# 不确定离散时间系统的复合非线性反馈积分滑模控制

陈　辉, 武文豪, 秦春斌†
( 河南大学 人工智能学院, 河南 郑州 450000)

**摘要**: 针对不确定离散时间系统, 提出一种基于离散复合非线性反馈的积分滑模(DCNF-ISM)控制策略, 并将该算法应用于扰动下的磁盘跟踪问题. 该算法由离散复合非线性反馈(DCNF)控制律与积分滑模(ISM)控制律两部分组成, 其中DCNF控制律用于保证系统具有较好瞬态性能, 基于改进的离散趋近律设计的ISM控制律用于保证系统鲁棒性. 基于Lyapunov稳定性理论对本文提出的控制策略的稳定性进行了推导证明, 证明了离散时间系统的一致最终有界性. 仿真结果表明, 本文提出的控制策略能保证系统在扰动下仍然能够精确跟踪给定的参考信号, 与传统的DCNF控制相比, 该算法能够保证系统具有响应速度快超调量小、鲁棒性强等优点.

**关键词**: 复合非线性反馈; 离散时间系统; 积分滑模控制; 鲁棒性

**引用格式**: 陈辉, 武文豪, 秦春斌. 不确定离散时间系统的复合非线性反馈积分滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 297 – 303

DOI: 10.7641/CTA.2022.11241

# Composite nonlinear feedback based integral sliding mode control for uncertain discrete-time system

CHEN Hui, WU Wen-hao, QIN Chun-bin†
(School of Artificial Intelligence, HeNan University, Zhengzhou Henan 450000, China)

**Abstract:** A discrete composite nonlinear feedback based integral sliding mode (DCNF-ISM) control strategy is proposed for uncertain discrete-time systems, and the algorithm is applied to disk tracking issues under disturbances. The algorithm is composed of discrete composite nonlinear feedback (DCNF) control law and integral sliding mode (ISM) control law. The DCNF control is used to ensure better transient performance of the system, and the ISM control based on an improved discrete reaching law design is used to ensure the robustness of the system. The control strategy proposed in this paper is deduced and proved based on the Lyapunov stability theory, which proves the uniform ultimate boundedness of the discrete-time system. Simulation results show that the proposed control strategy can ensure that the system output tracks the given reference signal in presence of disturbances. Compared with the traditional DCNF control, the proposed algorithm has the advantages of fast response, small overshoot, and strong robustness.

**Key words:** composite nonlinear feedback; discrete time system; integral sliding mode control; robustness

**Citation:** CHEN Hui, WU Wenhao, QIN Chunbin. Composite nonlinear feedback integral sliding mode control for uncertain discrete-time system. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(2): 297 – 303

## 1　引言

在控制系统实际运行中, 系统的快速响应往往带来过大的系统超调量, 影响了系统的稳态性能. 因此, 如何令闭环控制系统在保证快速响应的同时, 又能够不产生较大的超调量成为实际应用中的重要设计指标. 1998年, 林宗利教授首次提出了复合非线性反馈控制 ( composite nonlinear feedback, CNF ), 用于优化输入饱和系统的瞬态性能[1]. CNF算法由线性控制律和非线性控制律两部分组成, 其中线性控制律保证闭环系统具有较小的阻尼比从而使系统能够实现快速响应, 非线性控制律的作用是当输出信号接近外部参考信号时, 增加闭环系统的阻尼比从而减小超调量. Turner等将CNF技术拓展到高阶和多输入系统[3], 用于改善高阶多输入系统的暂态性能. Chen等针对一类多输入多输出的线性系统, 设计CNF控制策略并将其应用于硬盘驱动器伺服系统[2]. Lan等针对具有输入饱和的非线性复合系统设计CNF控制策略[4], 结果表明该算法能够有效改善闭环系统的瞬态响应. 近些年

收稿日期: 2021−12−18; 录用日期: 2022−05−25.
†通信作者. E-mail: qcb@henu.edu.cn; Tel.: +86 371-22868833.
本文责任编委:龙离军.
国家自然科学基金项目(61703142), 河南省高等学校青年骨干教师培养计划项目(2018GGJS017), 河南省科技攻关项目(222102240014)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703142), the Youth Backbone Teachers in Colleges and Universities of Henan Province (2018GGJS017) and the Science and Technology Research Project of the Henan province (222102240014).

来, CNF技术被广泛应用于机器人控制[5–6]、主动前轮转向系统[7]、永磁同步电机[8]、自动驾驶[9]等控制系统中.

