat{\xi} - h(x),\tag{5}$$

其中: $\zeta \in \mathbb{R}^n$ 是观测器内部状态变量, $h(x) \in \mathbb{R}^n$ 为待设计函数向量, 为避免引入加速度信号, 扰动观测 增益矩阵l(x)与h(x)存在如下关系:

$$l(x)M(x_1)\dot{x}_2 = \frac{\mathrm{d}h(x)}{\mathrm{d}x}.$$
 (6)
步骤 2 设计扰动观测器结构. 由式(4)–(6)得

$$\dot{\zeta} = l(x) \left(C(x_1, x_2) x_2 + G(x_1) - \tau - \zeta - h(x) \right).$$
(7)

对上述观测器进行修改后,得到无加速度的扰动 观测器为

$$\begin{cases} \xi = \zeta + h(x), \\ \dot{\zeta} = -l(x)\zeta + l(x)(C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1)) \\ \tau - h(x)). \end{cases}$$

步骤 3 设计观测器增益与待设计函数. 定义扰

动观测器的观测误差

$$z = \xi - \hat{\xi}.$$
 (9)

由式(5)-(9)得观测器误差动态方程为

$$\dot{z} = \dot{\xi} - \dot{\hat{\xi}} = \dot{\xi} - l(x)\xi + l(x)\hat{\xi}.$$
 (10)

由于在实际情况下无干扰微分的先验知识, 故假 设 ξ 相对于扰动观测器的特性变化是缓慢的, 即 $\dot{\xi}=0$, 则误差动态方程为

$$\dot{z} + l(x)z = 0, \tag{11}$$

式中: 取非线性增益矩阵 $l(x) = \tilde{\rho}^{-1}M^{-1}(x_1), \tilde{\rho}^{-1}$ 为可逆矩阵, 带入式(6)求积分得

$$h(x) = \tilde{\rho}^{-1} \dot{q}. \tag{12}$$

为实现通过调节增益l(x)使扰动观测值 $\hat{\xi}$ 逼近总 未知干扰 ξ ,使观测器误差z可以按指数收敛到零,实 现对 ξ 的准确估计,保证观测器的稳定性,构建如下 Lyapunov函数:

$$V_{\rm DO} = z \tilde{\rho}^{\rm T} M(x_1) \tilde{\rho} z, \qquad (13)$$

由式(11)得

$$\begin{cases} \dot{z} = -\tilde{\rho}^{-1}M^{-1}(x_1) z, \\ \dot{z}^{\mathrm{T}} = -z^{\mathrm{T}}M^{-\mathrm{T}}(x_1)\,\tilde{\rho}^{-1}, \end{cases}$$
(14)

则,对VDO求导并简化得到

$$\dot{V}_{\rm DO} = -z^{\rm T}\tilde{\rho}z - z^{\rm T}\tilde{\rho}^{\rm T}z + z^{\rm T}\tilde{\rho}\dot{M}(x_1)\tilde{\rho}^{\rm T}z = -z^{\rm T}z(\tilde{\rho} + \tilde{\rho}^{\rm T} - \tilde{\rho}\dot{M}(x_1)\tilde{\rho}^{\rm T}).$$
(15)

要确保 $\dot{V}_{DO} < 0$,为负定的,则假定存在一个对称 正定矩阵 $\varpi > 0$,使

$$\tilde{\rho} + \tilde{\rho}^{\mathrm{T}} - \tilde{\rho}\dot{M}(x_1)\,\tilde{\rho}^{\mathrm{T}} \geqslant \varpi \tag{16}$$

成立. 由于非线性项的存在, $\tilde{\rho}$ 可采用线性矩阵不等式 (LMI)求解得到.

注 2 在不等式(16)两边分别乘以 $\tilde{\rho}^{-T} = \tilde{\rho}^{-1}$,可以得 到 $\tilde{\rho}^{-T} + \tilde{\rho}^{-1} - \tilde{\rho}^{-T} \varpi \tilde{\rho}^{-1} \ge \dot{M}(x_1)$,存在 $\psi > 0$ 满足 $\|\dot{M}(x_1)\| \le \psi$,则有 $\dot{M}(x_1) \le \psi I_n$,因此不等式变换为 $\tilde{\rho}^{-T} + \tilde{\rho}^{-1} - \psi I_n - \tilde{\rho}^{-T} \varpi \tilde{\rho}^{-1} \ge 0$ (I_n 为单位矩阵),根据Schur补定理转换为矩阵

$$\begin{bmatrix} \tilde{\rho}^{-\mathrm{T}} + \tilde{\rho}^{-1} - \psi I_n & \tilde{\rho}^{-\mathrm{T}} \\ \tilde{\rho}^{-1} & \varpi^{-1} \end{bmatrix} \ge 0$$

形式,通过LMI工具箱求解出 $\tilde{\rho}$.

