第 40 卷第 11 期
2023 年 11 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 40 No. 11
Nov. 2023

自适应比例–积分H_2滑模观测器设计

王心怡[1], 许 璟[1†], 牛玉刚[1], 贾廷纲[2]
(1. 华东理工大学 能源化工过程智能制造教育部重点实验室, 上海 200237; 2. 上海电气自动化集团, 上海 200070)

摘要: 传统的龙伯格观测器的观测精度极易受到未知外部扰动的影响. 为了解决这个问题, 本文设计了一种基于径向基神经网络的自适应比例–积分H_2滑模观测器, 实现了参数不确定性和外部扰动下非线性系统的鲁棒确切估计. 首先, 利用径向基神经网络自适应逼近系统模型的复杂非线性项; 其次, 设计基于误差的线性滑模面, 将比例–积分滑模项注入观测器中, 使得滑模动态在有限时间内收敛于滑模面, 实现对外部扰动和系统模型非线性的完全补偿; 最后, 基于H_2次优控制和区域极点配置, 提出观测器参数自整定方法. 通过对单连杆机器人的仿真结果表明, 该方法能够保证非线性系统具有较好的鲁棒性和自适应性.

关键词: 滑模观测器; 径向基函数网络; 自适应控制; 区域极点配置; 鲁棒性

引用格式: 王心怡, 许璟, 牛玉刚, 等. 自适应比例–积分H_2滑模观测器设计. 控制理论与应用, 2023, 40(11): 1940 – 1948

DOI: 10.7641/CTA.2023.20394

Adaptive proportional-integral H_2 sliding mode observer design

WANG Xin-yi[1], XU Jing[1†], NIU Yu-gang[1], JIA Ting-gang[2]
(1. Key Laboratory of Energy and Chemical Process Intelligent Manufacturing, Ministry of Education,
East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;
2. Shanghai Electric Automation Group, Shanghai 200070, China)

Abstract: The observation accuracy of traditional Luenberger observer is easily affected by unknown external disturbance. To solve this problem, an adaptive proportional-integral H_2 sliding mode observer is designed in this paper, which achieves robust exact estimation of nonlinear systems with parameter uncertainties and external disturbances. Firstly, the radial basis function neural network is used to approach the complex nonlinear terms of the system model. Secondly, a linear sliding mode surface based on error is designed, and the proportional integral sliding mode term is injected into the observer, so that the sliding mode dynamic converges to the sliding mode surface in finite time, and the nonlinear compensation of external disturbance and system model is realized completely. Finally, an observer parameter self-tuning method is proposed based on the H_2 suboptimal control and regional pole assignment. The simulation results of a single-link robot verify the proposed method can ensure the robustness and adaptability of the nonlinear system.

Key words: sliding mode observer; radial basis function networks; adaptive control; regional pole assignment; robustness

Citation: WANG Xinyi, XU Jing, NIU Yugang, et al. Adaptive proportional-integral H_2 sliding mode observer design. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(11): 1940 – 1948

1 引言

针对确定系统, 基于状态空间模型的龙伯格观测器能有效估计被控对象的实际状态. 文献[1–2]提出了龙伯格观测器的构建方法, 基于当前输出的静态反馈实时矫正, 实现了系统状态估计. 但是, 龙伯格观测器对未知外部扰动的灵敏度高. 实际工程中参数不确定性和外界干扰会降低龙伯格观测器的观测精度. 为了提高不确定性下系统的估计精度, 国内外研究学者提出了自适应控制. 基于自适应算法学习系统模型的不确定项, 是处理参数不确定性和扰动的有效方法[3]. 径向基神经网络(radial basis function neural network, RBFNN)因其对任意复杂非线性函数的自适应学习能力而被广泛应用于自适应控制系统中[4]. 将神经网络和自适应控制技术结合, 具有容错性好、抗干扰能力强和自学习能力强等优点. 文献[5]针对一类具有未建模动态非线性非严格反馈结构的系统, 提出了基于

收稿日期: 2022−05−14; 录用日期: 2023−05−05.
†通信作者. E-mail: jingxu@ecust.edu.cn.
本文责任编委: 李世华.
国家自然科学基金项目(62173141, 62073139), 上海市自然科学基金项目(22ZR1417900)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173141, 62073139) and the Natural Science Foundation of Shanghai (22ZR 1417900).

RBFNN的自适应控制方法. 文献[6]针对机器人轨迹跟踪控制中由于模型参数不确定以及外部扰动引起的系统不稳定问题, 提出了基于神经网络的机器人自适应控制策略, 抑制了不确定性因素对控制系统造成的影响.

作为非线性鲁棒控制方法的重要分支, 滑模观测因其对扰动和参数不确定性的强鲁棒性, 以及对未知输入的估计能力而被广泛应用于状态重构与估计领域. 文献[7–8]利用一阶滑模观测器对传感器和执行器故障进行重构, 该设计方法具有快速响应、物理实现简单等优点, 但在实际应用中, 因需要通过较大的切换增益来消除外部干扰和不确定项, 导致滑模观测器具有严重的抖振问题. 此外, 抖振的存在极易降低系统的稳定性, 还会严重影响滑模观测器的估计精度.

为了有效抑制抖振, 国内外研究学者提出了许多不同的解决方法, 如饱和函数法、设计边界层法和动态滑模法等. 文献[9]针对滑模控制的非线性部分提出了饱和函数法, 将滑模控制中的切换函数替换成饱和函数. 在边界层外采用正常的滑模控制形式, 在边界层内采用线性化反馈控制. 文献[10]提出了高阶滑模控制器设计方法, 针对控制系统不连续导致抖振的问题, 对系统方程进行多次微分, 采用连续控制律取代传统的基于符号函数的一阶滑模控制律. 上述方法均能有效削弱抖振, 但难以兼顾系统的稳态性能.

为了在削弱抖振的同时保证观测器的稳态性能, 国内外研究学者设计了比例–积分观测器(proportional integral observer, PIO), 将积分器引入观测器结构中以降低稳态误差[11]. PIO能够对系统外部干扰和不确定项进行估计和补偿, 降低系统抖振影响的同时保证了系统的稳态性能[12–14]. 文献[15]提出了结合滑模控制与比例–积分控制的模糊逻辑控制器. 将各子系统之间的耦合、未建模动态和外界扰动视为系统的不确定性, 进行分散鲁棒自适应控制. 文献[16]提出了基于最小阶扰动估计的比例–积分滑模控制. 减小稳态误差的同时提高了系统抗扰性并削弱了抖振.

不同于现有的研究工作, 本文利用神经网络的非线性自适应逼近能力, 将RBFNN嵌入比例–积分滑模观测器中, 设计自适应比例–积分H_2滑模观测器. 因此, 本文所设计滑模切换增益可以根据扰动和不确定参数特点自适应调节, 减小了自适应神经网络和模型不确定性之间的逼近误差. 利用基于径向基神经网络的权值自适应律, 使得滑模动态在有限时间内收敛于滑模面, 实现了参数不确定性和外部扰动下非线性系统的鲁棒确切估计.

与现有部分研究成果相比, 本文的主要贡献在于:

1) 将RBFNN技术引入比例–积分滑模观测器中, 同时利用了神经网络对不确定参数的逼近能力和积分器对干扰的补偿能力;

2) 利用比例–积分滑模控制结构, 削弱了抖振对滑模观测器稳态估计性能影响, 保证了观测器对系统内部不确定性项和外部扰动的鲁棒性;

3) 给出了基于H_2次优控制和区域极点配置的滑模观测器参数自整定方法, 基于线性二次型(linear quadratic, LQ)性能函数对跟踪误差收敛速度进行定量调节.

