事件触发传输机制下线性随机系统的间歇故障检测

怀务祥,高明[†],盛立

(中国石油大学(华东) 控制科学与工程学院,山东 青岛 266580)

摘要:本文研究了事件触发传输机制下线性随机系统的传感器间歇故障检测问题.首先,基于非均匀采样的方法, 将具有事件触发传输机制的系统转化为线性时变系统.然后,基于Kalman滤波理论设计了故障检测滤波器,并给出 了新的残差设计方法.所设计残差同时解耦了触发误差与估计误差,能够有效地检测出间歇故障的发生时刻与消 失时刻.进一步,利用随机分析理论研究了间歇故障的可检测性.最后,数值仿真和实验结果验证了所得结论的有 效性.

关键词: 随机系统; 间歇故障检测; 事件触发传输机制; 可检测性分析

引用格式: 怀务祥, 高明, 盛立. 事件触发传输机制下线性随机系统的间歇故障检测. 控制理论与应用, 2023, 40(9): 1602 – 1610

DOI: 10.7641/CTA.2022.20328

Intermittent fault detection for linear stochastic systems under event-triggered transmission mechanism

HUAI Wu-xiang, GAO Ming[†], SHENG Li

(College of Control Science and Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao Shandong 266580, China)

Abstract: In this paper, the problem of sensor intermittent fault detection is investigated for linear stochastic systems under event-triggered transmission mechanism. Firstly, by means of the non-uniform sampling pattern, the event-triggered system is transformed into a linear time-varying system. Then, the fault detection filter is designed based on the Kalman filter theory, and a novel residual generator is proposed. The event-triggered transmission error and estimation error are simultaneously decoupled from residual signals, which can be utilized to detect the appearing time and disappearing time of the intermittent fault effectively. Moreover, the detectability of intermittent faults is analyzed by virtue of the stochastic analysis theory. Finally, the effectiveness of derived results is verified by the numerical example and experiment.

Key words: stochastic system; intermittent fault detection; event-triggered transmission mechanism; detectability analysis

Citation: HUAI Wuxiang, GAO Ming, SHENG Li. Intermittent fault detection for linear stochastic systems under event-triggered transmission mechanism. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(9): 1602 – 1610

1 引言

近年来,随着电子工业和现代科学技术的发展,间 歇故障 (intermittent fault, IF)常见于老化的设备和复 杂的工况环境中,相关研究得到了广泛关注^[1].相比于 永久故障,间歇故障具有随机发生、随机消失的特点, 系统通常不需要采取容错手段就可以恢复到正常状 态^[2].但如果间歇故障得不到及时处理,其发生频率 与故障幅值随着时间推移会具有累积效应,最终可能 演变为永久故障,造成重大的损失[3].

目前文献研究主要集中在永久故障的检测,主要 方法包括基于模型的方法和基于数据的方法^[4-7].基 于解析模型的方法一般通过生成并分析残差实现故 障检测,具有检测精度高和易于在线检测等优点.根 据文献[2],间歇故障检测不仅要检测故障的发生时 刻,还要检测故障的消失时刻.但利用传统方法检测 间歇故障时会产生拖尾效应,即故障消失后残差评价

收稿日期: 2022-04-28; 录用日期: 2022-12-22.

[†]通信作者. E-mail: gaoming@upc.edu.cn; Tel.: +86 532-86983478.

本文责任编委: 王大轶.

国家自然科学基金项目(62173343, 62073339, 62033008), 山东省自然科学基金项目(ZR2020YQ49, ZR2022ZD34), 山东省泰山学者项目研究基金 资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173343, 62073339, 62033008), the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2020YQ49, ZR2022ZD34) and the Research Fund for the Taishan Scholar Project of Shandong Province of China.

函数仍会在阈值以上持续一段不定的时间^[8], 难以及 时检测故障的消失时刻. 通过引入滑动窗口技术, 文 献[9]设计了一种新的残差, 将状态估计误差从残差信 号中解耦, 提高了残差对故障信号的敏感性, 并且通 过两个假设检验分析了间歇故障的可检测性. 针对参 数不确定系统^[10], 具有时滞的系统^[11]和分布式系 统^[8]等不同系统, 学者们提出了不同的间歇故障检测 方法.

另一方面, 网络化系统在近年得到了巨大的发展. 事件触发传输技术在节约网络资源方面具有一定优势, 因而引起了广泛的研究兴趣.这些研究包括但不限于基于事件触发的滤波、控制与故障诊断^[12-14].事件触发条件主要分为动态事件触发和静态事件触发, 其中动态事件触发的触发阈值是变化的, 相关研究引起了广泛兴趣^[15-17].此外, 文献[18]考虑一种随机事件触发机制, 基于Kalman滤波方法研究了系统的故障 检测与分离问题.事件触发传输机制有可能引入触发 误差, 间歇故障检测结果往往受到触发误差的影响而 精度下降. 文献[14]基于变周期采样的方法重构了具 有事件触发传输机制的动态系统, 并设计了故障检测 滤波器完全消除了触发误差对残差的影响, 但是其研 究的是永久故障检测问题.截止目前, 事件触发传输 机制下的间歇故障检测问题尚未解决.

综上所述,论文将研究事件触发传输机制下一类 线性随机系统的间歇故障检测问题.论文的主要贡献 和创新点包括:1)设计了一种间歇故障检测算法,将 事件触发机制引起的触发误差和估计误差从残差中 解耦;2)定量分析了间歇故障的可检测性,根据随机 分析理论得到了间歇故障概率意义下可检测的充分 条件;3)定义了间歇故障的可分辨性,分析了事件触 发对检测结果的影响,并给出了事件触发的最大触发 间隔应满足的条件.