4 非奇异快速终端滑模控制器设计

控制器设计目标:设计反馈控制律τ,使机械臂系 统的关节角位置q能在限时间内快速准确的跟踪期望 轨迹q*.机械臂系统控制框图如图1所示.

机械臂关节跟踪误差用e表示, 定义为

$$\begin{cases} e(t) = q - q^*, \\ \dot{e}(t) = \dot{q} - \dot{q}^*. \end{cases}$$
(17)





为了避免机械臂系统的奇异问题,保证系统的全局收敛时间.通过引入符号函数与绝对值幂次的乘积形式,避免复数形式的出现,从而克服系统的奇异问题.因此,设计非奇异快速终端滑模面函数为

$$\sigma(t) = e + \Lambda_1 \operatorname{sig}^{\gamma_1}(e) + \Lambda_2 \operatorname{sig}^{\gamma_2}(\dot{e}).$$
(18)

等式中涉及的矩阵有

$$\begin{cases} \gamma_1 = \operatorname{diag}\{\gamma_{11}, \gamma_{12}, \cdots, \gamma_{1n}\}, \\ \gamma_2 = \operatorname{diag}\{\gamma_{21}, \gamma_{22}, \cdots, \gamma_{2n}\}, \\ \Lambda_1 = \operatorname{diag}\{\Lambda_{11}, \Lambda_{12}, \cdots, \Lambda_{1n}\}, \\ \Lambda_2 = \operatorname{diag}\{\Lambda_{21}, \Lambda_{22}, \cdots, \Lambda_{2n}\}, \end{cases}$$

其中: 非奇异快速终端滑模面参数满足 $\Lambda_{1i}>0, \Lambda_{2i}>0, 1<\gamma_{2i}<2, \gamma_{1i}>\gamma_{2i}, i=1,2,\cdots,n; sig^{\gamma_1}(e)定义为: sig^{\gamma_1}(e)=diag\{sgn(e)\}|e|^{\gamma_1}=[sig^{\gamma_{11}}(e_1) sig^{\gamma_{12}}(e_2) \cdots sig^{\gamma_{1n}}(e_n)], sgn(\cdot)为标准符号函数, sig^{\gamma_2}(e)可以 相应的定义. 在整个机械臂系统滑动阶段<math>\sigma(t)=0,$ 可以得到

$$\operatorname{sig}(\dot{e}) = -(\Lambda_2^{-1}e + \Lambda_1 \Lambda_2^{-1} \operatorname{sig}^{\gamma_1}(e))^{1/\gamma_2}.$$
 (19)

当机械臂系统跟踪误差在平衡点附近时,即 $|e_i| \leq$ 1时,滑模面中存在的高阶项可以被忽略,即 $|e|^{\gamma_1}$ 趋近 于零,则滑模面 $\sigma(t) = e + \Lambda_2 \operatorname{sig}^{\gamma_2}(\dot{e}), \dot{e} \approx -\Lambda_2^{-1/\gamma_2} e^{1/\gamma_2},$ 由于 $1/\gamma_2 < 1$,系统具有较快的收敛速度;当机械臂系 统跟踪误差离平衡点较远时,即 $|e_i| > 1$ 时,此时,机械 臂系统的收敛时间主要由非奇异快速终端滑模面函 数中的高阶项起主导作用.因此,滑模面函数式变化 为 $\sigma(t) = e + \Lambda_1 \operatorname{sig}^{\gamma_1}(e),$ 此时 $\dot{e} \approx -\Lambda_2^{-1/\gamma_2} \Lambda_1^{-1/\gamma_2} e^{\gamma_1/\gamma_2},$ 由于 $\gamma_1/\gamma_2 > 1$,状态变量仍具有较大的收敛速度.两 部分共同保证了机械臂系统全局能够在较短时间内 快速准确的收敛.

对式(18)求导得

$$\dot{\sigma}(t) = \dot{e} + \Lambda_1 \gamma_1 \operatorname{diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} \cdot \dot{e} +$$

式中

$$\begin{cases} \gamma_1 \operatorname{diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} \cdot \dot{e} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\operatorname{sig}^{\gamma_1}(e)), \\ \gamma_2 \operatorname{diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot \ddot{e} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\operatorname{sig}^{\gamma_2}(\dot{e})). \\ & \text{blukters in the state of th$$

 $\Lambda_2 \gamma_2 \cdot \operatorname{diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot \ddot{e},$

依据所选取的滑模面,控制器设计为

$$\tau = \tau_{\rm eq} + \tau_{\rm est}, \qquad (22)$$

其中: τ_{eq} 是机械臂系统到达滑模面 $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ 时, 得到的等效控制器. τ_{est} 为鲁棒控制器, 用来消除机械臂 建模误差和外部扰动对系统控制品质造成的影响.