2 系统描述与引理

考虑以下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_\mathrm{c}z(t) + \phi_0(y(t),u(t)) + Nd(t) + \\ \qquad \varPhi(y(t),u(t))\theta(t), \\ y(t) = C_\mathrm{c}z(t) + Hd(t), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $z(t)\in\mathbb{R}^n, u(t)\in\mathbb{R}^\nu, y\in\mathbb{R}$分别是系统状态、控制输入和系统输出; $\varPhi(y(t),u(t))$是关于系统输出和控制输入的非线性函数矩阵; $\phi_0(y(t),0)=0$; $\theta(t)=[\theta_1(t)\ \ \cdots\ \ \theta_n(t)]^\mathrm{T}$是可微时变的未知不确定参数向量, $0\leqslant i\leqslant n$; $d(t)=[d_1(t)\ \ \cdots\ \ d_m(t)]^\mathrm{T}$是未知外部扰动, $0\leqslant j\leqslant m$; N和H是已知的具有适当维数的系数矩阵; $A_\mathrm{c}=\begin{bmatrix}0 & I_{n-1}\\ 0 & 0_{1\times(n-1)}\end{bmatrix}_{n\times n}$, $C_\mathrm{c}=[1\ \ \cdots\ \ 0]_{1\times n}$.

系统(1)包含两部分不确定性, 分别为不确定参数$\theta(t)$和外部扰动$d(t)$. 定义$F(z(t))\triangleq\varPhi(y(t),u(t))\theta(t)$, 将系统(1)改写为

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_\mathrm{c}z(t) + \phi_0(y(t),u(t)) + Nd(t) + \\ \qquad F(z(t)), \\ y(t) = C_\mathrm{c}z(t) + Hd(t), \end{cases} \tag{2}$$

为了便于自适应比例–积分H_2滑模观测器设计与分析, 本文给出了以下相关假设与引理.

假设1 不确定非线性系统(2)中的外界干扰输入$d(t)=[d_1(t)\ \ \cdots\ \ d_m(t)]^\mathrm{T}$有界, 且满足$\dot{d}(t)=0$. 存在正常数$D_{d_j}$, 使得$|d_j(t)|\leqslant D_{d_j}, 0\leqslant j\leqslant m$.

下述RBFNN的逼近引理, 将在论文推导中使用.

引理1[17] 作为一种线性参数化神经网络, 径向基函数神经网络能以任意精度逼近紧致集上的任意连续实函数$F(z)$, $z(t)\in\mathbb{R}^n$, 具体表示为

$$F(z)=\varPsi(z)\theta_F^*+\epsilon(z), \tag{3}$$

其中: $\varPsi(z)$是$n\times n$的基函数矩阵; n为神经元节点个数; θ_F^*为最优权值向量; $\epsilon(z)=[\epsilon_1(z)\ \ \cdots\ \ \epsilon_n(z)]^\mathrm{T}$为逼近误差; $|\epsilon_i(z)|\leqslant D_{\epsilon_i}, i=1,\cdots,n$, D_{ϵ_i}为已知的逼近误差上界.

RBFNN最优权值向量θ_F^*可表示为

$$\theta_F^*=\arg\min_{\theta_F\in\varOmega_\theta}\sup_{z\in\mathbb{R}^n}\|F(z)-\varPsi(z)\theta_F\|, \tag{4}$$

其中: $\varOmega_\theta$是θ_F的有效估计域; $\mathbb{R}^n$是系统状态的可行域; sup表示$\|F(z)-\varPsi(z)\theta_F\|$的最小上界; arg min表示使得$\sup\|F(z)-\varPsi(z)\theta_F\|$达到最小值时$\theta_F$的值.

注 1 基于一个全局的、参数无关的、状态空间的微分同胚$z(t)=T(x(t)), T(x_0)=0$[18], 可使得本文所设计的基于径向基神经网络的自适应比例–积分H_2滑模观测器适用于以下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=f(x(t))+q_0(x(t),u(t))+Nd(t)+\\ \qquad Q(x(t),\ u(t))\theta(t),\\ y(t)=h(x(t))+Hd(t), \end{cases} \tag{5}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n, u(t)\in\mathbb{R}^\nu, y\in\mathbb{R}$分别是系统状态、控制输入和系统输出; $q_i(x(t),u(t))$是已知的关于系统状态和控制输入的平滑函数: $q_0(x(t),0)=0, \mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^\nu\rightarrow\mathbb{R}^n$, $0\leqslant i\leqslant n$. $f(x(t))$和$h(x(t))$是系统已知的平滑函数: $h(x_0)=0$. 已知$Q(x(t),u(t))=\mathrm{diag}\{q_1(x(t),u(t)),\cdots,q_n(x(t),u(t))\}$. $\theta(t)=[\theta_1(t)\ \ \cdots\ \ \theta_n(t)]^\mathrm{T}$是可微时变的未知不确定参数向量, $0\leqslant i\leqslant n$. $d(t)=[d_1(t)\ \ \cdots\ \ d_m(t)]^\mathrm{T}$是未知扰动, $0\leqslant j\leqslant m$. N和H是系统已知的具有适当维数的系数矩阵.

3 基于径向基神经网络的自适应比例–积分H_2滑模观测器

3.1 径向基神经网络设计

针对系统的不确定动态$F(z)$, 根据引理1中的最优近似, 能够采用RBFNN的一般形式$\hat{F}_k(z,\theta_{F_k})$自适应逼近$F(z)$, $k=1,\cdots,n$. RBFNN是一种含输入层、单隐含层和输出层的三层前馈网络. 具有结构简单、训练过程快速的特点[19], 其结构如图1所示.

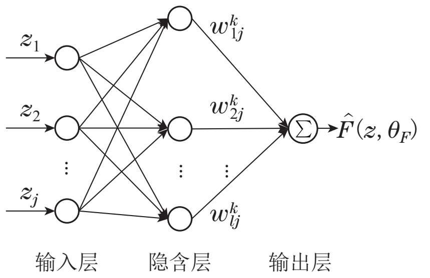

图1 径向基神经网络

Fig. 1 Radial basis function neural network

图1中w_{ij}^k为神经网络$\hat{F}_k(z,\theta_{F_k})$的初始权重参数, m_i^k为偏置参数, l为神经网络隐含层神经元个数, $\theta_F\in\mathbb{R}^n$为神经网络的自适应参数向量, $\theta_F=[\theta_{F_1}\ \ \theta_{F_2}\ \ \cdots\ \ \theta_{F_n}]^\mathrm{T}$. 基于李雅普诺夫定理设计神经网络自适应律, 根据状态误差在线修正网络权值参数, 不断逼近最佳输出.

RBFNN输入层到隐含层的变换是非线性的, 变换函数是径向基函数. 它是一种局部逼近、非负非线性、对中心点径向对称衰减的函数, 具有形式简单且解析性好的优点[20]. 与反向传播(back propagation, BP)神经网络全局逼近的待寻优参数多且收敛速度慢相比, RBFNN局部逼近的特点使网络学习速度更快[21].

RBFNN隐含层到输出层变换是线性的, 网络的输出$\hat{F}(z,\theta_F)$是由各个隐含层节点输出的线性加权和, 可以描述如下:

$$\hat{F}(z,\theta_F)=\begin{bmatrix}\varsigma_1^\mathrm{T}(z)\theta_{F_1}\\ \vdots\\ \varsigma_n^\mathrm{T}(z)\theta_{F_n}\end{bmatrix}=\varPsi(z)\theta_F, \tag{6}$$

其中$\varPsi(z)=\mathrm{diag}\{\varsigma_1^\mathrm{T}(z)\ \ \cdots\ \ \varsigma_n^\mathrm{T}(z)\}$.

径向基函数向量$\varsigma_i(z)$的具体形式为

$$\varsigma_k(z)=\begin{bmatrix}H_1(\sum\limits_{j=1}^n w_{1j}^k z_j+m_1^k)\\ \vdots\\ H_l(\sum\limits_{j=1}^n w_{lj}^k z_j+m_l^k)\end{bmatrix}, \tag{7}$$

其中$H(\cdot)$为隐含层激励函数.

为使得$\hat{F}(z,\theta_F)$尽可能地逼近$F(z)$, 根据多层神经网络近似定理, 激励函数$H(\cdot)$需有界、连续单调递增且满足以下条件[22]:

1) $|H(x)-H(y)|<L_H|x-y|, \forall x,y\in\mathbb{R}$, 且$H(\cdot)$满足全局Lipschitz, 其中$L_H$为Lipschitz常数;

2) 存在常数$C>0$, 使得$|H(\cdot)|\leqslant C, \forall\cdot\in\mathbb{R}$.