2 问题描述

考虑如下离散线性随机系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bw_k, \\ y_k = Cx_k + Dv_k + Ff_k, \end{cases}$$
(1)

其中: $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ 分别是状态向量和测量输 出向量; $w_k \in \mathbb{R}^{n_w}$ 和 $v_k \in \mathbb{R}^{n_v}$ 是不相关的高斯白噪 声, 协方差矩阵分别为 R_w 和 R_v ; $F \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为故障方 向^[9]; $f_k \in \mathbb{R}$ 代表传感器间歇故障; A, B, C, D是具 有合适维数的常值系数矩阵.

假设1 间歇故障 f_k 满足

$$f_k = \sum_{l=1}^{\infty} [\Gamma(k - k_{l,1}) - \Gamma(k - k_{l,2})] W_l, \quad (2)$$

其中: $\Gamma(\cdot)$ 是阶跃函数; $k_{l,1}$ 和 $k_{l,2}$ 表示第l个间歇故障的发生时刻和消失时刻, 且 $k_{l,1} < k_{l,2}$; W_l 是第l个故

障的幅值,并且存在一个最小幅值. 定义 $d_{l,1} = k_{l,2} - k_{l,1} \pi d_{l,2} = k_{l+1,1} - k_{l,2}$ 是第l个故障的活跃时间和 非活跃时间. 最小活跃时间和非活跃时间分别是 $\bar{d}_1 = \min\{d_{l,1}|l > 0\}$ 和 $\bar{d}_2 = \min\{d_{l,2}|l > 0\}$.

注1 式(1)是描述具有加性传感器故障系统的常见数 学模型^[2,14,18]. 在实际系统运行过程中,一般假设只有一个传 感器发生间歇故障^[11]. 因此,论文研究了某一方向的传感器 间歇故障检测问题,即 $F \in \mathbb{R}^{n_y}$, $f_k \in \mathbb{R}$. 未来将考虑多方向 的传感器间歇故障检测问题.

记序列 $\{k_i\}_{i\geq 0}$ 是所有事件触发时刻, $\tau_i = k_i - k_{i-1}$ 为触发时间间隔,并令 τ_M 为最大触发间隔. 给定 $k_0 = 0$,那么 k_{i+1} 可以通过下式计算:

 $k_{i+1} = \min\{k | \|\delta_k\| > \epsilon \|\Omega y_k\| \lor \phi_k = \tau_M\},$ (3) 其中: $\delta_k = y_k - y_{k_i}$ 为测量值的变化量, Ω 是给定的 常值矩阵, $\epsilon > 0$ 代表静态触发阈值, $\phi_k = k - k_i$ 为当 前时刻距上一触发时刻的时间间隔.

对于网络化系统, 传感器测量值先经事件触发生成器判断, 若满足触发条件, 则通过网络发送测量值; 否则, 不发送测量值. 因此, 事件触发机制的引入可以 有效节约网络通信资源. 故障检测单元位于事件触发 传输后的接收端, 如图1所示. 故障检测单元接收到测 量值时, 则更新测量信息; 否则, 保持上一时刻的信息. 记故障检测单元实际收到的测量数据为<u>y</u>, 有

$$\bar{y}_k = \begin{cases} y_k, & \exists k_i = k, \\ y_{k-1}, & \exists k_i \neq k. \end{cases}$$

$$\tag{4}$$





定义 $e_{y,k} = \bar{y}_k - y_k$ 为触发误差, 一般情况下, 可 以通过 H_∞ 控制等方法抑制此误差, 但无法消除其对 残差信号的影响, 仍会降低间歇故障检测精度, 且难 以进行可检测性分析.

通过在事件触发时刻对系统进行非均匀采样,可 以得到离散时刻i描述的动态系统.基于原系统(1),非 均匀采样系统写为如下线性时变系统:

$$\begin{cases} \eta_{i} = \bar{A}_{i-1}\eta_{i-1} + \bar{B}_{i-1}\tilde{w}_{i-1}, \\ z_{i} = C\eta_{i} + D\tilde{v}_{i} + F\tilde{f}_{i}, \end{cases}$$
(5)

$$\eta_{i-1} = x_{k_{i-1}}, \ z_i = y_{k_i}, \ \tilde{v}_i = v_{k_i}, \ \tilde{f}_i = f_{k_i},$$
$$\tilde{w}_{i-1} = [w_{k_{i-1}}^{\mathrm{T}} \ w_{k_{i-1}+1}^{\mathrm{T}} \ \cdots \ w_{k_{i-1}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\bar{A}_{i-1} = A^{\tau_i},$$
$$\bar{B}_{i-1} = [A^{\tau_i-1}B \ A^{\tau_i-2}B \ \cdots \ B],$$

可以看出, 在时刻*i*, 触发间隔 $\tau_i = k_i - k_{i-1}$ 已知, 则 系统(5)中的 $\bar{A}_j \ \pi \bar{B}_j (j < i)$ 是可以计算的, 而 $\bar{A}_j \ \pi \bar{B}_j (j > i)$ 无法计算.因此, 故障检测算法只能用当前 时刻已知的信息进行设计. $\tilde{v}_i \ \pi \tilde{w}_{i-1}$ 为高斯白噪声, 其协方差矩阵为 R_v 和

$$\bar{R}_{w,i-1} = \mathcal{E}\{\tilde{w}_{i-1}\tilde{w}_{i-1}^{\mathrm{T}}\} = \mathrm{diag}_{\tau_i}\{R_w\}, \quad (6)$$

其中diag_{$\tau_i} {R_w}$ 表示以 R_w 为对角元素的对角阵,对角元素有 τ_i 个.相比于原系统(1),式(5)描述的非均匀采样系统有更长的离散时间间隔.根据</sub>

$$\tilde{f}_i = f_{k_i},\tag{7}$$

可以看出, f_i 只有事件触发时刻的故障信息.因此, 对于系统(5),间歇故障 \tilde{f}_i 的发生时刻 $i_{l,1}$ 和消失时刻 $i_{l,2}$ 与实际间歇故障 f_k 的发生/消失时刻关系为

$$i_{l,1} = \min\{j | k_j \ge k_{l,1}\},\tag{8}$$

$$i_{l,2} = \min\{j | k_j \geqslant k_{l,2}\},\tag{9}$$

新的故障活跃时间和非活跃时间定义为 $\tilde{d}_{l,1} = i_{l,2} - i_{l,1}$ 和 $\tilde{d}_{l,2} = i_{l+1,1} - i_{l,2}$.最小活跃时间和非活跃时间 为 $\tilde{d}_1 = \min{\{\tilde{d}_{l,1} | l > 0\}}$ 和 $\tilde{d}_2 = \min{\{\tilde{d}_{l,2} | l > 0\}}$.系 统变化前后的相关参数如图2所示, \tilde{f}_i 只在事件触发时 刻取值,其幅值和 f_k 相同,但是故障活跃时间和非活 跃时间发生了变化.





