

复杂约束下的挠性航天器姿态参考管理控制

党庆庆¹, 刘贞报¹, 李文博², 桂海潮³, 刘 萍^{4†}

(1. 西北工业大学 民航学院, 陕西 西安 710072; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100190; 3. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191;
4. 中山大学 航空航天学院, 广东 深圳 510275)

摘要: 本文提出了一种基于显式参考管理与模态观测器的挠性航天器姿态机动控制方法. 首先, 采用改进的罗德里格斯参数建立了航天器的运动学和动力学模型, 分析了存在的控制约束和角速度约束. 在此基础上, 设计了基于显式参考管理的约束挠性航天器姿态重定向控制算法. 由于挠性模态不能直接测量, 内层设计了模态观测器, 并将观测器观测得到的模态坐标作为内层无约束控制器的输入. 随后, 外层导航模块根据所需满足的约束条件设计了相应的动态路径, 该路径可以根据当前状态以合适的速率收敛到最终状态, 通过跟踪该路径, 航天器姿态就可以在满足约束的情况下快速到达期望位置. 通过构造合适的李雅普诺夫函数, 严格证明了该挠性航天器显式参考管理姿态控制算法的稳定性. 最后, 仿真结果进一步验证所设计算法的约束处理效果与振动抑制能力.

关键词: 挠性航天器; 姿态控制; 复杂约束; 模态观测器; 显式参考管理

引用格式: 党庆庆, 刘贞报, 李文博, 等. 复杂约束下的挠性航天器姿态参考管理控制. 控制理论与应用, 2023, 40(10): 1813 – 1820

DOI: 10.7641/CTA.2022.20301

Explicit reference governor-based constrained flexible spacecraft attitude control

DANG Qing-qing¹, LIU Zhen-bao¹, LI Wen-bo², GUI Hai-chao³, LIU Ping^{4†}

(1. School of Civilaviation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;

2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;

3. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China;

4. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat Sen University, Shenzhen Guangdong 510275, China)

Abstract: This paper addresses the explicit reference governor and modal observer based attitude reorientation problem. First, the kinematics and dynamics of the spacecraft are established by using the modified Rodrigues parameters, and the control constraints and angular velocity constraints are analyzed. Then, a constrained flexible spacecraft attitude reorientation control algorithm based on explicit reference governor is proposed. Since the modal displacement cannot be directly measured and the modal observer is designed in the inner layer, the modal displacements observed are used as input to the inner unconstrained controller. The navigation layer is utilized to manipulate the reference state to enforcing constraints satisfaction. By constructing the Lyapunov function, the closed-loop stability of the explicit reference governor based flexible spacecraft attitude control algorithm is strictly proved. Finally, the simulation results further verify the constraint processing effect and vibration suppression ability of the proposed attitude control algorithm.

Key words: flexible spacecraft; attitude control; complex constraints; modal observer; explicit reference governor

Citation: DANG Qingqing, LIU Zhenbao, LI Wenbo, et al. Explicit reference governor-based constrained flexible spacecraft attitude control. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(10): 1813 – 1820

收稿日期: 2022-04-21; 录用日期: 2022-12-21.

†通信作者. E-mail: liup89@mail.sysu.edu.cn.

本文责任编辑: 龙离军.

国家自然科学基金项目(11972056), 国家自然科学基金优秀青年项目(62022013), 广东省基础与应用基础研究基金项目(2019A1515111070), 深圳市自然科学基金项目(GXWD20201231165807008, 20200830220334001), 科技部国家重点研发计划项目(2020YFC2200801, 2020YFC2200502), 航天科技集团行业特色科研项目(6230109004), 陕西省自然科学基金青年项目(2023-JC-QN-0003), 中央高校基本科研业务费专项资金项目(23GH020210)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11972056), the National Natural Science Funds for Excellent Young Scholars of China (62022013), the Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (2019A1515111070), the Shenzhen Science and Technology Program (GXWD20201231165807008, 20200830220334001), the National Key R&D Program of China (2020YFC2200801, 2020YFC2200502), the Industry specific Program of China Aerospace Science and Technology Corporation (6230109004), the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2023-JC-QN-0003) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (23GH020210).

1 引言

航天器的姿态控制在空间任务中扮演着非常重要的角色,如在轨服务、遥感测控等.为了安全操作或者受制于传感器与执行机构的物理特性,在姿态机动过程中存在着诸如控制输入饱和、角速度约束、指向限定等约束.此外,现代航天器由于普遍存在着天线、太阳能帆板等挠性附件,在姿态机动时还存在振动问题.这些约束与振动问题若在控制器设计过程中不加以充分考虑,会直接影响到任务的完成质量,甚至导致任务失败,但这些问题依然没有很好地得到解决.因此,研究复杂约束条件下挠性航天器的姿态控制有着重要的理论价值和工程意义.

存在约束的姿态机动问题可以通过路径规划实现,如多项式拟合、BCB(bang-coast-bang)等方法.这些方法虽然比较可靠,但需要离线规划,灵活性差,需要提前根据任务需求规划好路径,学术研究已鲜有讨论.直接基于李雅普诺夫函数设计由于灵活性更好等优势受到了更多学者的关注.Gao等人^[1]针对姿态跟踪控制中的执行器失效以及奇异等问题,提出了非奇异的终端滑模方法.在李雅普诺夫函数中构造关于约束势函数的方法提供了一种实时自主处理约束的更加一般可行方案,因此近年来有大量的研究成果^[2-5].文献[5]针对飞轮作为执行机构的航天器,基于势函数设计了能够避免相机指向太阳的控制算法,并设计了相应的控制分配律.为了解决姿态控制中存在的指向约束问题,文献[6]引入了约束的势函数将其凸化,并纳入到李雅普诺夫函数中,实现姿态指向规避.文献[7]在借鉴文献[6]的基础上,针对存在指向规避约束的姿态控制问题,通过在李雅普诺夫函数中构造类似的势函数来规避约束,并且通过合理的设计规避了四元数可能存在的回旋问题.沈强^[4]在文献[6]和文献[8]的基础上,通过构造势函数设计了考虑速度约束的航天器姿态控制算法,并且针对无速度测量的挠性航天器约束姿态控制问题,进行了相应的设计.