以上分析的CNF控制问题都集中在设计连续时间形式的控制器上, 然而, 伴随着计算机技术在工业自动化领域的广泛应用, 离散时间系统的分析与设计正逐渐成为研究热点. 因此, 开展离散复合非线性反馈(discrete composite nonlinear feedback, DCNF)控制设计和分析具有重要意义. Venkataramanan等针对离散时间系统设计一种复合非线性反馈控制策略, 结果表明复合非线性反馈技术具有改善离散时间系统瞬态性能的优势[10]. 文献[11–12]针对线性多变量离散时间系统的跟踪控制问题, 提出了一种离散复合非线性反馈控制律, 用于改善系统的瞬态性能.文献[13]针对具有输入饱和以及外部干扰的离散时间系统, 提出了一种增强型复合非线性反馈控制技术来抑制恒定扰动的影响.

滑模控制具有响应速度快、算法易工程实现、鲁棒性好等优点, 成为一种广泛应用且行之有效的鲁棒控制策略[14]. 2012年, Sanjoy Mondal等针对不确定离散时间系统, 设计了一种基于复合非线性反馈控制的离散滑模控制器, 来抑制不确定离散时间系统的干扰, 但受限于系统设计, 该控制器只能在设定值为0的条件下使系统输出能够有效跟踪设定值[15]. 2017年作者Tahereh Binazadeh等针对不确定离散时间系统的鲁棒性问题, 设计了基于复合非线性反馈控制的离散滑模控制器, 有效的抑制了外部干扰, 改善了不确定离散时间系统的鲁棒性[16]. 以上研究关于滑模面的设计大都是选取传统的线性滑模函数, 即采用的是固定的线性滑模面, 导致滑动模态运动是渐近稳定的, 其收敛速度不可调. 线性滑动面虽然具有参数设计和稳定性分析容易等优点[17–19], 但只有在滑动过程中才具有较强的鲁棒性. 积分滑模( integral sliding mode, ISM )控制的优势在于能够使系统的初始状态一开始就处于滑模面上, 消除到达阶段从而保证了整个系统响应过程的鲁棒性[20–23]. 然而, 将积分滑模控制与离散复合非线性反馈控制相结合的研究尚未见到相关报道, 因此开展相关研究具有理论和实际应用价值.

本文的主要贡献是针对存在有界扰动的离散时间系统, 提出一种基于离散复合非线性反馈控制的积分滑模控制策略, 离散复合非线性反馈控制用于改善系统的暂态性能, 基于改进的趋近律设计离散积分滑模控制器用于保证系统的鲁棒性. 基于Lyapunov稳定性理论进行了闭环系统的稳定性证明, 证明了不确定离散时间系统的一致最终有界性. 仿真结果表明在存在外界扰动的情况, 与传统DCNF相比, 本文提出的算法保证了系统具有较好的暂态性能, 并能够精确的跟踪参考信号.

## 2 控制器设计

考虑如下的离散时间系统:

$$\begin{cases} x(k+1)=Ax(k)+B\,(u(k)+d(k)),\ x(0)=x_0,\\ y(k)=Cx(k), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x\in\mathbb{R}^n$为系统的状态变量, $u\in\mathbb{R}$为系统的控制输入向量, $y\in\mathbb{R}$为控制输出向量, $d$为有界外部扰动. 系统矩阵需满足:

1) $(A,B)$是稳定的;
2) $(A,C)$可检测的;
3) $(A,B,C)$是可逆的，且在$z=1$处没有不变零点.

本文提出的基于离散复合非线性反馈的积分滑模(discrete composite nonlinear feedback based integral sliding mode, DCNF-ISM)控制器$u$由$u_0$与$u_{\rm s}$两部分组成, 其中离散复合非线性反馈控制$u_0$用于保证闭环系统具有良好的瞬态性能, 离散积分滑模控制$u_{\rm s}$用于抑制扰动的影响, 使闭环系统具有较好的鲁棒性, 下面将分别对这两部分进行设计.

### 2.1 离散复合非线性反馈控制设计

**步骤 1** 设计DCNF控制器的线性部分

$$u_L(k)=Fx(k)+G_1r, \tag{2}$$

其中: $F$是反馈增益矩阵, $G_1$是前馈增益矩阵, $r$是输入参考信号. $F$设计为满足$A+BF$渐近稳定, 使得闭环系统$C(sI-A-BF)^{-1}B$具有较小的阻尼比, 通常可采用$\mathrm{H}_\infty$法[10]. 计算标量

$$G_1=[C(I-A-BF)^{-1}B]^{-1}. \tag{3}$$

因为$A+BF$所有的特征值都在单位圆内, 而且$(A,B,C)$是可逆的并且在$z=1$处没有不变的零点, 所以$G_1$存在. 跟踪参考信号$r$时, 期望的状态$x_{\rm e}$为

$$x_{\rm e}:=G_{\rm e}r:=(I-A-BF)^{-1}BG_1r. \tag{4}$$

当$k$趋于$\infty$时, $x(k)$趋近于$x_{\rm e}$, $y$趋近于$r$.