根据上述条件, 选择激励函数$H(\cdot)$为

$$H(z)=\sin(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma(z))+1, \tag{8}$$

其中$\sigma(z)=\sum\limits_{j=1}^n w_{lj}^k z_j+m_l^k$.

根据式(6)–(8), 该神经网络的单输出$\hat{F}_k(z,\theta_{F_k})$可表示如下:

$$\hat{F}_k(z,\theta_{F_k})=\sum_{i=1}^l\theta_{F_{ki}}H(\sum_{j=1}^n w_{ij}^k z_j+m_i^k)=\varsigma_k^\mathrm{T}(z)\theta_{F_k}, \tag{9}$$

其中$\theta_{F_k}=[\theta_{F_{k1}}\ \ \cdots\ \ \theta_{F_{kl}}]^\mathrm{T}, k=1,2,\cdots,n$.

注 2 $\varPhi(y(t),u(t))$是关于系统输出和控制输入的非线性函数矩阵, 可以利用RBFNN对非线性函数的拟合能力进行有效逼近. 建立基于状态误差和扰动的RBFNN自适应律, 能够实现在线修正网络权值参数逼近$\theta(t)$. 因此, 采用RBFNN逼近$F(z(t))=\varPhi(y(t),u(t))\theta(t)$, 可以同时解决系统中较多的非线性项, 实现RBFNN权值收敛到最优值以及未知非线性系统动态的局部准确逼近.

注 3 选择式(8)作为激励函数的原因在于: Sinusoid (简单正弦函数)激励函数为神经网络引入了周期性, 且计算简单, 在正向传播和反向传播中不包含幂运算[23]. 同时Sinusoid激励函数的输出是关于原点对称的, 保证了梯度下降的运作[24].

3.2 自适应比例–积分H_2滑模观测器设计

系统状态和未知输入可以使用以下自适应比例–积分H_2滑模观测器来估计:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}(t)=&A_c\hat{z}(t)+\phi_0(y(t),u(t))+N\hat{d}(t)+\\ &\hat{F}(z(t),\theta_F(t))-\tau_s(t)+\end{aligned}$$

$$L_1(y(t)-\hat{y}(t)), \tag{10}$$

$$\dot{\hat{d}}(t)=L_2(y(t)-\hat{y}(t)), \tag{11}$$

$$\hat{y}(t)=C_{\rm c}\hat{z}(t)+H\hat{d}(t), \tag{12}$$

其中: $\tau_s(t)$为待设计的滑模控制律, L_1为观测器的比例增益, L_2为观测器的积分增益.

上述自适应比例–积分H_2滑模观测器形式可以改写为

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{z}}(t)\\ \dot{\hat{d}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{\rm c} & N\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{z}(t)\\ \hat{d}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}L_1\\ L_2\end{bmatrix}(y(t)-\hat{y}(t))+\begin{bmatrix}\psi_0(y(t),u(t))+\hat{F}(z,\theta_F)-\tau_s(t)\\ 0\end{bmatrix}. \tag{13}$$

定义状态误差$\tilde{z}\triangleq z-\hat{z}$, 扰动误差$\tilde{d}\triangleq d-\hat{d}$, 式(2)减式(13), 可得系统误差方程

$$\begin{bmatrix}\dot{\tilde{z}}(t)\\ \dot{\tilde{d}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{\rm c}-L_1C_{\rm c} & N-L_1H\\ -L_2C_{\rm c} & -L_2H\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}(t)\\ \tilde{d}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F(z)-\hat{F}(z,\theta_F)+\tau_s(t)\\ 0\end{bmatrix}, \tag{14}$$

将式(3)–(5)代入式(14), 有

$$\begin{bmatrix}\dot{\tilde{z}}(t)\\ \dot{\tilde{d}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{\rm c}-L_1C_{\rm c} & N-L_1H\\ -L_2C_{\rm c} & -L_2H\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}(t)\\ \tilde{d}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Psi(z)\theta_F^*-\Psi(z)\theta_F+\epsilon(z)+\tau_s(t)\\ 0\end{bmatrix}, \tag{15}$$

定义$A\triangleq A_{\rm c}-L_1C_{\rm c}$, $A_{\rm e}\triangleq\begin{bmatrix}A & N-L_1H\\ -L_2C_{\rm c} & -L_2H\end{bmatrix}$以及$\tilde{\theta}_F\triangleq\theta_F^*-\theta_F$, 式(15)可写为

$$\begin{bmatrix}\dot{\tilde{z}}(t)\\ \dot{\tilde{d}}(t)\end{bmatrix}=A_{\rm e}\begin{bmatrix}\tilde{z}(t)\\ \tilde{d}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Psi(z)\tilde{\theta}_F+\epsilon(z)+\tau_s(t)\\ 0\end{bmatrix}. \tag{16}$$

3.3　滑模控制律及自适应律设计与稳定性分析

设误差系统(16)的李雅普诺夫函数为

$$V(t)=[\tilde{z}^{\rm T}(t)\ \ \tilde{d}(t)^{\rm T}]P_{\rm e}\begin{bmatrix}\tilde{z}(t)\\ \tilde{d}(t)\end{bmatrix}+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F(t)^{\rm T}\tilde{\theta}_F(t), \tag{17}$$

其中: γ是自适应增益常数; $P_{\rm e}=\begin{bmatrix}P & 0\\ 0 & P_1^{-1}\end{bmatrix}$, 对称正定矩阵$P\in\mathbb{R}^{n\times n}$和$P_1\in\mathbb{R}^{m\times m}$. 当$V(t)=0$时, $\tilde{z}(t)\to 0$, $\tilde{\theta}_F(t)\to 0$, $\tilde{d}(t)\to 0$.

将式(17)化简为

$$V(t)=\tilde{z}^{\rm T}(t)P\tilde{z}(t)+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F(t)^{\rm T}\tilde{\theta}_F(t)+\tilde{d}(t)^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}(t), \tag{18}$$

根据李雅普诺夫稳定理论, 下述定理给出了系统(13)的自适应比例–积分H_2滑模观测器稳定性条件.

定理 1　在自适应律$\dot{\theta}_F(t)=\gamma\Psi^{\rm T}P\tilde{z}(t)$和滑模控制律$\tau_s(t)=-D_\epsilon{\rm sgn}(s(t))$的作用下, 若存在对称正定矩阵$P\in\mathbb{R}^{n\times n}$和$P_1\in\mathbb{R}^{m\times m}$满足

$$\varDelta_0<0, \tag{19}$$

其中:

$$\varDelta_0=\begin{bmatrix}\varGamma_0 & PN-MH-C_{\rm c}^{\rm T}W^{\rm T}\\ * & -WH-H^{\rm T}W^{\rm T}\end{bmatrix},$$
$$M=PL_1,\ W=P_1^{-1}L_2,$$
$$\varGamma_0=A_{\rm c}^{\rm T}P+PA_{\rm c}-C_{\rm c}^{\rm T}M^{\rm T}-MC_{\rm c},$$

则系统(14)的误差可在有限的时间内收敛到0. 基于此, 比例增益L_1和积分增益L_2可分别通过L_1=$P^{-1}M$和$L_2=P_1W$计算得到.

