

一类伴有部分解耦干扰的非线性系统故障诊断

马广富³, 高升^{1,2,3}, 郭延宁^{3†}

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 中国科学院机器人与智能制造创新研究院, 辽宁 沈阳 110169; 3. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对Lipschitz非线性系统执行器故障检测和传感器故障估计问题, 本文提出了一种基于 H_-/L_∞ 未知输入观测器的有限频域故障诊断策略. 首先, 将系统处理成包含传感器故障的增广系统. 然后, 将该系统的未知输入干扰分为可解耦与不可解耦两部分. 针对可解耦部分, 利用观测器匹配条件将其从估计误差中消除. 针对不可解耦部分, 设计 L_∞ 指标抑制其对残差的影响并结合有限频域 H_- 指标提高执行器故障检测灵敏度. 接着, 给出观测器存在的充分条件并将其转化为受LMIs约束的线性优化问题, 实现了执行器故障的鲁棒检测及传感器故障的鲁棒估计. 最后, 结合仿真算例验证了所提方法的正确性与有效性.

关键词: 故障检测; 故障估计; H_- 指标; L_∞ 指标; 有限频域; Lipschitz非线性系统

引用格式: 马广富, 高升, 郭延宁. 一类伴有部分解耦干扰的非线性系统故障诊断. 控制理论与应用, 2024, 41(2): 240 – 248

DOI: 10.7641/CTA.2023.20288

Fault diagnosis design for nonlinear systems corrupted by partially decoupled disturbances

MA Guang-fu³, GAO Sheng^{1,2,3}, GUO Yan-ning^{3†}

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

2. Institutes for Robotics and Intelligent Manufacturing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110169, China;

3. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A finite-frequency domain fault diagnosis scheme based on the H_-/L_∞ unknown input observer (UIO) is proposed for Lipschitz nonlinear system actuator fault detection and sensor fault estimation. First, an augmented system is developed by constructing an augmented state composed of system states and sensor faults. Then, the unknown input disturbances are divided into decoupled disturbances and the disturbances that cannot be decoupled. For the decoupled disturbances, the observer matching condition is used to eliminate them from the estimation error. The L_∞ index is designed to attenuate the influence of disturbances that cannot be decoupled and the finite-frequency domain H_- index is used to improve the actuator fault detection sensitivity. Moreover, sufficient conditions for the proposed observer are derived and converted into a linear optimization problem constrained by linear matrix inequalities (LMIs). Robust detection of actuator faults and robust estimation of sensor faults are achieved. Finally, the correctness and effectiveness of the developed observer are validated through simulation examples.

Key words: fault detection; fault estimation; H_- index; L_∞ index; finite-frequency domain; Lipschitz nonlinear systems

Citation: MA Guangfu, GAO Sheng, GUO Yanning. Fault diagnosis design for nonlinear systems corrupted by partially decoupled disturbances. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(2): 240 – 248

1 引言

随着工业、航空航天和其他复杂系统对安全性及可靠性的要求越来越高, 自20世纪70年代以来, 故障

诊断技术得到了快速和深入的发展^[1–3], 其中基于观测器的故障诊断方法受到了学者们的广泛关注, 并涌现了大量的研究成果^[4]. 该方法的核心思想是基于观

收稿日期: 2022–04–18; 录用日期: 2023–03–17.

[†]通信作者. E-mail: guoyn@hit.edu.cn; Tel.: +86 451-86402726.

本文责任编辑: 孟斌.

中国科学院战略性先导科技专项(A类)子课题项目(XDA14030303), 国家自然科学基金项目(61973100, 61876050)资助.

Supported by the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (XDA14030303) and the National Natural Science Foundation of China (61973100, 61876050).

测器产生残差信号, 并将其与预设的阈值进行比较, 以确定系统中是否发生故障。然而, 实际系统常常受到未知输入干扰的影响。因此, 为了减少由干扰引起的故障误报, 提高故障诊断方法的鲁棒性显得势在必行。采用解耦方法将干扰进行解耦是常用的鲁棒故障诊断方法之一, 其中基于未知输入观测器的研究最为成熟, 研究成果已广泛应用于线性^[5-6]及非线性系统^[7-8]。但由于该方法需要满足较为苛刻的观测器匹配条件, 这在一定程度上限制了它的应用范围。为此, 有学者将未知输入观测器与优化技术相结合, 提出了 H_∞ 未知输入观测器。文献[9-10]将 H_∞ 未知输入观测器用于故障检测, 而文献[11]将其用于故障估计。在这些成果中, 未知输入干扰被分解为两部分, 一部分可通过匹配条件进行解耦处理, 另一部分则通过 H_∞ 性能指标表征其对残差的影响, 并尽可能减弱这种影响。因此, 本文也基于此思想开展研究。

为了进一步提高故障检测的灵敏度, 降低故障检测的误报率, 学者们将表征故障检测灵敏度的 H_- 性能指标与 H_∞ 性能指标相结合, 提出了 H_-/H_∞ 观测器^[12]并广泛应用于故障诊断领域。文献[13]针对线性切换系统提出了一种 H_-/H_∞ 未知输入观测器, 实现了系统传感器故障检测。文献[14]针对线性变参数(linear parameter-varying, LPV)系统提出了一种 H_-/H_∞ 故障检测观测器。文献[15]将 H_-/H_∞ 未知输入观测器成功应用于风机系统的传感器故障检测中。近年来, 随着广义(Kalman Yakubovich Popov, KYP)引理^[16]的提出, 相关研究成果被成功推广到有限频域。实际上, 故障信号有可能发生在某一或某些有限频率范围内, 因此, 分析故障的有限频域性能显得尤为重要。应用广义KYP引理, 文献[17-18]针对线性系统提出了基于 H_-/H_∞ 观测器的有限频域执行器故障检测方法。文献[19]将研究成果扩展到线性离散时间系统。文献[20]针对一类描述LPV线性系统设计了有限频域 H_-/H_∞ 故障检测观测器。

因为广义KYP引理是针对线性系统设计的, 因此, 其不能直接应用于非线性系统。然而, 很多现代复杂系统都是非线性的, 所以, 有必要将上述结果扩展到非线性系统中。文献[21]假设Lipschitz非线性项是固定的常量, 并在此基础上研究了Lipschitz非线性系统有限频域 H_-/H_∞ 故障检测观测器。文献[22-23]则基于Lipschitz非线性项是变参数的特性进行研究, 并设计了相应的故障检测观测器。与此同时, 为了更好地处理峰值有界信号, Wang等人^[24]设计了一种 L_∞ 性能指标, 并基于此提出一种 H_-/L_∞ 故障检测观测器。文献[25]将上述成果进一步推广到非线性系统。虽然上述这些成果可以有效地检测出系统故障, 但均未考虑故障估计问题。