在对系统(1)设计故障检测方案时,未传输数据的

时刻将会因为触发误差的影响导致间歇故障检测结 果不准确,同时触发误差对噪声分布造成影响,难以 分析误报率和漏报率.由于系统(5)只利用了触发时刻 的测量数据进行建模,因此系统实现了跟事件触发误 差的完全解耦.在此基础上,论文将针对系统(5)提出 一种基于Kalman滤波的间歇故障检测方法,定量分析 间歇故障的可检测性,并讨论系统变换对间歇故障检 测带来的影响.

3 主要结论

3.1 基于Kalman滤波的间歇故障检测

若当前时刻为*i*, 当无故障时, 针对系统(5)构造如 下Kalman滤波器:

1) 一步预测.

$$\hat{\eta}_{i|i-1} = \bar{A}_{i-1}\hat{\eta}_{i-1},\tag{10}$$

$$P_{i|i-1} = \bar{A}_{i-1} P_{i-1} \bar{A}_{i-1}^{\mathrm{T}} + \bar{B}_{i-1} \bar{R}_{w,i-1} \bar{B}_{i-1}^{\mathrm{T}}.$$
 (11)

2) 测量更新.

$$K_i = P_{i|i-1}C^{\mathrm{T}}(CP_{i|i-1}C^{\mathrm{T}} + R_v)^{-1}, \qquad (12)$$

$$\hat{\eta}_i = \hat{\eta}_{i|i-1} + K_i (z_i - C\hat{\eta}_{i|i-1}), \tag{13}$$

$$P_i = (I - K_i C) P_{i|i-1}, (14)$$

其中: $\hat{\eta}_i$ 代表状态估计值; K_i 代表Kalman增益; P_i 代 表估计误差协方差,并且 P_0 已知. 在i时刻,由于模型 参数 \bar{A}_{i-1} , \bar{B}_{i-1} 和噪声协方差矩阵 $\bar{R}_{w,i-1}$ 已知,可以 进行滤波器设计.

定义估计误差 $e_i = \eta_i - \hat{\eta}_i, e_{i|i-1} = \eta_i - \hat{\eta}_{i|i-1}, 根$ 据式(5)(10), 残差为

$$r_{i} = z_{i} - C\hat{\eta}_{i|i-1} = Ce_{i|i-1} + D\tilde{v}_{i} + \bar{F}\tilde{f}_{i} = C\bar{A}_{i-1}e_{i-1} + C\bar{B}_{i-1}\tilde{w}_{i-1} + D\tilde{v}_{i} + F\tilde{f}_{i}, \quad (15)$$

可以看出, 残差同时受估计误差和间歇故障的影响. 给定常数N, 记 $\tilde{z}_{i-N}^{i} = [z_{i-N}^{T} \ z_{i-N+1}^{T} \ \cdots \ z_{i}^{T}]^{T}$, 则

$$\tilde{z}_{i-N}^{i} = S_{i}\eta_{i-N} + B_{i}\tilde{w}_{i-N}^{i} + D\tilde{v}_{i-N}^{i} + Ff_{i-N}^{i},$$
(16)

其中:

$$\begin{split} \bar{A}_{i-N}^{(N)} &\triangleq \underbrace{\bar{A}_{i-1}\bar{A}_{i-2}\cdots\bar{A}_{i-N}}_{N}, \\ S_{i} &= [C^{\mathrm{T}} \ (C\bar{A}_{i-N})^{\mathrm{T}} \ \cdots \ (C\bar{A}_{i-N}^{(N)})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \\ \tilde{w}_{i-N}^{i} &= [\tilde{w}_{i-N}^{\mathrm{T}} \ \tilde{w}_{i-N+1}^{\mathrm{T}} \ \cdots \ \tilde{w}_{i-1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \tilde{v}_{i-N}^{i} &= [\tilde{v}_{i-N}^{\mathrm{T}} \ \tilde{v}_{i-N+1}^{\mathrm{T}} \ \cdots \ \tilde{v}_{i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \tilde{f}_{i-N}^{i} &= [\tilde{f}_{i-N}^{\mathrm{T}} \ \tilde{f}_{i-N+1}^{\mathrm{T}} \ \cdots \ \tilde{f}_{i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \tilde{F} &= \operatorname{diag}_{N}\{F\}, \ \tilde{D} &= \operatorname{diag}_{N}\{D\}. \end{split}$$

且

$$\tilde{B}_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C\bar{B}_{i-N} & 0 & \cdots & 0 \\ C\bar{A}_{i-N+1}\bar{B}_{i-N} & C\bar{B}_{i-N+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C\bar{A}_{i-N+1}^{(N-1)}\bar{B}_{i-N} & C\bar{A}_{i-N+2}^{(N-2)}\bar{B}_{i-N+1} & \cdots & C\bar{B}_{i-1} \end{bmatrix},$$

$$\dot{\mathcal{H}} - \dot{\mathcal{F}}, \, \dot{\mathbf{t}}_{i}$$

$$\tilde{\tilde{z}}_{i-N}^{i} = S_i \bar{A}_{i-N-1} \hat{\eta}_{i-N-1},$$
 (17)

根据式(16)--(17),有

$$\sigma_{i} = \tilde{z}_{i-N}^{i} - \tilde{z}_{i-N}^{i} = S_{i}\bar{A}_{i-N-1}e_{i-N-1} + \tilde{B}_{i}\tilde{w}_{i-N}^{i-1} + \tilde{D}\tilde{v}_{i-N}^{i} + \tilde{F}_{i}\tilde{f}_{i-N}^{i} + S_{i}\bar{B}_{i-N-1}\tilde{w}_{i-N-1},$$
(18)

为了解耦估计误差,需要如下假设.