将式(21)带入式(20)得等效控制器为

$$\tau_{\rm eq} = M(q)\ddot{q}^* + G(q) + C(q, \dot{q})\dot{q} - \hat{\xi} - \Lambda_2^{-1} \cdot \gamma_2^{-1}M(q)(\Lambda_1\gamma_1 {\rm diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} + I_n) \cdot {\rm sig}^{2I_n - \gamma_2}(\dot{e}),$$
(23)

式中: $\hat{\xi}$ 作为扰动观测器估计值, 在有限时间内可以收敛到 ξ , 使观测误差z = 0.

鲁棒控制器设计为

$$\tau_{\rm est} = -M(q)(m\sigma + n {\rm sig}^{\hbar}(\sigma)), \qquad (24)$$

式中:

$$\begin{cases} m = \text{diag} \{m_1, m_2, \cdots, m_n\} > 0, \\ n = \text{diag} \{n_1, n_2, \cdots, n_n\} > 0, \\ 0 < \hbar = \text{diag} \{\hbar_1, \hbar_2, \cdots, \hbar_n\} < 1. \end{cases}$$

故完整的非奇异快速终端滑模控制器为

$$\tau = M(q)\ddot{q}^* + G(q) + C(q,\dot{q})\dot{q} - \hat{\xi} - \Lambda_2^{-1} \cdot$$
$$\gamma_2^{-1}M(q)(\Lambda_1\gamma_1 \operatorname{diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} + I_n) \cdot$$
$$\operatorname{sig}^{2I_n - \gamma_2}(\dot{e}) - M(q)(m\sigma + n\operatorname{sig}^{\hbar}(\sigma)), \quad (25)$$

控制器中角位置跟踪误差e及角速度跟踪误差e的指数项都大于零,避免出现奇异现象,使系统具有非奇异特性.

为使状态变量在滑模面上趋近于原点前进一步削 弱运动轨迹的抖振,控制器采用幂次函数 $fal(\sigma, \alpha, \delta)$ 来替代 $sig(\sigma)$ 函数,对系统做平滑处理, $fal(\sigma)$ 函数表 达式为

$$\operatorname{fal}(\sigma, \alpha, \delta) = \begin{cases} |\sigma|^{\alpha} \operatorname{sgn}(\sigma), \ |\sigma| > \delta, \\ \sigma/\delta^{1-\alpha}, \quad |\sigma| \leqslant \delta, \end{cases}$$
(26)

式中: α , δ 均为设计参数, 其中0 < α < 1为影响跟踪 速度的常数; 0 < δ < 1为影响滤波效果的常数^[27].下 图 2 所示为 fal(σ) 函数与符号函数 sig(σ), 饱和函数

1509

(20)

sat(σ), 连续函数theta(σ), 反正切函数atan(σ), 双 曲正切函数tanh(σ)的运动轨迹比较曲线. 从图中可 以看出fal(σ)函数曲线响应速度较快, 能够快速趋近 于1, 具有快速收敛的优点, 对于抑制输入抖振提高系 统动态响应过程的收敛速度具有重要作用.



Fig. 2 Motion trajectory of switching function

则式(25)转换为

$$\tau = M(q)\ddot{q}^* + G(q) + C(q, \dot{q})\dot{q} - \hat{\xi} - \Lambda_2^{-1} \cdot \gamma_2^{-1}M(q)(\Lambda_1\gamma_1 \operatorname{diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} + I_n) \cdot \operatorname{sig}^{2I_n - \gamma_2}(\dot{e}) - M(q)(m\sigma + n\operatorname{fal}^{\hbar}(\sigma)).$$
(27)

证 选取Lyapunov函数为 V_{NFTSM} =1/2 $\sigma^{\text{T}}\sigma$,求导后将式(20)–(21)代入得

$$\dot{V}_{\rm NFTSM} = \sigma^{\rm T} \dot{\sigma} = \sigma^{\rm T} (\dot{e} + \Lambda_1 \gamma_1 {\rm diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} \cdot \dot{e} + \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot \ddot{e}) = \sigma^{\rm T} [\dot{e} + \Lambda_1 \gamma_1 {\rm diag}\{|e|^{\gamma_1 - I_n}\} \cdot \dot{e} + \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot M^{-1}(q)(\tau + \xi - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - M(q)\ddot{q}^*)],$$
(28)

将式(27)代入上式得

$$\dot{V}_{\rm NFTSM} = -\sigma^{\rm T} \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot (m\sigma + n {\rm fal}^{\hbar}(\sigma) - M^{-1}(q)z), \quad (29)$$