证　对式(18)求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)=&\dot{\tilde{z}}^{\rm T}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\rm T}P\dot{\tilde{z}}+\frac{1}{\gamma}\dot{\tilde{\theta}}_F^{\rm T}\tilde{\theta}_F+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\rm T}\dot{\tilde{\theta}}_F+\\&\dot{\tilde{d}}^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}+\tilde{d}^{\rm T}P_1^{-1}\dot{\tilde{d}}=\\&\tilde{z}^{\rm T}(A^{\rm T}P+PA)\tilde{z}+(\epsilon+\tau_s)^{\rm T}P\tilde{z}+\\&\tilde{d}^{\rm T}(N-L_1H)^{\rm T}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\rm T}P(\epsilon+\tau_s)+\\&\tilde{z}^{\rm T}P(N-L_1H)\tilde{d}+(\varPsi\tilde{\theta}_F)^{\rm T}P\tilde{z}+\\&\tilde{z}^{\rm T}P(\varPsi\tilde{\theta}_F)+\frac{1}{\gamma}\dot{\tilde{\theta}}_F^{\rm T}\tilde{\theta}_F+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\rm T}\dot{\tilde{\theta}}_F-\\&\tilde{z}^{\rm T}C_{\rm c}^{\rm T}L_2^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\rm T}P_1^{-1}L_2C_{\rm c}\tilde{z}-\\&\tilde{d}^{\rm T}H^{\rm T}L_2^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\rm T}P_1^{-1}L_2H\tilde{d},\end{aligned} \tag{20}$$

为保证系统稳定, 设计神经网络权值自适应律为

$$\dot{\theta}_F(t)=\gamma\varPsi^{\rm T}P\tilde{z}(t), \tag{21}$$

于是则有

$$\dot{\tilde{\theta}}_F(t)=-\gamma\varPsi^{\rm T}P\tilde{z}(t). \tag{22}$$

将式(22)代入式(20)中的参数误差项可得

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\gamma}\dot{\tilde{\theta}}_F^{\rm T}\tilde{\theta}_F+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\rm T}\dot{\tilde{\theta}}_F+(\varPsi\tilde{\theta}_F)^{\rm T}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\rm T}P(\varPsi\tilde{\theta}_F)=\\&\frac{1}{\gamma}(-\gamma\varPsi^{\rm T}P\tilde{z})^{\rm T}\tilde{\theta}_F+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\rm T}(-\gamma\varPsi^{\rm T}P\tilde{z})+\\&(\varPsi\tilde{\theta}_F)^{\rm T}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\rm T}P(\varPsi\tilde{\theta}_F)=0,\end{aligned}$$

因此, 式(20)可化简为

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)=&\tilde{z}^{\rm T}(A^{\rm T}P+PA)\tilde{z}+(\epsilon+\tau_s)^{\rm T}P\tilde{z}+\\&\tilde{d}^{\rm T}(N-L_1H)^{\rm T}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\rm T}P(\epsilon+\tau_s)+\\&\tilde{z}^{\rm T}P(N-L_1H)\tilde{d}-\tilde{z}^{\rm T}C_{\rm c}^{\rm T}L_2^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}-\\&\tilde{d}^{\rm T}P_1^{-1}L_2C_{\rm c}\tilde{z}-\tilde{d}^{\rm T}H^{\rm T}L_2^{\rm T}P_1^{-1}\tilde{d}-\\&\tilde{d}^{\rm T}P_1^{-1}L_2H\tilde{d},\end{aligned} \tag{23}$$

设定滑模控制律为

$$\tau_s(t)=-D_\epsilon{\rm sgn}(s(t)), \tag{24}$$

其中: $\mathrm{sgn}(s(t))=[\mathrm{sgn}(s_1(t))\ \cdots\ \mathrm{sgn}(s_n(t))]^{\mathrm T}$, $i=1,\cdots,n$; $D_\epsilon=\mathrm{diag}\,\{D_{\epsilon_1},\cdots,D_{\epsilon_n}\}$.

设计基于误差的线性滑模面

$$s_i(t)=B_iP\tilde z(t), \tag{25}$$

其中B_i为第i个元素为1, 其余元素为零的行向量.

将B_i代入式(25)可得

$$s_i(t)=P_{i1}\tilde z_1(t)+\cdots+P_{in}\tilde z_n(t),\ i=1,\cdots,n,$$

式(23)中的$(\epsilon(z(t))+\tau_s(t))^{\mathrm T}P\tilde z(t)$可展开为

$$\begin{aligned}&(\epsilon(z(t))+\tau_s(t))^{\mathrm T}P\tilde z(t)=\\&\begin{bmatrix}\epsilon_1+\tau_{s_1}\\ \vdots\\ \epsilon_n+\tau_{s_n}\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}P_{11}&\cdots&P_{1n}\\ \vdots&&\vdots\\ P_{n1}&\cdots&P_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde z_1\\ \vdots\\ \tilde z_n\end{bmatrix}=\\&\begin{bmatrix}(\epsilon_1+\tau_{s_1})P_{11}+\cdots+(\epsilon_n+\tau_{s_n})P_{n1}\\ \vdots\\ (\epsilon_1+\tau_{s_1})P_{1n}+\cdots+(\epsilon_n+\tau_{s_n})P_{nn}\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}\tilde z_1\\ \vdots\\ \tilde z_n\end{bmatrix}+\\&\cdots+(\epsilon_1+\tau_{s_1})P_{1n}\tilde z_n+\cdots+(\epsilon_n+\tau_{s_1})P_{nn}\tilde z_n=\\&(\epsilon_1+\tau_{s_1})s_1+(\epsilon_1+\tau_{s_1})s_1+\cdots+(\epsilon_n+\tau_{s_n})s_n,\end{aligned}$$

根据式(24)和$|\epsilon_i(z(t))|\leqslant D_{\epsilon_i}$可得: 当$s_i(t)>0$时, $\tau_{s_i}(t)=-D_{\epsilon_i}$, 即$\epsilon_i(z(t))+\tau_{s_i}(t)\leqslant 0$; 当$s_i\leqslant 0$时, $\tau_{s_i}(t)=D_{\epsilon_i}$, 即$\epsilon_i(z(t))+\tau_{s_i}(t)\geqslant 0$. 由此可推导出$s_i(t)$和$\epsilon_i+\tau_{s_i}(t)$始终异号, 则有

$$(\epsilon(z(t))+\tau_s(t))^{\mathrm T}P\tilde z(t)\leqslant 0, \tag{26}$$

同理可证, $\tilde z(t)^{\mathrm T}P(\epsilon(z(t))+\tau_s(t))\leqslant 0$, 则有

$$(\epsilon(z(t))+\tau_s(t))^{\mathrm T}P\tilde z+\tilde z(t)^{\mathrm T}P(\epsilon+\tau_s(t))\leqslant 0, \tag{27}$$

通过式(27)可得

$$\begin{aligned}\dot V(t)\leqslant\ &\tilde z^{\mathrm T}(A^{\mathrm T}P+PA)\tilde z+\tilde d^{\mathrm T}(N-L_1H)^{\mathrm T}P\tilde z+\\&\tilde z^{\mathrm T}P(N-L_1H)\tilde d-\tilde z^{\mathrm T}C_{\mathrm c}^{\mathrm T}L_2^{\mathrm T}P_1^{-1}\tilde d-\\&\tilde d^{\mathrm T}P_1^{-1}L_2C_{\mathrm c}\tilde z-\tilde d^{\mathrm T}H^{\mathrm T}L_2^{\mathrm T}P_1^{-1}\tilde d-\\&\tilde d^{\mathrm T}P_1^{-1}L_2H\tilde d,\end{aligned} \tag{28}$$

定义$\eta(t)\triangleq[\tilde z(t);\tilde w(t)]$, 则$\dot V(t)\leqslant 0$等价于

$$\eta(t)^{\mathrm T}(t)\varDelta_0\eta(t)\leqslant 0, \tag{29}$$

其中

$$\varDelta_0=\begin{bmatrix}A^{\mathrm T}P+PA & PN-PL_1H-C_{\mathrm c}^{\mathrm T}{L_2}^{\mathrm T}P_1^{-1}\\ * & -P_1^{-1}L_2H-H^{\mathrm T}L_2^{\mathrm T}P_1^{-1}\end{bmatrix}.$$

将$A=A_{\mathrm c}-L_1C_{\mathrm c}$, $PL_1=M$, $P_1^{-1}L_2=W$代入式(29), 则$\dot V(t)\leqslant 0$等价于

$$\varDelta_0<0, \tag{30}$$

其中$\varDelta_0$的具体形式见式(19). 证毕.