定义实际状态$x$与期望状态$x_{\rm e}$之间的误差函数为$\tilde{x}=x-x_{\rm e}$, 并将其带入到线性控制器中得

$$u_L(k)=F\tilde{x}(k)+[1+F(I-A-BF)^{-1}B]G_1r=F\tilde{x}(k)+Hr, \tag{5}$$

其中$H=[1+F(I-A-BF)^{-1}B]G_1$.

**步骤 2** 设计DCNF控制器的非线性部分

$$u_N(k)=\rho(r,y)B'P(A+BF)[x(k)-x_{\rm e}], \tag{6}$$

其中$\rho(r,y)$是一个非正的非线性函数, 此项用于改变闭环系统的阻尼比, 从而使系统获得更好的瞬态跟踪性能, 本文中选取的非线性函数$\rho(r,y)$满足$|\rho(r,y)|\leqslant$

$\rho^* = 2(B'PB)^{-1}$, 具有如下形式[10]:

$$\rho(y,r) = -1.5820\beta_1(\mathrm{e}^{-|1-y/r|} - 0.3679), \tag{7}$$

其中$P>0$, 可由下列方程解得

$$P = (A+BF)'P(A+BF) + W, \tag{8}$$

其中$W$是一个加权对角阵, 表达式如下所示:

$$W = 10^{\theta}\cdot \hat{E}, \tag{9}$$

$\hat{E}$是一个对应维数的单位矩阵, $\theta$为可调参数.

**步骤 3**　DCNF控制器$u_0$由线性部分和非线性部分组成, 由式(5)–(6)得

$$u_0(k) = u_L(k) + u_N(k). \tag{10}$$

### 2.2 离散积分滑模控制设计

由于控制过程中不可避免存在外界干扰, 积分滑模控制能够使系统的初始状态一开始就处于滑模面上, 消除了到达阶段, 从而保证整个系统响应过程的鲁棒性. 设计基于趋近律的离散积分滑模控制器用于对抗外界干扰, 选取如下形式的积分滑模面:

$$\begin{cases} s(k) = Gx(k) + \sigma(k), \\ \sigma(k+1)-\sigma(k) = Gx(k)-(GAx(k)+GBu_0), \\ \sigma(0) = -Gx(0), \end{cases} \tag{11}$$

其中$G = B^{\mathrm{T}}P_1$, $P_1>0$为以下黎卡提方程的解:

$$P_1 = -A^{\mathrm{T}}P_1B\left(R+B^{\mathrm{T}}P_1B\right)^{-1}B^{\mathrm{T}}P_1A + A^{\mathrm{T}}P_1A + Q. \tag{12}$$

积分滑模控制器如下所示[24]:

$$u_{\mathrm{s}}(k) = -GB^{-1}[\alpha s(k) + (\rho\|GB\|+\beta)\mathrm{sgn}s(k)], \tag{13}$$

其中相关参数$\alpha$和$\beta$需要满足$0<\alpha<1$, $0<\beta<1$, 扰动$d$需要满足$\|d(k)\|\leqslant\rho$且$0<\rho$.

最终, 由式(10)(13)得DCNF-ISM控制器为

$$\begin{aligned} &u(k) = u_0(k) + u_{\mathrm{s}}(k) = \\ &F\tilde{x}(k) + Hr + \rho(r,y)B'P(A+BF)[x(k)-x_{\mathrm{e}}] - \\ &(GB^{-1})[\alpha s(k) + (\rho\|GB\|+\beta)\mathrm{sgn}s(k)]. \end{aligned} \tag{14}$$

**定理 1**　对于系统(1)和积分滑模面(11), 控制律(14)能够保证离散滑模的可达性. 从任意初始状态开始, 状态轨迹将单调地向准滑动模态移动

$$\varOmega = \{\|s_i(k)\|\leqslant\delta, \delta = \frac{\beta+2\rho\|GB\|}{1-\alpha}\}. \tag{15}$$

由积分滑模面(11)得

$$\begin{aligned} &s(k+1)-s(k) = \\ &Gx(k+1)-Gx(k)+\sigma(k+1)-\sigma(k) = \\ &-GBu_0(k)+GBu(k)+GBd(k) = \\ &GBu_{\mathrm{s}}(k)+GBd(k). \end{aligned} \tag{16}$$

将式(13)代入式(16)得

$$\begin{aligned} &s(k+1) = \\ &(1-\alpha)s(k) - (\rho\|GB\|+\beta)\mathrm{sgn}s(k) + \\ &GBd(k), \end{aligned} \tag{17}$$

然后有

$$\begin{aligned} &s^{\mathrm{T}}(s(k+1)-s(k)) = \\ &-\alpha\|s(k)\|^2 - (\rho\|GB\|+\beta)\|s(k)\| + s^{\mathrm{T}}GBd(k) \leqslant \\ &-\alpha\|s(k)\|^2 - \beta\|s(k)\| < 0. \end{aligned} \tag{18}$$