假设2 系统(1)是完全能观的.

注 2 系统(1)完全能观意味着其能观性矩阵满足秩判据. 注意到 *S_i* 是其能观性矩阵的一部分, 因此, 随着时间窗口 *N*的增大, 一定能找到一个满足rank(*S_i*) = *n_x*的*S_i*, 使得*S_i*的 左逆存在.

根据式(15)和式(18),设计新的残差使其与估计误 差解耦

$$\xi_{i} = r_{i-N} - \Theta_{\sigma,i}\sigma_{i} = D\tilde{v}_{i-N} + F\tilde{f}_{i-N} - CS_{i}^{\dagger}[\tilde{B}_{i}\tilde{w}_{i-N}^{i-1} + \tilde{D}\tilde{v}_{i-N}^{i} + \tilde{F}_{i}\tilde{f}_{i-N}^{i}] = \Theta_{w,i}\tilde{w}_{i-N}^{i-1} + \Theta_{v,i}\tilde{v}_{i-N}^{i} + \Theta_{f,i}\tilde{f}_{i-N}^{i},$$
(19)

其中:

$$\begin{split} \Theta_{\sigma,i} &= CS_i^{\dagger}, \\ \Theta_{w,i} &= -CS_i^{\dagger}\tilde{B}_i, \\ \Theta_{v,i} &= D\mathcal{I}_v - CS_i^{\dagger}\tilde{D}, \\ \Theta_{f,i} &= \bar{F}\mathcal{I}_f - CS_i^{\dagger}\tilde{F}_i, \\ \mathcal{I}_v &= [I_{n_y} \ 0 \ \cdots \ 0], \\ \mathcal{I}_f &= [I_{\tau_{i-N}} \ 0 \ \cdots \ 0]. \end{split}$$

定义残差评价函数

$$J_{i} = \|\xi_{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}}^{2} = \xi_{i}^{\mathrm{T}} \mathscr{R}_{i}^{-1} \xi_{i}, \qquad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathscr{R}_{i} &= \Theta_{w,i} \tilde{R}_{w,i-N}^{i-1} \Theta_{w,i}^{\mathrm{T}} + \Theta_{v,i} \tilde{R}_{v,i-N}^{i} \Theta_{v,i}^{\mathrm{T}}, \quad (21) \\ \tilde{R}_{w,i-N}^{i} \pi \tilde{R}_{v,i-N}^{i} \mathcal{H} \tilde{w}_{i-N}^{i} \pi \tilde{v}_{i-N}^{i} \mathrm{fb} \mathrm{bb} \mathcal{F} \tilde{\mathcal{E}}, \\ \tilde{R}_{w,i-N}^{i-1} &= \mathrm{diag} \{ \bar{R}_{w,i-N}, \bar{R}_{w,i-N+1}, \cdots, \bar{R}_{w,i-1} \}, \\ \tilde{R}_{v,i-N}^{i} &= \mathrm{diag}_{N} \{ R_{v} \}, \end{aligned}$$

显然当 $\tilde{f}_{i-N}^i = 0$ 时, ξ_i 服从正态分布 $N(0, \mathscr{R}_i)$, 并且 J_i 服从标准 χ^2 分布. 给定故障检测阈值 J_{th} , 间歇故障 的检测逻辑如下:

$$\begin{cases} J_i \ge J_{\text{th}}, \, \text{有故障, 报警,} \\ J_i < J_{\text{th}}, \, \text{无故障, 不报警.} \end{cases}$$
(22)

注 3 相比于传统残差r_i,论文所设计的残差(19)只与时间窗口[i – N, i]内的噪声和故障相关,而与时间窗口之外的信息无关.因此,当间歇故障发生后,时间窗口内的故障不为0,残差评价函数将迅速超过阈值,从而检测出故障的发生时刻;当间歇故障消失时,时间窗口内的部分故障信息不会立刻变为0,而在窗口完全滑出故障活跃时间后,时间窗口内的故障消失,残差评价函数将低于阈值,从而检测出故障的消失时刻.

注 4 由于 $\|\xi_i\|^2$ 的期望是时变的,所以间歇故障检测的另一个难点是检测阈值的设置.通过对 ξ_i 的范数归一化加权处理,随机变量 J_i 始终服从标准 χ^2 分布,此时它的期望是一个定值.因此不管系统的参数如何变化,阈值可以保持不变.

需要指出,尽管时变模型(5)的参数不是全部已知的,但模型(5)在*i*时刻,其部分模型参数 \bar{A}_j 和 \bar{B}_j ($j = 0, 1, 2, \cdots, i - 1$),以及*C*, *D*, *F*是已知的,且基于已知的参数足够实现故障检测.现将以上间歇故障检测 算法总结为算法1(见表1).

表 1 算法1:事件触发传输机制下的间歇故障检测算 法

Table 1Algorithm 1: Intermittent fault detectionalgorithm under the event-triggeredtransmission mechanism

步骤1	故障检测单元初始化 $k=0, i=0, \hat{\eta}_0,$ $P_0, k_0=0$ 和时间窗口 N .
步骤2	若故障检测单元接收到数据,执行步骤 3-7进行故障检测;若未接受到数据,故 障检测单元保持上一时刻最新的信息,执 行步骤7.
步骤3	若故障检测单元接收到数据,更新触发次数 $i=i+1$,更新当前时刻为触发时刻 $k_i = k$,以及模型信息 \bar{A}_{i-1} 和 \bar{B}_{i-1} .
步骤4	若 $i > N$, 根据式(10)–(14), 更新 $\hat{\eta}_i$ 等信息.
步骤5	由式(15)-(19)计算残差ξ _i .
步骤6	由式(20)构造残差评价函数 J_i ,进行间歇 故障检测.
步骤7	k = k + 1,返回步骤2.