注 4 为解决预先设定的最优权值向量θ_F^*所引起的约束问题, 更新自适应律如下:

1) 定义$\varOmega_0\triangleq\{\theta_F:\theta_F^{\mathrm T}\theta_F\leqslant\kappa\}$和$\varOmega_\theta\triangleq\{\theta_F:\theta_F^{\mathrm T}\theta_F\leqslant\kappa+\delta\}$, 其中: $\kappa>0$, $\delta>0$, $\varOmega_\theta\subset\varOmega$是包含$\varOmega_0$的$n$阶凸子集.

更新式(21)中的自适应律为

$$\dot\theta_F=\gamma\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z-U(\theta_F), \tag{31}$$

其中若θ_F能满足$\theta_F^{\mathrm T}\theta_F\leqslant\kappa$或$[\theta_F^{\mathrm T}\theta_F>\kappa,\theta_F^{\mathrm T}\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z\leqslant 0]$, 则$U(\theta_F)=0$, 否则, $U(\theta_F)=\gamma\dfrac{(\theta_F^{\mathrm T}\theta_F-\kappa)\theta_F^{\mathrm T}\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z}{\delta\theta_F^{\mathrm T}\theta_F}\theta_F$.

2) 当$[\theta_F^{\mathrm T}\theta_F>\kappa,\theta_F^{\mathrm T}\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z\leqslant 0]$或$\theta_F^{\mathrm T}\theta_F\leqslant\kappa$时, $\dot\theta_F=\gamma\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z$, $\tilde z(t)\to 0$, 则$\dot\theta_F\to 0$, θ_F有界.

当$[\theta_F^{\mathrm T}\theta_F>\kappa$, 且$\theta_F^{\mathrm T}\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z>0]$时, $\dot\theta_F=\gamma\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z-U(\theta_F)$, $\gamma\dfrac{(\theta_F^{\mathrm T}\theta_F-\kappa)\theta_F^{\mathrm T}\varPsi^{\mathrm T}P\tilde z}{\delta\theta_F^{\mathrm T}\theta_F}>0$, 且$\tilde z(t)\to 0$, θ_F有界.

综合自适应律1), 2)可知, 若$\theta_F(0)\in\varOmega_0$, 则有$\theta_F\in\varOmega_\theta$.

注 5 滑模动态的有限时间收敛证明如下:

选取李雅普诺夫函数为$V_1(t)=\dfrac12 s^{\mathrm T}(t)s(t)$, 对$V_1(t)$进行求导计算, 即

$$\begin{aligned}\dot V_1(t)=\ &s^{\mathrm T}(t)\dot s(t)=\\&s^{\mathrm T}(t)BP[A\tilde z(t)+(N-L_1H)\tilde d(t)+\psi(z)\tilde\theta_F+\\&\epsilon(z)+\tau_s(t)]\leqslant\\&\|s^{\mathrm T}(t)\|\,\|BPA\|\,\|\tilde z(t)\|+\|s^{\mathrm T}(t)\|\,\|BPN\|\|\tilde d(t)\|-\\&\|s^{\mathrm T}(t)\|\,\|BPL_1H\|\,\|\tilde d(t)\|+\|s^{\mathrm T}(t)\|\,\|BP\|\times\\&\|\psi(z)\tilde\theta_F\|\|s^{\mathrm T}(t)\|\,\|BP\|\,\|\epsilon(z)\|+s^{\mathrm T}(t)BP\tau_s(t)\leqslant\\&-D_\epsilon\|s^{\mathrm T}(t)\|,\end{aligned}$$

由于$V_1(t)$是关于时间t的函数, 上述不等式两边同时对时间t进行积分可得: 存在$T_0=\dfrac{\sqrt{2V(0)}}{D_\epsilon}$, 使得$V(t)=0$, 对于所有的时间$t>T_0$, 均有$s(t)=0$, 因此闭环系统可以在有限时间$T$内到达滑模面.

4 参数自整定方法

4.1 $\mathrm{H_2}$次优控制

线性矩阵不等式方法(linear matrix inequality, LMI)是鲁棒控制分析与设计的重要部分, 标准的LMI问题也称为广义特征值问题(generalized eigenvalue problem, GEVP), 可以利用内点算法等凸优化技术进行有效地求解.

针对误差系统(16), 与估计误差和控制操作相关的LQ性能指标可表述为

$$J_2=\int_0^{t_f}\tilde z^{\mathrm T}Q_2\tilde z\mathrm dt, \tag{32}$$

其中$Q_2\in\mathbb R^{n\times n}$为正定矩阵.

$$\begin{aligned}J_2=\ &\int_0^{t_f}[\tilde z^{\mathrm T}Q_2\tilde z+\dot V(t)]\mathrm dt-\int_0^{t_f}\dot V(t)\mathrm dt=\\&V(0)-V(t_f)+\int_0^{t_f}[\tilde z^{\mathrm T}Q_2\tilde z+\dot V(t)]\mathrm dt\leqslant\\&V(0)+\int_0^{t_f}[\tilde z^{\mathrm T}Q_2\tilde z+\dot V(t)]\mathrm dt,\end{aligned} \tag{33}$$

将式(17)和式(28)代入式(33)可得

$$J_2\leqslant\tilde z^{\mathrm T}(0)P\tilde z(0)+\frac1\gamma\tilde\theta_F^{\mathrm T}(0)\tilde\theta_F(0)+$$

$$\tilde{d}^{\mathrm{T}}(0)P_1^{-1}\tilde{d}(0)+\int_0^{t_f}[\tilde{z}^{\mathrm{T}}Q_2\tilde{z}+\tilde{z}^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}}P+PA)\tilde{z}+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(N-L_1H)^{\mathrm{T}}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\mathrm{T}}P(N-L_1H)\tilde{d}-\tilde{z}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}L_2^{\mathrm{T}}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}P_1^{-1}L_2C_{\mathrm{c}}\tilde{z}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}L_2^{\mathrm{T}}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}P_1^{-1}L_2H\tilde{d}]\mathrm{d}t, \tag{34}$$

在下式成立的条件下:

$$\tilde{z}^{\mathrm{T}}(Q_2+A^{\mathrm{T}}P+PA)\tilde{z}+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(N-L_1H)^{\mathrm{T}}P\tilde{z}+\tilde{z}^{\mathrm{T}}P(N-L_1H)\tilde{d}-\tilde{z}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}L_2^{\mathrm{T}}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}P_1^{-1}L_2C_{\mathrm{c}}\tilde{z}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}L_2^{\mathrm{T}}P_1^{-1}\tilde{d}-\tilde{d}^{\mathrm{T}}P_1^{-1}L_2H\tilde{d}<0, \tag{35}$$

则有

$$J_2\leqslant\tilde{z}^{\mathrm{T}}(0)P\tilde{z}(0)+\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_F(0)+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(0)P_1^{-1}\tilde{d}(0). \tag{36}$$

注 6　最优控制应由反映系统内部状态的全部信息参与组合, 但本文的非线性系统具有不确定性, 难以直接求解最优控制问题. 采用次优控制, 可在保证性能指标值足够接近最优性能值的同时, 显著地减少问题求解的计算量[25].

下述定理给出了基于LQ性能指标(32)的次优控制充分条件.

定理 2　对于给定的标量$\beta>0$, 若存在对称正定矩阵$P\in\mathbb{R}^{n\times n}$和$P_1\in\mathbb{R}^{m\times m}$满足

$$\min_{\{P,P_1,M,W\}}\beta, \tag{37}$$

$$\text{s.t. 式(30)(39)(41)},$$

则系统可达到H_2次优跟踪性能.