对于准滑模运动, 选取相应的李雅普诺夫函数为$V(k) = \frac{1}{2}s^2(k)$. 当系统处于准滑动模态之外时, 即$s(k)>\delta$或$s(k)<-\delta$. 当$s(k)>\delta<0$时, 对于所有的$k\geqslant0$, 可得

$$\begin{aligned} &s(k+1) = \\ &(1-\alpha)s(k) - \beta - \rho\|GB\| + GBd(k) \geqslant \\ &(1-\alpha)s_i(k) - \beta - 2\rho\|GB\| > 0. \end{aligned} \tag{19}$$

当$s(k)<-\delta<0$时, 对于所有的$k\geqslant0$, 可得

$$\begin{aligned} &s(k+1) = \\ &(1-\alpha)s(k) + \beta + \rho\|GB\| + GBd(k) \leqslant \\ &(1-\alpha)s_i(k) + \beta + 2\rho\|GB\| < 0. \end{aligned} \tag{20}$$

由式(19)–(20)可得, 当系统处于准滑动模态之外时, $s(k+1)$与$s(k)$符号相同. 由式(18)可得, 当系统处于准滑动模态之外时, $\|s(k+1)\|<\|s(k)\|$. 即$\nabla V(k) = s^2(k+1) - s^2(k)\leqslant0$. 因此, 系统从任意初始位置的状态都能到达准滑动模态.

当系统处于准滑动模态时, 当$0\leqslant s_i(k)\leqslant\delta$, 对于所有的$k\geqslant0$, 可得

$$\begin{aligned} &-\delta < -\beta - 2\rho\|GB\| \leqslant s(k+1) = \\ &(1-\alpha)s_i(k) - \rho\|GB\| - \beta + GBd(k) \leqslant \\ &2\rho\|GB\| < \delta. \end{aligned} \tag{21}$$

当$-\delta<s_i(k)<0$时, 对于所有的$k\geqslant0$有

$$\begin{aligned} &-\delta < -2\rho\|GB\| \leqslant s(k+1) = \\ &(1-\alpha)s_i(k) + \rho\|GB\| + \beta + GBd(k) \leqslant \\ &\beta + 2\rho\|GB\| < \delta. \end{aligned} \tag{22}$$

因此, 从式(21)–(22)可以推断出, 当$\|s_i(k)\|<\delta$时, 对于所有的$k\geqslant0$, $\|s_i(k+1)\|<\delta$也是成立的.

## 3 闭环稳定性证明

**引理 1**　考虑一个如下的离散时间系统[25]:

$$\begin{cases} x(k+1) = f(k, x(k)), \\ x(k_0) = x_0,\ k\leqslant k_0, \\ k\in z^+ = \{1,2,3,\cdots\}, \end{cases} \tag{23}$$

其中: $x\in D\subseteq\mathbb{R}$, $D$是开集且有$\{0\}\subseteq D$. $f$: $D\to\mathbb{R}^n$

是连续的且有$f(0)=0$, 在上述情况下解$x(k)$存在并且在$z^+$上是唯一的. 考虑离散时间系统(22), 设$V(k,x(k))$: $z^+\times D\to\mathbb{R}$是一个连续的函数使$\forall(k,x)\in z^+\times D$.

$$\alpha\left\|x(k)\right\|\leqslant V(k,x(k))\leqslant\alpha\left\|x(k)\right\|,\tag{24}$$

$$\nabla V=V(k,x(k))-V(x(k))\leqslant\\ \varpi(x(k)),\ \forall\left\|x(k)\right\|>\mu>0,\tag{25}$$

其中$\alpha(\cdot)$和$\beta(\cdot)$是$K$类函数, $\varpi(x(k))$是$D$上的连续正定函数, 这样可证离散时间系统一致最终有界.

由式(12)可得

$$s(k+1)-s(k)=GBu_{\rm s}(k)+GBd(k).\tag{26}$$

因为$\|s(k+1)-s(k)\|\leqslant 2\delta$, 有

$$u_{\rm s}(k)=-\widehat{d}(k).\tag{27}$$

$\widehat{d}(k)$为$d(k)$的近似值, 记作

$$\widehat{d}(k)=d(k)-\delta(k).\tag{28}$$

令$\tilde{x}=x-x_{\rm e}$, 当$k$趋近于$\infty$时, $x_{\rm e}=Ax_{\rm e}+BHr$, 带入式(1)中得, 然后整个闭环系统可以表示为

$$\tilde{x}(k+1)=A\tilde{x}(k)+B(u(k)+d(k))=\\ A\tilde{x}(k)+B(u(k)+d(k))-BHr+\\ B(F\tilde{x}+Hr+u_{\rm s}(k))-B(F\tilde{x}+Hr+u_{\rm s}(k))=\\ (A+BF)\tilde{x}(k)+Bw(k)+Bu_{\rm s}(k)+Bd(k),\tag{29}$$