关于挠性航天器的控制问题已经研究了多年^[8-9],但在实际工程中由于存在着参数不确定和测量不确定,该问题在应用层面依然没有得到彻底的解决.针对深空探测航天器姿态机动时存在挠性附件振动及液体晃动的问题,文献[10]采用自抗扰技术,将姿态角控制转化成了角速度跟踪控制,实现了较好的控制效果,但该算法中只考虑了控制输入的饱和约束.由于滑模控制处理扰动具有理论上的优势,因此被广泛应用于挠性航天器的抖动抑制研究^[11-13],其中文献[11]针对执行器故障的挠性航天器设计了滑模姿态控制方法,文献[12]针对挠性航天器在姿态机动过程中的振动抑制问题,设计了基于模糊自适应分数阶的滑模控制方法.利用零极点对消的思想,输入成型可以从

理论上有效抑制振动,但是这需要事先规划好机动路径,且实际效果与模态测量的准确性密切相关^[14].尽管这些方法对于振动抑制研究较多,但对于约束的处理普遍考虑不足.

由前面分析可知,采用势函数处理存在指向规避的航天器姿态控制问题,已经有了较多的研究成果,但依然存在的明显的问题:首先,势函数的在处理约束的时候李雅普诺夫函数既要保证状态的收敛,又要规避约束,可能存在局部最小化的问题,这给设计增加了难度,同时作者还发现这种方法会使得系统的鲁棒性变差.当然,也有学者提出采用模型预测方法解决约束姿态控制问题^[15-16],尽管管理理论行之有效,但由于其在每个采样周期内的在线迭代需要占用大量计算资源,具体实施起来还有诸多困难.作为参考管理(reference governor, RG)的一种,显式参考管理(explicit RG, ERG)提供了另一种行之有效的途径用以处理约束^[17-19].某种程度上约束问题的本质是路径规划问题,ERG将约束和系统的稳定性分开处理,通过内层的无约束控制器保证系统的闭环稳定性,而外环的导航层保证系统约束满足.这种控制架构思路清晰,且不需要像模型预测一样反复迭代,有较好的可实现性.

本文针对存在角速度约束与控制饱和约束挠性航天器的姿态控制问题设计基于ERG的控制算法.由于挠性模态无法直接测量,内层首先设计模态观测器,然后,在此基础上设计相应的控制器;外层结合约束条件采用李雅普诺夫函数的不变集设计阈值来保证系统状态满足约束条件.通过对比比例-微分(proportional differential, PD)控制方法,该方法由于有自主路径规划,角速度变化更为平缓,因此不仅能够有效处理约束,还能够在尽可能快的机动情况下间接的抑制振动.

2 问题描述

2.1 航天器动力学模型

本文采用改进罗德里格斯参数(modified Rodrigues parameters, MRPs)描述航天器的姿态,MRPs由欧拉轴 $\{\mathbf{n}|\mathbf{n}^T\mathbf{n}=1, \mathbf{n}\in\mathbb{R}^3\}$ 和绕其旋转的欧拉角 $\phi\in\mathbb{R}$ 构成,即: $\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{n}\tan(\phi/4)\in\mathbb{R}^3$. 令 $\mathbf{f}_B$ 和 $\mathbf{f}_I$ 分别为航天器本体固连坐标系和惯性参考系.航天器运动学模型如下^[20]:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{BI} = G(\boldsymbol{\sigma}_{BI})\boldsymbol{\omega}_{BI}^B, \quad (1)$$

其中:

$$G(\boldsymbol{\sigma}_{BI}) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \boldsymbol{\sigma}_{BI}^T \boldsymbol{\sigma}_{BI}}{2} \mathbf{I}_3 + \boldsymbol{\sigma}_{BI}^\times + \boldsymbol{\sigma}_{BI} \boldsymbol{\sigma}_{BI}^T \right),$$

$\boldsymbol{\omega}_{BI}^B \in \mathbb{R}^3$ 为绝对角速度; $\boldsymbol{\sigma}_{BI}$ 表示本体坐标系相对于惯性坐标系的姿态; $\mathbf{I}_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 与 $(\cdot)^\times$ 分别为 3×3 单位矩阵和三维向量张成的反对称矩阵.更一般地,任

意两个坐标系 X, Y 相对于惯性坐标系的姿态以及其两者之间的关系如下:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_{YI}(\sigma_{XI}^T \sigma_{XI} - 1)}{1 + \sigma_{XI}^T \sigma_{XI} \sigma_{YI}^T \sigma_{YI} + 2\sigma_{YI}^T \sigma_{XI}} + \frac{\sigma_{XI}(1 - \sigma_{YI}^T \sigma_{YI}) - 2\sigma_{YI}^T \sigma_{XI}}{1 + \sigma_{XI}^T \sigma_{XI} \sigma_{YI}^T \sigma_{YI} + 2\sigma_{YI}^T \sigma_{XI}}, \quad (2)$$

此外, 在后面章节的推导中, 还将用到如下关系^[20]:

$$\sigma^T G(\sigma) = \frac{1 + \sigma^T \sigma}{4} \sigma^{T1}. \quad (3)$$

航天器的挠性附件主要是弹性较小的太阳帆板, 因此航天器的动力学模型可以简化成中心刚体加挠性附件的形式, 其动力学方程在本地坐标系的表示如下^[8]:

$$J\dot{\omega} + \omega \times (J\omega + \delta^T \dot{\eta}) + \delta^T \ddot{\eta} = \tau_c, \quad (4a)$$

$$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = -\delta\dot{\omega}, \quad (4b)$$