证　首先, 通过式(35)最小化式(36)中J_2的上界, 由于$\frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_F^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_F(0)$是常数, 可将具有$\mathrm{H}_2$跟踪性能的次优控制问题表述如下:

$$\min_{P,P_1}\tilde{z}^{\mathrm{T}}(0)P\tilde{z}(0)+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(0)P_1^{-1}\tilde{d}(0), \tag{38}$$

$$\text{s.t. } P=P^{\mathrm{T}}>0,\ P_1=P_1^{\mathrm{T}}>0, \text{式(31)(36)},$$

将$A=A_{\mathrm{c}}-L_1C_{\mathrm{c}}, PL_1=M$和$P_1^{-1}L_2=W$代入, 式(35)等价于

$$\varDelta_1=\begin{bmatrix}\varGamma_1 & PN-MH-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}\\ * & -WH-H^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0, \tag{39}$$

其中$\varGamma_1=A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P+PA_{\mathrm{c}}-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}-MC_{\mathrm{c}}+Q_2$.

因此, 式(38)的次优控制问题可以转化为

$$\min_{P,P_1}\tilde{z}^{\mathrm{T}}(0)P\tilde{z}(0)+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(0)P_1^{-1}\tilde{d}(0), \tag{40}$$

$$\text{s.t. } P=P^{\mathrm{T}}>0, P_1=P_1^{\mathrm{T}}>0,\ \text{式(30)(39)},$$

最后, 引入一个新的变量$\beta>0$, 将式(40)中最小化问题转化为标准LMI问题[26].

$$\tilde{z}^{\mathrm{T}}(0)P\tilde{z}(0)+\tilde{d}^{\mathrm{T}}(0)P_1^{-1}\tilde{d}(0)<\beta, \tag{41}$$

因此, 式(40)可转化为式(37)中的特征值问题.　证毕.

4.2　区域极点配置

系统的跟踪性能与闭环极点A_{e}的位置有关, 设计观测器增益L_1和L_2使得A_{e}位于左半平面的一个合适的子区域十分重要[27]. 本文将闭环极点$x+\mathrm{j}\,y$配置在$S(\alpha,r,\zeta)$区域, 该区域可表示为

$$x<-\alpha<0,\ |x+\mathrm{j}\,y|<r,\ \tan\zeta\,x<-|y|. \tag{42}$$

图2中阴影部分为极点配置的目标区域$S(\alpha,r,\zeta)$. 下述定理给出了基于区域极点配置的自适应比例–积分H_2滑模观测器参数自整定方法.

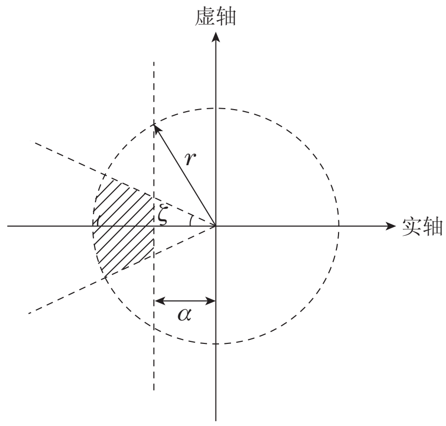

图 2　极点配置区域

Fig. 2 The area of polar configuration

定理 3　对于给定的正标量α,r,ζ, 若存在对称正定矩阵$P\in\mathbb{R}^{n\times n}$和$P_1\in\mathbb{R}^{m\times m}$满足以下LMI:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\varGamma_2 & PN-MH-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}\\ * & -WH-H^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}+2\alpha P_1^{-1}\end{bmatrix}<0,\\ \begin{bmatrix}-rP & 0 & \varGamma_3 & -C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}\\ * & -rP_1^{-1} & \varGamma_4 & -H^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}\\ * & * & -rP & 0\\ * & * & * & -rP_1^{-1}\end{bmatrix}<0,\\ \begin{bmatrix}\varOmega_1 & \varOmega_2\\ * & \varOmega_1\end{bmatrix}<0,\end{cases} \tag{43}$$

其中:

$$\varGamma_2=A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P+PA_{\mathrm{c}}-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}-MC_{\mathrm{c}}+2\alpha P,$$

$$\varGamma_3=A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}},\ \varGamma_4=N^{\mathrm{T}}P-H^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}},$$

$$\varOmega_1=\begin{bmatrix}\varLambda_1 & \varLambda_2\\ * & \varLambda_3\end{bmatrix},\ \varOmega_2=\begin{bmatrix}\varLambda_4 & \varLambda_5\\ * & \varLambda_6\end{bmatrix},$$

$$\varLambda_1=\sin\zeta(A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P+PA_{\mathrm{c}}-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}-MC_{\mathrm{c}}),$$

$$\varLambda_2=\sin\zeta(PN-MH-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}),$$

$$\varLambda_3=\sin\zeta(-WH-H^{\mathrm{T}}W^{\mathrm{T}}),$$

$$\varLambda_4=\cos\zeta(A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P-PA_{\mathrm{c}}-C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}+MC_{\mathrm{c}}),$$

$$\Lambda_5 = \cos\zeta(-PN + MH - C_c^{\mathrm{T}} W^{\mathrm{T}}),$$

$$\Lambda_6 = \cos\zeta(WH - H^{\mathrm{T}} W^{\mathrm{T}}),$$

则闭环极点$x + \mathrm{j}\,y$可配置在$S(\alpha, r, \zeta)$区域. 基于此, 观测器的比例增益L_1和积分增益L_2可分别通过$L_1 = P^{-1}M$和$L_2 = P_1 W$计算得到.

证 首先, 将式(42)转化成标准LMI形式

$$\begin{cases} A_e^{\mathrm{T}} P_e + P_e A_e + 2\alpha P_e < 0, \\ \begin{bmatrix} -rP_e & A_e^{\mathrm{T}} P_e \\ P_e A_e & -rP_e \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} \Lambda_7 & \Lambda_8 \\ * & \Lambda_7 \end{bmatrix} < 0, \end{cases} \tag{44}$$

其中:

$$\Lambda_7 = \sin\zeta(A_e^{\mathrm{T}} P_e + P_e A_e),\ \Lambda_8 = \cos\zeta(A_e^{\mathrm{T}} P_e - P_e A_e).$$

将 $A = \begin{bmatrix} A & N - L_1 H \\ -L_2 C_c & -L_2 H \end{bmatrix}$, $A = A_c - L_1 C_c$, $P = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P_1^{-1} \end{bmatrix}$, $PL_1 = M$ 和 $P_1^{-1} L_2 = W$代入可得, 式(44)等价于式(43). 证毕.

根据以上分析, 具有区域极点约束的H_2目标跟踪性能可以描述为以下GEVP:

$$\min_{\{P, P_1, M, W\}} \beta \tag{45}$$

$$\text{s.t.}\quad P = P^{\mathrm{T}} > 0,\ P_1 = P_1^{\mathrm{T}},\ \beta > 0,$$

式(30)(39)(41)(43).

5 仿真

本节采用单连杆机器人模型验证观测器的理论分析, 在垂直平面上旋转的单连杆机器人运动方程为

$$\begin{cases} I\ddot{q}(t) + \frac{1}{2} mgl \sin q(t) = u(t) + d(t), \\ y(t) = q(t), \end{cases} \tag{46}$$

其中: $q(t)$为旋转角度; I为惯性矩; $u(t)$为控制输入; $d(t)$为外部扰动; m和l分别为机器人质量和连杆长度; g为重力加速度; $|g| \leqslant 9.832$; $\frac{1}{2} mgl \sin q(t)$为不确定性项, 需通过径向基神经网络进行自适应逼近.

设定单连杆机器人参数: $I = 0.5$, $m = 1$, $l = 1$. 则该机器人的可视化运动模型如图3所示.

定义$x_1(t) \triangleq q(t)$, $x_2(t) \triangleq \dot{q}(t)$, 系统(46)可改写为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} I^{-1}(u(t) - \\ \qquad \frac{1}{2} mgl \sin x_1(t) + d(t)), \\ y(t) = [1\ \ 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + d(t). \end{cases} \tag{47}$$

根据式(13)设计系统(47)的观测器方程. 设定初始状态$x(0) = [0\ \ 0.5]^{\mathrm{T}}$, $\hat{x}(0) = [0.1\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, $\hat{d}(0) = 0.1$. 控制输入$u(t) = \sin(2t) + \cos(20t)$. 假设扰动$d(t)$是幅值为$\pm 0.1$, 相角为$\frac{2\pi}{5}$的方波信号.