其中

$$w(k)={\rm sat}[F\tilde{x}(k)+Hr+u_N(k)+u_{\rm s}(k)]-\\ (F\tilde{x}(k)+Hr-u_{\rm s}(k)).\tag{30}$$

将式(27)–(28)带入式(29)得

$$\tilde{x}(k+1)=(A+BF)\tilde{x}(k)+Bw(k)+B\delta(k).\tag{31}$$

构造李雅普诺夫函数如下:

$$V(k)=\tilde{x}'(k)P\tilde{x}(k).\tag{32}$$

计算李雅普诺夫函数$V(k)$的增量

$$\nabla V(k+1)=\\ \tilde{x}'(k+1)P\tilde{x}(k+1)-\tilde{x}'(k)P\tilde{x}(k)=\\ ((A+BF)\tilde{x}'(k)+Bw(k)+B\delta(k))'\times\\ P((A+BF)\tilde{x}'(k)+Bw(k)+B\delta(k))-\\ \tilde{x}'(k)P\tilde{x}(k)=\tilde{x}'(k)(A+BF)'P(A+BF)\tilde{x}(k)-\\ \tilde{x}'(k)P\tilde{x}'(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PBw(k)+\\ w(k)B'PBw(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PB\delta(k)+\\ \delta(k)B'PB\delta(k)+2w(k)B'PB\delta(k),\tag{33}$$

即

$$\nabla V(k+1)=\\ -\tilde{x}'(k)W\tilde{x}(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PBw(k)+\\ w(k)B'PBw(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PB\delta(k)+\\ \delta(k)B'PB\delta(k)+2w(k)B'PB\delta(k).\tag{34}$$

由$(F\tilde{x}(k)+Hr+u_N(k)+u_{\rm s}(k))=u(k)$, 可得

$$w(k)=u_N(k)=\rho B'P(A+BF)\tilde{x}'(k).\tag{35}$$

因此

$$\nabla V(k+1)=\\ -\tilde{x}'(k)W\tilde{x}(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PBw(k)+\\ w(k)B'PBw(k)+2\tilde{x}'(k)(A+BF)'PB\delta(k)+\\ \delta(k)B'PB\delta(k)+2w(k)B'PB\delta(k),\tag{36}$$

即

$$\nabla V(k+1)=\\ -\tilde{x}'(k)W\tilde{x}'(k)+\delta(k)B'PB\delta(k)+\\ \rho\tilde{x}'(k)(A+BF)'PB(2+\rho B'PB)\times\\ B'P(A+BF)\tilde{x}'(k)+\tilde{x}'(k)(2(A+BF)')\times\\ P(\rho B'PB+I)B)\delta(k).\tag{37}$$

将$V(k)$的增量记为

$$\nabla V(k+1)=-\tilde{x}'(k)W\tilde{x}(k)+2\tilde{x}'(k)M\tilde{x}(k)+\\ \tilde{x}(k)N\delta(k)+\delta(k)B'PB\delta(k).\tag{38}$$

对于所有的非负函数$\rho(r,y)$ 满足$|\rho(r,y)|\leqslant\rho^*$, 明显有$M>0$, 因此由引理1, $V(k)$的增量变为

$$\nabla V(k+1)\leqslant\\ -(1-\theta)(\lambda_{\min}(W)+\lambda_{\min}M))\|\tilde{x}(k)\|^2-\\ \theta\lambda_{\min}W\|\tilde{x}(k)\|^2-\theta\lambda_{\min}M\|\tilde{x}(k)\|^2+\\ \|N\|\,\|B\delta(k)\|\,\|\tilde{x}(k)\|+\lambda_{\max}P\|B\delta(k)\|^2.\tag{39}$$

在上式中: $\theta\in(0,1)$, $\alpha\left\|x(k)\right\|=\lambda_{\min}(P)\left\|x\left(k\right)\right\|^2$, $\beta\left\|x(k)\right\|=\lambda_{\max}(P)\|x(k)\|^2$. 若能满足$-\theta\lambda_{\min}W\times\|\tilde{x}(k)\|^2-\theta\lambda_{\min}M\|\tilde{x}(k)\|^2+\|N\|\,\|B\delta(k)\|\,\|\tilde{x}(k)\|+\lambda_{\max}P\|B\delta(k)\|^2\leqslant 0$, 则$\nabla V(k+1)\leqslant-(1-\theta)\times(\lambda_{\min}(W))\|\tilde{x}(k)\|^2-(1-\theta)(\lambda_{\min}(M))\|\tilde{x}(k)\|^2\leqslant-\varpi(x(k))\leqslant 0$ 成立. 可以表述为

$$\nabla V(k+1)\leqslant\\ -(1-\theta)(\lambda_{\min}(W)+\lambda_{\min}(M))\|\tilde{x}(k)\|^2\leqslant\\ -\varpi(x(k))\leqslant 0,\\ \forall\left\|x(k)\right\|>\left\|B\delta(k)\right\|(\frac{\|N\|}{2\theta(\lambda_{\min}(W)+\lambda_{\min}(M))}+\\ \frac{\sqrt{\|N\|^2+4\theta(\lambda_{\min}(W)+\lambda_{\min}(M))\lambda_{\max}(P)}}{2\theta(\lambda_{\min}(W)+\lambda_{\min}(M))})=\\ \mu>0.\tag{40}$$

因此整个系统是一致最终有界的, 保证了系统跟踪误差收敛到以零为中心的邻域内.