3.2 可检测性分析

间歇故障的可检测性定义如下.

定义1 对系统(5), 给定概率*p*₁, *p*₂和阈值*J*_{th}, 第*l*个间歇故障的发生时刻和消失时刻*i*_{*l*,1}和*i*_{*l*,2}, 检测 逻辑如式(22).

1) 若存在触发时刻 $i_{l,a}$ 满足对 $\forall i \in [i_{l,a}, i_{l,2})$, 有 Prob $\{J_i \ge J_{\text{th}}\} \ge p_1$, 称 $i_{l,a}$ 为 J_i 检测到的第l个间歇 故障的发生时刻, 并且1 – p_1 称为检测的漏报率. 2) 若存在触发时刻 $i_{l,d}$ 满足对 $\forall i \in [i_{l,d}, i_{l+1,1})$, 有 Prob $\{J_i < J_{\text{th}}\} \ge p_2$, 称 $i_{l,d}$ 为 J_i 检测到的第l个间歇 故障的消失时刻, 并且1 – p_2 称为检测的误报率.

当系统(5)的间歇故障 \tilde{f}_i 同时满足上述条件时,称间歇故障 \tilde{f}_i 是概率意义下可检测的.

定理1 对系统(5), 选取 $J_{\text{th}} = \mathscr{J}(p, n_y)$, 其中, p是给定的概率, 阈值 $\mathscr{J}(p, n_y)$ 可以通过查 χ^2 分布表 得到. 若时间窗口N和 \tilde{f}_i 的下界 ς 满足如下条件:

$$N+1 < \tilde{d}_2, \tag{23}$$

$$\varsigma \geqslant \sqrt{\frac{4\mathscr{J}(p,n_y)}{\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}}\mathscr{R}_i^{-1}\Theta_{f,i})}},$$
(24)

则间歇故障 \tilde{f}_i 是概率意义下可检测的.

证 记 ς 为 \tilde{f}_i 的最小值,

$$\varpi_{i} = \|\Theta_{w,i}\tilde{w}_{i-N}^{i-1} + \Theta_{v,i}\tilde{v}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}}^{2}.$$
 (25)

首先,考虑在 $[i_{l,1}, i_{l,2})$ 范围内,有 $\tilde{f}_i \ge \varsigma$. 当 $i \in [i_{l,1}, i_{l,2})$ 时,有

$$\|\tilde{f}_{i-N}^i\| \ge \tilde{f}_i \ge \varsigma, \tag{26}$$

另一方面, J_i满足

$$J_{i} = \|\Theta_{w,i}\tilde{w}_{i-N}^{i-1} + \Theta_{v,i}\tilde{v}_{i-N}^{i} + \Theta_{f,i}\tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}}^{2} \ge \\ (\|\Theta_{f,i}\tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} - \sqrt{\varpi_{i}})^{2},$$
(27)

根据 χ^2 分布的定义^[4], ϖ_i 满足自由度为 n_y 的中心 χ^2 分布,则对于给定的概率p和自由度,可以查 χ^2 分布表 得到阈值 $\mathscr{J}(p, n_y)$,此时有

$$\operatorname{Prob}\{\varpi_i < \mathscr{J}(p, n_y)\} = p, \qquad (28)$$

根据

$$\|\Theta_{f,i}\tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} \geq \|\tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\sqrt{\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}}\mathscr{R}_{i}^{-1}\Theta_{f,i})}} \geq \varsigma_{\sqrt{\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}}\mathscr{R}_{i}^{-1}\Theta_{f,i})}}, \quad (29)$$

其中λ_{min}(·)代表矩阵的最小特征值.结合式(28)和式(24),有

$$\|\Theta_{f,i} \tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} \geq \varsigma \sqrt{\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}} \mathscr{R}_{i}^{-1} \Theta_{f,i})} \geq 2\sqrt{\mathscr{J}(p, n_{y})}$$
(30)

和

$$\begin{aligned} &\operatorname{Prob}\{\varpi_{i} < \mathscr{J}(p, n_{y})\} = \\ &\operatorname{Prob}\{\|\Theta_{f,i} \tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} - \sqrt{\varpi_{i}} > \\ &\|\Theta_{f,i} \tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} - \sqrt{\mathscr{J}(p, n_{y})}\} \leqslant \\ &\operatorname{Prob}\{\|\Theta_{f,i} \tilde{f}_{i-N}^{i}\|_{\mathscr{R}_{i}^{-1}} - \sqrt{\varpi_{i}} > \sqrt{\mathscr{J}(p, n_{y})}\}, \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$(31)$$

根据式(27),可以推导出

$$\operatorname{Prob}\{J_i \geqslant \mathscr{J}(p, n_y)\} \geqslant p. \tag{32}$$

其次,在 $(i_{l,2}, i_{l+1,1})$ 范围内,有 $\|\tilde{f}_i\| = 0$.根据式 (23),存在i满足 $i_{l,2}+N+1 < i < i_{l+1,1}$,使得 $\|\tilde{f}_{i-N}^i\| = 0$ 和 $J_i = \varpi_i$.因此,有

$$\operatorname{Prob}\{J_i \leqslant \mathscr{J}(p, n_x)\} = p, \tag{33}$$

综上,存在触发时刻 $i_{l,a} = i_{l,1}$ 和 $i_{l,d} = i_{l,2} + N + 1$ 满 足定义1中的条件. 证毕.