进一步转化为如下两种形式:

$$\dot{V}_{\rm NFTSM} = -\sigma^{\rm T} \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot [(m - {\rm diag}\{M^{-1}(q)z\} \cdot {\rm diag}^{-1}(\sigma)) \cdot \sigma n {\rm fal}^{\hbar}(\sigma)], \qquad (30)$$
$$\dot{V}_{\rm NFTSM} = -\sigma^{\rm T} \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n}\} \cdot$$

$$\{m\sigma + [n - \operatorname{diag}\{M^{-1}(q)z\} \cdot \\ \operatorname{diag}^{-1}(\operatorname{fal}^{\hbar}(\sigma))] \cdot \operatorname{fal}^{\hbar}(\sigma)\}.$$
(31)

因此,设整个机械臂控制系统的正定标量函数 为V=V_{DO}+V_{NFTSM},由于在有限时间内观测误差z

可以收敛到零. 故
$$V_{\rm DO} = 0.$$
 则

$$\dot{V} = \dot{V}_{\rm NFTSM} \leqslant -\sigma^{\rm T} \Lambda_2 \gamma_2 {\rm diag}\{ |\dot{e}|^{\gamma_2 - I_n} \} (\dot{m}\sigma + n {\rm fal}^{\hbar}(\sigma)),$$
(32)

令 $\Lambda_2\gamma_2 \operatorname{diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2-I_n}\}m = \ell_1, \Lambda_2\gamma_2 \operatorname{diag}\{|\dot{e}|^{\gamma_2-I_n}\}n$ = $\ell_2 \pm \ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 均为正定对角矩阵,则式(32)变换为

$$\dot{V} \leqslant -\sigma^{\mathrm{T}} \ell_1 \sigma - \sigma^{\mathrm{T}} \ell_2 \mathrm{fal}^{\hbar}(\sigma).$$
 (33)

引理1 对于任意的 $x_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$,以及 实数0 < $\phi \leq 1$,则有以下不等式成立^[28]:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|\right)^{\phi} \leqslant \sum_{i=1}^{n} |x_i|^{\phi} \leqslant n^{1-\phi} \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|\right)^{\phi}.$$
 (34)

引理2 对于任意正常数有 $0 < \vartheta < 1, \Theta_1 > 0,$ $\Theta_2 > 0,$ 存在连续正定函数V(t), 当t > 0时, 满足微 分不等式^[29]

$$\dot{V}(t) \leqslant -\Theta_1 V(t) - \Theta_2 V^{\vartheta}(t). \tag{35}$$

那么,以下属性成立:

1) 系统的初始点是有限时间稳定的;

2) 有限时间 t_r 存在上界, 使V(t)在有限时间 t_r 内收敛到 V_0 , 满足

$$t_r \leqslant \left[1/\Theta_1(1-\vartheta)\right] \ln \frac{\Theta_1 V^{1-\vartheta}(0) + \Theta_2}{\Theta_2}.$$
 (36)

由引理1,不等式(33)进一步转化为

$$\dot{V} \leqslant -2\lambda_1 V - 2^{(\hbar+1)/2}\lambda_2 V^{(\hbar+1)/2},$$
 (37)

式中: $\lambda_1 = \min(\ell_1), \lambda_2 = \min(\ell_2),$ 分别为 ℓ_1 和 ℓ_2 的最小特征值.

注3 如文献[30]所述,可以发现带有误差导数绝对值 幂次方的矩阵可以求得其最小特征值,本文推导的Lyapunov 微分形式满足下一步有限时间稳定性证明条件.

为证明平衡点是稳定的,据有限时间稳定性的定义^[31],即在任何 $\dot{e}_i \neq 0$ 的情况下,跟踪误差e将在有限时间内沿滑模面(18)收敛到平衡点,有限时间 T_r 由下式给出:

$$T_{\rm r} \leqslant \frac{1}{\lambda_1(1-\hbar)} \ln(\frac{2\lambda_1 V^{(1-\hbar)/2} + 2^{(\hbar+1)/2}\lambda_2}{2^{(\hbar+1)/2}\lambda_2}) \leqslant \frac{1}{\lambda_1(1-\hbar)} \ln(\frac{\lambda_1 V^{(1-\hbar)/2} + 2^{(\hbar-1)/2}\lambda_2}{2^{(\hbar-1)/2}\lambda_2}).$$
(38)

由Lyapunov稳定性判据可知,所设计的滑模控制器是渐近稳定的.械臂系统的输出跟踪误差e将在有限时间沿滑模面收敛到零.

5 仿真分析

为验证所提控制方法的有效性,将所设计的控制 方法应用于二自由度刚性机械臂轨迹跟踪控制系统 中,建立一个两自由度机械臂平面模型作为仿真对象 如图3所示.