基于上述分析, 本文在文献[25]的基础上, 针对Li-

pschitz非线性离散时间系统提出一种基于 H_-/L_∞ 未知输入观测器(unknown input observer, UIO)的有限频域故障诊断策略, 该策略将未知输入观测器与 H_- 性能指标及 L_∞ 性能指标相结合, 并同时考虑未知输入干扰和测量噪声干扰。与现有考虑带有部分解耦干扰而设计的故障诊断观测器^[11,13,15]相比, 本文创新性地将其扩展到有限频域领域, 这样可以有效地提高观测器的性能并减少观测器设计的保守性。考虑到广义KYP引理只适用于线性系统。因此, 本文利用Lipschitz非线性项是变参数的特性来解决此问题。值得一提的是, 现有的针对非线性系统设计的有限频域故障诊断方法^[17-25]只考虑故障检测问题, 并没有进一步考虑故障估计问题。因此, 本文通过引入广义观测器的设计思想, 将传感器故障构造造成增广状态向量来解决此问题, 即同时考虑执行器故障的鲁棒检测及传感器故障的鲁棒估计问题。

2 问题描述

考虑如下Lipschitz非线性离散时间系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_p \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_p \mathbf{u}(k) + \varphi_p(\mathbf{x}(k)) + \\ \quad \mathbf{F}_a \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{D}_d \zeta_d(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_p \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_s \mathbf{f}_s(k) + \mathbf{D}_s \zeta_s(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 表示状态向量; $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 表示测量输出向量; $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 表示控制输入向量; $\zeta_d(k) \in \mathbb{R}^{n_d}$ 为外部干扰; $\zeta_s(k) \in \mathbb{R}^{n_{\zeta_s}}$ 为噪声干扰; $\mathbf{f}_a(k) \in \mathbb{R}^{n_{f_a}}$ 表示执行器故障; $\mathbf{f}_s(k) \in \mathbb{R}^{n_{f_s}}$ 表示传感器故障; $\varphi_p(\mathbf{x}(k))$ 表示非线性函数; $\mathbf{A}_p, \mathbf{B}_p, \mathbf{C}_p$ 为已知常矩阵, 而 $\mathbf{D}_d, \mathbf{D}_s, \mathbf{F}_a, \mathbf{F}_s$ 为已知列满秩矩阵。

假设 1 系统(1)满足可观测条件。

假设 2 外部干扰 $\zeta_d(k)$ 和噪声干扰 $\zeta_s(k)$ 存在已知上界, 传感器故障 $\mathbf{f}_s(k)$ 同样存在已知上界, 即

$$\begin{cases} \|\zeta_d(k)\| \leq \|d_1\|_\infty < \|d\|_\infty, \\ \|\zeta_s(k)\| \leq \|d_2\|_\infty < \|d\|_\infty, \\ \|\mathbf{f}_s(k)\| \leq \|f\|_\infty < \|d\|_\infty, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\|d\|_\infty = \max(\|d_1\|_\infty, \|d_2\|_\infty, \|f\|_\infty)$ 。

假设 3 本文假设同一时间系统只出现一种形式的故障。

引理 1 存在非线性函数 $\Phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 则下列条件1)和2)的表述是等价的^[23]:

1) Lipschitz特性: Φ 为Lipschitz非线性函数且满足

$$\|\Phi(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{y})\| \leq r_\Phi \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|, \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

其中 r_Φ 为已知的Lipschitz常数。

2) 文献[26]给出的性质: 对于所有的 $i, j=1, \dots, n$, 存在 $\Phi_{ij}: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 及常数 $r_{\Phi_{ij}}$ 和 $\bar{r}_{\Phi_{ij}}$, 满足

$$\Phi(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} \mathbf{H}_{ij} (\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (4)$$

其中: $\underline{r}_{\Phi_{ij}} \leq \Phi_{ij} \leq \bar{r}_{\Phi_{ij}}$, $\Phi_{ij} \triangleq \Phi_{ij}(\mathbf{x}^{y_j-1}, \mathbf{x}^{y_j})$, 且

$$\mathbf{H}_{ij} = \mathbf{e}_n(i) \mathbf{e}_n^T(j). \mathbf{e}_s(i) = \underbrace{[0 \cdots 0 \underset{s \text{ 元素}}{1} 0 \cdots 0]}_{s \text{ 元素}}^{\text{ith}} \in \mathbb{R}^s, s \geq 1 \text{ 是典范基 } \mathbb{R}^s \text{ 的一个矢量.}$$

注1 目前大多数基于观测器的非线性系统故障诊断方法均采用式(3)描述的非线性函数特性, 其假设非线性函数的所有元素都是相同的常值, 即采用相同的Lipschitz常数, 但如果该参数过大会导致式(3)不可行. 因此, 文献[26]针对Lipschitz系统提出一种基于LPV方法的研究策略, 其可以充分利用非线性项的所有感兴趣的属性, 并有效降低式(3)的保守性, 关于这种特性的详尽分析可参考文献[26].

引理2 考虑如下线性离散时间系统^[16]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k), \end{cases} \quad (5)$$

如果给定已知的有限频域 Θ , 则以下条件1)和条件2)的表述是等价的:

1) 下列不等式成立:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix}^T \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

其中矩阵 $\mathbf{\Pi}$ 的定义见表1.

2) 存在对称矩阵 $\mathbf{P}$ 及对称正定矩阵 $\mathbf{Q}$, 满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \mathbf{\Xi} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

其中矩阵 $\mathbf{\Xi}$ 的定义见表1.

表1 Θ 和 $\mathbf{\Xi}$ 在不同频率范围中的定义

Table 1 Θ and $\mathbf{\Xi}$ for different frequency ranges

频域范围	Θ	$\mathbf{\Xi}$
低频域	$ \theta \leq \vartheta_l$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{P} - 2 \cos \vartheta_l \mathbf{Q} \end{bmatrix}$
中频域	$\vartheta_1 \leq \theta \leq \vartheta_2$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & e^{j\vartheta_c} \mathbf{Q} \\ e^{-j\vartheta_c} \mathbf{Q} & \mathbf{P} - 2 \cos \vartheta_m \mathbf{Q} \end{bmatrix}$
高频域	$ \theta \geq \vartheta_h$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{P} + 2 \cos \vartheta_h \mathbf{Q} \end{bmatrix}$

表1中, $\vartheta_l, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_h$ 为给定的常数, 且 $\vartheta_l, \vartheta_h \geq 0$, $\vartheta_2 \geq \vartheta_1, \vartheta_l, \vartheta_h \leq \pi, \vartheta_2 - \vartheta_1 \leq 2\pi$. 与此同时, 表1给出的“低/中/高”与实际工程应用中所涉及的低频、中频与高频信号不是直接的对应关系. $\vartheta_\omega = (\vartheta_2 - \vartheta_1)/2$, $\vartheta_c = (\vartheta_1 + \vartheta_2)/2$.

注2 当引理2中的矩阵 $\mathbf{Q}$ 为0时, 引理2中的相关条件退化为线性离散时间系统全频域条件. 更详细的研究内容可参考文献[16].