其中: $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为挠性航天器整体结构的转动惯量矩阵; $\tau_c \in \mathbb{R}^3$ 表示控制力矩; $\delta \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ 表示中心刚体与挠性附件之间的耦合矩阵; N 表示弹性模态阶数; $\eta \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 为柔性附件的模态坐标向量; $C = 2 \times \text{diag}\{\zeta_1 A_1, \dots, \zeta_N A_N\}$ 和 $K = \{A_1, \dots, A_N\}$ 分别为阻尼矩阵和刚度矩阵; 而 ζ_i 和 $A_i, i = 1, \dots, N$ 分别表示弹性模态的阻尼比和振动频率. 显然, 振动方程(4b)是一个标准的线性时不变二阶系统, 由于 K, C 是正定的, 这说明该系统本身是自稳定的, 换句话说若角速度衰减到零, 模态坐标向量也必然为 0.

为了后文观测器与控制器设计方便, 将式(4b)改写成状态空间方程形式. 令^[3]

$$\psi = \dot{\eta} + \delta\omega, \quad (5)$$

对上式求导, 利用式(4b)替换掉 $\ddot{\eta}$, 并再次代入式(5)得

$$\dot{\psi} = -C\psi - K\eta + C\delta\omega, \quad (6)$$

同时令 $J_0 = J - \delta^T \delta$, 将式(4b)代入式(4a)替换掉 $\ddot{\eta}$, 然后代入式(5), 整理后可得

$$J_0 \dot{\omega} + \omega(J_0 \omega + \delta^T \psi) - \delta^T (C\psi + K\eta - C\delta\omega) = \tau_c + \tau_d. \quad (7)$$

2.2 系统约束

由于一些传感器对于角速度敏感(如星敏感器), 为了保证在机动过程中的事态感知能力, 需要限制航天器的最大姿态角速度, 其约束集可以表示成如下形式:

$$C_\omega = \{(\sigma, \omega, \psi, \eta) : \|\omega\| \leq \omega_{\max}, \omega_{\max} > 0\}, \quad (8)$$

其中 $\omega_{\max}$ 是最大容许角速度.

此外, 长期在轨运行的航天器普遍采用角动量交换装置作为控制力矩产生的执行机构, 如控制力矩陀螺和飞轮, 这些执行存在着饱和问题, 因此有必要将

控制约束纳入算法设计. 为了文章简洁明了重点鲜明, 这里只考虑控制输入的饱和约束而不具体讨论执行机构的结构特性, 更详细的相关内容可以参考文献[17], 具体控制约束集形式如下:

$$C_\tau = \{(\sigma, \omega, \psi, \eta) : |\tau_c| \leq \tau_{\max}, \tau_{\max} > 0\}, \quad (9)$$

其中 $\tau_{\max}$ 为最大容许控制力.

最终, 结合式(8)–(9)系统所需满足的约束条件为两者的交集, 即

$$C = C_\omega \cap C_\tau. \quad (10)$$

至此, 就完成了系统模型的推导. 可见, 挠性航天器模型由运动学模型(1)、动力学模型(5)–(7)以及约束集(10)构成.

注 1 从MRPs的定义可发现: 欧拉角 ϕ 在 $\pm\pi$ 处会产生奇异, 且影子集 $\{\sigma = \sigma^s, \sigma^s = -\sigma/\sigma^T \sigma\}$ 的存在, 会导致同一姿态的表示方式并不唯一的. 幸运的是: 在 $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ 时, $\|\sigma\| \leq 1$, 就可以完全覆盖所有姿态. 因此, 在本文中直接限定 $\|\sigma\| \leq 1$, 溢出部分通过 σ 与 σ^s 进行切换, 这样还保证了两个姿态之间的旋转角是最小的, 即此时的旋转路径即为最短路径.

3 控制器设计

本文的控制目标为挠性航天器在满足约束条件式(10)的情况下, 在所设计的控制算法作用下能够从任意初始状态 $(\sigma_{BI}(0), \omega(0), \psi(0), \eta(0))$ 机动到期望状态 $(\sigma_{DI}, \mathbf{0}_{3 \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1})$ (对应期望坐标系 f_D). 采用ERG的具体控制架构如图1所示. 可以看出: 该控制策略由两部分串联构成, 分别为外层的导航部分和内层的控制部分, 其中参考状态坐标 f_V 为导航层根据当前系统状态、目标状态以及所需要满足的约束条件所自主产生的当前时刻控制器需要跟踪的状态. 可见导航层的作用就是产生一条内层控制器跟踪的轨迹, 该轨迹能够保证内层控制器产生的控制输入以及系统状态满足约束条件. 此时, 系统的稳定性、鲁棒性等性能由内层不考虑约束的控制器处理. 显然ERG这种控制架构将稳定性与约束条件分开处理, 内层控制系统保证系统稳定, 而外出产生的状态 $\sigma_{VI}(t)$ 能够使得系统满足约束条件以及 $\sigma_{VI}(\infty) = \sigma_{DI}$. 相关算法理论可参考文献[18]. σ_{BI}, σ_{VI} 以及 σ_{BV} 相互之间的转换关系可由式(2)获得. 此外, 关于符号表示本文做如下约定: $\bar{a}$ 表示 a 在暂时假设为常值, $\hat{a}$ 表示 a 的估计值, $\tilde{a}$ 表示估计值 $\hat{a}$ 与真实值 a 之间的误差.

3.1 内环无约束控制器设计

在没有附加特殊传感器(如摄影模态测量等)的情况下, 模态坐标相关信息 ψ, η 是无法直接获取的, 因此内层需要设计模态观测器. 首先给出如下定理.