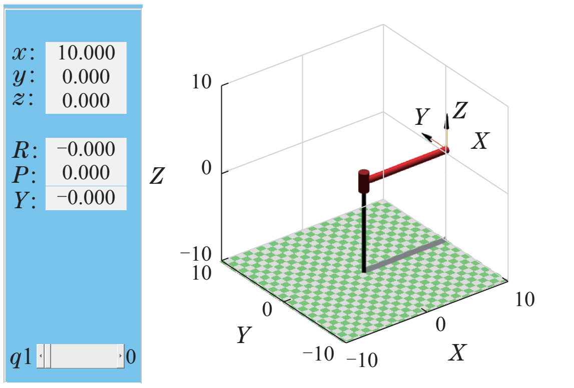

图3 单连杆机器人可视化模型

Fig. 3 Visual model of single link robot

首先, 构建径向基神经网络, 设定RBFNN的隐含层神经元个数为3, 其中, 对于$k = 1, 2$和$i = 1, \cdots, 3$, 设定偏差m_i^k分别为-4, 0和4. 采用常量初始化的方法进行初始权值的选取. 对于$k = 1, 2$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$, 将权值参数w_{ij}^k全部初始化为1. 设定$\theta_F(0) = 0$, $\gamma = 10$, $\kappa = 1$, $\delta = 0.1$.

其次, 选取神经网络逼近误差上界$D_{\epsilon_1} = 0.1$, $D_{\epsilon_2} = 4$. 设定极点配置区域参数$\alpha = 0.5$, $r = 10$, $\zeta = \frac{\pi}{4}$, 选取模拟参数$Q_2 = I$.

最后, 求解式(45)中在$S(0.5, 10, \frac{\pi}{4})$区域内具有极点区域约束的$H_2$目标跟踪性能的GEVP, 可得$\beta_{\min} = 1.357\mathrm{e}-05$, 观测器增益 $L_1 = \begin{bmatrix} 5.0907 \\ 4.3601 \end{bmatrix}$ 以及 $L_2 = 299.0862$ 使得该系统的闭环极点 A_e 位于 $S(0.5, 10, \frac{\pi}{4})$区域.

基于上述参数设定和LMI求解结果, 对本文所设计的自适应比例–积分H_2滑模观测器进行仿真实验, 可得控制输入$u(t) = \sin(2t) + \cos(20t)$如图4所示.

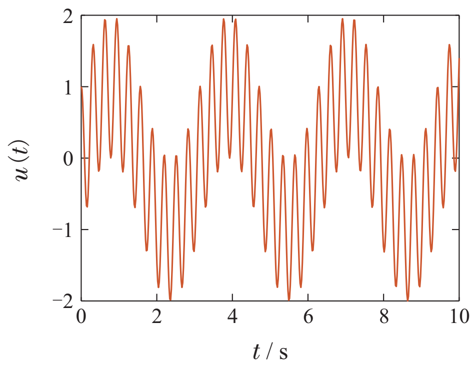

图4 控制输入$u(t)$

Fig. 4 Control input $u(t)$

根据参数$D_{\epsilon_1}=0.1$和参数$D_{\epsilon_2}=4$可得滑模控制律$\tau_{s1}(t)=-0.1\mathrm{sgn}(s(t))$和$\tau_{s2}(t)=-4\mathrm{sgn}(s(t))$的曲线分别如图5–6所示. 系统状态$x_1(t)$和$x_2(t)$的跟踪曲线分别如图7–8所示.

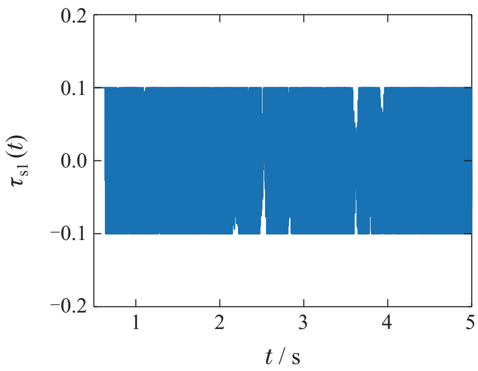

图5 滑模控制律$\tau_{s1}(t)$

Fig. 5　Sliding-mode control $\tau_{s1}(t)$

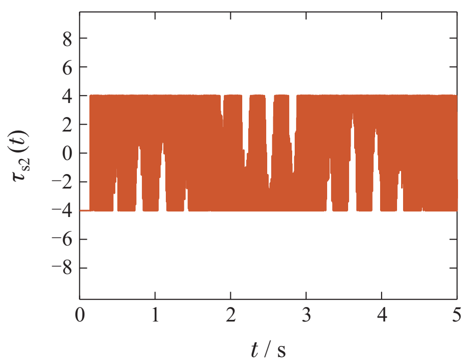

图6 滑模控制律$\tau_{s2}(t)$

Fig. 6　Sliding-mode control $\tau_{s2}(t)$

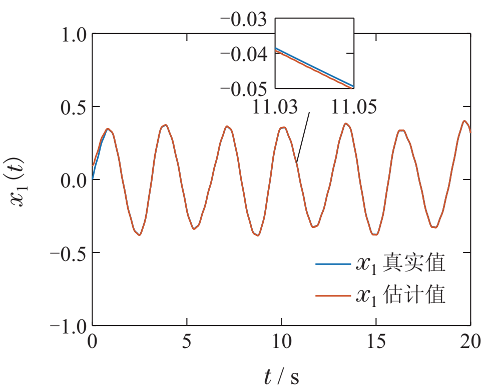

图7 $x_1(t)$跟踪曲线

Fig. 7　Tracking curve of $x_1(t)$

从图中可以看出针对具有参数不确定性和未知扰动的系统, 本文所设计的自适应比例–积分H_2滑模观测器能准确地跟踪对象的实际状态.

从图9中可以看出本文所设计的自适应比例–积分H_2滑模观测器能够有效补偿外界干扰, 提高了系统的观测精度和对扰动的鲁棒性.

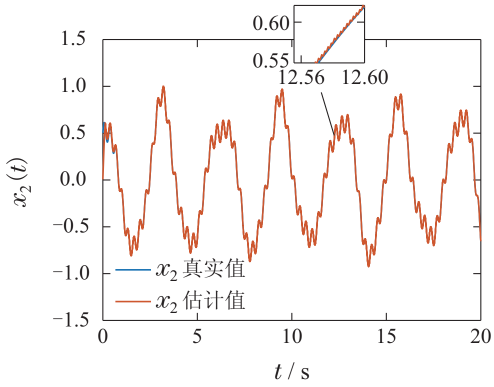

图8 $x_2(t)$跟踪曲线

Fig. 8　Tracking curve of $x_2(t)$

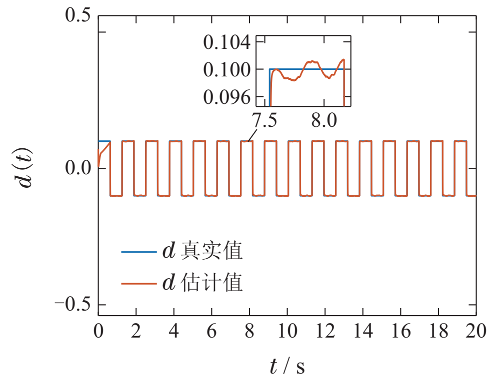

图9 扰动跟踪曲线

Fig. 9　Trajectories of disturbance

图10中$e_1(t)$和$e_2(t)$分别是状态$x_1(t)$和$x_2(t)$的观测误差. 从图中可以看出观测误差$e_1(t)$将在0.65 s左右趋近于0, $e_2(t)$将在0.8 s左右趋近于0.