在传统的UIO设计中, 一般均假设系统的未知输入 $\zeta_d(k)$ 可完全解耦于估计误差或不可解耦, 即当 $\mathbf{D}_d$ 满足 $\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{D}_d) = \text{rank}(\mathbf{D}_d)$ 时, 则未知输入 $\zeta_d(k)$ 可完全解耦; 反之, 则不可被完全解耦. 但如果 $\mathbf{D}_d$ 中存在 n_{d1} 列满足上述条件时, 则未知输入及其分布矩阵均可被分为两部分, 即 $\zeta_d(k) = [\zeta_{d1}(k) \ \zeta_{d2}(k)]$, $\mathbf{D}_d = [\mathbf{D}_{d1} \ \mathbf{D}_{d2}]$, 其中 $\zeta_{d1}(k) \in \mathbb{R}^{n_{d1}}$ 可完全解耦而 $\zeta_{d2}(k) \in \mathbb{R}^{n_d - n_{d1}}$ 不可解耦, 与此同时, $\mathbf{D}_{d1}$ 为列满秩矩阵且满足 $\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{D}_{d1}) = \text{rank}(\mathbf{D}_{d1})$. 因此, 式(1)变为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_p \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_p \mathbf{u}(k) + \\ \quad \varphi_p(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{F}_a \mathbf{f}_a(k) + \\ \quad \mathbf{D}_{d1} \zeta_{d1}(k) + \mathbf{D}_{d2} \zeta_{d2}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_p \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_s \mathbf{f}_s(k) + \mathbf{D}_s \zeta_s(k). \end{cases} \quad (8)$$

定义新的增广状态向量 $\xi(k) = [\mathbf{x}^T(k) \ \mathbf{f}_s^T(k)]^T$, 以此达到同时检测执行器故障与估计传感器故障的目的, 则式(8)变为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \mathbf{A}\xi(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \\ \quad \varphi(\mathbf{x}(k)) + \bar{\mathbf{F}}_a \mathbf{f}_a(k) + \\ \quad \bar{\mathbf{D}}_{d1} \zeta_{d1}(k) + \mathbf{M}\zeta(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\xi(k) + \mathbf{D}_s \zeta_s(k), \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{F}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{D}}_{d1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{d1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{d2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{H} = [\mathbf{C}_p \ \mathbf{F}_s],$$

$$\zeta(k) = \begin{bmatrix} \zeta_{d2}(k) \\ \mathbf{f}_s(k+1) \end{bmatrix}, \varphi(\mathbf{x}(k)) = \begin{bmatrix} \varphi_p(\mathbf{x}(k)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

针对系统(9), 设计如下形式的 H_∞/L_∞ UIO:

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{N}\mathbf{z}(k) + \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \\ \quad \mathbf{S}\varphi(\hat{\mathbf{x}}(k)) + \mathbf{L}\mathbf{y}(k), \\ \hat{\xi}(k) = \mathbf{z}(k) + \mathbf{T}\mathbf{y}(k), \\ \hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{H}\hat{\xi}(k), \\ \mathbf{r}(k) = \xi(k) - \hat{\xi}(k), \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\mathbf{z}(k)$ 为观测器的状态值; $\hat{\xi}(k)$ 和 $\hat{\mathbf{y}}(k)$ 分别为 $\xi(k)$ 和 $\mathbf{y}(k)$ 的估计值; $\mathbf{r}(k)$ 代表残差向量; 矩阵 $\mathbf{N}, \mathbf{S}, \mathbf{L}, \mathbf{T}$ 为待设计的增益矩阵且满足

$$\begin{cases} (\mathbf{I} - \mathbf{T}\mathbf{H})\bar{\mathbf{D}}_{d1} = \mathbf{0}, \mathbf{L} = \mathbf{F} + \mathbf{N}\mathbf{T}, \\ \mathbf{N} = \mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{F}\mathbf{H}, \mathbf{S} = \mathbf{I} - \mathbf{T}\mathbf{H}. \end{cases} \quad (11)$$

引理3 针对系统(9), H_∞/L_∞ UIO(10)存在的充

分必要条件为^[11]

- 1) $\text{rank}(\mathbf{H}\bar{\mathbf{D}}_{d1}) = \text{rank}(\bar{\mathbf{D}}_{d1})$;
- 2) $(\mathbf{H}, \mathbf{A}_1)$ 是可观测对, 其中 $\mathbf{A}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{T}\mathbf{H})\mathbf{A}$.
定义 $\mathbf{e}(k) = \boldsymbol{\xi}(k) - \hat{\boldsymbol{\xi}}(k)$ 为观测器的状态估计误差, 由式(9)–(10)可知

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \boldsymbol{\xi}(k) - \hat{\boldsymbol{\xi}}(k) = \\ &(\mathbf{I} - \mathbf{T}\mathbf{H})\boldsymbol{\xi}(k) - \mathbf{z}(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k) = \\ &\mathbf{S}\boldsymbol{\xi}(k) - \mathbf{z}(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k), \end{aligned} \quad (12)$$

进一步可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \\ &\mathbf{S}\boldsymbol{\xi}(k+1) - \mathbf{z}(k+1) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1) = \\ &\mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\xi}(k) + \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \\ &\mathbf{S}\varphi(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{S}\bar{\mathbf{D}}_{d1}\boldsymbol{\zeta}_{d1}(k) + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) + \\ &\mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k) - \mathbf{N}\mathbf{z}(k) - \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) - \mathbf{S}\varphi(\hat{\mathbf{x}}(k)) - \\ &\mathbf{L}\mathbf{y}(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1) = \\ &\mathbf{N}(\mathbf{T}\mathbf{y}(k) - \hat{\boldsymbol{\xi}}(k) + \boldsymbol{\xi}(k) - \boldsymbol{\xi}(k)) + \mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\xi}(k) + \\ &\mathbf{S}\Delta\varphi + \mathbf{S}\bar{\mathbf{D}}_{d1}\boldsymbol{\zeta}_{d1}(k) + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) + \\ &\mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k) - \mathbf{L}\mathbf{y}(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1) = \\ &\mathbf{N}\mathbf{e}(k) + (\mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{N})\boldsymbol{\xi}(k) + (\mathbf{N}\mathbf{T} - \mathbf{L})\mathbf{H}\boldsymbol{\xi}(k) + \\ &\mathbf{S}\Delta\varphi + \mathbf{S}\bar{\mathbf{D}}_{d1}\boldsymbol{\zeta}_{d1}(k) + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) + \mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k) - \\ &(\mathbf{L} - \mathbf{N}\mathbf{T})\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1), \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\Delta\varphi = \varphi(\mathbf{x}(k)) - \varphi(\hat{\mathbf{x}}(k))$.

由于式(11)成立, 因此有

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \mathbf{N}\mathbf{e}(k) + \mathbf{S}\Delta\varphi + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) + \\ &\mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k) - \mathbf{F}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k) - \\ &\mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1). \end{aligned} \quad (14)$$

根据引理1可以得到

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= [\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} \mathbf{H}_{ij}](\boldsymbol{\xi}(k) - \hat{\boldsymbol{\xi}}(k)) = \\ &[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(\mathbf{x}^{\hat{x}_{j-1}}, \mathbf{x}^{\hat{x}_j}) \mathbf{H}_{ij}] \mathbf{e}(k). \end{aligned} \quad (15)$$

为了简化表述, 进行如下定义:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(\mathbf{x}^{\hat{x}_{j-1}}, \mathbf{x}^{\hat{x}_j}) \mathbf{H}_{ij}, \quad (16)$$

其中函数 $\mathbf{A}$ 属于有界凸域 $\mathcal{H}_n$, 其顶点集定义如下:

$$\Psi_{\mathcal{H}_n} = \{\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times n}, Z_{ij} \in \{r_{\Phi_{ij}}, \bar{r}_{\Phi_{ij}}\}\}, \quad (17)$$

其中: $\mathbf{Z}$ 为 $\mathcal{H}_n$ 的顶点, Z_{ij} 为 $\mathbf{Z}$ 的第 i 行第 j 列元素.