定理 1 对于挠性航天器运动学模型(1)、动力

学模型(5)–(7)以及给定的常值参考状态 $\bar{\sigma}_{VD}(\dot{\sigma}_{VD} = 0)$, 在外部扰动力矩为零的情况下, 在如下模态观测器:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\psi} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_N \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} + \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \right\} \delta\omega, \quad (11)$$

以及控制器

$$\tau_c = -k_p \sigma_{BV} - k_d \omega - \delta^T (\mathbf{C} \hat{\psi} + \mathbf{K} \hat{\eta} - \mathbf{C} \delta\omega) \quad (12)$$

的作用下, 系统状态是渐近稳定的, 即: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_{BV}, \omega, \eta, \psi) = (\mathbf{0}_{3 \times 1}, \mathbf{0}_{3 \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1})$, 且观测器也是渐近收敛的, 即: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\eta}, \hat{\psi}) = (\eta, \psi)$, 其中 $\hat{\eta}, \hat{\psi}$ 分别为 η, ψ 的估计值; $\mathbf{P}$ 是如下李雅普诺夫方程的解:

$$\mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} = -2\mathbf{Q}, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T$, $\mathbf{Q}$ 为任意给定正定对称矩阵; 此外 $k_p > 0, k_d > 0$ 是用于调节控制器性能的正常数.

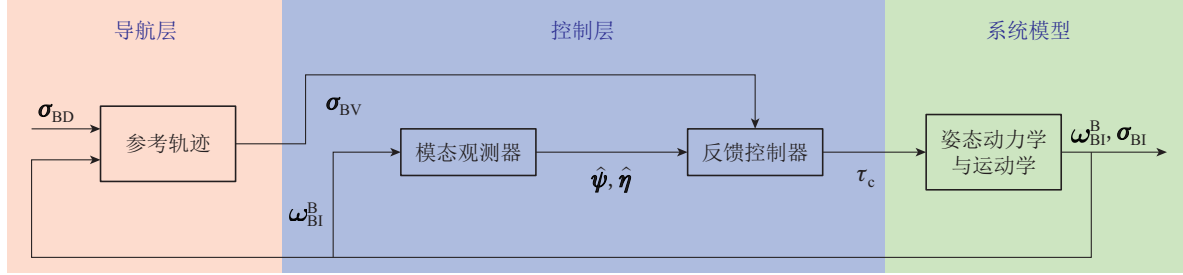


图1 基于ERG的挠性航天器姿态控制架构

The architecture of the ERG based flexible spacecraft attitude control scheme

此定理的证明过程如下:

证 步骤1 首先, 定义模态观测值与实际值之间的误差为: $\tilde{\eta} = \hat{\eta} - \eta, \tilde{\psi} = \hat{\psi} - \psi$. 将式(6)–(7)整理成如下状态空间方程形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \dot{\tilde{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_N \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \delta\omega, \quad (14)$$

将式(11)与式(14)作差, 则可得到关于观测误差的方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \dot{\tilde{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \delta\omega. \quad (15)$$

为证明观测误差渐近稳定, 取如下准李雅普诺夫函数:

$$V_e = \frac{1}{2} [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

对上式求导, 并代入式(15)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \mathbf{P} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \dot{\tilde{\psi}} \end{bmatrix} = \\ &= [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_N \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \\ &+ [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \delta\omega = \\ &= -[\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \delta\omega, \quad (17) \end{aligned}$$

上式推导过程使用了式(13). 由于式(11)中状态空间矩阵的特征值实部为负, 因此, 式(13)的解是始终存在

的^[8].

步骤2 证明观测器与控制器串联成的闭环系统渐近稳定. 从式(17)可以看出: 若没有第2项, 则 $\dot{V}_e$ 就是负定的, 即观测器是渐近收敛的, 第2项的存在是为了保证观测和控制器组成的串联系统是稳定的. 取李雅普诺夫函数为

$$V = V_c + V_e, \quad (18)$$

其中

$$V_c = 2k_p \ln(1 + \sigma_{BV}^T \sigma_{BV}) + \frac{1}{2} (\omega)^T \mathbf{J}_0 \omega, \quad (19)$$

对式(18)求导, 利用 $\omega^T \omega (\mathbf{J}_0 \omega + \delta^T \psi) = 0$ 以及式(3), 并代入式(12), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 4k_p \frac{\sigma_{BV}^T \dot{\sigma}_{BV}}{1 + \sigma_{BV}^2} + \omega^T \mathbf{J}_0 \dot{\omega} + \dot{V}_e = \\ &= -k_d \|\omega\|^2 - \omega^T \delta^T (\mathbf{C} \tilde{\psi} + \mathbf{K} \tilde{\eta}) + \dot{V}_e = \\ &= -k_d \|\omega\|^2 - [\tilde{\eta}^T \quad \tilde{\psi}^T] \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (20) \end{aligned}$$

上述导数中, 只有 $(\omega, \tilde{\eta}, \tilde{\psi}) = (\mathbf{0}_{3 \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1})$ 时, “=”才会成立. 从而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega, \tilde{\eta}, \tilde{\psi}) = (\mathbf{0}_{3 \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1})$. 从状态空间方程(14)可以看出, 在没有角速度的情况下模态观测器是渐近收敛的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\eta, \psi) = (\mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{0}_{N \times 1})$. 结合式(1)(7)(12)以及La-Salle不变原理可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_{BV} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$. 因此, 定理1得证. 证毕.

注2 综合式(11)(17)以及式(20)可以看出: 为了保证模态观测器和控制器串联成的闭环系统的稳定性, 模态观测器进行了一定的妥协, 即式(11)的最后一项使得关于模态观

测器的准李雅普诺夫函数(式(17))不是半负定的,而是要跟控制器结合成的李雅普诺夫函数整体(式(20))是半负定的. 若不需要对模态的观测加以控制,则可以去掉式(11)的最后一项,此时观测器退化为一个标准的线性观测器,它的收敛性将不再依赖于控制器的角速度收敛.