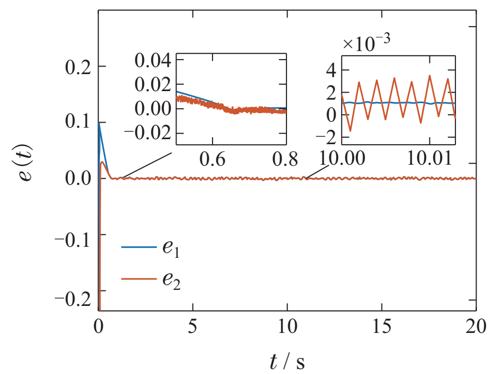

图10 状态误差曲线

Fig. 10　Status error curves

6　结论

本文针对一类具有参数不确定性和有界外部扰动的单输出非线性系统, 设计了自适应比例–积分H_2滑模观测器. 首先, 通过径向基神经网络, 逼近系统模型的非线性项, 描述不确定性参数输入到神经网络自适应律输出的映射关系. 其次, 基于观测误差的线性滑模面, 设计径向基神经网络权值的自适应律, 使得滑

模动态在有限时间内收敛于滑模面, 实现了参数不确定性和外部扰动下非线性系统的鲁棒确切估计. 最后, 设计基于H_2次优控制和区域极点配置的滑模观测器参数自整定方法. 通过对单连杆机器人的仿真结果表明, 该方法能够保证非线性系统具有较好的鲁棒性和自适应性. 本文未来的研究工作将针对无人机系统姿态角观测, 设计自适应比例–积分H_2滑模观测器.

参考文献:

[1] LUENBERGER D. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, 16(6): 596 – 602.

[2] DUAN Guangren, LI Jianhua, ZHOU Lianshan. Design of robust luenberger observer. *Acta Automatica Sinica*, 1992, 18(6): 1 – 6.
(段广仁, 李建华, 周连山. 鲁棒Luenberger观测器设计. 自动化学报, 1992, 18(6): 1 – 6.)

[3] LIU Chunling, WANG Ming, ZHANG Jin. ESO based RBF neural network PID controller for quadrotor aircrafts. *Electronics Optics & Control*, 2021, 28(9): 1 – 6.
(刘春玲, 王明, 张瑾. 四旋翼ESO的RBF神经网络PID控制器研究. 电光与控制, 2021, 28(9): 1 – 6.)

[4] YU W S. Design of robust adaptive neural-based sliding-mode observer for uncertain nonlinear systems. *IEEE International Conference on Systems*. Waikoloa, HI, USA: IEEE, 2005, 3: 1 – 6.

[5] CHOI J Y, FARRELL J A. Adaptive observer backstepping control using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, 12(5): 1103 – 1112.

[6] AHMED M S. Design of dynamic neural observers. *IEEE Proceedings. Control Theory and Applications*, 2000, 147(3): 257 – 266.

[7] GAO Weibing. *Theory and Design Method for Variable Sliding Mode Control.* Beijing: Science Press, 1996: 220 – 221.
(高为炳. 变结构控制的理论及设计方法. 北京: 科学出版社, 1996: 220 – 221.)

[8] RAHNAVARD M, HAIRI Y M R, AYATI M. On the development of a sliding mode observer-based fault diagnosis scheme for a wind turbine benchmark model. *Energy Equipment and Systems*, 2017, 5(1): 13 – 26.

[9] LUAN F, NA J, HUANG Y, et al. Adaptive neural network control for robotic manipulators with guaranteed finite time convergence. *Neuro-Computing*, 2019, 337(14): 153 – 164.

[10] LZADBAKHSH A. An alternative stability proof for robust control of electrically driven robots using adaptive uncertainty estimation. *Computers & Electrical Engineering*, 2019, 78(13): 63 – 68.

[11] BEALE S, SHAFAI B. Robust control system design with a proportional integral observer. *International Journal of Control*, 1989, 50(1): 97 – 111.

[12] LI Zhenying, SHEN Yi, HU Hengzhang. Design of proportional integral observer with unknown input disturbance. *Modern Defence Technology*, 2000, 21(5): 471 – 473.
(李振营, 沈毅, 胡恒章. 具有未知输入干扰的观测器设计. 航空学报, 2000, 21(5): 471 – 473.)

[13] SOFFKER D, YU T J, MULLER P C. State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional integral obsever. *International Journal of Systems Sciences*, 1995, 26(9): 1572 – 1582.

[14] WANG Yongfu, HUANG Xianlin, LI Zhenying, et al. Design of full order proportional integral observer of linear discrete system. *Modern Defence Technology*, 2000, 28(6): 24 – 29.
(王永富, 黄显林, 李振营, 等. 线性离散系统全阶比例积分观测器设计研究. 现代防御技术, 2000, 28(6): 24 – 29.)

[15] CAO Bangwu, JIANG Changsheng, CHEN Mou. Sliding mode PI hybrid fuzzy logic control for nonlinear flight control system. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, 35(1): 91 – 95.
(曹邦武, 姜长生, 陈谋. 非线性飞控系统的滑模PI混合模糊逻辑控制. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(1): 91 – 95.)

[16] ZHENG Changming, ZHANG Jiasheng. Discrete proportional integral quasi sliding mode control of permanent magnet synchronous motor based on minimum order disturbance estimation. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2018, 33(24): 5711 – 5719.
(郑长明, 张加胜. 基于最小阶扰动估计的永磁同步电机离散比例-积分准滑模控制. 电工技术学报, 2018, 33(24): 5711 – 5719.)

[17] GE S S, WANG C. Adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(3): 674 – 692.

[18] BUSAWON K, LEON-MORALES J. An observer design for uniformly observable nonlinear systems. *International Journal of Control*, 2000, 73(3): 1375 – 1381.

[19] ZOU W, AHN C K, XIANG Z. Analysis on existence of compact set in neural network control for nonlinear systems. *Automatica*, 2020, 120: 109155.

[20] LIAO Liefa, YANG Yiguo. Adaptive radial basis function neural network bi-quadratic functional optimal control for manipulators. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 47 – 58.
(廖列法, 杨翌虢. 机械臂的自适应径向基函数神经网络双二次泛函最优控制. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 47 – 58.)

[21] LI S, AHN C K, GUO J, et al. Neural network approximation based adaptive periodic event-triggered output-feedback control of switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(8): 4011 – 4020.

[22] ZHU F, HAN Z. A note on observers for lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1751 – 1754.

[23] DAI W, HU J, CHENG Y, et al. RVFLN-based online adaptive semi-supervised learning algorithm with application to product quality estimation of industrial processes. *Journal of Central South University*. 2019, 26(12): 3338 – 3350.

[24] DAI Wei, LI Depeng, YANG Chunyu, et al. A hybrid model and data parallel learning method for randomly configured networks. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(10): 2427 – 2437.
(代伟, 李德鹏, 杨春雨, 等. 一种随机配置网络的模型与数据混合并行学习方法. 自动化学报, 2021, 47(10): 2427 – 2437.)

[25] WANG Xiaowu. *The Basis of the Modern Control Theory.* Beijing: Mechanical Industry Press, 2013: 5 – 6.
(王孝武. 现代控制理论基础. 北京: 机械工业出版社, 2013: 5 – 6.)

[26] GAHINET P, NEMIROVSKII A, LAUB A J. The LMI control toolbox. *IEEE Conference on Decision and Control*. Lake Buena Vista, FL, USA: IEEE, 1994, 3: 2038 – 2041.

[27] YU Li. Optimal guaranteed cost control of linear uncertain system. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(3): 1 – 6.
(俞立. 线性不确定系统的最优保性能控制. 控制理论与应用, 2000, 17(3): 1 – 6.)

作者简介:

王心怡 硕士研究生, 目前研究方向为滑模观测与控制、深度学习、人机交互、手势识别技术, E-mail: Y80210067@mail.ecust.edu.cn;

许　璟 副教授, 目前研究方向为高阶滑模观测与控制、无人机系统建模与控制、智能优化算法、人工智能技术, E-mail: jingxu@ecust.edu.cn;

牛玉刚 教授, 目前研究方向为随机控制系统、Markov跳跃系统、滑模控制、无线传感网络、微电网能量管理, E-mail: acniuyg@ecust.edu.cn;

贾廷纲 教授级高级工程师, 目前研究方向为智能控制、网络化控制, E-mail: tgjia@163.com.