因此, 式(14)可以重新表示为如下更紧凑的形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}(k) + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) + \mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k) - \\ &\mathbf{F}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{N} + \mathbf{S}\mathbf{A}$.

接下来, 为了便于观测器的设计与分析, 将系统分解为如下两个子系统:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_d(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}_d(k) + \mathbf{S}\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}(k) - \\ \mathbf{F}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k) - \mathbf{T}\mathbf{D}_s\boldsymbol{\zeta}_s(k+1), \\ \mathbf{r}_d(k) = \mathbf{e}_d(k). \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{e}_f(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}_f(k) + \mathbf{S}\bar{\mathbf{F}}_a\mathbf{f}_a(k), \\ \mathbf{r}_f(k) = \mathbf{e}_f(k). \end{cases} \quad (20)$$

其中: 系统(19)为只受干扰影响的子系统, 系统(20)为只受执行器故障影响的子系统.

基于子系统(19), 表征故障检测鲁棒性的 L_∞ 性能指标定义如下.

定义 1 如果子系统(19)在 $k \geq 0$ 的情况下满足如下不等式, 则误差动态系统(18)的 L_∞ 性能指标为 $\sqrt{3(\gamma_1 + \gamma_2)}$.

$$\|\mathbf{r}_d(k)\| \leq \sqrt{\gamma_1 \mathbf{V}_d(0)(1 + \alpha)^k + 3(\gamma_1 + \gamma_2)} \|d\|_\infty, \quad (21)$$

其中: $\mathbf{V}_d(0) = \mathbf{e}_d^T(0)\mathbf{P}_d\mathbf{e}_d(0)$, 且 $\mathbf{P}_d > 0$ 为待设计参数; $0 < \alpha < 1$ 为给定的常数.

基于子系统(20), 表征故障检测灵敏度的有限频域 H_- 性能指标定义如下.

定义 2 当执行器故障发生在给定的有限频域, 如果子系统(20)在 $k \geq 0$ 的情况下满足如下不等式, 则误差动态系统(18)的 H_- 性能指标为 β .

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{r}_f^T(k)\mathbf{r}_f(k) \geq \beta^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}_a^T(k)\mathbf{f}_a(k). \quad (22)$$

因此, 基于定义1和2, 本文所提出的 H_-/L_∞ UIO 的设计目标为: 在保证残差鲁棒性的同时尽可能提高残差的故障检测灵敏度, 其具体可总结表述如下:

- 1) 误差动态系统(18)是渐进稳定的;
- 2) 误差动态系统(18)满足式(21)中的 L_∞ 性能指标;
- 3) 误差动态系统(18)满足式(22)中的有限频域 H_- 性能指标.

3 观测器设计

3.1 稳定性及 L_∞ 性能指标

为了保证系统(18)的渐进稳定性及残差对干扰的鲁棒性, 给出如下定理.

定理 1 针对满足假设条件1–3的Lipschitz非线性离散系统(1), 给定常数 $0 < \alpha < 1$, 如果存在干扰抑制参数 γ_1 和 γ_2 , 对称正定矩阵 $\mathbf{P}_d$ 和矩阵 $\mathbf{M}_d$ 和 $\mathbf{G}$, 使得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} - \gamma_1 \mathbf{P}_d & 0 \\ * & -\gamma_2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15} \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & \Omega_{25} \\ * & * & \Omega_{33} & 0 & \Omega_{35} \\ * & * & * & \Omega_{44} & \Omega_{45} \\ * & * & * & * & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

成立. 则误差动态系统(18)是渐进稳定的且满足式(21)定义的 L_∞ 性能指标. 其中: $\Omega_{11} = -(\alpha + 1)P_d + M_d(N + SA) + (N^T + A^T S^T)M_d^T$, $\Omega_{12} = M_d SM$, $\Omega_{13} = M_d NTD_s - M_d LD_s$, $\Omega_{14} = -M_d TD_s$, $\Omega_{15} = -M_d + N^T G^T + A^T S^T G^T$, $\Omega_{22} = (\alpha - 1)I$, $\Omega_{25} = M^T S^T G^T$, $\Omega_{33} = (\alpha - 1)I$, $\Omega_{35} = D_s^T T^T N^T G^T - D_s^T L^T G^T$, $\Omega_{44} = (\alpha - 1)I$, $\Omega_{45} = -D_s^T T^T G^T$, $\Omega_{55} = P_d - G - G^T$. 符号*表示通过对称得到的元素, 下文相同, 不再赘述.

证 定义Lyapunov函数为 $e_d^T(k)P_d e_d(k)$, 进一步可获得

$$\begin{aligned} V_d(k+1) - V_d(k) &= \\ e_d^T(k+1)P_d e_d(k+1) - e_d^T(k)P_d e_d(k) &= \\ \begin{bmatrix} e_d(k) \\ \zeta(k) \\ \zeta_s(k) \\ \zeta_s(k+1) \end{bmatrix}^T \mathcal{U} \begin{bmatrix} e_d(k) \\ \zeta(k) \\ \zeta_s(k) \\ \zeta_s(k+1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} \bar{A}^T P_d \bar{A} - P_d & \bar{A}^T P_d SM \\ * & (SM)^T P_d SM \\ * & * \\ * & * \\ -\bar{A}^T P_d FD_s & -\bar{A}^T P_d TD_s \\ -(SM)^T P_d FD_s & -(SM)^T P_d TD_s \\ (FD_s)^T P_d FD_s & (FD_s)^T P_d TD_s \\ * & (TD_s)^T P_d TD_s \end{bmatrix}.$$

矩阵 $\mathcal{U}$ 可进一步表示为

$$\mathcal{U} = \mathcal{A}^T P_d \mathcal{A} - P_d, \quad (26)$$

其中 $\mathcal{A} = [\bar{A} \quad SM \quad -FD_s \quad -TD_s]$.

式(26)的充分条件可表示为

$$\begin{bmatrix} -P_d + \mathcal{L}_1 \mathcal{A} + \mathcal{A}^T \mathcal{L}_1^T & -\mathcal{L}_1 + \mathcal{A}^T G^T \\ * & P_d - G - G^T \end{bmatrix}. \quad (27)$$

对式(27)左右两边分别乘以 $[I \quad \mathcal{A}^T]$ 及其转置, 可以得到式(26). 定义 $\mathcal{L}_1 = [M_d^T \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ 并将其与矩阵 $\mathcal{A}$ 一同代入式(27), 可以得到

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} \mathcal{U}_{11} & \mathcal{U}_{12} & \mathcal{U}_{13} & \mathcal{U}_{14} & \mathcal{U}_{15} \\ * & 0 & 0 & 0 & \mathcal{U}_{25} \\ * & * & 0 & 0 & \mathcal{U}_{35} \\ * & * & * & 0 & \mathcal{U}_{45} \\ * & * & * & * & \mathcal{U}_{55} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

其中: $\mathcal{U}_{11} = -P_d + M_d \bar{A} + \bar{A}^T M_d^T$, $\mathcal{U}_{12} = M_d SM$, $\mathcal{U}_{13} = -M_d FD_s$, $\mathcal{U}_{14} = -M_d TD_s$, $\mathcal{U}_{15} = -M_d + \bar{A}^T G^T$, $\mathcal{U}_{25} = M^T S^T G^T$, $\mathcal{U}_{35} = -D_s^T F^T G^T$, $\mathcal{U}_{45} = -D_s^T T^T G^T$, $\mathcal{U}_{55} = P_d - G - G^T$.