Fig. 3 Model of two degrees of freedom manipulator

图中: *κ*₁, *κ*₂为机械臂连杆长度; *m*₁, *m*₂为连杆质 量; *J*₁, *J*₂为机械臂惯性力. 机械臂动力学方程中所涉 及的矩阵

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \ C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix},$$
$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix}, \ \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \ \tau_d = \begin{bmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{cases} M_{11} = (m_1 + m_2)\kappa_1^2 + m_2\kappa_2^2 + 2\kappa_1\kappa_2m_2 \cdot \cos q_2 + J_1, \\ M_{12} = M_{21} = m_2\kappa_2^2 + m_2\kappa_1\kappa_2\cos q_2, \\ M_{22} = \kappa_2^2m_2 + J_2, \\ C_{11} = -m_2\kappa_1\kappa_2(\sin q_2)\dot{q}_2, \\ C_{12} = -m_2\kappa_1\kappa_2(\sin q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ C_{21} = m_2\kappa_1\kappa_2(\sin q_2)\dot{q}_1, \\ C_{22} = 0, \\ G_{21} = m_2g\kappa_2\cos(q_1 + q_2), \\ G_{11} = (m_1\kappa_2 + m_2\kappa_1)g\cos q_1 + m_2\kappa_2g \cdot \cos(q_1 + q_2). \end{cases}$$

控制器(27)中的仿真参数选取步骤如下所示:

步骤4 根据机械臂非奇异快速终端滑模控制器的设计原理,首先给出了控制器各参数首次出现时的物理意义及取值范围,如:1<*γ*_{2i}<2,*γ*_{1i}>*γ*_{2i}等.

步骤 5 通过分析不同参数对所设计有限时间 滑模收敛的影响,兼顾考虑收敛速度、响应时间、曲线 平滑程度等影响,选取参数在仿真1中与其他滑模面 做对比.为保证系统稳定性,在进行有限时间稳定性 分析证明时,依据文献[28]对具体参数进行限制.

步骤 6 因此,为得到理想的跟踪特性,控制器 参数的选择都是在步骤1,2允许范围内进行,然后通 过多次仿真实验,观察跟踪误差效果来确定最佳参数, 直到获取最佳效果.机械臂物理参数特性及控制器、

观测器参数的具体设计如表1所示.

表 1 参数设计表	
-----------	--

|--|

参数	数值	参数	数值
m_1	1 kg	κ_1	0.4 m
m_2	1 kg	κ_2	0.2 m
m	diag{10, 10}	Λ_1	diag{6, 6}
n	diag{0.4, 0.4}	Λ_2	$diag\{5,5\}$
γ_1	diag{3, 3}	J_1	$5 (\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2)$
γ_2	diag{1.6, 1.6}	J_2	$5 (\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2)$
g	$9.8 (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$	ħ	$diag\{0.1, 0.1\}$
$\tilde{ ho}$	diag{0.008, 0.0096}		

机械臂系统初始关节角位置取为 $q = [0.1 \ 0.1]^{\mathrm{T}}$, 初始关节角速度为 $\dot{q} = [0 \ 0]^{\mathrm{T}}$, $E_M = 0.2M$, $E_C = 0.2C$, $E_G = 0.2G$, 受到的外界干扰参数取为 $\tau_d = [0.5 \sin(\pi t) \ 0.5 \cos(\pi t)]^{\mathrm{T}}$, 两关节期望轨迹取为 $q^* = [q_1^* \ q_2^*] = [0.5 \sin(\pi t) \ \sin(\pi t)]^{\mathrm{T}}$.

5.1 收敛性比较

为验证本文所采用滑模面的优越性,首先假设扰动 *d_i* = 0时,与文献[21]中的终端滑模面(TSMC)、非奇异终端滑模面(NTSMC)及文献[23]中的快速终端滑模面(FTSMC)来对闭环控制作比较.

TSMC:

$$\sigma_1 = \dot{x} + \Lambda_1 \operatorname{sig}^{\hbar}(x). \tag{39}$$

NTSMC:

$$\sigma_2 = x + \Lambda_1 \operatorname{sig}^{\hbar}(\dot{x}). \tag{40}$$

FTSMC:

$$\sigma_3 = \dot{x} + x + \Lambda_1 \operatorname{sig}^n(x). \tag{41}$$

为体现仿真的公平性滑模参数的取值与本文相同, 当初始状态取不同的初始值*x*(0) = 10, *x*(0) = 100 时,在不同滑模面上的收敛响应曲线如图4所示.