## 4 仿真结果

为了验证本文所提出DCNF-ISM算法的有效性,

将基于以下磁盘模型进行仿真验证[10]：

$$\begin{cases} x(k+1)=Ax(k)+B\,(u(k)+d(k)), \\ x(0)=x_0, \\ y(k)=Cx(k), \end{cases} \tag{41}$$

其中:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0.0001\\ 0 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0.3201\\ 6401.3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}, \tag{42}$$

$u$为控制输入, $y$为控制输出.

### 4.1　无扰动下的仿真效果

为了验证本文所提出算法的有效性, 参考值的设定与文献[10]中一致. 滑模控制器部分相关参数选为: $\alpha=0.1, \beta=0.01, \rho=0.2$. 矩阵参数选取为$F=[-0.013481\quad -9.2629\times10^{-6}]$, $H=[0.0135\quad 2.58562\times10^{-5}]$, $\beta_1=1.36$.

图1为在无扰动情况下DCNF-ISM控制下的系统在参考值$r=100\ \mu$m的情况下输出响应的仿真结果. 选取$F=[-9.7076\times10^{-3}\quad -7.7886\times10^{-6}]$, $H=[9.6646\times10^{-3}\quad 2.1593\times10^{-5}]$, $\beta_1=1.4$. 图2为在无扰动情况下DCNF-ISM控制下的系统在参考值$r=300\ \mu$m的情况下系统的输出响应情况. 由图1–2可以看出, DCNF-ISM控制能够保证闭环系统具有较好的瞬态性能和跟踪精度, 在几乎没有超调的情况下使系统输出快速的跟踪不同的设定值.

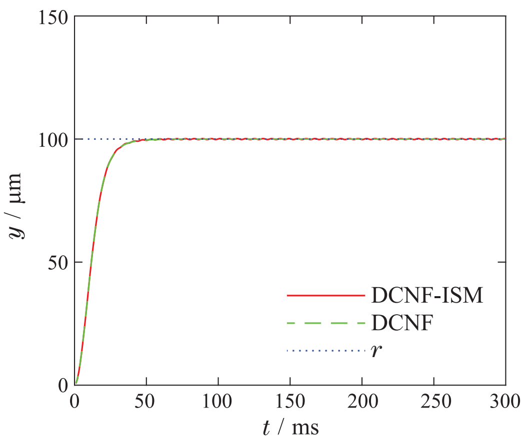


图 1　$r=100\ \mu$m时的系统输出响应曲线

Fig. 1　Response curve of the system output when $r=100\ \mu$m

### 4.2　扰动下的仿真效果

在系统存在外部扰动情况下, 相关参数的选取需满足$\|d\|\leqslant\rho$. 在80∼200 ms时引入不同扰动$d$来验证系统的动态性能, 并与文献[10]的DCNF控制效果进行比较.

从图3–4中可知, 在扰动$d=0.1$和$d=0.2$的情况下, 传统的DCNF控制策略无法补偿扰动对系统响应的影响, 本文提出的DCNF-ISM控制策略能够保证扰动下系统的跟踪性能. 由图5–6可知, 在扰动$d=0.1\cos(0.05k)$和$d=0.2\sin(0.05k)$的情况下采用DCNF控制时系统会出现较大的跟踪误差. 采用DCNF-ISM控制策略可以有效地补偿干扰, 跟踪误差始终保持在很小的范围内, 从而使磁盘控制的精度更高, 鲁棒性更好.