接下来, 定义

$$\mathcal{X} = \mathcal{U} - \begin{bmatrix} \alpha P_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha)I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \alpha)I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1 - \alpha)I \end{bmatrix}. \quad (29)$$

根据 $\bar{A}$ 和 F 的定义并对式(24)左右两边分别乘以

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & \bar{A}^T \\ 0 & I & 0 & 0 & M^T S^T \\ 0 & 0 & I & 0 & -D_s^T F^T \\ 0 & 0 & 0 & I & -D_s^T T^T \end{bmatrix}$$

及其转置, 可以得到 $\mathcal{X}$. 如果式(24)成立, 则意味着 $\mathcal{X} < 0$ 成立, 又因为 $0 < \alpha < 1$, 所以 $\mathcal{U} < 0$ 成立. 最终可以得到 $V_d(k+1) - V_d(k) < 0$, 因此, 系统(18)的渐进稳定性得证.

对式(29)左右两边分别乘以

$$[e_d^T(k) \quad \zeta^T(k) \quad \zeta_s^T(k) \quad \zeta_s^T(k+1)]^T$$

及其转置, 可以得到

$$\begin{aligned} V_d(k+1) &< (1 + \alpha)V_d(k) + \\ &(1 - \alpha)\zeta^T(k)\zeta(k) + \\ &(1 - \alpha)\zeta_s^T(k)\zeta_s(k) + \\ &(1 - \alpha)\zeta_s^T(k+1)\zeta_s(k+1). \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)可进一步整理为

$$\begin{aligned} V_d(k) &\leq \\ (1 + \alpha)^k V_d(0) &+ (1 - \alpha) \sum_{i=0}^{k-1} \alpha^{k-1-i} \|d\|_\infty^2 + \\ (1 - \alpha) \sum_{i=0}^{k-1} \alpha^{k-1-i} \|d\|_\infty^2 &+ (1 - \alpha) \sum_{i=0}^k \alpha^{k-i} \|d\|_\infty^2 \leq \\ (1 + \alpha)^k V_d(0) &+ (1 - \alpha^{k-1}) \|d\|_\infty^2 + \\ (1 - \alpha^{k-1}) \|d\|_\infty^2 &+ (1 - \alpha^k) \|d\|_\infty^2 \leq \\ (1 + \alpha)^k V_d(0) &+ 3 \|d\|_\infty^2. \end{aligned} \quad (31)$$

其意味着

$$\begin{aligned} r_d^T(k) r_d(k) &\leq \gamma_1 e_d^T(k) P_d e_d(k) + \\ &\gamma_2 \zeta^T(k) \zeta(k) + \gamma_2 \zeta_s^T(k) \zeta_s(k) + \\ &\gamma_2 \zeta_s^T(k+1) \zeta_s(k+1). \end{aligned} \quad (32)$$

因此有

$$\|r_d(k)\|^2 \leq \gamma_1 ((1 + \alpha)^k V_d(0) + 3 \|d\|_\infty^2) + 3 \gamma_2 \|d\|_\infty^2. \quad (33)$$

因此, 便可求得式(21)所示的 L_∞ 性能指标. 证毕.

3.2 H_∞性能指标

为了保证系统(18)对执行器故障的敏感性, 给出如下定理.

定理2 针对满足假设条件1-3的Lipschitz非线性离散系统(1), 给定已知的执行器故障频域, 如果存在一个正常数 β , 对称正定矩阵 P_f 和 Q 以及矩阵 M_{f1} , M_{f2} 和 G , 使得

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} \\ * & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} \\ * & * & \Sigma_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

成立. 则渐进稳定的误差动态系统(18)满足式(22)定义的有限频域H_∞性能指标, 其中: $\Sigma_{11} = -P_f - G - G^T$, $\Sigma_{12} = -M_{f1}^T + \sigma_1 Q + GN + GSA$, $\Sigma_{13} = -M_{f2}^T - GS\bar{F}_a$, $\Sigma_{22} = P_f + \sigma_2 Q - I + M_{f1}N + M_{f1}SA$, $\Sigma_{23} = -M_{f1}S\bar{F}_a + N^T M_{f2}^T + A^T S^T M_{f2}^T$, $\Sigma_{33} = \beta^2 I - M_{f2}S\bar{F}_a - \bar{F}_a^T S^T M_{f2}^T$.

注3 如果故障发生在低频域 $|\theta_{fa}| \leq \vartheta_l$, 则参数 $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = -2 \cos \vartheta_l$; 如果故障发生在中频域 $\vartheta_1 \leq \theta_{fa} \leq \vartheta_2$, 则参数 $\sigma_1 = e^{-j\vartheta_c}$, $\sigma_2 = -2 \cos \vartheta_m$; 如果故障发生在高频域 $|\theta_{fa}| \geq \vartheta_h$, 则参数 $\sigma_1 = -1$, $\sigma_2 = -2 \cos \vartheta_h$.

证 针对渐进稳定的误差动态系统(18), 定义矩阵 Π 为 $\Pi = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ * & \beta^2 I \end{bmatrix}$ 并结合式(20)(22)及引理2, 可以得到

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ * & \Gamma_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

其中: $\Gamma_{11} = -\bar{A}^T P_f \bar{A} + \sigma_1 Q \bar{A} + \sigma_1 \bar{A}^T Q^T + P_f + \sigma_2 Q - I$, $\Gamma_{12} = -\bar{A}^T P_f S \bar{F}_a + \sigma_1 Q S \bar{F}_a$, $\Gamma_{22} = \beta^2 I - \bar{F}_a^T S^T P_f S \bar{F}_a$.

与此同时, 式(35)可重写为

$$\mu + \bar{A}^T Q^T + Q \bar{A} - \bar{A}^T P_f \bar{A} < 0, \quad (36)$$

其中: $\mu = \begin{bmatrix} P_f + \sigma_2 Q - I & 0 \\ 0 & \beta^2 I \end{bmatrix}$, $\bar{A} = [\bar{A} \ S \bar{F}_a]$, $Q = \begin{bmatrix} \sigma_1 Q \\ 0 \end{bmatrix}$.

要使得式(36)成立, 则

$$\begin{bmatrix} -P_f - G - G^T & -\mathcal{L}_2^T + Q + G\bar{A} \\ * & \mu + \mathcal{L}_2 \bar{A} + \bar{A}^T \mathcal{L}_2^T \end{bmatrix} < 0. \quad (37)$$

对式(37)左右两边分别乘以 $[\bar{A}^T \ I]$ 及其转置, 可以得到式(36). 定义 $\mathcal{L}_2 = [M_{f1}^T \ M_{f2}^T]^T$ 并将其与矩阵 $\bar{A}$ 一同代入式(37), 可以得到

$$\begin{bmatrix} -P_f - G - G^T & -M_{f1}^T + \sigma_1^T Q + G\bar{A} \\ * & P_f + \sigma_2 Q - I + M_{f1} \bar{A} + \bar{A}^T M_{f1}^T \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -M_{f2}^T + GS\bar{F}_a \\ M_{f1} S \bar{F}_a + \bar{A}^T M_{f2}^T \\ M_{f2} S \bar{F}_a + \bar{F}_a^T S^T M_{f2}^T + \beta^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (38)$$

将 $\bar{A}$ 代入式(38)便可得到式(34). 因此, 便可求得式(22)所示的有限频域H_∞性能指标. 证毕.