3.2 外环导航算法设计

如图所示,根据ERG理论,在导航层通过设计附加的参考状态 σ_{VI} 运动特性来满足约束条件式(10). 约束条件的满足可以通过不变集理论设计一定的安全域,在参考轨迹变化的时候保证系统状态在安全域内即可. σ_{VI} 的具体形式如下:

$$\dot{\sigma}_{VD} = \Delta(\sigma_{BV}, \omega, \psi, \eta) \chi(\sigma_{VD}), \quad (21)$$

其中 $\Delta(\cdot)$ 用于表征当前状态距离安全边界的动态系数,通过设计该参数的动态调节就可以保证系统状态满足约束条件(10). 该参数越大,说明距离当前系统状态越远离边界,从而可以以更快的速度到达最终期望状态. $\chi(\sigma_{VD}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 是关于当前参考状态 σ_{VI} 与期望状态 σ_{DI} 的导航函数.

由于模态坐标的估计误差是不可得的, V_e 具体值无法获取. 因此这里近似采用式(19)作为系统的李雅普诺夫函数来设计需要满足约束条件的不变集(即用 V_c 替代 V 假设模态坐标估计值与真实值一致) $\{(\sigma, \omega, \psi, \eta) : V_c \leq \Gamma\}$,其中 Γ 是由约束条件(10)决定的动态上界(阈值). 在文献[18–19]中,安全域设计为 $\Delta(\cdot) = k_e(\Gamma - V_c)$,其中 k_e 是用于调节性能的常数,根据具体对象模型设计. 但是考虑到模态坐标估计是存在误差的,有可能会使系统状态稍稍溢出边界. 为了防止 $\Delta(\cdot)$ 为负算法失效,本文采取如下形式:

$$\Delta(\sigma_{BV}, \omega, \psi, \eta) = \begin{cases} k_e(\Gamma - V_c), & \Gamma > V_c, \\ 0, & \Gamma \leq V_c. \end{cases} \quad (22)$$

对于式(8)给出的凸集形式的角速度约束集,其阈值可以直接设计如下:

$$\Gamma_\omega = \frac{1}{2} J_m \omega_{\max}^2, \quad (23)$$

其中 J_m 是 J_0 的最小特征值. 显然,当 $V_c = \Gamma_\omega$ 时,有 $\dot{\sigma}_{VI} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$. 结合 $\dot{V} \leq 0, \dot{\Gamma}_\omega = 0$,这说明经过一定的时间等待后,必然有 $V_c < \Gamma_\omega$,从而保证了角速度约束(8)是始终能够满足的.

类似地,借鉴文献[19]中的方法,饱和约束(9)可以通过如下优化目标函数对3个坐标方向($i = 1, 2, 3$)依次求解获得.

问题1

$$\min 2k_p \ln(1 + \sigma_{BV}) + \frac{1}{2} (\omega)^T J_0 \omega,$$

满足

$$|\sigma_{BV}|_i \leq 1, \quad (24a)$$

$$|k_p \sigma_{BV} + k_d \omega|_i \geq \tau_{\max}, \quad (24b)$$

其结果的最小值即为 $\Gamma_\tau = \min\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$. 由于挠性附件对控制输入的影响微乎其微,因此在优化时可以忽略模态坐标的影响. 综上,满足约束条件(10)的阈值上界为两者中最小的一个,即 $\Gamma = \min\{\Gamma_\omega, \Gamma_\tau\}$. 总结为如下引理.

引理 1 对于挠性航天器运动学模型(1), 动力学模型(5)–(7)需满足约束条件(10), 在内环模态观测器(11)及控制器(12)的作用下. 若 $\dot{V}_c \leq 0, \Gamma = \min\{\Gamma_\omega, \Gamma_\tau\}$, 则系统约束(10)始终满足.

得到安全域的形式(22)后,接下来设计导航轨迹 $\chi(\sigma_{VD})$ 使得系统状态满足约束条件. 由于不存在姿态约束,因此姿态轨迹 $\chi(\sigma_{VD})$ 采用最短路径,只需要确定跟踪速度即可. 导航函数可以设计为如下形式:

$$\chi(\sigma_{VD}) = -G(\sigma_{VD}) \sigma_{VD}, \quad (25)$$

由于在期望位置处有 $\omega = \mathbf{0}_{3 \times 1}, \tau_c = \mathbf{0}_{3 \times 1}$,因此约束条件(10)在最终状态肯定是满足的. 这里首先给出如下定理.

定理 2 对于挠性航天器运动学模型(1), 动力学模型(5)–(7)需满足约束条件(10), 在内环模态观测器(11)以及控制器(12)的作用下, 外环由安全域(22)以及导航路径(25)构成的参考轨迹(21)跟踪下. 对于任意满足初始条件 $V_c(0) \leq \Gamma(0)$ 的状态, 以下条件成立: 1) 对于任意给定的参考状态 $\sigma_{DI} \in \mathcal{C}$, 系统约束条件总是能够满足; 2) 由式(21)产生的附加状态 σ_{VI} 最终能够渐近收敛于 σ_{DI} .

此定理的证明过程如下:

证 步骤 1 首先,对于条件1),由引理1可知显然成立.