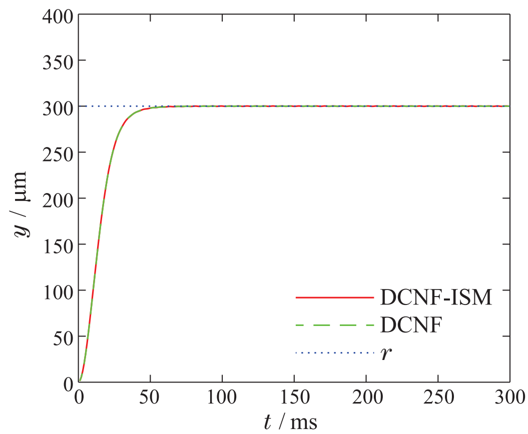


图 2　$r=300\ \mu$m时系统输出响应曲线

Fig. 2　Response curve of the system output when $r=300\ \mu$m

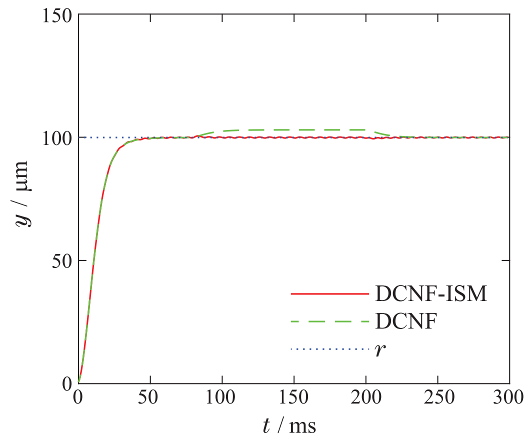


图 3　扰动$d=0.1$时的系统输出响应曲线

Fig. 3　Response curve of the system output under disturbance $d=0.1$

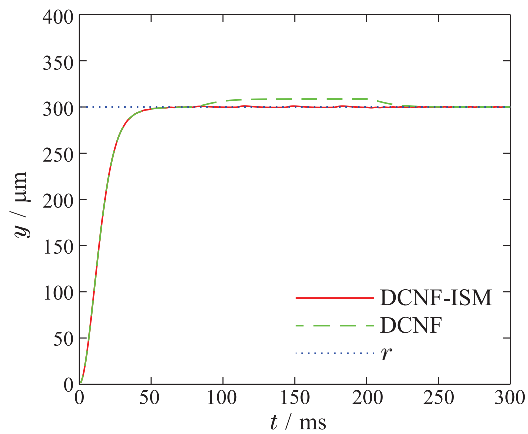


图 4　扰动$d=0.2$时的系统输出响应曲线

Fig. 4　Response curve of the system output under disturbance $d=0.2$

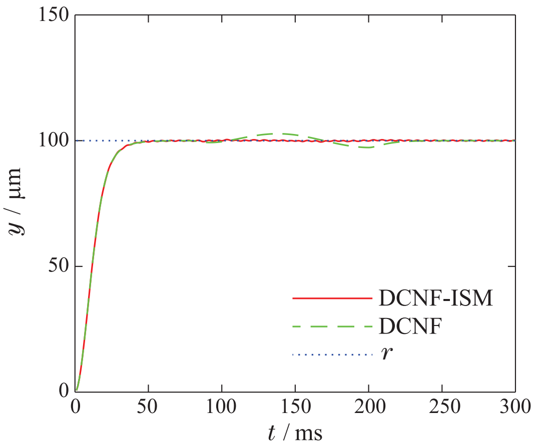


图 5 扰动$d = 0.1\cos(0.05k)$时的系统输出响应曲线

Fig. 5 Response curve of the system output under disturbance $d = 0.1\cos(0.05k)$

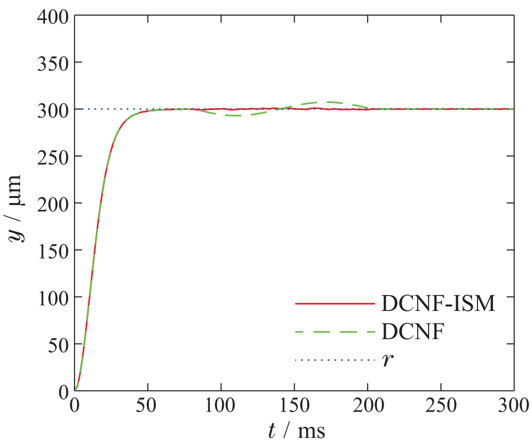


图 6 扰动$d = 0.2\sin(0.05k)$时的系统输出响应曲线

Fig. 6 Response curve of the system output under disturbance $d = 0.2\sin(0.05k)$

## 5 总结

本文针对不确定离散时间系统,提出了一种基于离散复合非线性反馈的积分滑模(DCNF-ISM)控制策略. 该控制策略考虑了不确定离散时间系统在存在外部干扰情况下的鲁棒性问题,结合了复合非线性反馈控制和积分滑模控制的优点,保证系统有较好的响应速度以及较小的超调的同时具有更强的鲁棒性. 基于Lyapunov稳定性理论对本文提出的控制策略的稳定性进行了推导证明,并通过仿真验证了该控制算法的有效性. 接下来的工作中将继续研究该算法在实际系统中的应用问题,特别是考虑磁盘系统中随机性扰动的影响.

## 参考文献:

[1] LIN Z, PACHTER M, BANDA S. Toward improvement of tracking performance nonlinear feedback for linear systems. *International Journal of Control*, 1998, 70(1): 1 – 11.