3.3 LMI设计条件

由于定理1-2中涉及的求解条件存在非线性项, 不能直接应用LMI优化方法进行观测器解算, 因此给出定理3, 用于进一步求解观测器增益矩阵.

定理3 针对满足假设条件1-3的Lipschitz非线性离散系统(1), 给定已知的执行器故障频域, 常数 $0 < \alpha < 1$, δ_1 和 δ_2 及矩阵 V , 如果存在一个正常数 β 和干扰抑制参数 γ_1, γ_2 , 对称正定矩阵 P_d , P_f 和 Q 以及矩阵 Y_1, Y_2 和 G , 使得

$$\begin{bmatrix} \Omega'_{11} & \Omega'_{12} & \Omega'_{13} & \Omega'_{14} & \Omega'_{15} \\ * & \Omega'_{22} & 0 & 0 & \Omega'_{25} \\ * & * & \Omega'_{33} & 0 & \Omega'_{35} \\ * & * & * & \Omega'_{44} & \Omega'_{45} \\ * & * & * & * & \Omega'_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma'_{11} & \Sigma'_{12} & \Sigma'_{13} \\ * & \Sigma'_{22} & \Sigma'_{23} \\ * & * & \Sigma'_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (40)$$

及式(23)成立. 则渐进稳定的误差动态系统(18)同时满足条件1)-3). 其中: $\Omega'_{11} = -(\alpha + 1)P_d + \delta_1 Y_1 + \delta_1 GSA + \delta_1 Y_1^T + \delta_1 A^T S^T G^T$, $\Omega'_{12} = \delta_1 GSM$, $\Omega'_{13} = \delta_1 Y_1 T D_s - \delta_1 Y_2 D_s$, $\Omega'_{14} = -\delta_1 G T D_s$, $\Omega'_{15} = -\delta_1 G + Y_1^T + A^T S^T G^T$, $\Omega'_{22} = (\alpha - 1)I$, $\Omega'_{25} = M^T S^T G^T$, $\Omega'_{33} = (\alpha - 1)I$, $\Omega'_{35} = D_s^T T^T Y_1^T - D_s^T Y_2^T$, $\Omega'_{44} = (\alpha - 1)I$, $\Omega'_{45} = -D_s^T T^T G^T$, $\Omega'_{55} = P_d - G - G^T$, $\Sigma'_{11} = -P_f - G - G^T$, $\Sigma'_{12} = -\delta_2 G^T + \sigma_1 Q + Y_1 + GSA$, $\Sigma'_{13} = -G^T V - GS\bar{F}_a$, $\Sigma'_{22} = P_f + \sigma_2 Q - I + \delta_2 Y_1 + \delta_2 Y_1^T + \delta_2 GSA + \delta_2 A^T S^T G^T$, $\Sigma'_{23} = -\delta_2 GS\bar{F}_a + Y_1^T V + A^T S^T G^T V$, $\Sigma'_{33} = \beta^2 I - V^T GS\bar{F}_a - \bar{F}_a^T S^T G^T V$.

证 将 $GN = Y_1$, $GL = Y_2$, $M_d = \delta_1 G$, $M_{f1} = \delta_2 G$ 和 $M_{f2} = V^T G$ 分别代入式(24)(34), 可以得到式(39)-(40). 证毕.

最终, 本文设计的H_∞/L_∞UIO的增益矩阵参数可通过求解下述优化问题获得.

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma_1 + \gamma_2 - \beta, \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(23)(39)-(40)}. \end{aligned} \quad (41)$$

注4 式(41)中描述的优化问题是对执行器故障检测敏感性和对干扰鲁棒性之间的一种平衡. 如果期望得到更好的鲁棒性, 那么就要在一定程度上牺牲故障检测的敏感性. 只有在它们之间进行适当的权衡与取舍, 才能获得满意的性

能. 另外, 因为式(23)中存在非线性项 $\gamma_1 \mathbf{P}_d$, 因此, 可采用文献[25]给出的迭代优化算法进行求解.

因此, 本文提出的 H_∞/L_∞ UIO的求解步骤可总结如下:

1) 因为 $\text{rank}(\mathbf{H}\bar{\mathbf{D}}_{d1}) = \text{rank}(\bar{\mathbf{D}}_{d1})$ 成立, 可求得矩阵 $\mathbf{T}$ 的一个特解为^[11]

$$\mathbf{T}_* = \bar{\mathbf{D}}_{d1} [(\mathbf{H}\bar{\mathbf{D}}_{d1})^T (\mathbf{H}\bar{\mathbf{D}}_{d1})]^{-1} (\mathbf{H}\bar{\mathbf{D}}_{d1})^T. \quad (42)$$

2) 然后, 应用式(11)可求得矩阵 $\mathbf{S}$;

3) 应用LMI优化工具求解式(41)描述的优化问题, 从而得到矩阵 $\mathbf{G}$, $\mathbf{Y}_1$ 和 $\mathbf{Y}_2$;

4) 最后根据式(11)进一步求得增益矩阵 $\mathbf{N}$ 和 $\mathbf{L}$.

4 故障诊断策略设计

为了有效检测执行器故障, 本文给出如下故障检测逻辑:

$$\begin{cases} J(k) < J_{th}(k), \text{ 未发生执行器故障,} \\ J(k) \geq J_{th}(k), \text{ 发生执行器故障,} \end{cases} \quad (43)$$

其中 $J(k) = \|\mathbf{r}_d(k)\|$. 与文献[2]给出的常值固定阈值不同, 本文基于 L_∞ 性能指标分析得到的阈值是时变的, 并且与估计误差初值 $\mathbf{e}(0)$ 有关, 即

$$J_{th}(k) = \sqrt{\gamma_1 \lambda_{\max}(\mathbf{P}_d) \varepsilon_e^2 (1 + \alpha)^k + 3(\gamma_1 + \gamma_2) \|\mathbf{d}\|_\infty^2}, \quad (44)$$

其中: ε_e 表示 $\|\mathbf{e}(0)\|$ 的上界值, $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_d)$ 是矩阵 $\mathbf{P}_d$ 的最大特征值.

与此同时, 给出如下传感器故障的故障估计策略:

$$\hat{\mathbf{f}}_s(k) = [0 \quad \mathbf{I}] \hat{\boldsymbol{\xi}}(k). \quad (45)$$

5 仿真校验

本文以文献[11]给出的仿真算例进行仿真校验, 以此验证本文提出的基于 H_∞/L_∞ UIO的故障诊断策略的有效性. 相关参数可整理为

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \varphi_p(\mathbf{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.333 \sin x_3(k) \end{bmatrix}.$$

执行器故障和传感器故障分布矩阵分别为: $\mathbf{F}_a =$

$$\mathbf{B}_p, \mathbf{F}_s = [1 \ 0 \ 0]^T. \text{ 干扰分布矩阵分别为}$$

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.01 & -0.02 \\ -0.1 & 0.02 & -0.04 \\ 0.1 & -0.02 & 0.04 \\ 0.2 & 0.02 & -0.04 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.02 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

由引理1可知

$$\boldsymbol{\Psi}_{\mathcal{H}_n} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

此外, 定义 $\mathbf{x}(0) = [-0.15 \ 0 \ 0.2 \ 0.4]^T$ 与 $\mathbf{u} = 2 \sin(2\pi t)$. 观测器的初始状态值都设定为0.