从图4中可以看出在不同初始条件下NFTSMC相 比较其他3种滑模面具有较快的收敛速度,系统状态 *x*(*t*)能够更快的收敛到平衡状态.为验证NFTSMC在 扰动条件下的收敛性能,在第2次仿真中假设加入扰 动信号 $d_1 = \sin(t+1)$ 与 $d_2 = 2\sin(t+3)$ 情况下的 系统响应曲线如图5所示.





Fig. 5 Convergence response curve of the system state x for $d_i \neq 0$

由图5系统状态在扰动作用下的收敛曲线可知,本 文所采用的NFTSMC在不同扰动条件下,仍能够保证 快速的收敛速度和响应时间,具备一定的抗扰动能力, 有较强的鲁棒性.

5.2 控制器比较

为验证本文所设计控制方法的有效性,仿真实验与NTSMC,基于扰动观测器补偿的滑模控制(sliding mode control, SMC)及基于模型补偿的比例微分(proportional differential, PD) 控制进行比较:

1) 控制器1:为了突出改进的NFTSMC对抖振的 消除效果,基于非奇异终端滑模面构建滑模控制器, 记为NTSMC,滑模面和控制器分别为

$$\begin{cases} \sigma_{1} = e + \operatorname{sig}^{\gamma_{2}}(\dot{e}), \\ \tau_{1} = M(q)\ddot{q}^{*} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) - \\ \frac{1}{\gamma_{2}}M(q)\Xi^{-1}\operatorname{sig}^{1/3}(\dot{e}) - \\ \frac{\left(\sigma_{1}^{\mathrm{T}}\Xi\operatorname{diag}\{\dot{e}^{\gamma/2-1}\}M^{-1}(q)\right)^{\mathrm{T}}}{\|\sigma_{1}^{\mathrm{T}}\Xi\operatorname{diag}\{\dot{e}^{\gamma_{2}-1}\}M^{-1}(q)\|^{2}} \cdot \\ [\|\sigma_{1}\|\cdot\|\Xi\operatorname{diag}\{\dot{e}^{\gamma/2-1}\}M^{-1}(q)\| \cdot \\ (1+2\|q\|+3\|\dot{q}\|^{2})]. \end{cases}$$

$$(42)$$

式中: $\Xi = \text{diag}\{150, 150\}, 参数\gamma_2$ 的取值与NFTS-MC相同.

2) 控制器2: 为了体现出NFTSMC的控制效果,构 建采用基于扰动观测器补偿的SMC,记为SMC,该控 制器的滑模面和控制器分别为

$$\begin{cases} \sigma_2 = \dot{e} + \Xi e, \\ \tau_2 = M(q) \left(\ddot{q}^* - \Xi \dot{e} \right) + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) - (43) \\ \eta \operatorname{sat} (\sigma_2) - \hat{\xi} - C(q, \dot{q}) \sigma_2. \end{cases}$$

其中: $\eta = \text{diag}\{25, 25\}$, 饱和函数边界层厚度为 0.2.

3) 控制器3: 为了突出NFTSMC对于控制精度和 跟踪误差收敛速度的控制效果,构建基于模型补偿的 PD控制器,记为PD控制,表达式为

$$\begin{cases} \sigma_3 = \Lambda_2 e + \dot{e}, \\ \tau_3 = M(q)\ddot{q}^* + G(q) + C(q, \dot{q})\dot{q} - k_d\sigma_3. \end{cases}$$
(44)

式中: $k_d = \text{diag}\{30, 30\}, 参数\Lambda_2$ 的取值与表1相同. 从系统控制精度、收敛速度及控制力矩3个角度, 对各控制器进行仿真比较分析.

从图6-7仿真结果可以看出,NFTSMC相比NTS-MC位置跟踪效果差别最为明显,NFTSMC机械臂关 节1,2在0.8 s后可以实现跟踪,NTSMC需要在3.3 s后 实现完全跟踪,相比SMC与PD控制,NFTSMC机械臂 关节1位置、速度轨迹跟踪具有良好的跟踪响应特性; 仿真图8中,NTSMC具有明显的控制输入抖振,采用 fal(·)函数代替符号函数设计的NFTSMC削弱抖振效 果明显,能够达到理想的控制效果;图9为扰动的观测 效果,从图中可以看出设计的扰动观测器能精确的估 计出系统中存在的总扰动,可以对控制输入进行实时 补偿,有效抑制系统抖振提高系统的控制精度;图10 中NFTSMC与其他控制方法相比两个关节轨迹跟踪 误差响应时间都在1.3 s后达到预期跟踪效果,具有较 高的控制精度,能在有限时间内使系统轨迹跟踪误差 收敛到零.







Fig. 9 Trajectory tracking of joint 1 and 2 disturbance observers

在上述控制器仿真比较下,为进一步验证本文所 设计控制器的优越性,对机械臂系统采用快速终端滑 模控制(FTSMC)^[24]进行仿真比较,如图11-12所示.