定义2 对系统(1), 假设第*l*个间歇故障的实际 发生时刻为*k*_{*l*,1}, 消失时刻为*k*_{*l*,2}. 若发生时刻和消失 时刻满足*i*_{*l*,1} < *i*_{*l*,2} < *i*_{*l*+1,1}且

1) 对∀ $i \in [i_{l,1}, i_{l,2}), \, \tilde{f}_i \neq 0.$

2) 对 $\forall i \in [i_{l,2}, i_{l+1,1}), \, f\tilde{f}_i = 0.$

称系统(1)的第*l*个间歇故障在触发时刻是可分辨的,即系统(1)第*l*个间歇故障也是系统(5)的第*l*个间歇 故障.

注5 根据式(8)-(9)描述的故障发生和消失时刻的关系, *f_i*发生在实际故障发生后, 并且消失在实际故障消失后.因此, 若两次事件触发之间发生故障, 则有*i*_{l,1} = *i*_{l,2}, 此时对于系统(5), 显然无法识别第*l*次故障, 从而导致第*l*次故障漏报. 若两次事件触发之间有第*l*次故障消失和第*l* + 1次故障发生, 则有*i*_{l,2} = *i*_{l+1,1}, 从而无法区分第*l*和第*l* + 1次故障. 这是系统(5)有较大的采样间隔导致的.

定理 2 若最大触发间隔 $\tau_{\rm M}$ 满足

$$\tau_{\rm M} \leqslant \min\{\bar{d}_1, \bar{d}_2\},\tag{34}$$

间歇故障在触发时刻是可分辨的.

证 当 $\tau_{M} \leq \bar{d}_{1}$ 时,在故障活跃时间 $d_{l,1}$ 内,至少 发生一次事件触发,因此 $i_{l,2} > i_{l,1}$ 成立.根据 $\tilde{f}_{i} = f_{k_{i}}$, 对 $\forall i \in [i_{l,1}, i_{l,2}), f_{k_{l,1}} < k_{i} < k_{l,2}$.因此, $\tilde{f}_{i} = f_{k_{i}} \neq 0$.

当 $\tau_{\mathrm{M}} \leq \bar{d}_{2}$ 时,在故障非活跃时间 $d_{l,2}$ 内,至少发 生一次事件触发,因此 $i_{l+1,1} > i_{l,2}$ 成立.根据 $\tilde{f}_{i} = f_{k_{i}}$,对 $\forall i \in [i_{l,2}, i_{l+1,1})$,有 $k_{l,2} < k_{i} < k_{l+1,1}$.因此, $\tilde{f}_{i} = f_{k_{i}} = 0$.证毕.

注意到定理1缺乏对实际故障 f_k 的分析,当系统 (1)的所有间歇故障都可分辨时, \tilde{f}_i 的检测结果可近似 为实际间歇故障 f_k 的检测结果.此时,为保证定理1的 条件成立,可对实际故障 f_k 作如下推论.

推论1 对系统(1), 若时间窗口N和间歇故障 *f_k*满足如下条件:

$$(N+2)\tau_{\rm M} < \bar{d}_2, \tag{35}$$

$$\varsigma^* \geqslant \sqrt{\frac{4 \mathscr{J}(p, n_y)}{\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}} \mathscr{R}_i^{-1} \Theta_{f,i})}}, \tag{36}$$

其中s*是||f_k||的下界,则所有的间歇故障都可分辨, 且间歇故障f_k是概率意义下可检测的.此外,若窗口 N满足 (37)

$$(N+1) au_{\mathrm{M}} < d_1,$$

则条件(36)可弱化为

$$\varsigma^* \geqslant \sqrt{\frac{4 \mathscr{J}(p, n_y)}{(N+1)\lambda_{\min}(\Theta_{f,i}^{\mathrm{T}}\mathscr{R}_i^{-1}\Theta_{f,i})}}.$$
 (38)

证 显然,式(35)满足可分辨条件(34). 对给定整数t,记函数 $g(t,i) = k_{i+t} - k_i$,表示同一时间长度 [i, i + t)到 $[k_i, k_{i+t})$ 的映射. 由于 $\tilde{d}_{l,2} = i_{l+1,1} - i_{l,2}$, $\bar{d}_{l,2} = k_{l+1,1} - k_{l,2}$ 和如下事实:

$$0 \leq k_{i_{l+1,1}} - k_{l+1,1} \leq \tau_{\mathrm{M}},$$
 (39)

$$0 \leqslant k_{i_{l,2}} - k_{l,2} \leqslant \tau_{\mathrm{M}},\tag{40}$$

两式相减,有

$$g(\tilde{d}_{l,2}, i_{l,2}) \ge \bar{d}_{l,2} - \tau_{\rm M},$$
 (41)

因此, 对满足 $\tilde{d}_{q,2} = \tilde{d}_2$ 的任意触发时刻q, 都有

$$g(\tilde{d}_2, q) \geqslant \bar{d}_{q,2} - \tau_{\mathrm{M}} \geqslant \bar{d}_2 - \tau_{\mathrm{M}}, \qquad (42)$$

若条件(35)满足,对任意q,可以推导得

$$g(N+1,q) \leq (N+1)\tau_{\rm M} < \bar{d}_2 - \tau_{\rm M} \leq g(\tilde{d}_2,q),$$
(43)

即

$$N+1 < \tilde{d}_2, \tag{44}$$

因此,满足条件(23).

此外, 注意到 \tilde{f}_i 和 f_k 的下界相同, 并且若条件(37) 成立, 有

$$\|\tilde{f}_{i-N}^i\| \ge \sqrt{N+1}\varsigma^*,\tag{45}$$

通过与过程(26)-(32)类似的推导,易得条件(36)和(38). 证毕.

注6 根据式(19)-(20), 实际上残差评价函数包含了 一段时间窗口内的故障信息*f*ⁱ_{i-N}, 当时间窗口较小时, 残差 信息中的故障信息较少, 可检测的故障下界₅*一般也较小. 因此, 式(38)给出了一个更精确的下界, 这个下界反映了时间 窗口长度对故障可检测条件的影响.