步骤 2 其次,证明条件2),取如下准李雅普诺夫函数:

$$V_\sigma = \frac{1}{2} \sigma_{VD}^T \sigma_{VD}, \quad (26)$$

对上式求导,利用性质(3),并代入式(21)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\sigma &= -\Delta \sigma_{VD}^T G(\sigma_{VD}) \sigma_{VD} = \\ &= -\Delta \left(\frac{1 + \sigma_{BV}^T \sigma_{BV}}{4} \right) \sigma_{BV}^T \sigma_{BV} \leq 0, \end{aligned} \quad (27)$$

当 $\dot{V}_\sigma = 0$ 时,则有 $\sigma_{VD} = \mathbf{0}_{1 \times 3}$ 或者 $\Delta(\sigma_{VD}, \omega) = 0$. 对于前一种情况则表明附加状态已经到达期望状态. 对于后一种情况,则说明 $\Gamma \leq V$ 并且 $\sigma_{VD} \neq \mathbf{0}_{1 \times 3}$. 由于 V 的持续减小, $\Gamma \leq V, V > 0, \dot{V} \leq 0$,与 $\dot{V} = 0, V > 0$ 并不能稳定保持,因此第2种情况并不能长期保持,系统最终将使得 σ_{VD} 趋近于0. 因此定理2得证.

证毕.

注 3 外环附加状态 σ_{VD} 是动态的,定理1只证明了跟踪状态为常值 $\bar{\sigma}_{VD}$ ($\dot{\sigma}_{VD} = 0$). 在附加状态 $\bar{\sigma}_{VD}$ 变化的时候,

并不要求内环控制器使得 $\bar{\sigma}_{BD}$ 收敛到 $\bar{\sigma}_{VD}$,而是只要求李雅普诺夫函数在不变集内即可,即 $\Gamma \leq V$.当 $\bar{\sigma}_{VD} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$,此时系统状态跟踪的就是常值期望状态,定理1就足以满足条件.此外,该算法从两个层面减少了挠性附件的振动,一方面控制力矩的限制减小了系统激励;另一方面角速度减小,降低里振幅值,这些性能将在仿真中进一步验证.

4 仿真

本节将针对前面提出的基于ERG的约束航天器姿态控制方法进行一系列的仿真验证,仿真假设航天器从一个静止位置机动到另一个静止状态.航天器本身的参数参考了文献[8],其动惯量为 $\mathbf{J} = \text{diag}\{350, 280, 190\} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.这里考虑四阶模态,其阻尼比和振动频率分别为: $\zeta_1 = 0.05607, \zeta_2 = 0.08620, \zeta_3 = 0.1283, \zeta_4 = 0.2516, \Lambda_1 = 0.7681, \Lambda_2 = 1.1038, \Lambda_3 = 1.8733, \Lambda_4 = 2.5496$.从而可以得到相应的阻尼矩阵 $\mathbf{C}$ 和刚度矩阵 $\mathbf{K}$.相应地,中心刚体与挠性附件之间的耦合矩阵为

$$\delta = \begin{bmatrix} 6.45637 & 1.27814 & 2.15629 \\ -1.25619 & 0.91756 & -1.67264 \\ 1.11687 & 2.48901 & -0.83674 \\ 1.23637 & -2.6581 & -1.1250 \end{bmatrix}.$$

航天器的初值姿态与角速度分别设置为: $\sigma_{BI}(0) = [-0.119 \ 0.000 \ 0.159]^T$ 与 $\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T \text{ rad/s}$.并且假设最大容许角速度为 $\omega_{\max} = 0.035 \text{ rad/s}$;最大容许控制力矩为 $\tau_{\max} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$.此外,为了验证本文所提出算法的鲁棒性,对模型施加了未知的外部扰动力矩,其形式如下:

$$\tau_d = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.6\sin(0.01t + \frac{\pi}{3}) \\ 1\sin(0.005t + \frac{2\pi}{3}) \\ 1.5\sin(0.008t + \pi) \end{bmatrix} \right\} \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

ERG的内层控制器(12)与观测器(11)相关参数选取为: $\mathbf{Q} = 1000\mathbf{I}_3, k_p = 120, k_d = 120$,模态向量的初始值均设置为零.导航层(22)的系数设置为: $k_e = 100$,剩余参数可由(23)以及问题1求解获得.为了对比导航层对约束处理以及挠性模态振动的抑制效果,仿真中用虚线给出了只采用PD控制的仿真结果(没有外环导航层),为了尽可能保证单独PD控制满足控制约束与角速度约束,PD参数需要重新设置,为了得到较好的结果,在反复尝试后选取如下: $k'_p = 8, k'_d = 35$.

图2给出了模态坐标的估计误差,可以看出本文所设计的观测器可以较好的估计出挠性模态.图3-6分别给出了航天器的状态变化曲线,可以看出:ERG算法在导航层的限制下,航天器的角速度先上升到一个稳定值待姿态接近于目标位置,再逐步收敛,且控制力矩也很好的保持在约束范围内.而PD控制算法尽管

相关参数经过了反复的调制,但响应曲线远不及ERG算法平滑,同时为了避免角速度过大和控制力饱和,所选择的参数远小于ERG算法中内层PD控制器的参数,这就导致其抗干扰能力较差.从图3可以看出,在稳定状态下由于扰动存在,PD控制器的控制效果远不及ERG.此外,尽管本文中并没有采取诸如输入成型等主动抑制振动的方法,但由于ERG算法产生的角速度比较光滑,且幅值较小.因此挠性模态位移也远小于单纯的PD控制.众所周知,直接采取PD控制,只要系统的响应时间足够长(带宽足够短,截止频率足够小),系统的振动依然可以得到很好的抑制,但这样做的代价是需要有足够的时间来调节.而在采用ERG算法后,由于参考状态和自身状态较为接近,因此,内层控制器所需跟踪的状态与实际状态偏差比较小,PD增益可以设置的较大而不用担心超过角速度约束,且调节时间并没有明显变长.