可以看出相较于FTSMC,基于观测器补偿的NF-TSMC不仅能够解决控制输入抖振问题(图8(b)),还能 实现跟踪误差的快速收敛(图10),提高系统控制精度, 验证了所设控制器的有效性与可行性.

注4 由于控制对象系统相同,为公平比较,FTSMC的 参数取值与文献[24]相同,本文控制器参数选取如表1所示.





观测器性能 5.3

为验证观测器对控制器前馈补偿的有效性,采用 有无观测器补偿的NFTSMC方法进行仿真比较, 仿真 结果如图13所示. 通过跟踪误差收敛响应曲线发现, 加有观测补偿的控制器能够有效抑制扰动产生的轨 迹跟踪误差,具有较好补偿的性能.





6 结论

本文针对机械臂控制系统存在的未知扰动和建模 误差问题,提出了基于扰动观测器的非奇异快速终端 滑模控制方法,基于Lyapunov稳定性理论证明了控制 器和扰动观测器的稳定性,以实现机械臂控制系统在 未知扰动作用下的轨迹跟踪.通过仿真对比实验表明, 所设计的控制方法能够提高机械臂的控制精度,两关 节位置、速度的跟踪效果表现出了期望的响应特性和 跟踪性能.通过扰动观测器可以快速准确地估计出总 扰动,为控制器提供补偿以消除建模误差和未知扰动. 将非奇异快速终端滑模控制器与扰动观测器相结合, 采用fal(·)函数替代sig(·)函数的控制策略,能够使系 统跟踪误差在有效时间收敛到零点的同时降低控制 输入抖振,提高系统的鲁棒性.

参考文献:

- YAO Q. Adaptive fuzzy neural network control for a space manipulator in the presence of output constraints and input nonlinearities. *Advances in Space Research*, 2021, 67(6): 1830 – 1843.
- [2] YU Xinbo, HE Wei, XUE Chengqian, et al. Research onrobot adaptive neural network tracking control based on disturbance observer. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(7): 1307 1324.
 (于欣波, 贺威, 薛程谦, 等. 基于扰动观测器的机器人自适应神经网络跟踪控制研究. 自动化学报, 2019, 45(7): 1307 1324.)
- [3] XU B. Composite neural dynamic surface control of a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 44(12): 2626 – 2634.
- [4] WANG H, MI C, CAO Z, et al. Precise discrete-time steering control for robotic fish based on data-assisted technique and super-twistinglike algorithm. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(12): 10587 – 10599.
- [5] ZHANG N, WANG S, HOU Y, et al. A robust predefined-time stable tracking control for uncertain robot manipulators. *IEEE Access*, 2020, 8: 188600 – 188610.
- [6] PRANVA, KUMAR J, KUMAR V, et al. Efficient reaching law for SMC with PID surface applied to a manipulator. *The 2nd IEEE International Innovative Applications of Computational Intelligence on Power, Energy and Controls with their Impact on Humanity* (*CIPECH*). Ghaziabad: IEEE, 2016: 51 – 56.
- [7] GAO M M, JIN X Z, DING L J. Robust adaptive backstepping INTSM control for robotic manipulators based on ELM. *Neural Computing and Applications*, 2021, (3): 1 – 11.
- [8] LIU Fucai, GAO Juanjuan, WANG Fang. Adaptive robust control of space manipulator with ground alignmentin space application. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(1): 69 76.
 (刘福才, 高娟娟, 王芳. 地面装调的空间机械臂在空间应用时的自适应鲁棒控制. 控制理论与应用, 2013, 30(1): 69 76.)
- [9] ZHANG Baishou, DU Yajiang, LI Zonggang, et al. Neural network sliding mode control of manipulator based on disturbance observer. *Control Engineering of China*, 2021, 28(8): 1540 – 1546.
 (张百寿, 杜亚江, 李宗刚, 等. 基于扰动观测器的机械臂神经网络滑 模控制. 控制工程, 2021, 28(8): 1540 – 1546.)
- [10] YUAN Kai, LIU Yanjun, SUN Jingyu, et al. Research onunderwater manipulator control based on fuzzy RBF neural network. *Chinese Journal of Engineering Design*, 2019, 26(6): 675 – 682. (袁凯, 刘延俊, 孙景余, 等. 基于模糊RBF神经网络的水下机械臂控 制研究. 工程设计学报, 2019, 26(6): 675 – 682.)