4 数值仿真与实验验证

4.1 数值仿真

考虑系统(1)具有如下参数:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -0.2 & 1 \end{bmatrix}, B = C = D = I,$$

$$F = \begin{bmatrix} -6 & 9 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, R_w = 0.24 \times 10^{-4}I,$$

$$R_v = 0.5I, x_0 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

设置N = 10, $\Omega = I$, 并调节 $\tau_{\rm M}$ 和 ϵ 改变事件触发间 隔的大小. 为了验证所得结论, 分为以下两种情况进 行讨论.

1) 情况1: 可分辨的间歇故障.

考虑如下间歇故障:

$$f_k = \begin{cases} 4, & 155 \leqslant k \leqslant 170, \\ 3, & 243 \leqslant k \leqslant 300, \\ 4.5, & 390 \leqslant k \leqslant 442, \\ 5, & 550 \leqslant k \leqslant 674. \end{cases}$$

传统针对永久故障的检测方法采用残差*r*_i检测故障,一种方法是构造如下残差评价函数^[4]:

$$J_{r,i} = r_i^{\mathrm{T}} \mathcal{R}_i^{-1} r_i, \qquad (46)$$

其中 $\mathcal{R}_i = E\{r_i r_i^T\}$,其值可由文献[4]所提方法得到. 然而,这种方法无法快速检测间歇故障的消失,导致 残差评价函数在故障消失一段时间后才降低到阈值 水平以下.设置最大事件触发间隔为1(i = k),得到无 触发情况下的传统残差检测结果,如图3中 $J_{r,k}$ 所示, 其检测结果具有明显的拖尾效应.而利用本文所设计 的残差,可以快速检测间歇故障的发生和消失.



图 3 所提方法与传统方法对比结果



此外,已有部分算法解决了拖尾效应的问题,但没 有解决触发误差的影响,图4中*J*_{ey,k}通过*y*_k和文献[8] 所用方法得到.为了方便比较,图中*J*_k满足

$$J_k = J_i, \ k \in [k_i, \ k_{i+1}),$$
 (47)

可以看出,当存在触发误差时,间歇故障检测结果会 受到严重影响,有严重的误报发生.然而,本文所提方 法不受触发误差影响,仍然可以得到准确的间歇故障 检测结果.

2) 情况2: 不可分辨的间歇故障.

设置 $\epsilon = 0.5, \tau_{\rm M} = 20, x_0 = [50 \ 50]^{\rm T}$. 当给定间 歇故障 f_k 如下时:

$$f_k = \begin{cases} 1, & 155 \leqslant k \leqslant 165, \\ 2, & 243 \leqslant k \leqslant 300, \\ 2.5, & 390 \leqslant k \leqslant 442, \\ 2, & 550 \leqslant k \leqslant 674, \end{cases}$$

由于最大事件触发间隔为20, 而第1个间歇故障只持续10个步长的时间, 因此可能在故障发生前发生事件触发, 测量值被传输, 而在故障消失后发生下一次事件触发, 导致传输的测量数据不包含故障信息, 从而出现第1个间歇故障不可分辨的情况, 如图5中*f_k和f_i*所示. 此时, 无法通过检测*f_i*发现第1个间歇故障, 从而造成检测精度下降.









Fig. 5 The detection results of the indistinguishable IFs

4.2 实验数据仿真

在旋转导向钻井系统中,工具面角是一个重要的 参数,通过三轴加速度计在不同方向加速度值的组合 测量值解算^[19]. 文献[20]介绍了一种旋转导向钻井工 具系统,加速度计被安装于稳定平台中用以测量工具 面角.

本实验所用动态指向式旋转导向钻井工具系统 (dynamic point-the-bit rotary steerable drilling tool system, DPRSDTS)原理样机如图6所示,实验分为数据 采集和数据处理部分.在数据采集环节,由振动平台 产生环境噪声,由电机驱动稳定平台旋转,加速度计 的输出值通过数字信号处理器(digital signal processor, DSP)解算和存储,并最终将这些数据送至上位机. 在数据处理环节,利用MATLAB软件注入间歇故障, 并模拟事件触发机制,进行状态估计和故障诊断.



图 6 DPRSDTS原理样机 Fig. 6 The prototype of DPRSDTS

系统采样周期为h = 0.01 s, 记 ω (rad/s)为角速度, 并调节 $\omega = \pi$. 根据文献[20], 原理样机系统模型为

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bw_k, \\ y_k = Cx_k + Dv_k + Ff_k, \end{cases}$$
(48)

其中状态向量 $x = [x_1 \ x_2]^T$ 分别为三轴加速度计的z轴和y轴加速度, y_k 为加速度计的测量值, w_k 和 v_k 为系统过程噪声和测量噪声,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \omega h \\ -\omega h & 1 \end{bmatrix}, B = C = D = I,$$
$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, R_w = 0.0036I, R_v = 0.1I.$$

对测量数据注入如下间歇故障:

 $f_k = \begin{cases} 2g, & 620 \leqslant k \leqslant 800, \\ 1.6g, & 970 \leqslant k \leqslant 1200, \\ 1.7g, & 1500 \leqslant k \leqslant 1770, \\ 1.8g, & 2400 \leqslant k \leqslant 2700, \end{cases}$

其中: g为重力加速度. 触发条件设置为 $\Omega = I, \epsilon = 0.3, \tau_{\rm M} = 8\pi N = 15.$ 估计结果和加速度计值如图 7-8,间歇故障检测的结果如图9,可以看出,所提方法 具有良好的检测效果. 部分时刻的事件触发间隔如图 10,可以看出,数据的传输遵循给定的事件触发机制. 表2对比了不同事件触发阈值 ϵ 下的通信效率,通信效 率用k = 4000时的事件触发次数i与离散步数k的比 值来表征,可以发现,随着 ϵ 变大,触发次数变少,i/k的 值减小,因此事件触发机制可以有效节约网络资源和 设计成本.