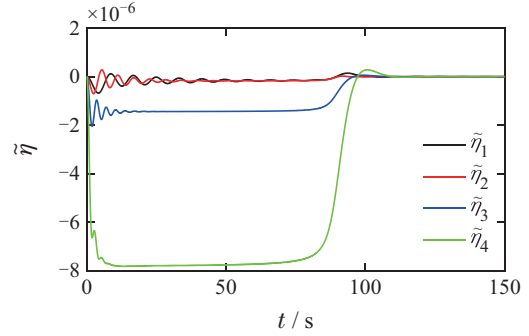


图2 挠性模态估计误差

Fig. 2 Modal displacement estimation error

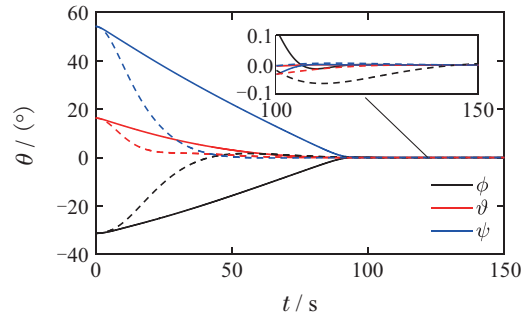


图3 姿态角

Fig. 3 Attitude

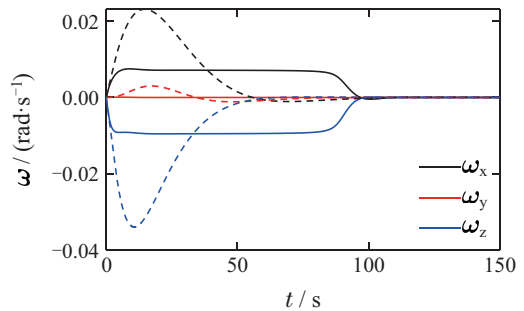


图4 姿态角速度

Fig. 4 Angular velocity

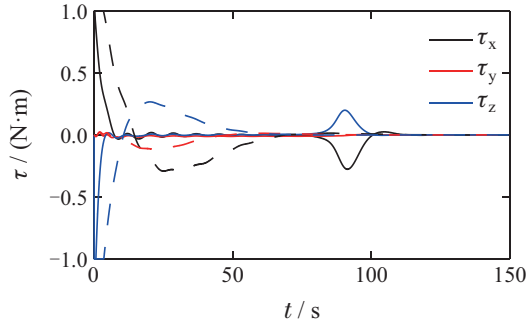


图 5 控制力矩

Fig. 5 Control torque

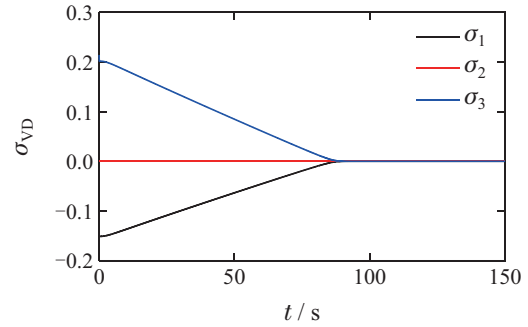


图 8 参考轨迹

Fig. 8 Reference trajectory

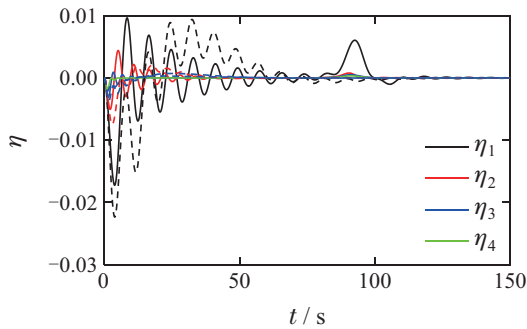


图 6 挠性模态位移

Fig. 6 Modal displacement

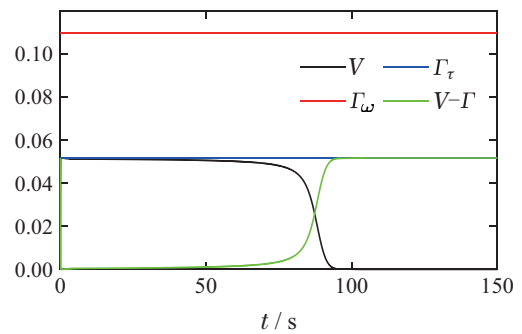


图 9 李雅普诺夫函数与阈值

Fig. 9 Lyapunov function and thresholds

结合图4与图7可以看出本文所提出的算法很好的保证了角速度和控制约束得到满足. 而对于单纯的PD控制, 尽管经过反复的调整参数, 但在初始阶段控制力矩有明显的饱和, 而在10 s左右的时候角速度则溢出了边界. 并且在稳定状态的角度稳定度(角速度范数)也明显好于单纯的PD控制. 此外, 结合图4、图8–9可以看出: 在初始时间段内, 由于系统远离约束边界(\$V\$与\$\Gamma\$差值较大), 参考角速度迅速增加, 而参考轨迹迅速接近期望位置. 随后不到1 s系统接近边界(\$V\$与\$\Gamma\$接近), 参考估计的角速度基本保持恒定, 参考轨迹大体匀速接近期望位置. 最后参考轨迹到达期望位置, 而实际状态也收敛于期望位置. 总体来看, 仿真结果验证了本文所提出算法的有效性与鲁棒性, 符合预期.

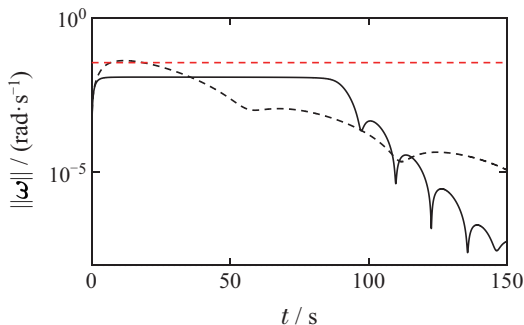


图 7 角速度约束比较

Fig. 7 Comparison of angular velocity constraint

5 结论

本文提出了一种基于显式参考管理的考虑角速度约束与控制约束的挠性航天器姿态重定向控制算法. 参考管理算法内层由无约束控制器和模态观测器构成, 外层根据需要的约束条件采用李雅普诺夫函数不变集的方法设计了相应的导航轨迹. 通过理论分析证明了内层观测器与控制器的渐近稳定性, 并且证明了外层导航轨迹在保持约束条件满足的情况下收敛到期望位置. 仿真结果中引入了扰动, 并与传统的PD算法进行了对比分析, 验证了对挠性附件的振动抑制效果以及算法对约束处理的有效性和对扰动的鲁棒性.