本文假设执行器故障发生在低频域, 即 $|\theta_{fa}| \leq 0.1$. 干扰信号设定为幅值在 $[-0.1, 0.1]$ 范围内的随机信号. 仿真步长 T_s 设定为0.01 s.

按照注7给出的观测器增益矩阵求取步骤, 根据式(42)和式(11), 可先求得矩阵 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$ 为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0.667 & -0.333 & 0.333 & 0.333 & -0.333 \\ -0.333 & 0.167 & -0.167 & -0.167 & -0.333 \\ 0.333 & 0.833 & 1.167 & 0.167 & 0.333 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.333 & 0.333 & -0.333 \\ 0.333 & 0.833 & 0.167 \\ -0.333 & -0.833 & -0.167 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

观测器的设计参数选取为: $\alpha = 0.8$, $\delta_1 = 0.05$, $\delta_2 = 0.05$, $\mathbf{V} = 0.5 \bar{\mathbf{F}}_a$. 接着应用LMI工具箱求解由式(41)描述的优化问题, 可求得 $\gamma_1 = 0.633$, $\gamma_2 = 1.213$ 和 $\beta = 8.533$ 以及矩阵 $\mathbf{N}$ 和 $\mathbf{L}$ 为

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} -92.499 & 181.097 & -114.808 \\ 35.790 & -72.826 & 46.100 \\ 184.358 & -366.479 & 226.188 \\ -219.258 & 438.760 & -272.757 \\ 18.414 & -32.965 & 19.309 \\ -94.625 & -109.349 \\ 36.008 & 44.215 \\ 197.680 & 224.533 \\ -234.157 & -267.585 \\ 19.309 & 18.414 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 177.152 & -58.884 & 83.484 \\ -71.927 & 21.118 & -33.418 \\ -360.636 & 131.014 & -148.564 \\ 431.944 & -151.822 & 181.672 \\ -29.701 & 14.850 & -14.850 \end{bmatrix}.$$

为了验证所设计的故障诊断策略的有效性, 本节将执行器故障和传感器故障分别设定为以下形式:

1) 时变故障:

$$f_a(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 2000, \\ 0.2 + 0.1 \sin(0.1\pi(k - 1000)), & 2000 < k \leq 6000, \\ 0, & 6000 < k \leq 8000. \end{cases}$$

2) 突变故障:

$$f_s(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 3000, \\ 0.2, & 3000 < k \leq 5000, \\ 0, & 5000 < k \leq 8000. \end{cases}$$

图1给出了系统出现时变型执行器故障时的残差曲线。图2则给出了系统传感器故障的估计曲线。图1所示结果表示系统发生执行器故障时, 该观测器生成的残差信息超过基于 L_∞ 分析设计的动态阈值, 即成功检测出执行器故障, 与此同时, 动态阈值的引入可在一定程度上降低故障的误报率。从图2可以看出在系统发生传感器故障时, 该观测器可以有效地估计故障, 并且估计精度和鲁棒性能都符合预期的设计要求。为了进一步说明所提出的 H_-/L_∞ UIO的优越性, 本文首先将 H_-/L_∞ UIO生成的残差与 L_∞ UIO生成的残差进行比较, 如图3所示。从图3可以看出, L_∞ UIO生成的残差未能超过所设计的阈值, 而考虑了 H_- 性能指标的 H_-/L_∞ UIO所产生的残差成功超过阈值, 完成了执行器故障检测任务。然后将该观测器的传感器故障估计性能与文献[25]提出的观测器进行比较, 如图4所示。从图4可以看出, H_-/L_∞ UIO可以有效地对传感器故障进行估计, 而文献[25]提出的观测器却不能估计该故障。因此, 本文提出的基于 H_-/L_∞ UIO的鲁棒故障诊断策略得到了充分验证。与此同时, 通过研究发现, 如果既有执行器故障又有传感器故障, 那么传感器的故障估计结果会受到执行器故障的影响, 即会影响传感器故障估计的准确度。

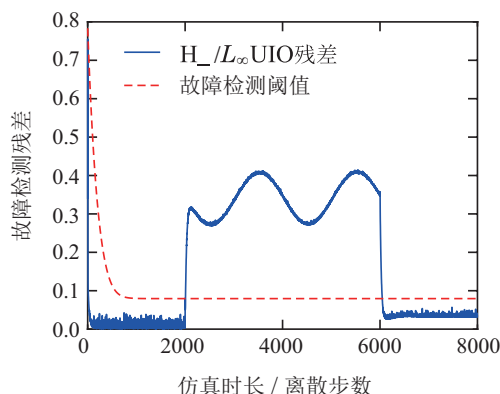


图1 执行器故障检测结果(时变故障)

Fig. 1 Actuator faults detection results (time-varying fault)

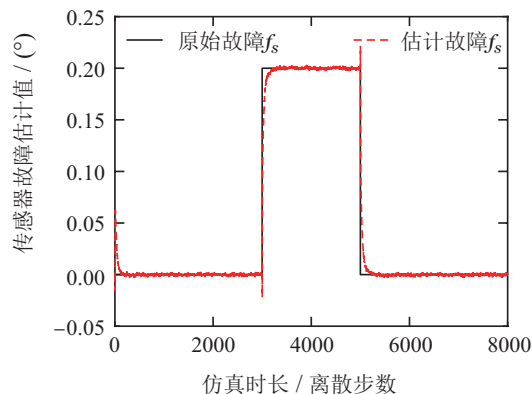


图2 传感器故障估计结果(突变故障)

Fig. 2 Sensor faults estimation results (abrupt fault)

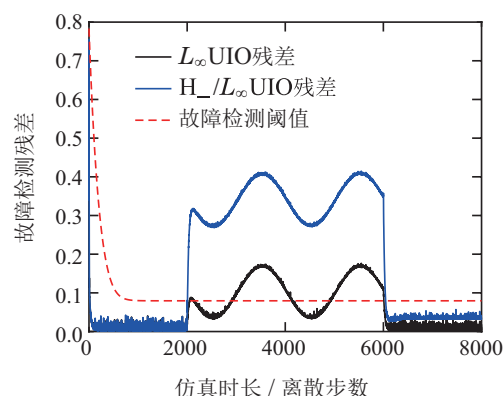


图3 时变执行器故障检测结果对比

Fig. 3 Time-varying actuator fault detection results comparison

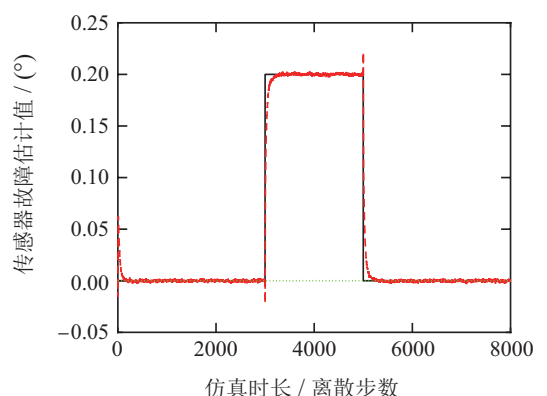


图4 突变传感器故障估计结果对比

Fig. 4 Abrupt sensor fault estimation results comparison

6 结论

本文提出了一种有限频域 H_-/L_∞ UIO, 实现了Lipschitz非线性系统执行器故障的鲁棒检测及传感器故障的鲁棒估计。针对可解耦干扰, 利用观测器匹配条件将其从估计误差中消除。针对不可解耦干扰设计了 L_∞ 指标, 保证了生成残差的鲁棒性。结合了有限频