- [11] TRAN D T, TRUONG H, AHN K K. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control of robotic manipulator based neural network approach. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2021, 22(4): 417 – 429.
- [12] CHEN Z, YANG X, LIU X. RBFNN-based nonsingular fast terminal sliding mode control for robotic manipulators including actuator dynamics. *Neurocomputing*, 2019, 362(14): 72 – 82.
- [13] TANG Y. Terminal sliding mode control for rigid robots. *Automatica*, 1998, 34(1): 51 – 56.
- [14] VAN M, GE S S, REN H. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(7): 1681 – 1693.
- [15] WANG Y, GU L, XU Y, et al. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6194 – 6204.
- [16] VO A T, KANG H J. An adaptive terminal sliding mode control for robot manipulators with non-singular terminal sliding surface variables. *IEEE Access*, 2019, 7(1): 8701 – 8712.
- [17] MEI K, DING S, CHEN X. Fuzzy non-singular terminal sliding mode controller design for nonlinear systems with input saturation. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2020, 22(7): 2271 – 2283.
- [18] CHEN Zhengsheng, WANG Xuesong, CHENG Yuhu. Considering disturbance and input saturation of the manipulator continuous non-singular fast terminal sliding mode control. *Control and Decision*, 2022, 37(4): 903 912.
 (陈正升,王雪松,程玉虎.考虑扰动与输入饱和的机械臂连续非奇 异快速终端滑模控制. 控制与决策, 2022, 37(4): 903 912.)
- [19] NGUYEN V C, VO A T, KANG H J. A finite-time fault-tolerant control using non-singular fast terminal sliding mode control and thirdorder sliding mode observer for robotic manipulators. *IEEE Access*, 2021, 9: 31225 – 31235.
- [20] TIAN Ye, CAI Yuanli, DENG Yifan. A fast convergent fixed-time nonsingular terminal sliding mode control method. *Journal of China Inertial Technology*, 2020, 28(5): 677 685.
 (田野, 蔡远利, 邓逸凡. 一种快速收敛的固定时间非奇异终端滑模 控制方法. 中国惯性技术学报, 2020, 28(5): 677 685.)
- [21] NGUYEN V T, LIN C Y, SU S F, et al. Global finite time active disturbance rejection control for parallel manipulators with unknown bounded uncertainties. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 51(12): 7838 – 7849.
- [22] YI S C, ZHAI J Y. Adaptive second-order fast nonsingular terminal sliding mode control for robotic manipulators. *ISA Transactions*, 2019, 90(2): 41 – 51.
- [23] YAO M, XIAO X, TIAN Y, et al. A fast terminal sliding mode control scheme with time-varying sliding mode surfaces. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(10): 5386 – 5407.
- [24] ZHANG L, WANG Y, HOU Y, et al. Fixed-time sliding mode control for uncertain robot manipulators. *IEEE Access*, 2019, 7(10): 149750 – 149763.
- [25] CAO G, LIU Y, JIANG Y, et al. Observer-based continuous adaptive sliding mode control for soft actuators. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 105(2): 371 – 386.
- [26] YANG Xiaoqian, LI Jian, DONG Yi. Non-singular fast terminal sliding mode control of nonlinear uncertain systems. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(6): 772 778.
 (杨晓骞, 李健, 董毅. 非线性不确定系统的非奇异快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2016, 33(6): 772 778.)
- [27] TIAN Yanbing, WEI Wei, SUN Guofa. Direct adaptive fuzzy control based on command filtering. *Control Engineering of China*, 2020, 27(8): 1387-1393.
 (四始后, 翻號, 弘国社, 其工作会速速的直接自任应控塑塑控制, 这些

(田艳兵,魏巍,孙国法.基于指令滤波的直接自适应模糊控制.控制 工程,2020,27(8):1387-1393.)

- [28] LIU J D, NIU B, KAO Y G, et al. Decentralized adaptive command filtered neural tracking control of large-scale nonlinear systems: an almost fast finite-time framework. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, 32(8): 3621 – 3632.
- [29] ZHAO Z J, LIU Z J. Finite-time convergence disturbance rejection control for a flexible timoshenko manipulator. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(1): 161 – 172.
- [30] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.
- [31] RUCHIKA, KUMAR N, DINANATH. Non-singular terminal sliding mode control of robot manipulators with H_{∞} trajectory tracking performance. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2019, 44(11): 9057 – 9065.

作者简介:

孙国法 副教授,硕士生导师,目前研究方向为非线性系统控制、

自抗扰控制研究及应用、动态面、观测器设计, E-mail: sunguofa_bo @163.com;

赵尔全 硕士研究生,目前研究方向为自抗扰控制、滑模控制, E-mail: zhaoerquan1213@163.com;

张国巨硕士研究生,目前研究方向为齿隙、摩擦非线性控制, E-mail: 1164683818@qq.com;

黄鸣宇硕士研究生,目前研究方向为非线性系统控制,E-mail: 937498807@qq.com.