注7 在本例中,通过安装在稳定平台的三轴加速度 计测量 DPRSDTS 的工具面角.加速度计往往通过滤波电 路、放大电路等复杂的电路实现精确测量,根据文献[2],局部 元件故障和虚焊等电路问题极易导致间歇故障的发生. 受井 下高温高压和强振动环境的影响, DPRSDTS中加速度计发生 间歇故障的概率也增大. 论文所提方法能够有效并及时的检 测出加速度计的间歇故障, 具有重要的工程应用价值.







图 8 状态2估计结果 Fig. 8 The estimated results of *x*₂









 Table 2 The communication efficiency under different event triggering thresholds

ϵ	0.05	0.1	0.3	0.5
i/k(k=4000)	0.7435	0.5655	0.2750	0.1973

5 结论

论文研究了事件触发传输机制下随机系统的间歇 故障检测问题.该问题的主要困难之处在于:触发误 差是非高斯分布的,统计特性难以获得,根据已有文 献设计的残差难以进行可检测性分析.因此需要设计 一种新的残差,同时消除触发误差与估计误差的影响. 论文基于非均匀采样的方法将事件触发系统转化为 一个时变系统,从而将触发误差完全解耦.进而,针对 所得到的时变系统,基于Kalman滤波理论给出了新的 残差设计方案,并使用随机分析方法研究了间歇故障 的可检测性与可分辨性.最后,通过数值仿真与实验 验证了论文结论的有效性.未来可以考虑事件触发机 制下系统间歇故障或执行器间歇故障的检测方法,对 其可检测性和可分辨性进行分析.

参考文献:

- RASHID L, PATTABIRAMAN K, GOPALAKRISHNAN S. Characterrizing the impact of intermittent hardware faults on programs. *IEEE Transactions on Reliability*, 2015, 64(1): 297 – 310.
- [2] ZHOU D, ZHAO Y, WANG Z, et al. Review on diagnosis techniques for intermittent faults in dynamic systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(3): 2337 – 2347.
- [3] CORRECHER A, GARCIA E, MORANT F, et al. Intermittent failure dynamics characterization. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(3): 649 – 658.
- [4] NIU Yichun, LIU Shiyang, GAO Ming, et al. Incipient sensor fault detection for linear stochastic systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(5): 879 – 886.

(牛艺春,刘诗洋,高明,等.线性随机系统的微小传感器故障检测. 控制理论与应用,2022,39(5):879-886.)

- [5] ABDELWAHED S, KARSAI G, MAHADEVAN N, et al. Practical implementation of diagnosis systems using timed failure propagation graph models. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2009, 58(2): 240 – 247.
- [6] ZHAO Y, HE X, ZHANG J, et al. Detection of intermittent faults based on an optimally weighted moving average T^2 control chart with stationary observations. *Automatica*, 2021, 123: 109298.
- [7] CARVALHO L K, MOREIRA M V, BASILIO J C. Diagnosability of intermittent sensor faults in discrete event systems. *Automatica*, 2013, 79(2): 315 – 325.
- [8] NIU Y, SHENG L, GAO M, et al. Distributed intermittent fault detection for linear stochastic systems over sensor network. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(9): 9208 – 9218.
- [9] YAN R, HE X, WANG Z, et al. Detection, isolation and diagnosability analysis of intermittent faults in stochastic systems. *International Journal of Control*, 2018, 91(2): 480 – 494.
- [10] ZHANG J, CHRISTOFIDES P, HE X, et al. Intermittent sensor fault detection for stochastic LTV systems with parameter uncertainty and limited resolution. *International Journal of Control*, 2020, 93(4): 788 – 796.
- [11] ZHANG Sen, SHENG Li, GAO Ming. Intermittent fault detection for linear discrete-time stochastic systems with time-varying delay. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(6): 806 – 814.
 (张森,盛立,高明.具有时变时滞的线性离散随机系统的间歇故障 检测. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 806 – 814.)
- [12] ZHANG X, HAN Q, ZHANG B. An overview and deep investigation on sampled-data-based event-triggered control and filtering for networked systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 13(1): 4 – 16.
- [13] ZHANG X, HAN Q. Event-based H_{∞} filtering for sampled-data systems. *Automatica*, 2015, 51: 55 69.
- [14] ZHONG M, DING S, ZHOU D, et al. An $H_{\rm i}/H_\infty$ optimization approach to event-triggered fault detection for linear discrete time

systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(10): 4464 – 4471.

- [15] LIU Q, WANG Z, HE X, et al. Event-based recursive distributed filtering over wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(9): 2470 – 2475.
- [16] WANG S, WANG Z, DONG H, et al. A dynamic event-triggered approach to recursive nonfragile filtering for complex networks with sensor saturations and switching topologies. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(10): 11041 11054.
- [17] ZOU L, WANG Z, ZHOU D. Moving horizon estimation with nonuniform sampling under component-based dynamic event-triggered transmission. *Automatica*, 2020, 120: 109154.
- [18] JAFARI H, POSHTAN J, SHAMAGHDARI S. Stochastic eventtriggered fault detection and isolation based on Kalman filter. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 52(11): 12329 – 12339.
- [19] SHENG L, NIU Y, WANG W, et al. Estimation of toolface for dynamic point-the-bit rotary steerable systems via nonlinear polynomial filtering. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(7): 7192 – 7201.
- [20] NIU Y, SHENG L, GAO M, et al. Variational bayesian-based moving horizon estimation of toolface for rotary steerable drilling tool systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, 70(1): 813 – 823.

作者简介:

怀务祥 博士,目前研究方向为间歇故障诊断, E-mail: Huaiwx 98@163.com:

高 明 教授,目前研究方向为鲁棒控制与故障诊断, E-mail: gaoming@upc.edu.edu.cn;

盛 立 教授,目前研究方向为随机系统的控制、滤波与故障诊断, E-mail: shengli@upc.edu.cn.