参考文献:

- [1] GAO S, JING Y, LIU X, et al. Finite-time attitude-tracking control for rigid spacecraft with actuator failures and saturation constraints. *International Journal Robust Nonlinear Control*, 2020, 30(5): 1903 – 1937.
- [2] AVANZINI G, RADICE G, ALI I. Potential approach for constrained autonomous manoeuvres of a spacecraft equipped with a cluster of control moment gyroscopes. *Aerospace Engineering*, 2009, 223(3): 285 – 296.
- [3] SHENG Q, YUE C, GOH C. Velocity-free attitude reorientation of a flexible spacecraft with attitude constraints. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(5): 1289 – 1295.
- [4] SHENG Q, YUE C, GOH C, et al. Rigid-body attitude stabilization with attitude and angular rate constraints. *Automatica*, 2018, 90: 157 – 163.

- [5] WISNIEWSKI R, KULCZYCKI P. Slew maneuver control for spacecraft equipped with star camera and reaction wheels. *Control Engineering Practical*, 2005, 13(3): 349 – 356.
- [6] LEE U, MESBAHI M. Feedback control for spacecraft reorientation under attitude constraints via convex potentials. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(4): 2578 – 2592.
- [7] HU Q, CHI B, AKELLA M. Anti-unwinding attitude control of spacecraft with forbidden pointing constraints. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 42(4): 822 – 835.
- [8] GENNARO S. Output stabilization of flexible spacecraft with active vibration suppression. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(3): 747 – 759.
- [9] GENNARO S. Active vibration suppression in flexible spacecraft attitude tracking. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(3): 400 – 408.
- [10] ZHONG Sheng, HUANG Yi, HU Jinchang. Active disturbance rejection control for attitude control of deep space explorer. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(12): 2028 – 2034.
(钟声, 黄一, 胡锦昌. 深空探测航天器姿态的自抗扰控制. 控制理论与应用, 2019, 36(12): 2028 – 2034.)
- [11] XIAO Bing, HU Qinglei, HUO Xing, et al. Sliding mode fault tolerant attitude control for flexible spacecraft under actuator fault. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(10): 1869 – 1878.
(肖冰, 胡庆雷, 霍星, 等. 执行器故障的挠性航天器姿态滑模容错控制. 航空学报, 2011, 32(10): 1869 – 1878.)
- [12] DENG Liwei, SONG Shenmin, CHEN Xinglin. Study on attitude tracking and active vibration suppress of a flexible spacecraft based on fractional order sliding mode control. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, 28(1): 9 – 17.
(邓立为, 宋申民, 陈兴林. 基于分数阶滑模控制的挠性航天器姿态跟踪及主动振动抑制研究. 振动工程学报, 2015, 28(1): 9 – 17.)
- [13] WU Aiguo, DONG Ruiqi, ZHANG Ying. Sliding mode attitude control for flexible spacecraft with inertia uncertainty. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(10): 1422 – 1429.
(吴爱国, 董瑞琦, 张颖. 转动惯量存在不确定性的挠性航天器滑模姿态控制. 控制理论与应用, 2018, 35(10): 1422 – 1429.)
- [14] ZHOU Weimin, LIAO Ying, YANG Yajun, et al. Attitude maneuver control method for agile satellite based on input shaping. *Spacecraft Engineering*, 2016, 25(4): 27 – 32.
(周伟敏, 廖瑛, 杨雅君, 等. 一种应用输入成型的敏捷卫星快速姿态机动控制方法. 航天器工程, 2016, 25(4): 27 – 32.)
- [15] LEE D, GUPTA U, KALABIC U, et al. Geometric mechanics based nonlinear model predictive spacecraft attitude control with reaction wheels. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(2): 309 – 319.
- [16] KALABIC U, GUPTA U, CAIRANO S, et al. MPC on manifolds with an application to the control of spacecraft attitude on $SO(3)$. *Automatica*, 2017, 76: 293 – 300.
- [17] DANG Q, LIU K, WEI J. Explicit reference governor based spacecraft attitude reorientation control with constraints and disturbances. *Acta Astronautica*, 2022, 190: 455 – 464.
- [18] NICOTRA M, GARONE E. The explicit reference governor: A general framework for the closed-form control of constrained nonlinear systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 2018, 38(4): 89 – 107.
- [19] NICOTRA M, PHERSON D, BURLION L, et al. Spacecraft attitude control with nonconvex constraints: An explicit reference governor approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(8): 3677 – 3684.
- [20] JUNKINS J, SCHAUB H. *Analytical Mechanics of Space Systems*. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.

作者简介:

党庆庆 博士, 助理教授, 目前研究方向为飞行器约束控制、状态估计, E-mail: dangqingqing@nwpu.edu.cn;

刘贞报 博士, 教授, 目前研究方向为飞行器控制、故障诊断, E-mail: liuzhengbao@nwpu.edu.cn;

李文博 博士, 高级工程师, 目前研究方向为动力学与控制、故障诊断, E-mail: liwenbo_502@163.com;

桂海潮 博士, 教授, 目前研究方向为动力学与控制、状态估计, E-mail: hcgui@buaa.edu.cn;

刘萍 博士, 副研究员, 目前研究方向为航天器控制系统设计、故障诊断, E-mail: liup89@mail.sysu.edu.cn.