[2] CHEN B M, LEE T H, PENG K. Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: Theory and an application. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(3): 427 – 439.

[3] TURNER M C, POSTLETHWAITE I, WALKER D J. Non-linear tracking control for multivariable constrained input linear systems. *International Journal of Control*, 2000, 73(12): 1160 – 1172.

[4] LAN W, CHEN B M, HE Y. On improvement of transient performance in tracking control for a class of nonlinear systems with input saturation. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(2): 132 – 138.

[5] GONG C, JIANG Y, LU K. RBF neural network control based on parameter adjustable CNF for robot manipulators behaviors. *Chinese Automation Congress (CAC)*, Xi'an: IEEE, 2018: 2859 – 2864.

[6] JIANG Y, LU K, GONG C, et al. Robust composite nonlinear feedback control for uncertain robot manipulators. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, 17(2): 1 – 9.

[7] RAMLI L, SAM Y M, MOHAMED Z, et al. Optimal composite nonlinear feedback with multi-objective genetic algorithm for active front steering system. *The 10th Asian Control Conference (ASCC)*, Kota Kinabalu: IEEE, 2015: 1 – 6.

[8] JIANG Xuecheng, PENG Xiafu, HE Dongwei. Permanent magnet synchronous motor position control using composite nonlinear feedback with model compensation. *Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2012, 32(3): 89 – 95.
(蒋学程, 彭侠夫, 何栋炜. 永磁同步电机模型补偿组合非线性反馈位置控制. 中国电机工程学报, 2012, 32(3): 89 – 95.)

[9] CHEN Y, HU C, WANG J. Motion planning with velocity prediction and composite nonlinear feedback tracking control for lane-change strategy of autonomous vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2019, 5(1): 63 – 74.

[10] VENKATARAMANAN V, CHEN B M, LEE T H. Discrete-time composite nonlinear feedback control with an application in design of a hard disk drive servo system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003,11(1) : 16 – 23.

[11] FENG Y, HO D W C. Transient performance for discrete-time singular systems with actuators saturation via composite nonlinear feedback control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(5): 955 – 967.

[12] HE Y, CHEN B M, WU C. Improving transient performance in tracking control for linear multivariable discrete-time systems with input saturation. *Systems & Control Letters*, 2007, 56(1): 25 – 33.

[13] PENG K, CHENG G, CHEN B M, et al. Improvement of transient performance in tracking control for discrete-time systems with input saturation and disturbances. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1(1): 65 – 74.

[14] LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms ofsliding mode control. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.
(刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.)

[15] MONDAL S, MAHANTA C. Composite nonlinear feedback based discrete integral sliding mode controller for uncertain systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(3): 1320 – 1331.

[16] BINAZADEH T, BAHMANI M. Design of robust controller for a class of uncertain discrete-time systems subject to actuator saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 62(3): 1505 – 1510.

[17] GAO W B, WANG Y F, HOMAIFA A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1995, 42(2): 117 – 122.

[18] VIVEKANANDAN C, PRABHAKAR R. A redefined discrete quasi-sliding mode strategy. *International Journal of Recent Trends in Engineering*, 2009, 1(3): 98 – 102.

[19] CORRADINI M L, CRISROFARO A, ORLANDO G. Sliding-mode control of discrete-time linear plants with input saturation: application to a twin-rotor system. *International Journal of Control*, 2014, 87(8): 1523 – 1535.

[20] CAO W J, XU J X. Nonlinear integral-type sliding surface for both matched and unmatched uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(8): 1355 – 1360.

[21] SUN Mingxuan, WANG Hui, FAN Weiyun. Discrete-time variable-structure repetitive control with power-rate reaching. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1426 – 1432.
(孙明轩, 王辉, 范伟云. 以幂次趋近的离散变结构重复控制. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1426 – 1432.)

[22] ABIDI K, XU J X, YU X H. On the discrete-time integral sliding-mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(4): 709 – 715.

[23] XI Z, HESKETH T. Discretised integral sliding mode control for systems with uncertainty. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(10): 2160 – 2167.

[24] SUN N N, NIU Y G, CHEN B. Optimal integral sliding mode control for a class of uncertain discrete-time systems. *Optimal Control Applications and Methods*, 2014, 35(4): 468 – 478.

[25] CHELLABOINA V S, HADDAD W M. *Nonlinear dynamical systems and control: A Lyapunov-based approach*. New Jersey: Princeton University Press, 2008, 763 – 772.

## 作者简介:

**陈　辉**　博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性控制理论及其微机电系统应用, E-mail: chenhuijob@126.com;

**武文豪**　硕士研究生, 目前研究方向为非线性控制理论, E-mail: wuwenhaowork@126.com;

**秦春斌**　博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为人工智能优化、自适应动态规划最优控制、神经网络智能控制等, E-mail: qcb@henu.edu.cn.