域 H_{∞} 指标,进一步保证了生成残差的故障灵敏度.给出了观测器存在的充分条件并将其求解过程转化为受LMIs约束的优化问题,实现了一类伴有部分解耦干扰的非线性系统故障诊断.最后,将本文设计的故障诊断策略应用于仿真实例,并以此验证了其可行性与有效性.在未来的研究中,笔者考虑将该观测器扩展到其他形式的非线性系统中,并进一步考虑容错控制问题.

参考文献:

- [1] FRANK P M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy-A survey and some new results. *Automatica*, 1990, 26(3): 459 – 474.
- [2] DING S X. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*. London: Springer Science and Business Media, 2008.
- [3] GAO Z W, CECATI C, DING S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques-Part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3757 – 3767.
- [4] NEMATI F, HAMAMI S M, ZEMOUCHE A. A nonlinear observer-based approach to fault detection, isolation and estimation for satellite formation flight application. *Automatica*, 2019, 107: 474 – 482.
- [5] BAGHERPOUR E A, HAIRIYAZDI M R, MAHJOOB M J. Residual generation with unknown input observer for linear systems in the presence of unmatched uncertainties. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, 28(12): 5159 – 5167.
- [6] ICHALAL D, MAMMAR S. On unknown input observers of linear systems: Asymptotic unknown input decoupling approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 65(3): 1197 – 1202.
- [7] TIAN Lingfei, QIAN Linfang, CHEN longmiao, et al. Fault detection for an electro-hydraulic position servo system of vehicle-mounted howitzer based on unknown input observer. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(11): 2100 – 2108.
(田灵飞, 钱林方, 陈龙淼, 等. 基于未知输入观测器的车载炮电液位置伺服系统故障检测. 兵工学报, 2018, 39(11): 2100 – 2108.)
- [8] MOHAMED K, CHADLI M, CHAABANE M. Unknown inputs observer for a class of nonlinear uncertain systems: An LMI approach. *International Journal of Automation and Computing*, 2012, 9(3): 331 – 336.
- [9] AMATO F, MATTEI M. Design of full order unknown input observers with H_{∞} performance. *Proceedings of the International Conference on Control Applications*. Glasgow, UK: IEEE, 2002, 9: 18 – 20.
- [10] YANMING F, DI W, PENG Z, et al. Design of unknown input observer with H_{∞} performance for linear time-delay systems. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2006, 17(3): 606 – 610.
- [11] GAO Z W, LIU X X, CHEN M Z Q. Unknown input observer-based robust fault estimation for systems corrupted by partially decoupled disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2537 – 2547.
- [12] HOU M, PATTON R J. An LMI approach to H_{∞}/H_{∞} fault detection observers. *Proceedings of UKACC International Conference on Control*. Exeter, UK: IEEE, 1996: 305 – 310.
- [13] WANG Jiawei, SHEN Yi, WANG Zhenhua. Fault detection for linear switched systems based on H_{∞}/H_{∞} unknown input observers. *Control and Decision*, 2017, 32(11): 1973 – 1979.
(王佳伟, 沈毅, 王振华. 基于 H_{∞}/H_{∞} 未知输入观测器的线性切换系统故障检测. 控制与决策, 2017, 32(11): 1973 – 1979.)
- [14] WEI X, VERHAEGEN M. LMI solutions to the mixed H_{∞}/H_{∞} fault detection observer design for linear parameter-varying systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2011, 25(2): 114 – 136.
- [15] CHEN Xuanhan, SHEN Yanxia, WU Dinghui. Fault diagnosis of wind turbine system based on H_{∞}/H_{∞} unknown input observer. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(10): 1690 – 1697.
(陈宣含, 沈艳霞, 吴定会. 风力机系统基于 H_{∞}/H_{∞} 未知输入观测器的故障诊断. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1690 – 1697.)
- [16] IWASAKI T, HARA S. Generalized KYP lemma: Unified frequency domain inequalities with design applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(1): 41 – 59.
- [17] CHEN J, CAO Y Y. A stable fault detection observer design in finite frequency domain. *International Journal of Control*, 2013, 86(2): 290 – 298.
- [18] WANG H, YANG G H. A finite frequency domain approach to fault detection observer design for linear continuous-time systems. *Asian Journal of Control*, 2008, 10(5): 559 – 568.
- [19] YANG H, XIA Y, ZHANG J. Generalised finite-frequency KYP lemma in delta domain and applications to fault detection. *International Journal of Control*, 2011, 84(3): 511 – 525.
- [20] WANG Z, SHI P, LIM C C. H_{∞}/H_{∞} fault detection observer in finite frequency domain for linear parameter-varying descriptor systems. *Automatica*, 2017, 86: 38 – 45.
- [21] ZHOU M, WANG Z, SHEN Y. H_{∞}/H_{∞} fault detection observer design in finite-frequency domain for Lipschitz nonlinear systems. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(14): 2361 – 2369.
- [22] LI J, WANG Z, AHN C K, et al. Fault detection for Lipschitz nonlinear systems with restricted frequency-domain specifications. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 51(12): 7486 – 7496.
- [23] GU Y, YANG G H. Fault detection for discrete-time Lipschitz nonlinear systems in finite-frequency domain. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(14): 2177 – 2186.
- [24] WANG Z, LIM C C, SHI P, et al. H_{∞}/L_{∞} fault detection observer design for linear parameter-varying systems. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 15271 – 15276.
- [25] ZHOU Meng, WANG Zhenhua, WANG Chang, et al. H_{∞}/L_{∞} fault detection observer design for Lipschitz nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(6): 778 – 785.
(周萌, 王振华, 王昶, 等. Lipschitz非线性系统的 H_{∞}/L_{∞} 故障检测观测器设计. 控制理论与应用, 2018, 35(6): 778 – 785.)
- [26] ZEMOUCHE A, BOUTAYEB M. On LMI conditions to design observers for Lipschitz nonlinear systems. *Automatica*, 2013, 49(2): 585 – 591.

作者简介:

马广富 博士, 教授, 目前研究方向为最优控制、航天器控制, E-mail: magf@hit.edu.cn;

高升 助理研究员, 博士研究生, 目前研究方向为故障诊断、机器人控制, E-mail: 19B904072@stu.hit.edu.cn;

郭延宁 博士, 教授, 目前研究方向为航天器控制、视觉导航, E-mail: guoyin@hit.edu.cn.